

نوید پورزکی

۱- فرض کنیم  $f(g(x)) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$  و  $g(x) = x - \frac{1}{x}$ ، در این صورت  $f(x)$  کدام است؟

④  $x^2 + 4$

③  $x^2 - 4$

⑤  $x^2 + 2$

①  $x^2 - 2$

۲- سهمی  $y = x^2 - 2$  را ۲ واحد به سمت راست و ۱ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم. معادله‌ی سهمی در دستگاه جدید به فرم  $y = x^2 - cx + d$  است. دوتایی  $(c, d)$  کدام است؟

④  $(4, -1)$

③  $(4, 2)$

⑤  $(3, 1)$

①  $(4, 3)$

۳- باتوجه به ماشین  $x \rightarrow g \rightarrow f \rightarrow x$ ، اگر  $f(x) = 3x - 4$  باشد، آن‌گاه  $g(2)$  کدام است؟

④  $\frac{3}{2}$

③ ۱

⑤ ۰

① ۲

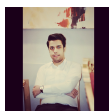
۴- اگر  $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x} + 3$  آن‌گاه  $f(\sqrt{3})$  چقدر است؟

④ ۳

③  $1 + \sqrt{5}$

⑤ ۴

① ۵



۵- اگر  $\frac{2}{3}x = f(x^2 - 3)$  آن گاه ضابطه ی  $f(x)$  کدام است؟

④  $2x - 3$

③  $2\sqrt{x}$

②  $\sqrt{x}$

①  $\frac{2}{3}\sqrt{x+3}$

۶- به ازای چند مقدار مختلف  $m$  تابع  $f(x) = \frac{mx - 4}{x - m}$  تابعی ثابت است؟

④ ۳

③ ۲

② ۱

① ۰

۷- اگر تابع  $f(x) = (a - 2)x^2 + (2a + b)x^3 + bx + a$  خطی باشد،  $f(1)$  را محاسبه نمائید.

④ -۲

③ ۲

② -۱

① ۱

۸- تابع  $f(x) = (m - 3)x^3 + (m^2 - 9)x + m - 1$  تابعی ثابت است. حاصل  $m^3 - m + 7$  کدام گزینه است؟

④ صفر

③ ۳۱

② ۲۰

① ۱۷

۹- اگر تابع  $f = \{(1, 4), (2, m^3), (3, n^5)\}$  تابع ثابت و  $g = \{(-2, a), (-3, b)\}$  تابع همانی باشد مقدار

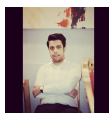
$f(2) \times g(-3)$  کدام است؟

④ -۱۲

③ ۱۲

② -۱۰

① ۱۰



۱۰- اگر تابع  $f$  خطی باشد و  $f(1) = 2$  و  $f(3) = -2$  باشد مقدار  $\left(f\left(\frac{3}{2}\right)\right)^{f\left(\frac{3}{2}\right)}$  کدام گزینه است؟

① -۱      ② -۲      ③ ۱      ④ ۲

۱۱-  $f$  تابعی ثابت است حاصل ضرب  $m \times n$  کدام است؟

$f = \{(3, m^2 + 1), (5, 2m), (2, m + n)\}$

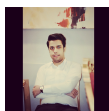
① ۲      ② ۱      ③ -۲      ④ -۱

۱۲- اگر  $f(x + 1) = 3x - 2$  و  $g(x - 2) = 5x$  باشد، جواب معادله  $f(x) - 1 = g(f(3))$  کدام است؟

① ۱۱      ② ۱۴      ③ ۱۲      ④ ۹

۱۳- نمودار تابع  $f(x) = 2 - \sqrt{x + 1}$  از کدام ناحیه (نواحی)، دستگاه مختصات نمی گذرد؟

① فقط سوم      ② سوم و اول      ③ دوم و چهارم      ④ فقط دوم



۱۴- مجموع اعداد صحیحی که در دامنه تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{9x - x^2}}{|x| - 3}$  قرار دارند، کدام است؟

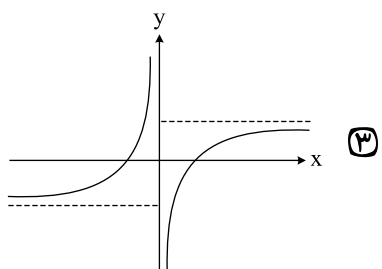
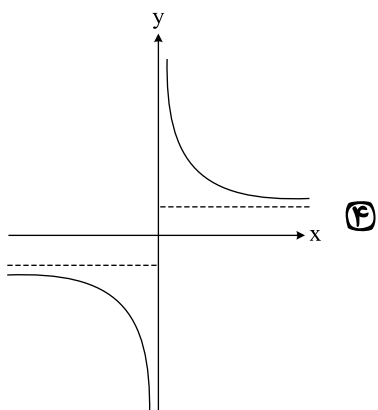
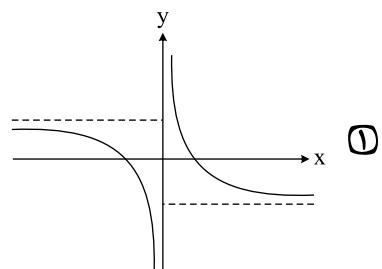
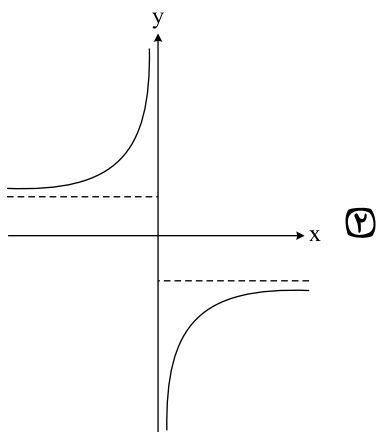
۴۶ (۴)

۴۳ (۳)

۴۵ (۲)

۴۲ (۱)

۱۵- نمودار تابع  $y = \frac{1}{x} - \frac{|x|}{x}$  کدام است؟



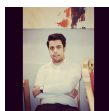
۱۶- دامنه‌ی تعریف تابع  $y = \sqrt{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+3}}$  کدام است؟

∅ (۴)

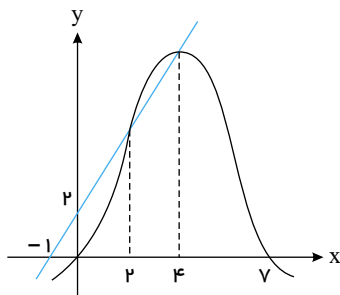
$[-3, -1]$  (۳)

$[-3, +\infty)$  (۲)

$[-1, +\infty)$  (۱)

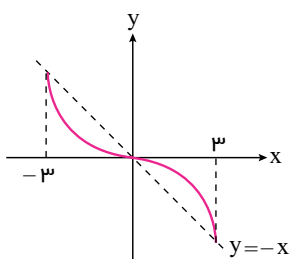


۱۷- شکل مقابل نمودار تابع  $y = f(x)$  و یک خط راست را نشان می‌دهد. دامنه تابع  $y = \sqrt{f(x) - 2x - 2}$  کدام است؟



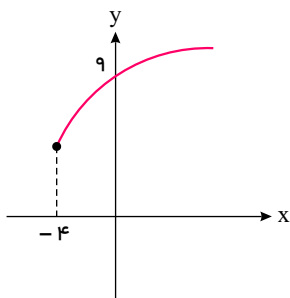
- ①  $[2, 4]$
- ②  $(-\infty, 2]$
- ③  $[-1, 2]$
- ④  $[0, 7]$

۱۸- اگر نمودار  $f$  به صورت مقابل باشد، دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{f(-x) - x}$  کدام است؟

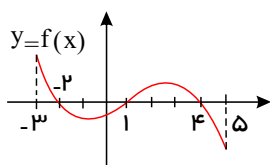
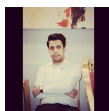


- ①  $[0, 3]$
- ②  $[-3, 0] \cup \{3\}$
- ③  $[-3, 3]$
- ④  $\mathbb{R}$

۱۹- اگر نمودار تابع  $y = 2\sqrt{x-a} + b$  به شکل روبه‌رو باشد، برد این تابع مجموعه است؟



- ①  $[3, +\infty)$
- ②  $[5, +\infty)$
- ③  $[0, +\infty)$
- ④  $[6, +\infty)$



۲۰- شکل مقابل نمودار تابع  $y = f(x)$  است. دامنه‌ی تعریف تابع  $\sqrt{xf(x)}$  کدام است؟

(۱)  $[-2, 1] \cup [1, 4]$

(۲)  $[-2, 0] \cup [1, 4]$

(۳)  $[-2, 1] \cup [4, 5]$

(۴)  $[-3, -2] \cup [4, 5]$

۲۱- دو تابع  $f(x) = \frac{b}{x+3}$  و  $g(x) = \frac{x-a}{x^2+cx+d}$  برابرند. حاصل  $\frac{abc}{d}$  کدام است؟

(۱) -۱

(۲) -۲

(۳) ۱

(۴) ۲

۲۲- دامنه‌ی تابع گویای  $f(x) = \frac{x^2+3+\frac{1}{x}}{x^2+6x+k}$  به صورت  $D_f = \mathbb{R} - \{a, b\}$  است. مقدار  $|k+a+b|$  کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۹

(۴) ۱۲

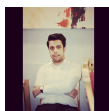
۲۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & x \neq 3 \\ \frac{x+3k}{x-k} & x = 3 \end{cases}$  و  $g(x) = x+3$  باشد، اگر  $f = g$  باشد  $k$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{3}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳) ۱

(۴) هیچ مقدار  $k$



۲۴- تابع  $f(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x}$  با کدام گزینه برابر است؟

$g(x) = |\cos x|$  (۴)

$g(x) = \cos x$  (۳)

$g(x) = \tan x \cdot \cos x$  (۲)

$g(x) = \cot x \times \sin x$  (۱)

۲۵- ضابطه‌ی  $f(x) = |x^2 - 3|$  با کدام ضابطه برابر است؟

$g(x) = \sqrt{\frac{x^4 - 9}{x^2 + 3}}$  (۴)

$g(x) = \left| \frac{x^4 - 9}{x^2 + 3} \right|$  (۳)

$g(x) = \left| \frac{x^4 - 3x^2}{x^2} \right|$  (۲)

$g(x) = \left| \frac{x^3 - 3x}{x} \right|$  (۱)

۲۶- اگر جزء صحیح  $(x^2 + x)$  برابر ۱- باشد، آنگاه  $[x^{2^\circ}]$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۰ (۲)

-۱ (۱)

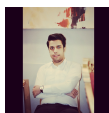
۲۷- برای هر عدد طبیعی  $n > 2$ ، حاصل  $\left[ \sqrt{4n^2 - 3n + 1} \right] - 2 \left[ \sqrt{n^2 - 2n} \right]$  کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است).

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



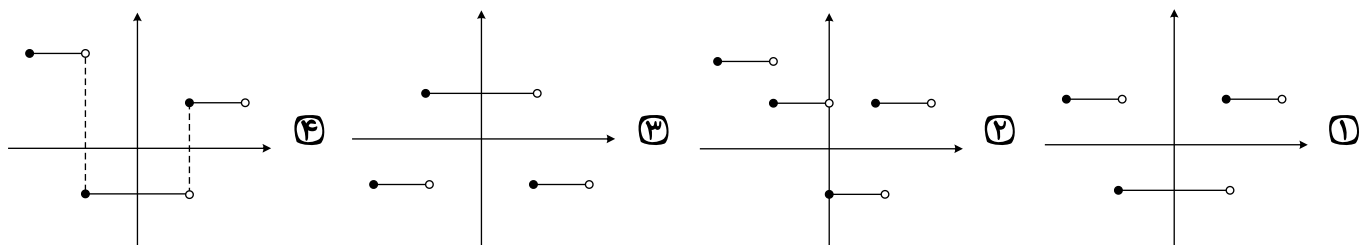
۲۸- اگر  $x^2 + x < 0$  باشد، حاصل  $[x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$  کدام است؟

- ① -۲      ② -۱      ③ ۰      ④ ۱

۲۹- نمودار تابع  $y = x - [x]$  ;  $x \in [-2, 3]$  از  $n$  پاره خط مساوی به اندازه  $l$  تشکیل شده است. دو تایی مرتب  $(n, l)$  کدام است؟

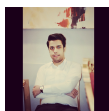
- ①  $(4, 1)$       ②  $(4, \sqrt{2})$       ③  $(5, 1)$       ④  $(5, \sqrt{2})$

۳۰- نمودار تابع  $y = 2||[3x]| - 1$  به ازای  $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$  کدام است؟



۳۱- اگر  $[2x + 1] = -3$  باشد، عبارت  $A = [3x - 1]$  چند مقدار مختلف دارد؟  $([ ])$ ، نماز جزء صحیح است.

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴



۳۲- تابع  $f(x) = 2x - [x]$ ,  $0 \leq x < 2$  مفروض است. مساحت ناحیه بین نمودار تابع  $f$  و محور  $x$  ها کدام است؟

- ① ۳      ② ۴      ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{2}{5}$

۳۳- اگر  $\left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right] = 4$  باشد، آن گاه  $[2x]$  چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟ ( $[ ]$  نماد جزء صحیح است.)

- ① ۶      ② ۵      ③ ۴      ④ ۳

۳۴- دامنه ی تعریف تابع  $y = \sqrt{\frac{[x] + [-x]}{x^2 + 4}}$  کدام یک از گزینه های زیر می باشد؟ ( $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.)

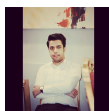
- ①  $\mathbb{Z}$       ②  $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$       ③  $\emptyset$       ④  $\mathbb{R}$

۳۵- دامنه ی تعریف تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{[x^2] + [-x^2]}$  کدام یک از گزینه های زیر است؟

- ①  $[-1, 1]$       ②  $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$       ③  $(-1, 1) - \{0\}$       ④  $(-1, 1)$

۳۶- خط  $x + y = -2$  نمودار تابع  $f(x) = \frac{x[x] - 3[x]}{[x]}$  را در چه نقطه ای قطع می کند؟

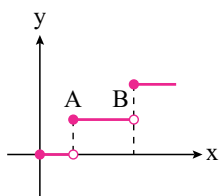
- ①  $(\frac{1}{2}, -\frac{5}{2})$       ②  $(1, -3)$       ③  $(0, -2)$       ④ فاقد نقطه تلاقی



۳۷- اگر  $|2x + 1| < 1$  باشد، حاصل  $[x] + [x^2]$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲) صفر      ۳ (۳) -۱      ۴ (۴) -۲

۳۸- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = [\sqrt{x}]$  است. طول پاره خط  $AB$  کدام است؟



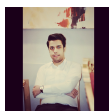
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۹- معادله  $x[x] = 1$  چند جواب در مجموعه اعداد حقیقی دارد؟

- ۱ (۱) صفر      ۲ (۲) ۱      ۳ (۳) ۲      ۴ (۴) ۳

۴۰- حاصل  $\left[1 + \frac{\sin^2 x}{3}\right]$  چند مقدار مختلف دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



۴۱- تابع  $y = [x^2]$  در بازه  $[1, 2]$  از چند پاره خط تشکیل شده است؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۴      ④ ۵

۴۲- معادله  $[x^2 + \frac{5}{6}] = x + 6$  چند جواب دارد؟

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ ۳

۴۳- حاصل  $[\frac{2x}{1-x}]$  به ازای  $x = \sqrt{3}$  کدام است؟

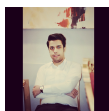
- ① -۵      ② -۴      ③ -۳      ④ -۶

۴۴- اگر رابطه  $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$  تابع یک به یک باشد، دوتایی  $(a, b)$  کدام است؟

- ①  $(-1, 1)$       ②  $(-1, 3)$       ③  $(2, 1)$       ④  $(2, 3)$

۴۵- تابع  $f = \{(1, 2)(4, 3)(m^2, 2)(m + 3, 4m)\}$  یک به یک است. مقدار  $m^2 + 3m$  کدام است؟

- ① ۴      ② ۳      ③ -۲      ④ صفر



۴۶- اگر  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی یک به یک باشد، در مورد  $|f(x)|$  و  $f(|x|)$  به ترتیب چه می توان گفت؟

- ① می تواند یک به یک باشد، هرگز یک به یک نیست.  
 ② هر دو می توانند یک به یک باشند.  
 ③ هیچ کدام نمی توانند یک به یک باشند.  
 ④ هرگز یک به یک نیست، می تواند یک به یک باشد.

۴۷- برای کدام مقدار  $a$  تابع  $y = \frac{3x + a + 4}{x + a}$  یک به یک نیست؟

- ① ۲      ② ۳      ③ -۲      ④ -۳

۴۸- چه تعداد از توابع زیر یک به یک است؟

- a)  $y = \frac{(x-1)^2}{x^2+3}$       b)  $y = \frac{|x|-1}{|x|+1}$       c)  $y = \sin x$
- ① صفر      ② یک      ③ دو      ④ سه

۴۹- تابع  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  در بازه  $[a, +\infty)$  یک به یک می باشد، اگر بازه ی مطرح شده بزرگترین بازه ی ممکن باشد

$a^2 + a$  کدام گزینه است؟

- ① ۴      ② ۳      ③ ۲      ④ ۱



۵۰- تابع  $f(x) = (2x + 1)^2 - (x - 1)^2$  در بازه  $(-\infty, b)$  یک به یک است. حداکثر مقدار  $b$  کدام است؟

- ① -۲      ② -۱      ③ صفر      ④ ۱

۵۱- اگر  $f$  یک به یک،  $g(x) = f(2x^3 + 1) + 1$ ،  $f^{-1}(5) = 3$  و  $g^{-1}(a + 1) = 1$  باشد،  $a$  کدام است؟

- ① ۵      ② ۴      ③ ۲      ④ ۶

۵۲- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $g(12) + g(6)$ ، کدام است؟

- ① ۱۰      ② ۱۱      ③ ۱۳      ④ ۱۴

۵۳- اگر  $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$  و  $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$  دو تابع باشند، برد تابع  $(g^{-1} \circ f) - f$  کدام است؟

- ①  $\{-1, 4\}$       ②  $\{2, 3\}$       ③  $\{3, 4\}$       ④  $\{2, -1\}$



۵۴- اگر  $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$  و  $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$  باشند. تابع  $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$  کدام است؟

- ①  $\{(4, 2), (5, 2)\}$       ②  $\{(4, 2), (3, 5)\}$       ③  $\{(5, 2), (2, 4)\}$       ④  $\{(3, 5), (2, 4)\}$

۵۵- فرض کنید  $M$  نقطه تلاقی منحنی  $y = \sqrt{x+3} - 1$  با تابع وارون خود باشد. فاصله نقطه  $M$  از مبدأ مختصات، کدام است؟

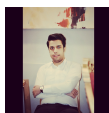
- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ②  $\sqrt{2}$       ③ ۳      ④  $2\sqrt{2}$

۵۶- وارون تابع  $f(x) = \frac{3x-2}{5}$  کدام گزینه است؟

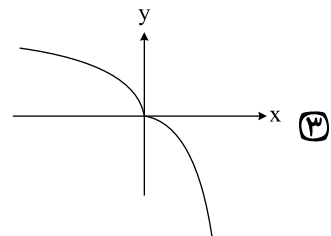
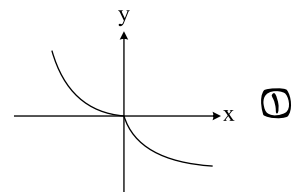
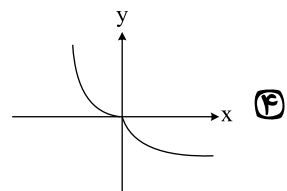
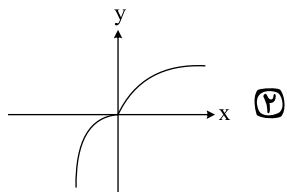
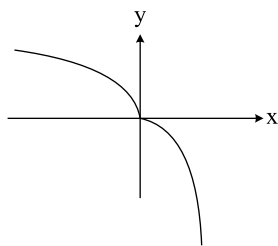
- ①  $f^{-1}(x) = \frac{2x-3}{5}$       ②  $f^{-1}(x) = \frac{5x+2}{3}$       ③  $f^{-1}(x) = \frac{2x-5}{3}$       ④  $f^{-1}(x) = \frac{5x-3}{2}$

۵۷- نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$  را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه کرده‌ایم و تابع  $g(x) = kx + h$  به دست آمده است. مقدار  $h + 2k$  چقدر است؟

- ① ۴      ② -۲      ③ -۴      ④  $\frac{7}{3}$



۵۸- نمودار وارون تابع مقابل کدام است؟



۵۹- اگر  $f(x) = 3 + \sqrt{2x + 1}$  و  $A'(6, m)$  نقطه‌ای روی نمودار  $y = f^{-1}(x)$  باشد و  $A$  قرینه نقطه  $A'$  نسبت به خط  $y = x$  باشد طول پاره خط  $AA'$  چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۶۰- در تابع  $f(x) = \frac{1396x - 5011}{500x - 1396}$  حاصل  $f(f(x))$  کدام است؟

$-x$  (۴)

$x$  (۳)

$-f(x)$  (۲)

$f(x)$  (۱)

۶۱- اگر  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 3}$  باشد، مقدار  $f^{-1}(\sqrt{3})$  کدام است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

-۵ (۲)

۰ (۱)



۶۲- وارون تابع  $f(x) = x^2 - 2x + 2, x \leq 1$  کدام گزینه می باشد؟

- ①  $1 + \sqrt{x-1}$       ②  $1 - \sqrt{x-1}$       ③  $1 + \sqrt{1-x}$       ④  $1 - \sqrt{1-x}$

۶۳- معکوس تابع  $y = \frac{2x-1}{x-2}$  در چند نقطه تابع  $f$  را قطع می نماید؟

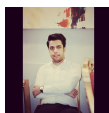
- ① صفر      ② ۲      ③ ۴      ④ بی شمار

۶۴- اگر تابع  $f = \{(m^2 + 2m, 2), (m+3, 4), (4-m, 2), (2, -2)\}$  معکوس پذیر باشد،  $m$  چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ بی شمار

۶۵- اگر تابع وارون پذیر باشد و  $f(3) = 7$  و  $f^{-1}\left(\frac{3a-1}{2}\right) = 3$  و  $f(a-2)$  آنگاه  $f(a-2)$  کدام است؟ ( $a \in \mathbb{R}$ )

- ① ۵      ② ۷      ③ ۳      ④ -۳



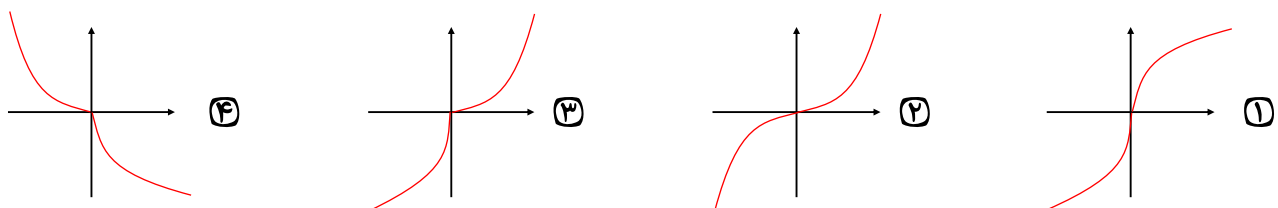
۶۶- اگر  $f(x) = \frac{5x+3}{4x-5}$  باشد  $f(f(f(f(\sqrt{2}))))$  کدام گزینه است؟

- ①  $5\sqrt{2}$       ②  $-5\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{2}$       ④  $-\sqrt{2}$

۶۷- تابع  $f(x) = \frac{-m^2x+3}{(2m+2)x+1}$  مفروض است. اگر  $f$  و  $f^{-1}$  بر هم منطبق باشند مجموع مقادیر قابل قبول  $m$  کدام است؟

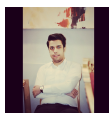
- ① صفر      ② ۱      ③ -۱      ④ ۲

۶۸- نمایش هندسی تابع معکوس  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$  کدام است؟



۶۹- وارون تابع  $y = x^3 + \sqrt{x}$  از کدام نقطه می‌گذرد؟

- ①  $(4, 66)$       ②  $(3, 1)$       ③  $(66, 4)$       ④  $(1, 2)$



۷۰- طبق شرایط مطرح شده در کدام گزینه معکوس تابع  $f(x) = \frac{x-m}{nx+d}$  بر معکوشش منطبق است؟

- ①  $d = -1, n \in \mathbb{R}, m \neq 0$     ②  $d = -1, n \neq 0, m \in \mathbb{R}$     ③  $d \in \mathbb{R}, n = -1, m \in \mathbb{R}$     ④  $d \in \mathbb{R}, n \neq 0, m = -1$

۷۱- به ازای کدام مقدار  $m$  نمودار تابع وارون  $f(x) = \frac{mx+3}{\sqrt{x^3+1}}$  خط  $y = x - 1$  را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند؟

- ① ۱    ② ۲    ③ ۳    ④ ۴

۷۲- تابع  $f(x) = |6-3x| + 3x$  در یک بازه‌ی خاص وارون‌پذیر است. ضابطه‌ی  $f^{-1}(x)$  کدام گزینه می‌باشد؟

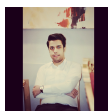
- ①  $y = \frac{1}{6}x + 1 \quad x \geq 2$     ②  $y = \frac{1}{6}x + 1 \quad x \geq 6$     ③  $y = \frac{1}{6}x - 1 \quad x \leq 2$     ④  $y = \frac{1}{6}x - 1 \quad x \leq 6$

۷۳- اگر  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$  باشد  $f^{-1}(-\frac{1}{2})$  کدام است؟

- ①  $\sqrt{8}$     ②  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ③  $-\sqrt{8}$     ④  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۷۴- اگر  $f(x) = x^3 + x + 1$  باشد  $f^{-1}(x)$  از کدام نقطه عبور می‌نماید؟

- ①  $(1, 3)$     ②  $(0, 1)$     ③  $(1, 0)$     ④  $(12, 2)$



۷۵- برد وارون تابع  $f(x) = 5(\sqrt{2-x})^3 + 1$  کدام گزینه می باشد؟

(۴)  $[2, 5]$

(۳)  $[0, +\infty)$

(۲)  $(-\infty, 2]$

(۱)  $[5, +\infty)$

۷۶- اگر  $f(x) = 4 - 3x$  باشد، دامنه تابع  $y = \sqrt{f^{-1}(3x^2 + 4) - 2x}$  کدام است؟

(۴)  $\mathbb{R} - (0, 2)$

(۳)  $\mathbb{R} - (-2, 0)$

(۲)  $[-2, 0]$

(۱)  $[0, 2]$

۷۷- کدام تابع بر وارون خودش منطبق است؟

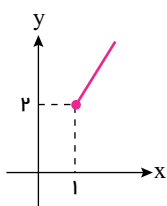
(۴)  $y = x^3$

(۳)  $y = \frac{3}{5}x + \frac{5}{3}$

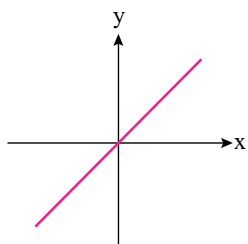
(۲)  $y = \frac{1}{x}$

(۱)  $y = 5x - 5$

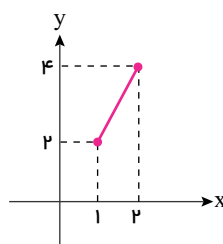
۷۸- اگر  $f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$  باشد، آنگاه نمودار تابع  $f(f^{-1}(x)) + f^{-1}(f(x))$  کدام است؟



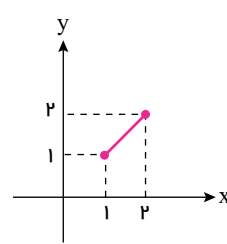
(۴)



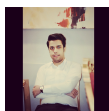
(۳)



(۲)



(۱)



۷۹- نمودار تابع  $y = \sqrt{ax^3 + b}$  و وارونش را در نقطه  $(0, 2)$  قطع می‌کند. در این صورت حاصل  $y(-1)$  کدام است؟

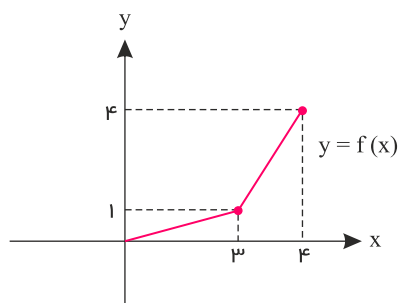
④  $\sqrt{2}$

③  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

⑤  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

①  $3\sqrt{2}$

۸۰- اگر تابع  $y = f(x)$  به شکل مقابل باشد، مساحت گیر افتاده بین تابع  $f$  و وارونش کدام است؟



① ۱۲

② ۴

③ ۶

④ ۸

۸۱- اگر  $f = \{(1, 4), (4, -3), (5, 2)\}$  و  $g = \{(2, -3), (1, 2), (-3, 5)\}$  و  $f^{-1}(g(a)) = 4$  باشد، مقدار  $a$  کدام

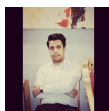
است؟

④ ۴

③ ۵

⑤ ۲

① ۱



۸۲- اگر  $f = \{(2, 3), (5, 1), (4, 2), (0, 5)\}$  و  $g = \{(4, -1), (2, 0), (1, 6), (0, 1)\}$  مجموع اعضای برد تابع  $(\frac{2f \cdot g}{2g + f})(x)$  چقدر است؟

۱۲ (۴)  $\frac{12}{7}$

۷ (۳)  $\frac{7}{5}$

۱۰ (۲)  $\frac{10}{7}$

۵ (۱)

۸۳- توابع  $f(x) = x^2 + m$  و  $g(x) = \frac{1}{x-4}$  مفروضند. اگر  $(f+g)(5) = 30$ ، آن گاه حاصل  $(f \cdot g)(3)$  کدام است؟

-۱۲ (۴)

۱۲ (۳)

-۱۳ (۲)

۱۳ (۱)

۸۴- توابع  $f(x) = \sqrt{x+1} + 3$  و  $g(x) = \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{5-x}}$  مفروضند. دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  شامل چند عدد صحیح است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۸۵- اگر  $f = \{(1, 4), (3, 2), (a, 1), (-1, b)\}$  و  $g = \{(1, c), (4, -1)\}$  حاصل  $abc$  کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

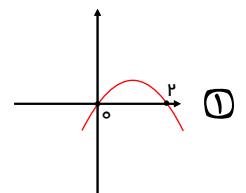
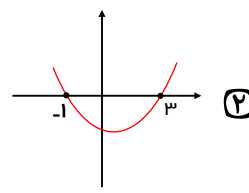
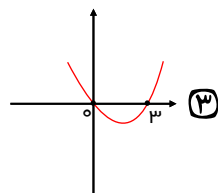
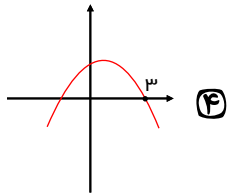
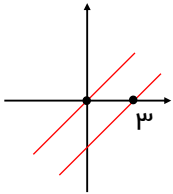
۸ (۱)



۸۶- اگر  $f = \{(-1, -2), (0, 4), (1, 9), (4, 0)\}$  و  $g(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}, x \in D_f$  باشد تابع  $\frac{2f+g}{g}$  کدام است؟

- ①  $\{(1, 10), (4, 0)\}$     ②  $\{(1, 8), (4, +1)\}$     ③  $\{(1, 5), (4, 2)\}$     ④  $\{(1, 10), (4, 1)\}$

۸۷- اگر نمودارهای  $f$  و  $g$  به صورت مقابل باشد، نمودار  $f \times g$  کدام گزینه است؟

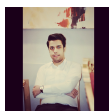


۸۸- اگر  $f = \{(2, 1), (-1, 2), (4, 2)\}$  و  $g = \{(2, -2), (4, 3), (-1, 0)\}$  باشند. حاصل  $\frac{3f+g}{g}$  کدام است؟

- ①  $\{(2, 3), (4, 1)\}$     ②  $\{(2, \frac{-1}{2}), (4, 3)\}$     ③  $\{(2, 0), (4, 1)\}$     ④  $\{(2, -1), (4, 5)\}$

۸۹- اگر  $f(x) = \begin{cases} -x & x < 1 \\ x^2 + 1 & x \geq 1 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} -x + 1 & x > 2 \\ x + 1 & x \leq 2 \end{cases}$  حاصل  $\frac{f}{2} - g$  در  $x = f(1)$  چقدر است؟

- ① ۸    ② ۵    ③  $\frac{-1}{2}$     ④  $\frac{3}{2}$

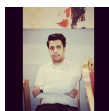


- ۹۰- اگر  $f = \{(2, 1), (-1, 0), (4, 1)\}$  و  $g = \{(2, 2), (-1, 3), (4, -1)\}$  باشد حاصل  $\frac{2g}{f}$  کدام است؟
- ①  $\{(2, 2), (4, -1)\}$       ②  $\{(2, 4), (-1, 3)\}$       ③  $\{(2, 4), (4, -2)\}$       ④  $\{(-1, 3), (4, -2)\}$

- ۹۱- اگر  $f(x) = \log_2^x$  و  $g(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$  باشد، حاصل  $(3f^2 - \frac{2g}{5})(4)$  کدام است؟
- ① ۸      ② ۶      ③ ۷      ④ ۱۰

- ۹۲- اگر  $f = \{(b, 4), (-1, 3), (2, 5)\}$  و  $g = \{(4, 1), (3, 7), (2, a)\}$  و  $f - g = \{(4, d), (c, 8)\}$  باشد، آنگاه  $ab + cd$  کدام است؟
- ① ۱      ② ۶      ③ -۶      ④ -۱

- ۹۳- اگر تابع  $f(x) = \sqrt{x+1}$  و  $g = \{(0, 1), (-2, 5), (3, 0)\}$  باشد  $D_{f+g}$  چند عضو دارد؟
- ① صفر      ② یک      ③ دو      ④ سه



۹۴- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  و  $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$  باشد  $D_{f \times g}$  کدام است؟

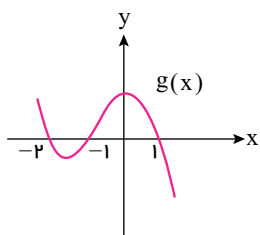
④  $\emptyset$

③  $\mathbb{R} - [-1, +1]$

②  $\mathbb{R} - [-2, +2]$

①  $[-2, -1] \cup [1, 2]$

۹۵- اگر  $f(x) = \sqrt{6 - x - x^2}$  و  $g(x)$  به شکل مقابل باشد، دامنه تابع  $y = \frac{f}{g}$  شامل چند عدد صحیح است؟



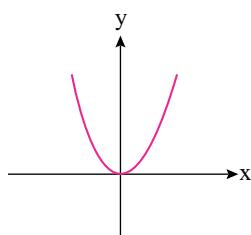
② ۲

① صفر

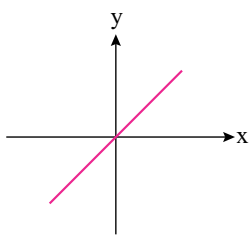
④ ۴

③ ۳

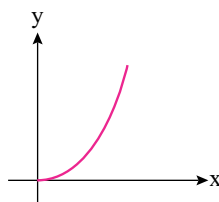
۹۶- نمودار تابع  $y = \sqrt{x}\sqrt{x}$  به کدام شکل است؟



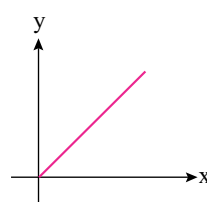
④



③



②



①

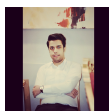
۹۷- برای رسم نمودار تابع  $g(x) = 2 - \sqrt{x-1}$  از روی نمودار  $f(x) = \sqrt{x}$  کدام مراحل زیر باید انجام شود؟

① نمودار  $f(x)$  را یک واحد به سمت چپ آورده، نسبت به محور  $x$  ها قرینه کرده و دو واحد بالا می‌بریم.

② نمودار  $f(x)$  را یک واحد به سمت چپ آورده، نسبت به محور  $y$  ها قرینه کرده و دو واحد بالا می‌بریم.

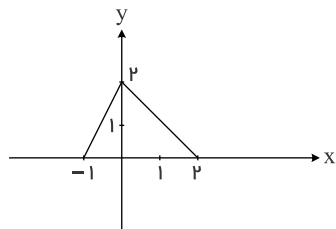
③ نمودار  $f(x)$  را یک واحد به سمت راست آورده، نسبت به محور  $x$  ها قرینه کرده و دو واحد بالا می‌بریم.

④ نمودار  $f(x)$  را یک واحد به سمت راست آورده، نسبت به محور  $x$  ها قرینه کرده و دو واحد پایین می‌آوریم.



۹۸- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است. مساحت ناحیه محصور بین نمودار تابع  $y = -2f(x - 1)$  و محور  $x$  ها کدام

است؟



۴ (۲)

۶ (۴)

۱۲ (۱)

۸ (۳)

۹۹- اگر برد تابع  $f$  برابر  $[-1, 5]$  باشد برد تابع  $2 - 3f(4x + 1)$  کدام است؟

(۴)  $[-5, 13]$

(۳)  $[-5, 19]$

(۲)  $[-3, 13]$

(۱)  $[-3, 19]$

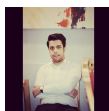
۱۰۰- اگر دامنه‌ی تابع  $f$  بازه‌ی  $[-2, 4]$  باشد دامنه‌ی  $y = -3f(x + 2) - 7$  کدام است؟

(۴)  $[-4, 0]$

(۳)  $[-4, 2]$

(۲)  $[0, 4]$

(۱)  $[0, 6]$



## پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۱

$$f(g(x)) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 4 \rightarrow f\left(x - \frac{1}{x}\right) = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 - 4$$

$$\xrightarrow{x - \frac{1}{x} = t} f(t) = t^2 - 2 \rightarrow f(x) = x^2 - 2$$

توجه کنید که  $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$  می باشد.

سراسری - ۱۳۷۹

۲- گزینه ۱

$$y = x^2 - 2 \xrightarrow{\text{دو واحد به سمت راست}} y = (x - 2)^2 - 2 \xrightarrow{\text{یک واحد به سمت بالا}} y = (x - 2)^2 - 2 + 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow (c, d) = (4, 3)$$

منتا - ۱۳۹۲

۳- گزینه ۱ ماشین داده شده تعریف  $g(f(x)) = x$  می باشد.

$$g(f(x)) = x \Rightarrow g(3x - 4) = x \xrightarrow{3x - 4 = 2 \Rightarrow x = 2} g(2) = 2$$

منتا - ۱۳۹۲

۴- گزینه ۱

سعی کنید که  $\sqrt{x} + 1$  را در سمت تساوی تولید کنید.

$$f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x} + 3 \rightarrow f(\sqrt{x} + 1) = \underbrace{x + 2\sqrt{x} + 1}_{(\sqrt{x}+1)^2} + 2 \rightarrow f(\sqrt{x} + 1) = (\sqrt{x} + 1)^2 + 2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}+1=t} f(t) = t^2 + 2 \rightarrow f(\sqrt{3}) = 3 + 2 = 5$$

منتا - ۱۳۹۲

۵- گزینه ۱

$$x^2 - 3 = t \Rightarrow x^2 = t + 3 \xrightarrow{x = \pm \sqrt{t+3}} f(t) = \pm \frac{2}{3} \sqrt{t+3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{x+3}$$

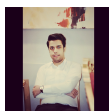
$$f(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{x+3} \text{ هم صحیح است اما در گزینه ها مطرح نشده است.}$$

منتا - ۱۳۹۲

۶- گزینه ۳ برای تبدیل شده این تابع به یک تابع ثابت باید شرط زیر برقرار باشد

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$f(x) = \frac{mx - 4}{x - m} \rightarrow \frac{m}{1} = \frac{-4}{-m} \rightarrow m^2 = 4 \rightarrow m = \pm 2$$



$$m = 2 \rightarrow f(x) = \frac{2x - 4}{x - 2} = \frac{2(x - 2)}{x - 2} = 2 \quad \checkmark$$

$$m = -2 \rightarrow f(x) = \frac{-2x - 4}{x + 2} = \frac{-2(x + 2)}{x + 2} = -2 \quad \checkmark$$

منتا- ۱۳۹۷

۷- گزینه ۴ باتوجه به خطی بودن  $f$  ضرایب  $x^2$  و  $x^3$  الزاماً باید صفر باشد پس داریم:

$$\begin{cases} a - 2 = 0 \rightarrow a = 2 \\ 2a + b = 0 \rightarrow 4 + b = 0 \rightarrow b = -4 \end{cases}$$

$$f(x) = -4x + 2 \rightarrow f(1) = -2$$

منتا- ۱۳۹۷

۸- گزینه ۳ در تابع ثابت متغیر  $x$  وجود ندارد. پس ضریب  $x^3$  و  $x$  باید صفر باشد.

$$\left. \begin{aligned} m - 3 &= 0 \rightarrow m = 3 \\ m^2 - 9 &= 0 \rightarrow m = \pm 3 \end{aligned} \right\} m = 3 \text{ مقدار مشترک}$$

$$\text{پس مقدار نهائی برابر است با: } m^3 - m + 7 = 27 - 3 + 7 = 31$$

منتا- ۱۳۹۷

۹- گزینه ۴ باتوجه به ثابت بودن  $f$  می‌توان نتیجه گرفت  $f(x) = 4$  و چون  $g$  تابع همانی است، ورودی و خروجی آن با هم برابر است. پس داریم:

$$f(2) \times g(-3) = 4 \times -3 = -12$$

منتا- ۱۳۹۷

۱۰- گزینه ۳ ابتدا باید معادله‌ی تابع  $f$  را بدست آورد. چون  $f$  تابعی خطی است. داریم:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(1) = 2 \rightarrow a + b = 2$$

$$f(3) = -2 \rightarrow 3a + b = -2$$

$$-2a = 4$$

$$a = -2 \rightarrow -2 + b = 2 \rightarrow b = 4$$

$$f(x) = -2x + 4 \rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = 1 \rightarrow \left(f\left(\frac{3}{2}\right)\right)^{f\left(\frac{3}{2}\right)} = 1$$

منتا- ۱۳۹۷

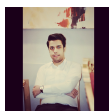
۱۱- گزینه ۲ چون  $f$  تابعی ثابت است به ازای هیچ مقادیر ورودی، یک خروجی ثابت تولید می‌نماید پس داریم:

$$(I) \quad m^2 + 1 = 2m \rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0$$

$$(m - 1)^2 = 0 \rightarrow m = 1 \rightarrow f: \{(3, 2), (2, 1 + n)\}$$

$$(II) \quad 1 + n = 2 \rightarrow n = 1 \rightarrow m \times n = 1$$

منتا- ۱۳۹۷



۱۲- گزینه ۳ اول:  $f(3)$  را محاسبه می کنیم:

$$f(x+1) = 3x - 2 \xrightarrow{x=2} f(3) = 3(2) - 2 = 4$$

دوم:  $g(f(3)) = g(4)$  را محاسبه می کنیم:

$$g(x-2) = 5x \xrightarrow{x=6} g(4) = 5(6) = 30$$

سوم: حل معادله:

$$f(x) - 1 = 30 \Rightarrow f(x) = 31$$

برای حل معادله ضابطه  $f(x)$  را محاسبه می کنیم:

$$f(x+1) = 3x - 2 \Rightarrow x+1 = t \Rightarrow x = t-1$$

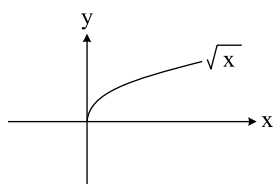
$$f(t) = 3(t-1) - 2 \Rightarrow f(t) = 3t - 5 \Rightarrow f(x) = 3x - 5$$

حل معادله:

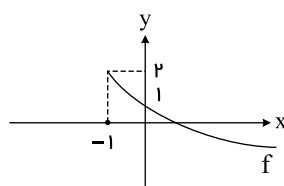
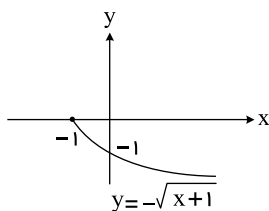
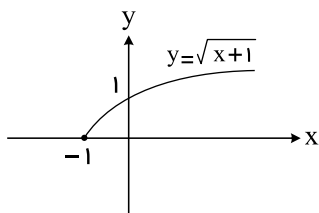
$$3x - 5 = 31 \Rightarrow 3x = 36 \Rightarrow x = 12$$

خوشخوان - ۱۳۹۸

۱۳- گزینه ۱ می دانیم نمودار  $y = \sqrt{x}$  به صورت مقابل است.



برای رسم نمودار  $f(x) = -\sqrt{x+1} + 2$  ابتدا نمودار  $\sqrt{x}$  را یک واحد به سمت چپ آورده و سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم و در نهایت ۲ واحد بالا می بریم.



پس نمودار از ناحیه سوم عبور نمی کند.

ممتازمون - ۱۴۰۱

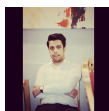
۱۴- گزینه ۱ عبارت زیر رادیکال باید بزرگ تر یا مساوی صفر باشد.

$$f(x) = \frac{\sqrt{9x - x^2}}{|x| - 3}$$

$$9x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(9 - x) \geq 0 \Rightarrow$$

| x          | 0 | 9 |
|------------|---|---|
| $9x - x^2$ | - | + |

$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 9 \quad (1)$$



$$|x| - 3 \neq 0 \Rightarrow |x| \neq 3 \Rightarrow x \neq \pm 3 \quad (2)$$

$$(1), (2): 0 \leq x \leq 9, x \neq 3 \Rightarrow D_f = [0, 9] - \{3\}$$

اعداد صحیح دامنه = 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9

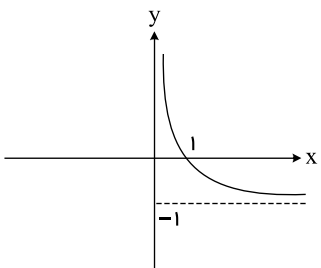
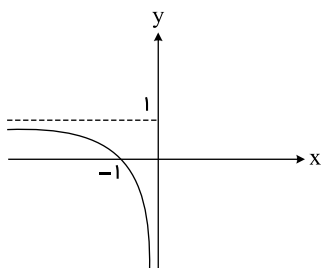
$$\text{مجموع اعداد صحیح دامنه} = 0 + 1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 42$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

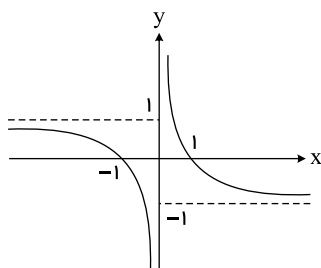
۱۵- گزینه ۱ ابتدا ضابطه (های) تابع را به صورت زیر می نویسیم:

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x} + 1, & x < 0 \\ \frac{1}{x} - 1, & x > 0 \end{cases}$$

برای  $x < 0$  نمودار تابع  $y = \frac{1}{x}$  را یک واحد به بالا و برای  $x > 0$  نیز نمودار  $y = \frac{1}{x}$  را یک واحد به پایین منتقل می کنیم.



بنابراین نمودار تابع به صورت زیر است.



منتآزمون- ۱۴۰۱

۱۶- گزینه ۴

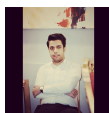
$$1) x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$2) x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

$$3) \sqrt{x+1} \geq \sqrt{x+3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+1 \geq x+3 \Rightarrow 1 \geq 3 \text{ امکان ندارد}$$

پس دامنه ی تعریف تابع، تهی است.

روش دوم: واضح است رادیکال اول از رادیکال دوم کوچک تر است و زیر رادیکال همواره منفی می شود و نمی توانیم هیچ



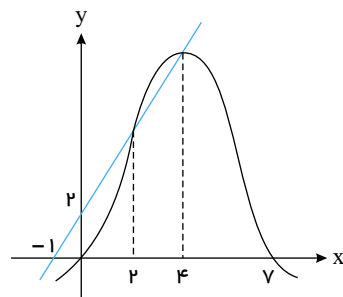
مقداری به جای  $x$  قرار دهیم.

منتا- ۱۳۹۳

۱۷- گزینه ۱ معادله خطی که از نقاط  $(-1, 0)$  و  $(0, 2)$  عبور می کند را پیدا می کنیم:

$$A = (-1, 0), B = (0, 2) \Rightarrow m_{AB} = \frac{2 - 0}{0 - (-1)} = 2$$

$$y - 0 = 2(x + 1) \Rightarrow y = 2x + 2$$



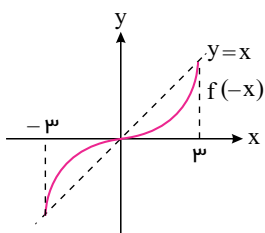
از طرفی باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد، پس داریم:

$$f(x) - 2x - 2 \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 2x + 2$$

طبق شکل، فقط در بازه  $[2, 4]$  نمودار تابع  $f(x)$  بالاتر از خط به معادله  $y = 2x + 2$  قرار دارد. بنابراین دامنه تابع داده شده، بازه  $[2, 4]$  است.

خوشخوان- ۱۳۹۹

۱۸- گزینه ۲ راهنمایی: ابتدا نمودارهای  $f(-x)$  و  $y = x$  را در یک دستگاه رسم کنید.



اول: طبق راهنمایی نمودارهای  $f(-x)$  و  $y = x$  را در یک دستگاه رسم می کنیم. برای رسم تابع  $f(-x)$  از روی  $f(x)$  کافیت نمودار تابع را نسبت به محور  $y$  ها قرینه کنیم.

دوم: محاسبه دامنه:

$$f(-x) - x \geq 0 \Rightarrow f(-x) \geq x$$

بنابراین دامنه تابع مقادیری از  $x$  است که  $f(-x) \geq x$  باشد. یعنی نمودار تابع  $f(-x)$  بالاتر از  $y = x$  باشد که این در محدوده  $[-3, 0] \cup \{3\}$  است.

خوشخوان- ۱۳۹۸

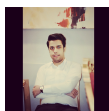
۱۹- گزینه ۲ اول: دامنه تابع با توجه به نمودار داده شده  $[-4, +\infty)$  است. همچنین از روی ضابطه دامنه تابع  $x \geq a$  است.

پس  $a = -4$ . بنابراین ضابطه تابع به شکل  $y = 2\sqrt{x + 4} + b$  است.

دوم: عرض از مبدأ تابع ۹ است.

$$y = 2\sqrt{x + 4} + b \xrightarrow{x=0} y = 4 + b = 9 \Rightarrow b = 5$$

پس ضابطه تابع به شکل  $y = 2\sqrt{x + 4} + 5$  است و برد آن  $[5, +\infty)$  است. چون:



$$2\sqrt{x+4} \geq 0 \Rightarrow 2\sqrt{x+4} + 5 \geq 5 \Rightarrow y \geq 5$$

خوشخوان - ۱۳۹۸

۲۰- گزینه ۱

$$\sqrt{xf(x)} : \text{دامنه} \rightarrow xf(x) \geq 0 \rightarrow xy \geq 0 \xrightarrow{x,y \text{ باید هم علامت باشند}} [-2, 0] \cup [1, 4]$$

سنجش - ۱۳۹۴

۲۱- گزینه ۲

$$f(x) = \frac{b}{x+3} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$$

چون دو تابع برابرند پس دامنه تابع  $g$  هم باید به صورت  $D_g = \mathbb{R} - \{-3\}$  باشد، بنابراین مخرج تابع  $g$  باید ریشه مضاعف  $x = -3$  داشته باشد، که داریم:

$$x^2 + cx + d = (x+3)^2 \Rightarrow x^2 + cx + d = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow c = 6, d = 9$$

$$g(x) = \frac{x-a}{(x+3)^2} \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{b}{x+3} = \frac{x-a}{(x+3)^2} \Rightarrow b = \frac{x-a}{x+3}$$

$$\Rightarrow x-a = bx + 3b \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ -a = 3 \Rightarrow a = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{d} = \frac{-3 \times 1 \times 6}{9} = -2$$

منتا - ۱۳۹۸

۲۲- گزینه ۲ با توجه به وجود  $\frac{1}{x}$  در ضابطه تابع  $f$ ، پس  $x = 0$  در دامنه تابع  $f$  قرار ندارد یعنی یکی از دو مقدار  $a$  و  $b$  برابر صفر است. (مثلاً  $a = 0$ ). حال چون فقط یک عدد دیگر ( $b$ ) در دامنه  $f$  وجود ندارد، دو حالت به وجود می آید.

حالت ۱- مخرج ریشه مضاعف دارد و آن ریشه مضاعف هم همان  $b$  است.

$$x^2 + 6x + k = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4k = 0 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x+3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow |k+a+b| = |9+0-3| = 6$$

حالت ۲- مخرج دو ریشه دارد که یکی از آن ها  $x = 0$  است.

$$x^2 + 6x + k = 0 \xrightarrow{x=0} k = 0 \Rightarrow x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \Rightarrow b = -6 \end{cases}$$

$$|k+a+b| = |0+0-6| = 6$$

منتا - ۱۳۹۸

۲۳- گزینه ۱

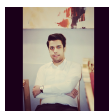
چون دامنه ی تعریف هر دو تابع برابر است کافی است ضابطه ی هر دو تابع به ازای هر  $x$  دلخواه برابر شوند.

$$f(3) = g(3) \Rightarrow \frac{3+3k}{3-k} = 6 \Rightarrow 3+3k = 18-6k \Rightarrow 9k = 15 \Rightarrow k = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

منتا - ۱۳۹۲

۲۴- گزینه ۴ گزینه های ۱ و ۲ به دلیل عدم برابری دامنه ی توابع با هم، با یکدیگر برابر نیستند. ساده شده ی ضابطه ی  $f(x)$  به صورت زیر است:

$$f(x) = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x| \quad D_f = \mathbb{R}$$



گزینه ۱  $g(x) = \cot x \cdot \sin x$   $D_g : x \neq k\pi$

گزینه ۲  $g(x) = \tan x \cdot \cos x$   $D_g : x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$

در گزینه‌ی سوم دامنه‌ها برابر است ولی ساده شده‌ی ضابطه‌ها برابر نیستند.

منتا- ۱۳۹۷

۲۵- گزینه ۳ شرط تساوی دو تابع:

$$\begin{cases} (I) D_f = D_g \\ (II) f = g \text{ ساده شده} \end{cases}$$

دامنه‌ی تابع  $f$  برابر  $\mathbb{R}$  می‌باشد لذا گزینه‌های ۱ و ۲ حذف خواهند شد چون دامنه‌ی آنها  $\mathbb{R} - \{0\}$  است. در بین گزینه‌های ۳ و ۴ فقط ساده شده‌ی گزینه‌ی سوم با تابع  $f$  برابر است

$$g(x) = \left| \frac{(x^2 - 3)(x^2 + 3)}{x^2 + 3} \right| = |x^2 - 3|$$

منتا- ۱۳۹۷

۲۶- گزینه ۲

$$[x^2 + x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x^2 + x < 0 \begin{cases} x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < 0 \\ -1 \leq x^2 + x \Rightarrow x^2 + x + 1 \geq 0 \xrightarrow{a>0, \Delta<0} x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

اشتراک

$$\longrightarrow -1 < x < 0$$

توان ۲۰

$$-1 < x < 0 \longrightarrow 0 < x^{20} < 1 \Rightarrow [x^{20}] = 0$$

سراسری- ۱۳۸۸

۲۷- گزینه ۳ روش اول:

$$\underbrace{4n^2 - 4n + 1}_{(2n-1)^2} < 4n^2 - 3n + 1 < \underbrace{4n^2}_{(2n)^2} \rightarrow 2n - 1 < \sqrt{4n^2 - 3n + 1} < 2n \Rightarrow \left[ \sqrt{4n^2 - 3n + 1} \right] = 2n - 1$$

$$\underbrace{n^2 - 4n + 4}_{(n-2)^2} < n^2 - 2n < \underbrace{n^2 - 2n + 1}_{(n-1)^2} \rightarrow n - 2 < \sqrt{n^2 - 2n} < n - 1 \Rightarrow \left[ \sqrt{n^2 - 2n} \right] = n - 2$$

$$\left[ \sqrt{4n^2 - 3n + 1} \right] - 2 \left[ \sqrt{n^2 - 2n} \right] = (2n - 1) - 2(n - 2) = 3$$

روش دوم: کافی است یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ مثلاً  $n = 3$  را قرار دهیم.

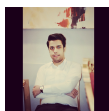
$$n = 3 \rightarrow \underbrace{\left[ \sqrt{36 - 9 + 1} \right]}_{5, \dots} - 2 \underbrace{\left[ \sqrt{9 - 6} \right]}_{1, \dots} = \underbrace{\left[ \sqrt{28} \right]}_{5, \dots} - 2 \underbrace{\left[ \sqrt{3} \right]}_{1, \dots} = 5 - 2(1) = 3$$

سراسری- ۱۳۹۱

۲۸- گزینه ۱ اگر  $x^2 + x < 0$  باشد، نتیجه می‌گیریم که  $-1 < x < 0$  است.

$$x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & 0 & +\infty \\ \hline \text{عبارت} & & + & - & + \end{array} \Rightarrow -1 < x < 0$$

حال برای تعیین حاصل  $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$  کافی است حدود عبارت‌های داخل جزء صحیح را مشخص کنیم. داریم:

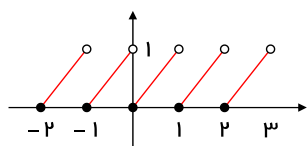


$$\left\{ \begin{array}{l} -1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \\ \text{به توان ۲ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \xrightarrow{\quad} 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0 \\ \text{به توان ۳ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \xrightarrow{\quad} -1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1 \\ \text{به توان ۴ می‌رسانیم} \\ -1 < x < 0 \xrightarrow{\quad} 0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow [x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = (-1) + 0 + (-1) + 0 = -2$$

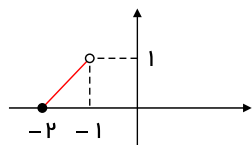
خارج از کشور - ۱۳۸۸

۲۹- گزینه ۴



نمودار تابع  $y = x - [x]$  به صورت زیر است واضح است در فاصله‌ی  $(-2, 3)$ ، ۵ پاره‌خط به اندازه‌ی  $\sqrt{2}$  وجود دارد.

اینگونه توابع به توابع دندان اره‌ای معروف هستند.  
توجه:



$$\text{طول پاره‌خط} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

سراسری - ۱۳۸۳

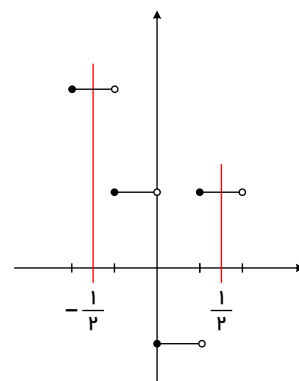
۳۰- گزینه ۲ روش اول: چون داخل براکت  $3x$  داریم طول پله‌ها  $\frac{1}{3}$  است تابع را در بازی  $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{2}{3}$  رسم می‌کنیم که بازه سؤال را شامل می‌شود.

$$\text{اگر } -\frac{2}{3} \leq x < -\frac{1}{3} \Rightarrow [3x] = -2 \Rightarrow y = 3$$

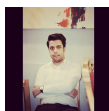
$$\text{اگر } -\frac{1}{3} \leq x < 0 \Rightarrow [3x] = -1 \Rightarrow y = 1$$

$$\text{اگر } 0 \leq x < \frac{1}{3} \Rightarrow [3x] = 0 \Rightarrow y = -1$$

$$\text{اگر } \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \Rightarrow [3x] = 1 \Rightarrow y = 1$$

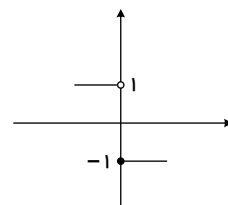


روش دوم: کافی است در حوالی صفر تابع را بررسی کنیم:



$$if: x \rightarrow \circ^+ \Rightarrow [3x] = \circ \Rightarrow y = -1$$

$$if: x \rightarrow \circ^- \Rightarrow [3x] = -1 \Rightarrow y = 1$$



فقط در گزینه ۲ تابع در نقطه  $x = 0$  ناپیوسته است.

سراسری - ۱۴۰۰

۳۱- گزینه ۲ نکته:

$$[x] = k, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \leq x < k+1$$

$$[2x+1] = -3 \Rightarrow -3 \leq 2x+1 < -2 \Rightarrow -4 \leq 2x < -3 \xrightarrow{(\div 2)} -2 \leq x < -\frac{3}{2}$$

برای محاسبه  $A$  کافی است عبارت داخل براکت را تشکیل دهیم:

$$-2 \leq x < -\frac{3}{2} \xrightarrow{(\times 3)} -6 \leq 3x < -\frac{9}{2} \Rightarrow -7 \leq 3x-1 < -5,5$$

پس  $[3x-1]$  می تواند  $-6$  و  $-7$  باشد.

منتآزمون - ۱۴۰۱

۳۲- گزینه ۱

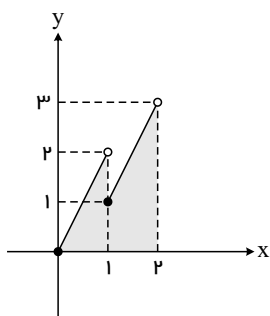
با در نظر گرفتن محدوده های  $0 \leq x < 1$  و  $1 \leq x < 2$ ، نمودار تابع  $f$  را رسم می کنیم:

$$f(x) = 2x - [x]$$

$$0 \leq x < 1 \xrightarrow{[x]=0} f(x) = 2x \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ y & 0 & 2 \end{array}$$

$$1 \leq x < 2 \xrightarrow{[x]=1} f(x) = 2x - 1 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ y & 1 & 3 \end{array}$$

مساحت ناحیه بین نمودار تابع  $f$  و محور  $x$  ها از یک مثلث و یک ذوزنقه تشکیل شده است، پس:



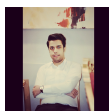
$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times (1+3) = 1 + 2 = 3$$

منتآزمون - ۱۴۰۱

۳۳- گزینه ۳ نکته:

$$k \leq x < k+1 \xLeftrightarrow{k \in \mathbb{Z}} [x] = k$$

$$\left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right] = 4 \rightarrow 4 \leq \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} < 5 \rightarrow \frac{9}{2} \leq \frac{1}{2}x < \frac{11}{2} \rightarrow 9 \leq x < 11 \rightarrow 18 \leq 2x < 22$$



$$\rightarrow \begin{cases} 18 \leq 2x < 19 \rightarrow [2x] = 18 \\ 19 \leq 2x < 20 \rightarrow [2x] = 19 \\ 20 \leq 2x < 21 \rightarrow [2x] = 20 \\ 21 \leq 2x < 22 \rightarrow [2x] = 21 \end{cases}$$

پس مقدار  $[2x]$ ، ۴ مقدار مختلف دارد.

منتآزمون- ۱۴۰۱

۳۴- گزینه ۱

می دانیم:  $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

مخرج کسر همواره مثبت است  $\rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{0}{x^2 + 4}} = 0 \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{-1}{x^2 + 1}} \rightarrow \text{غیر قابل قبول است زیرا رادیکال منفی است} \end{cases}$

پس دامنه‌ی تعریف این تابع مجموعه‌ی اعداد صحیح است.

منتآ- ۱۳۹۳

۳۵- گزینه ۳

می دانیم:  $x \in \mathbb{Z} \rightarrow [x] + [-x] = 0$

۱)  $[x^2] + [-x^2] \neq 0 \Rightarrow x^2 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$  به ازای تمام اعدادی که داخل جزء صحیح را صحیح می‌کنند مخرج صفر می‌شود

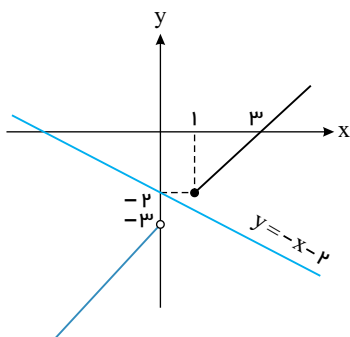
۲)  $1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 1 \geq x^2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

$D_f = (-1, 1) - \{0\}$  : از اشتراک دو شرط بالا

منتآ- ۱۳۹۳

۳۶- گزینه ۴

$$f(x) = \frac{[x](x-3)}{[x]} = x-3$$



دامنه‌ی تابع فوق به ازای  $x \neq 0$  به دست می‌آید. یعنی  $D_f = \mathbb{R} - [0, 1)$  پس نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:

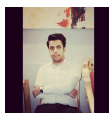
$$x \notin [0, 1) \Rightarrow (x-3) \notin [-3, -2) \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - [-3, -2)$$

پس خط  $x + y = -2$  نمودار تابع  $f$  را قطع نمی‌کند.

خوشخوان- ۱۳۹۹

۳۷- گزینه ۳ اول: نامعادله‌ی قدرمطلق را حل می‌کنیم:

$$|2x+1| < 1 \Rightarrow -1 < 2x+1 < 1 \Rightarrow -2 < 2x < 0 \Rightarrow -1 < x < 0$$



دوم: اگر  $0 < x < 1$  باشد، آنگاه  $0 < x^2 < 1$  است، پس:

$$\begin{aligned} [x] &= -1 \\ [x^2] &= 0 \end{aligned} \Rightarrow [x] + [x^2] = -1 + 0 = -1$$

خوشخوان - ۱۳۹۸

۳۸- گزینه ۴ راهنمایی: پاره خط  $AB$  همان  $y = 1$  است.

چون خروجی تابع جزء صحیح اعداد صحیح است، پس عرض نقطه  $A$ ، ۱ است. حال معادله  $[\sqrt{x}] = 1$  را حل می کنیم.

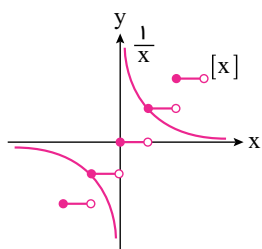
$$[\sqrt{x}] = 1 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{x} < 2 \Rightarrow 1 \leq x < 4$$

پس طول پاره خط  $AB$  برابر  $3 = 4 - 1$  است.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۳۹- گزینه ۳ راهنمایی: معادله  $[x] = \frac{1}{x}$  چند جواب دارد؟ هر دو طرف تساوی را رسم کنید.

طبق راهنمایی برای حل معادله  $[x] = \frac{1}{x}$  هر دو طرف آن را در یک دستگاه رسم می کنیم.



معلوم است که دو تقاطع دارند در نقاط  $(1, 1)$  و  $(-1, -1)$ .

خوشخوان - ۱۳۹۸

۴۰- گزینه ۱ راهنمایی: از  $0 \leq \sin^2 x \leq 1$  شروع کنید و داخل براکت را بسازید.

از  $0 \leq \sin^2 x \leq 1$  داریم:

$$0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{\sin^2 x}{3} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow 1 \leq 1 + \frac{\sin^2 x}{3} < \frac{4}{3} \Rightarrow \left[ 1 + \frac{\sin^2 x}{3} \right] = 1$$

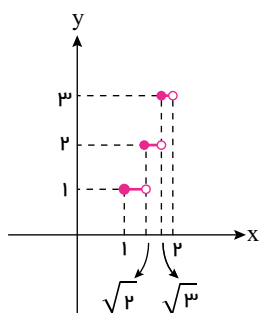
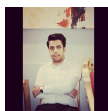
خوشخوان - ۱۳۹۸

۴۱- گزینه ۱۲ اگر  $1 \leq x < 2$  باشد،  $1 \leq x^2 < 4$  است. پس  $[x^2] = 1, 2, 3$  یعنی  $[x^2]$  از سه پاره خط تشکیل شده است.

با حل معادلات پایین می توانیم نمودار  $[x^2]$  را نیز رسم کنیم.

$$\begin{aligned} [x^2] &= 1 \Rightarrow 1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow 1 \leq x < \sqrt{2} \\ [x^2] &= 2 \Rightarrow 2 \leq x^2 < 3 \Rightarrow \sqrt{2} \leq x < \sqrt{3} \\ [x^2] &= 3 \Rightarrow 3 \leq x^2 < 4 \Rightarrow \sqrt{3} \leq x < 2 \end{aligned}$$

نمودار  $y = [x^2]$  به شکل زیر است:



خوشخوان - ۱۳۹۸

۴۲- گزینه ۳ راهنمایی: از تساوی  $x = x^2 + \frac{5}{6} - 6$  می توان نتیجه گرفت که  $x$  عددی صحیح است.

طبق راهنمایی  $x$  عددی صحیح است. پس  $x^2$  هم عددی صحیح است و می تواند از جزء صحیح خارج شود.

$$\left[x^2 + \frac{5}{6}\right] = x + 6 \Rightarrow x^2 + \left[\frac{5}{6}\right] = x + 6$$

$$\left[\frac{5}{6}\right] = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

چون هر دو مقدار ۳ و -۲ صحیح است آن ها را می پذیریم.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۴۳- گزینه ۱ با جایگذاری داریم:

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{1-3} = \frac{2\sqrt{3}+6}{-2} = -\sqrt{3}-3$$

چون  $-\sqrt{3} \sim -1,7$  پس  $-\sqrt{3}-3 \sim -4,7$  است و از آن  $[-\sqrt{3}-3] = -5$  است.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۴۴- گزینه ۴ الف) شرط تابع بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه ی اول برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (3, a^2 - a) \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

ب) شرط یک به یک بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه ی دوم برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (b, 2) \Rightarrow b = 3$$

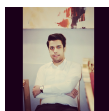
اما از میان دو مقدار به دست آمده برای  $a$ ، باید یکی را به گونه ای انتخاب کنیم که شرایط الف) و ب) کماکان برقرار بماند. در نتیجه فقط  $a = 2$  قابل قبول می باشد زیرا اگر  $a = -1$  باشد، دو زوج مرتب  $(-1, 4)$  و  $(-1, 5)$  در مجموعه دیده می شوند که در آن صورت مجموعه ی حاصل تابع نخواهد بود. در نتیجه  $(a, b) = (2, 3)$  می باشد.

خارج از کشور - ۱۳۸۶

۴۵- گزینه ۳ تابع  $y = f(x)$  را یک به یک گوئیم هرگاه هیچ دو زوج مرتب متمایزی مؤلفه دوم تکراری نداشته باشد.

$$\left. \begin{matrix} (1, 2) \\ (m^2, 2) \end{matrix} \right\} \rightarrow m^2 = 1 \rightarrow m = \pm 1$$

$$m = 1 \rightarrow f = \{(1, 2)(4, 3)(4, 4)\} \rightarrow f \text{ تابع نمی باشد}$$



$m = -1 \rightarrow f = \{(1, 2)(4, 3)(2, -4)\} \rightarrow f$  تابعی یک به یک است ✓

$$m = -1 \rightarrow m^2 + 3m = 1 - 3 = -2$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۴۶- گزینه ۱۱ اگر  $f(x) > 0$  باشد  $|f(x)|$  هیچ تغییری نمی‌نماید و همچنان یک به یک خواهد بود. اما  $f(|x|)$  نسبت به محور  $y$ ها متقارن است و از حالت یک به یک خارج می‌شود.

منتآ- ۱۳۹۷

۴۷- گزینه ۱ این تابع هموگرافیک است که در تمامی حالات یک به یک می‌باشد. حال اگر تابع از حالت یک به یک خارج شود و به تابع ثابت تبدیل شود یک به یک نیست.

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ تابع ثابت}$$

$$\frac{3}{1} = \frac{a+4}{a} \rightarrow 3a = a+4 \rightarrow a = 2$$

منتآ- ۱۳۹۷

۴۸- گزینه ۱

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2+3} \text{ : گزینه ی یک}$$

به دلیل ریشه‌ی مضاعف صورت یک به یک نیست

$$b) y = \frac{|x|-1}{|x|+1} = 0 \rightarrow |x|-1=0 \rightarrow |x|=1 \rightarrow x = \pm 1$$

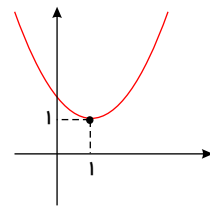
به دلیل وجود بیش از یک ریشه یک به یک نیست.

$$c) y = \sin x$$

به دلیل متناوب بودن یک به یک نیست.

منتآ- ۱۳۹۷

۴۹- گزینه ۳ می‌توان برای حل مسئله تابع  $f$  را رسم نماییم.



$$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$$

باتوجه به نمودار تابع در بازه‌ی  $[1, +\infty)$  یک به یک است. پس  $a = 1$  و داریم:  $a^2 + a = 2$

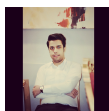
منتآ- ۱۳۹۷

۵۰- گزینه ۲ می‌دانیم تابع درجه دوم در بازه‌ای که شامل محور تقارنش نباشد، یک به یک است.

پس عدد  $b$  باید قبل از محور تقارن تابع باشد. پس محور تقارن تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = (2x+1)^2 - (x-1)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 3x^2 + 6x$$



محور تقارن این تابع  $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(3)} = -1$  است. پس  $b \leq -1$  باید باشد.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۵۱- گزینه اول: چون  $g^{-1}(a+1) = 1$ ، پس  $g(1) = a+1$ . با قرار دادن  $x=1$  در ضابطه  $g(x)$  داریم:

$$g(x) = f(2x^3 + 1) + 1 \xrightarrow{x=1} g(1) = f(3) + 1$$

دوم: چون  $f^{-1}(5) = 3$ ، پس  $f(3) = 5$ . بنابراین:

$$g(1) = f(3) + 1 = 5 + 1 = 6$$

پس  $a+1 = 6$  و از آن  $a = 5$  است.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۵۲- گزینه ۳ می‌دانیم که  $f(a) = b \rightarrow f^{-1}(b) = a$  است. سؤال در حقیقت  $f^{-1}(6) + f^{-1}(12)$  را خواسته است.

$$\begin{aligned} f^{-1}(6) = a &\rightarrow f(a) = 6 \rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \rightarrow a = 4 \\ f^{-1}(12) = b &\rightarrow f(b) = 12 \rightarrow b + \sqrt{b} = 12 \rightarrow b = 9 \end{aligned} \rightarrow a + b = 13$$

سراسری - ۱۳۹۹

۵۳- گزینه ۴

$$f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}, \quad g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$$

$$g^{-1} = \{(3, 2), (2, 4), (6, 5), (1, 3)\} \Rightarrow g^{-1} \circ f = \{(1, 4), (4, 5)\}$$

$$g^{-1} \circ f - f = \{(1, 4-2), (4, 5-6)\} = \{(1, 2), (4, -1)\} \Rightarrow \text{برد} = \{2, -1\}$$

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۵۴- گزینه ۱

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} \quad \text{می‌دانیم:}$$

$$D_{f \circ g} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

ابتدا  $f^{-1}$  را می‌نویسیم:

$$f^{-1} = \{(2, 1), (5, 2), (4, 3), (6, 4)\}$$

و سپس  $g \circ f^{-1}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$g \circ f^{-1} = \{(5, 3), (4, 1), (6, 2)\}$$

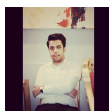
حال زوج مرتب  $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$  را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{g}{g \circ f^{-1}} = \{(5, 2), (4, 2)\}$$

سراسری - ۱۳۹۸

۵۵- گزینه ۲ چون تابع  $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$  اکیدا صعودی است پس حتماً وارونش را روی نیمساز ربع اول و سوم

۹۶



$(y = x)$  قطع می کند.

$$\begin{aligned} \sqrt{x+3} - 1 = x &\rightarrow \sqrt{x+3} = x+1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+3 \\ &= x^2 + 1 + 2x \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \\ &\rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (در معادله صدق نمی کند)} \\ x = 1 \rightarrow y = 1 \end{cases} \\ M \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}, O \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \rightarrow MO = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

خارج از کشور - ۱۴۰۰

۵۶ - گزینه ۲

$$\begin{aligned} y = \frac{3x-2}{5} &\Rightarrow 5y = 3x-2 \Rightarrow 3x = 5y+2 \\ &\Rightarrow x = \frac{5y+2}{3} \xrightarrow{\text{تغییر } y \text{ به } x} f^{-1}(x) = \frac{5x+2}{3} \end{aligned}$$

منتآزمون - ۱۴۰۱

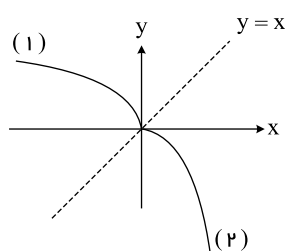
۵۷ - گزینه ۲ نکته: برای پیدا کردن وارون یک تابع کافی است نمودار آن را نسبت به خط  $y = x$  که همان نیمساز ربع اول و سوم است قرینه کنیم. پس  $g(x)$  در واقع وارون  $f(x)$  است.

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{1}{2}x + 3 &\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow y - 3 = \frac{1}{2}x \Rightarrow 2y - 6 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x - 6 \\ &\Rightarrow f^{-1}(x) = g(x) \end{aligned}$$

پس  $k = 2$  و  $h = -6$  است؛ بنابراین  $h + 2k = -2$  می باشد.

منتآزمون - ۱۴۰۱

۵۸ - گزینه ۳



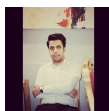
برای رسم نمودار وارون تابع  $y = f(x)$ ، نمودار تابع را نسبت به خط  $y = x$  قرینه می کنیم. با توجه به شکل، قسمت (۱) قرینه قسمت (۲) نسبت به خط  $y = x$  است و قسمت (۲) نیز قرینه قسمت (۱) است. یعنی نمودار  $f^{-1}(x)$  همان نمودار  $f(x)$  است.

منتآزمون - ۱۴۰۱

۵۹ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} A'(6, m) \in f^{-1} &\Rightarrow (m, 6) \in f \Rightarrow f(m) = 6 \\ 6 &= 3 + \sqrt{2m+1} \rightarrow \sqrt{2m+1} = 3 \rightarrow 2m+1 = 9 \rightarrow m = 4 \\ &\xrightarrow{\text{قرینه } A'} A(4, 6) \Rightarrow AA' = \sqrt{(6-4)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ &\xrightarrow{\text{نسبت به } y=x} \end{aligned}$$

طول  $AA'$  برابر  $2\sqrt{2}$  است.



در تابع هموگرافیک  $\frac{ax+b}{cx+d}$  اگر  $a+d=0$  باشد تابع و وارون برهم منطبق می‌باشند.  $f(x) = f^{-1}(x)$

نکته‌ی بعدی اینکه  $f^{-1}(f(x)) = x$  در این تابع هم  $a+d=0$  پس  $f(x) = f^{-1}(x)$  لذا می‌توان نوشت:

$$f(f(x)) = f^{-1}(f(x)) = x$$

منتا- ۱۳۹۷

۶۱- گزینه ۱

اگر  $A \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$  روی تابع  $f$  باشد  $A' \begin{vmatrix} b \\ a \end{vmatrix}$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد. یعنی:  $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

در این سؤال، با جای گذاری  $x=0$  داریم:

$$f(0) = 0 + \sqrt{0+3} = \sqrt{3}$$

$f$  یک به یک و وارون‌پذیر است، داریم:

$$f^{-1}(\sqrt{3}) = 0$$

$$A' \begin{vmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \end{vmatrix} \rightarrow f^{-1}(\sqrt{3}) = 0$$

منتا- ۱۳۹۷

۶۲- گزینه ۲ قدم اول تبدیل تابع به فرم مربع کامل می‌باشد:

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 \rightarrow y = (x-1)^2 + 1 \rightarrow x \leq 1 \xrightarrow{\text{وارون}} x = (y-1)^2 + 1 \quad y \leq 1$$

$$\rightarrow x-1 = (y-1)^2 \rightarrow |y-1| = \sqrt{x-1}$$

حال با توجه به شرط  $y \leq 1$  عبارت درون قدر مطلق عبارتی منفی می‌باشد:

$$-y+1 = \sqrt{x-1} \rightarrow y = 1 - \sqrt{x-1} = f^{-1}(x)$$

منتا- ۱۳۹۷

۶۳- گزینه ۴

در تابع هموگرافیک  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  اگر  $a+d=0$  باشد تابع  $f(x)$  و وارون آن برهم منطبق می‌باشند.  
 $f(x) = f^{-1}(x)$

در این تابع هم  $a+d=0$  پس تابع  $f$  و معکوس آن برهم منطبق می‌باشند و بی‌شمار نقطه‌ی برخورد دارند.

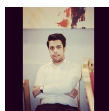
منتا- ۱۳۹۷

۶۴- گزینه ۳ شرط معکوس‌پذیری، یک به یک بودن تابع  $f$  می‌باشد. پس معادله‌ی زیر قابل تشکیل است.

$$m^2 + 2m = 4 - m \rightarrow m^2 + 3m - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{c}{a} = -4 \end{cases}$$

حال هر دو مقدر را در تابع جایگذاری می‌نمائیم تا مقادیر قابل قبول را مشخص نمائیم:



قابل قبول  $m = 1 \rightarrow f = \{(3, 2), (4, 4), (2, -2)\}$

قابل قبول  $m = -4 \rightarrow \{(8, 2), (-1, 4), (2, -2)\}$

منتا- ۱۳۹۷

۶۵- گزینه ۲

اگر  $A \left| \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \right.$  روی تابع  $f$  باشد  $A' \left| \begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix} \right.$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد. یعنی:  $f(a) = b \leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

باتوجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$f(3) = 7 \rightarrow A(3, 7) \rightarrow A'(7, 3) \in f^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} f^{-1}(7) = 3 \\ f\left(\frac{3a-1}{2}\right) = 7 \end{array} \right\} \frac{3a-1}{2} = 7 \rightarrow 3a-1 = 14 \rightarrow a = 5$$

$$f(a-2) \stackrel{a=5}{=} f(3) = 7$$

منتا- ۱۳۹۷

۶۶- گزینه ۳ در تابع هموگرافیک  $f(x) + \frac{ax+b}{cx+d}$  اگر  $a+d=0$  تابع  $f$  و وارون آن برابر است با:

$$a+d=0 \rightarrow f^{-1}(x) = f(x)$$

$$f(f(f(f(\sqrt{2})))) = f(f^{-1}(f(f^{-1}(\sqrt{2})))) = \sqrt{2}$$

منتا- ۱۳۹۷

۶۷- گزینه ۱

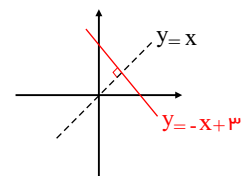
در تابع هموگرافیک  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  اگر  $a+d=0$  باشد تابع و وارون بر هم منطبق می‌باشند.  $f(x) = f^{-1}(x)$

پس در این تابع داریم:  $-m^2 + 1 = 0 \rightarrow m^2 = 1 \rightarrow m = \pm 1$

حال هر دو مقدار را در تابع جایگذاری می‌نمائیم:

قابل قبول  $m_1 = 1 \rightarrow f(x) = \frac{-x+3}{4x+1}$

$m_2 = -1 \rightarrow f(x) = -x+3$

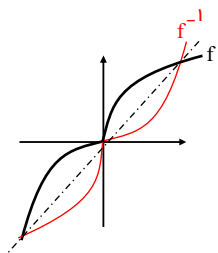
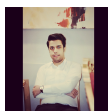


حالت  $m = -1$  به تابع هموگرافیک نرسیده‌ایم ولی نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم و کلیه‌ی خطوط موازی با آن نیز دارای این

ویژگی می‌باشند و بر معکوس خود منطبق هستند. پس هر دو مقدار قابل قبول می‌باشد.  $m_1 + m_2 = 0$

منتا- ۱۳۹۷

۶۸- گزینه ۳ ابتدا باید تابع  $f$  را رسم کنیم سپس نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم قرینه نماییم



منتا- ۱۳۹۷

۶۹- گزینه ۳

اگر  $A \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$  روی تابع  $f$  باشد  $A' \begin{vmatrix} b \\ a \end{vmatrix}$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد. یعنی:  $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

لذا باید گزینه‌ها را بررسی نمائیم. با بررسی گزینه‌ی ۳ داریم:

$$A'(66, 4) \rightarrow A(4, 66) \rightarrow f(4) = (4)^3 + \sqrt{4} = 66 \rightarrow A \in f \rightarrow A' \in f^{-1}$$

منتا- ۱۳۹۷

۷۰- گزینه ۲

درتابع هموگرافیک  $\frac{ax+b}{cx+d}$  اگر  $a+d=0$  باشد تابع و وارون برهم منطبق می‌باشند.  $f(x) = f^{-1}(x)$

پس در این تابع می‌توان گفت:  $1+d=0 \rightarrow d=-1$

ضریب  $n$  باید مخالف صفر باشد تا تابع هموگرافیک حفظ شود و ضریب  $m$  محدودیتی ندارد.

$$d = -1, n \neq 0, m \in \mathbb{R}$$

منتا- ۱۳۹۷

۷۱- گزینه ۳ ابتدا مختصات نقطه‌ی برخورد را به طور کامل تعیین می‌نمائیم

$$y = x - 1 \xrightarrow{y=2} x - 1 = 2 \rightarrow x = 3 \rightarrow A' \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$$

اگر  $A \begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix}$  روی تابع  $f$  باشد  $A' \begin{vmatrix} b \\ a \end{vmatrix}$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد. یعنی:  $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

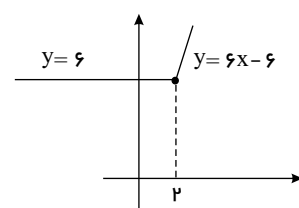
پس  $A(2, 3)$  روی تابع  $f$  قرار دارد و مختصات نقطه در تابع صدق می‌کند

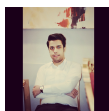
$$A(2, 3) : 3 = \frac{2m+3}{\sqrt{(2)^3+1}} \rightarrow \frac{2m+3}{3} = 3 \rightarrow 2m+3=9 \rightarrow m=3$$

منتا- ۱۳۹۷

۷۲- گزینه ۲ ابتدا بهتر است که تابع  $f$  را به صورت چند ضابطه بنویسیم

$$f(x) = \begin{cases} 6 & x < 2 \\ 6x - 6 & x \geq 2 \end{cases}$$





باتوجه به نمودار، تابع  $f$  در بازه‌ی  $[2, +\infty)$  وارون پذیر است.

$$y = f(x) = 6x - 6 \xrightarrow{\text{وارون}} x = 6y - 6 \rightarrow y = \frac{x+6}{6}$$

$$D_f = [2, +\infty) \quad D_{f^{-1}} = [6, +\infty)$$

$$R_f = [6, +\infty) \quad R_{f^{-1}} = [2, +\infty)$$

منتا- ۱۳۹۷

۷۳- گزینه ۴

اگر  $A \left| \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \right.$  روی تابع  $f$  باشد  $A' \left| \begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix} \right.$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد. یعنی:  $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

$$A' \left| \begin{smallmatrix} -\frac{1}{2} \\ ? \end{smallmatrix} \right. \xrightarrow{f^{-1}} A \left| \begin{smallmatrix} ? \\ -\frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right. \xrightarrow{f} f(x) = \frac{-1}{2} \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = -\frac{1}{2}$$

از این تساوی علامت  $x$  را می‌توان تعیین کرد، مخرج‌ها هم علامت هستند لذا صورت‌ها هم باید هم علامت باشند، پس  $x$  منفی است

$$-2x = \sqrt{x^2+1} \rightarrow 4x^2 = x^2+1 \rightarrow 3x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{x < 0} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

منتا- ۱۳۹۷

۷۴- گزینه ۳

اگر  $A \left| \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \right.$  روی تابع  $f$  باشد  $A' \left| \begin{smallmatrix} b \\ a \end{smallmatrix} \right.$  روی تابع  $f^{-1}$  قرار دارد. یعنی:  $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

حال تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌نمائیم:

$$A'(1, 3) \rightarrow A(3, 1) : f(3) = 1 \rightarrow (3, 1) \notin f \rightarrow (1, 3) \notin f^{-1}$$

$$A'(0, 1) \rightarrow A(1, 0) : f(1) = 3 \rightarrow (1, 0) \notin f \rightarrow (0, 1) \notin f^{-1}$$

$$A'(1, 0) \rightarrow A(0, 1) : f(0) = 1 \rightarrow (0, 1) \in f \rightarrow (1, 0) \in f^{-1}$$

$$A'(12, 2) \rightarrow A(2, 12) : f(2) = 11 \rightarrow (2, 12) \notin f \rightarrow (12, 2) \notin f^{-1}$$

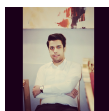
منتا- ۱۳۹۷

۷۵- گزینه ۲ برد تابع وارون همان دامنه‌ی تابع اصلی می‌باشد، پس کافیت دامنه‌ی  $f$  را تعیین نمائیم.

$$f(x) = 5(\sqrt{2-x})^3 + 1 \rightarrow D_f : 2-x \geq 0 \rightarrow x \leq 2$$

$$R_{f^{-1}} = D_f = (-\infty, 2]$$

منتا- ۱۳۹۷



۷۶- گزینه ۲ اول:  $f^{-1}(x)$  را می‌یابیم.

$$y = 4 - 3x \Rightarrow x = 4 - 3y \Rightarrow y = \frac{4 - x}{3}$$

دوم: تشکیل تابع جدید:

$$y = \sqrt{f^{-1}(3x^2 + 4) - 2x} = \sqrt{\frac{4 - (3x^2 + 4)}{3} - 2x} = \sqrt{-x^2 - 2x}$$

سوم: دامنه:

$$-x^2 - 2x \geq 0 \Rightarrow -x(x + 2) \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0$$

دامنه تابع  $[-2, 0]$  است.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۷۷- گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:

$$y = 5x - 5 \Rightarrow x = 5y - 5 \Rightarrow y = \frac{x + 5}{5}$$

گزینه ۲:

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{x}$$

گزینه ۳:

$$y = \frac{3}{5}x + \frac{5}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{5}y + \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{x - \frac{5}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}x - \frac{25}{9}$$

گزینه ۴:

$$y = x^3 \Rightarrow x = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x}$$

خوشخوان - ۱۳۹۸

۷۸- گزینه ۲ اول: می‌دانیم  $f^{-1}(f(x)) = x$  و  $f(f^{-1}(x)) = x$  پس  $f(f^{-1}(x)) + f^{-1}(f(x)) = 2x$

دوم: می‌دانیم دامنه  $f^{-1}(f(x))$ ،  $D_f$  و دامنه  $f(f^{-1}(x))$ ،  $D_{f^{-1}}$  یا همان  $R_f$  است، پس دامنه  $f(f^{-1}(x)) + f^{-1}(f(x))$  اشتراک دامنه و برد  $f$  است.

$$f(x) = 2 - \sqrt{x-1} \Rightarrow D_f : x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow [1, +\infty)$$

$$-\sqrt{x-1} \leq 0 \Rightarrow 2 - \sqrt{x-1} \leq 2 \Rightarrow R_f = (-\infty, 2]$$

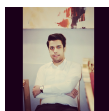
پس اشتراک دامنه و برد  $f$  مجموعه  $[1, 2]$  است.

پس تابع  $y = 2x$  در بازه  $[1, 2]$  صحیح است.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۷۹- گزینه ۲ راهنمایی: نقطه  $(0, 2)$  روی تابع است، پس  $f(0) = 2$  است. چون نقطه  $(0, 2)$  روی وارون تابع است، پس نقطه

$(2, 0)$  هم روی تابع است، پس  $f(2) = 0$



اول: طبق راهنمایی  $f(0) = 2$  و  $f(2) = 0$  است.

$$f(0) = \sqrt{b} = 2 \Rightarrow b = 4$$

$$f(2) = \sqrt{4a + b} = 0 \Rightarrow \sqrt{4a + 4} = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

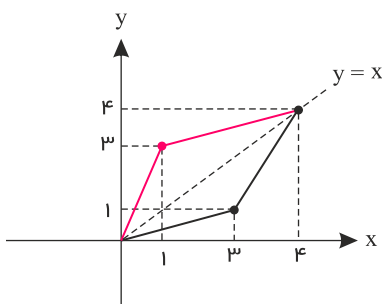
دوم: پس ضابطه تابع به شکل  $f(x) = \sqrt{-\frac{1}{4}x^2 + 4}$  است.

$$f(-1) = \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

خوشخوان - ۱۳۹۸

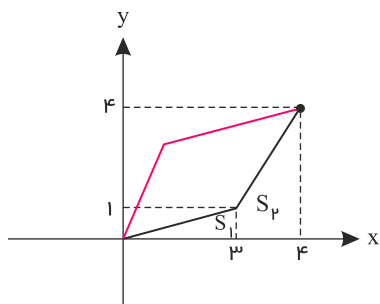
۸۰ - گزینه ۴

اول: نمودار تابع  $f^{-1}(x)$  را با قرینه سازی  $f$  نسبت به  $y = x$  رسم می کنیم:



دوم: برای محاسبه مساحت بین  $f$ ,  $f^{-1}$  مساحت مثلث و ذورنقه مشخص شده را از

مربع کم می کنیم:



$$S_1 = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$S_2 = \frac{(1+4) \times 1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = 4$$

پس مساحت لوزی بین  $f$ ,  $f^{-1}$  برابر است با:  $S = 16 - 2(4) = 8$

خوشخوان - ۱۳۹۸

۸۱ - گزینه ۲: چون  $f^{-1}(g(a)) = 4$ , پس  $f(4) = g(a)$ . از رابطه  $f$  داریم  $f(4) = -3$ , پس  $g(a) = -3$

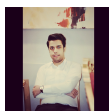
دوم: از رابطه  $g$  داریم  $g(2) = -3$  پس  $a = 2$  است.

خوشخوان - ۱۳۹۸

۸۲ - گزینه ۲ می دانیم اعمال جبری روی توابع وقتی قابل محاسبه است که  $x \in D_f \cap D_g$  باشد.

دقت کنید که در توابع کسری مقادیری که مخرج کسر را صفر می کنند، در دامنه قرار نمی گیرند.

$$D_f = \{2, 5, 4, 0\}, D_g = \{4, 2, 1, 0\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{2, 4, 0\}$$



$$x = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 3 \\ g(2) = 0 \end{cases} \quad x = 4 \Rightarrow \begin{cases} f(4) = 2 \\ g(4) = -1 \end{cases} \quad x = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 5 \\ g(0) = 1 \end{cases}$$

$$\frac{2f \cdot g}{2g + f} = \left\{ \left( 2, \frac{2 \times 3 \times 0}{0 + 3} \right), \left( 4, \frac{2 \times 2 \times -1}{-2 + 2} \right), \left( 0, \frac{2 \times 5 \times 1}{2 + 5} \right) \right\}$$

برای  $x = 4$  مقدار تابع تعریف نشده است، پس داریم:

$$\frac{2f \cdot g}{2g + f} = \left\{ (2, 0), \left( 0, \frac{10}{7} \right) \right\}$$

$$0 + \frac{10}{7} = \frac{10}{7} \text{ پس مجموع اعضای برد تابع برابر است با:}$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۸۳- گزینه ۲ می‌دانیم:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad , \quad (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$f(x) = x^2 + m \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x - 4}$$

$$(f + g)(5) = f(5) + g(5) = 25 + m + \frac{1}{5 - 4} = 30 \Rightarrow m = 30 - 26 = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 + 4$$

$$\Rightarrow (f \cdot g)(3) = f(3) \cdot g(3) = (9 + 4) \times \frac{1}{3 - 4} = -13$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۸۴- گزینه ۲

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

ابتدا دامنه  $f$  و  $g$  و اشتراک آن‌ها را می‌یابیم:

$$f(x) = \sqrt{x + 1} + 3 \Rightarrow x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_f = [-1, +\infty)$$

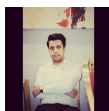
$$g(x) = \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{5 - x}} \Rightarrow 5 - x > 0 \Rightarrow x < 5 \Rightarrow D_g = (-\infty, 5)$$

$$D_f \cap D_g = [-1, 5)$$

حال ریشه‌های  $g(x)$  را می‌یابیم:

$$\frac{x^2 - 2x}{\sqrt{5 - x}} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

بنابراین دامنه  $\frac{f}{g}$  به صورت زیر است:



$$D_{\frac{f}{g}} = [-1, 5) - \{0, 2\}$$

اعداد صحیح دامنه عبارتند از: ۱, ۳, ۴, -۱

منتآزمون- ۱۴۰۱

۸۵- گزینه ۴ با توجه به رابطه مربوط به دامنه تقسیم دو تابع، داریم:

$$D_g = \{x \in D_f : f(x) \neq 2\}$$

۱- در دامنه تابع  $g$  نیست، پس باید ریشه مخرج عبارت  $\frac{f}{f-2}$  باشد، در نتیجه  $b = f(-1) = 2$

۴ در دامنه  $g$  است، پس باید در دامنه  $f$  هم باشد. پس  $a = 4$ . حال داریم:

$$g(1) = \frac{f(1)}{f(1) - 2} = \frac{4}{4 - 2} = 2 \Rightarrow c = 2$$

در نتیجه  $abc = 16$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۸۶- گزینه ۴

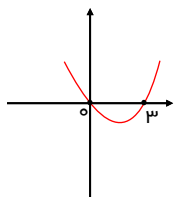
$$\left. \begin{aligned} g(x) &= \frac{2}{\sqrt{x}} \quad x \geq 0 \\ 2f(x) &= \{(-1, -4), (0, 8), (1, 18), (4, 0)\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2f + g = \{(1, 20), (4, 1)\}$$

$$\left. \begin{aligned} 2f + g &= \{(1, 20), (4, 1)\} \\ g &= \{(1, 2), (4, 1)\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{2f + g}{g} = \{(1, 10), (4, 1)\}$$

منتآ- ۱۳۹۲

۸۷- گزینه ۳ با توجه به نمودار  $f$  و  $g$ ، دو تابع درجه یک با شیب مثبت داریم. پس حاصل ضرب آنها یک سهمی است که دارای

دو ریشه  $x = 0$  و  $x = 3$  می باشد. همچنین چون شیب هر دو خط مثبت است، پس ضریب  $x^2$  که حاصل ضرب دو شیب است نیز مثبت و بنابراین سهمی رو به بالا است.



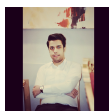
منتآ- ۱۳۹۷

۸۸- گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} 3f &= \{(2, 3), (-1, 6), (4, 6)\} \\ g &= \{(2, -2), (4, 3), (-1, 0)\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3f + g = \{(2, 1), (-1, 6), (4, 9)\}$$

$$\left. \begin{aligned} 3f + g &= \{(2, 1), (-1, 6), (4, 9)\} \\ g &= \{(2, -2), (4, 3), (-1, 0)\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3f + g}{g} = \{(2, -\frac{1}{2}), (4, 3)\}$$

دقت کنید که تمام عملیات جبری، روی مولفه ی دوم انجام می شود. و برای انجام عملیات جبری روی دو تابع که به صورت زوج



مرتب داده شده است کافی است زوج هایی از دو تابع را که دارای  $x$  های برابر هستند را در نظر گرفته و پس از نوشتن  $x$ ، عملیات جبری را روی مولفه ی دومشان انجام دهید.

منتا- ۱۳۹۲

۸۹- گزینه ۳ حاصل  $\frac{f}{g} - x = 2$  در  $x = 2$  خواسته شده است.  $(x = f(1) = 2)$

$$\left(\frac{f}{g} - g\right)(2) = \frac{1}{2}f(2) - g(2) \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 2^2 + 1 = 5 \\ g(2) = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}f(2) - g(2) = \frac{1}{2}(5) - 3 = -\frac{1}{2}$$

منتا- ۱۳۹۳

۹۰- گزینه ۳

تمام عملیات جبری، روی مولفه ی دوم انجام می شود.

$$2g = \{(2, 4), (-1, 6), (4, -2)\} \Rightarrow \frac{2g}{f} = \{(2, 4), (4, -2)\}$$

$$f = \{(2, 1), (-1, 0), (4, 1)\}$$

برای تقسیم کردن، زوج های مرتبی از دو تابع را در نظر گرفته که دارای  $x$  های برابر باشند. سپس  $x$  های آن ها را نوشته و عرض های آن ها را بر هم تقسیم می کنیم.

منتا- ۱۳۹۳

۹۱- گزینه ۴

$$\left(3f^2 - \frac{2g}{5}\right)(4) = 3(f(4))^2 - \frac{2}{5}g(4) \rightarrow \begin{cases} f(4) = \log_2^4 = 2 \log_2^2 = 2 \\ g(4) = \frac{16 + 4}{4} = \frac{20}{4} = 5 \end{cases}$$

$$\left(3f^2 - \frac{2g}{5}\right)(4) = 3(2)^2 - \frac{2}{5}(5) = 12 - 2 = 10$$

منتا- ۱۳۹۳

۹۲- گزینه ۳ ابتدا به دامنه ها توجه می نمایم.

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g \rightarrow \{b, -1, 2\} \cap \{4, 3, 2\} = \{4, c\}$$

از این مجموعه نتیجه می شود  $b = 4$  و  $c = 2$  باشد.

$$f = \{(4, 4), (2, 5), (-1, 3)\}$$

$$g = \{(4, 1), (2, a), (3, 7)\}$$

$$f - g = \{(4, d), (2, 8)\} \rightarrow \begin{cases} 4 - 1 = d \rightarrow d = 3 \\ 5 - a = 8 \rightarrow a = -3 \end{cases}$$

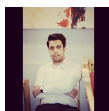
در نتیجه داریم:

$$ab + cd = -12 + 6 = -6$$

منتا- ۱۳۹۷

۹۳- گزینه ۳ برای حل ابتدا باید ضابطه ی  $f(x)$  به فرم زوج مرتب تبدیل شود و برای اینکار فقط از اعضای دامنه ی  $g$  استفاده

می نمایم



$$D_g = \{0, -2, 3\} \rightarrow \begin{cases} f(0) = 1 \rightarrow (0, 1) \\ f(-2) = \text{تن} \\ f(3) = 2 \rightarrow (3, 2) \end{cases} \rightarrow f = \{(0, 1), (3, 2)\} \rightarrow D_f = \{0, 3\}$$

حال داریم

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{0, 3\}$$

منتا- ۱۳۹۷

۹۴-گزینه ۴

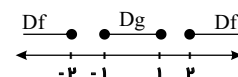
$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

پس باید ابتدا دامنه‌ی  $f$  و  $g$  را تعیین نمایم

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} \rightarrow x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 4 \rightarrow |x| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

$$g(x) = \sqrt{1 - x^2} \rightarrow 1 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow |x| \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \emptyset$$



منتا- ۱۳۹۷

۹۵-گزینه ۳می دانیم دامنه  $\frac{f}{g}$  اشتراک دامنه‌های  $f$  و  $g$  است به جز  $x$ هایی که به ازای آن‌ها  $g(x) = 0$  است.

اول: دامنه  $f$

$$6 - x - x^2 \geq 0 \Rightarrow -(x + 3)(x - 2) \geq 0 \Rightarrow -3 \leq x \leq 2$$

دوم: دامنه  $g$ : از نمودار  $\mathbb{R}$  است. پس اشتراک دامنه  $f$  و  $g$  همان  $[-3, 2]$  است. ضمناً تابع  $g$  در  $x = -2$ ،  $x = -1$  و

$x = 1$  صفر می‌شوند که اگر این سه عدد را از مجموعه  $[-3, 2]$  حذف کنیم، دامنه  $\frac{f}{g}$  به شکل زیر در می‌آید.

$$[-3, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 2]$$

که شامل اعداد صحیح  $-3$  و  $0$  و  $2$  است.

خوشخوان- ۱۳۹۸

۹۶-گزینه اضابطه تابع  $y = x$  و دامنه آن  $x \geq 0$  است. پس گزینه ۱ صحیح است.

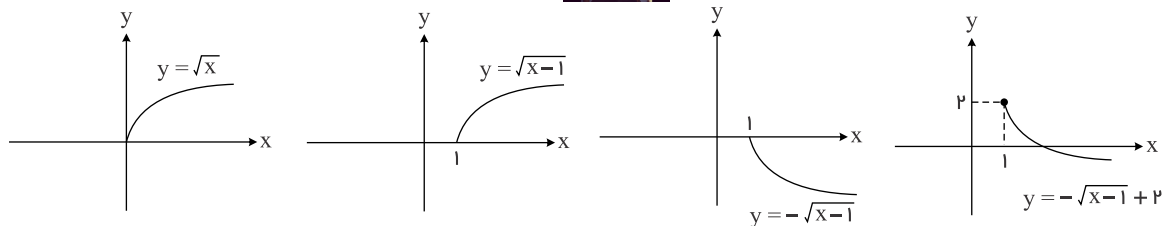
خوشخوان- ۱۳۹۸

۹۷-گزینه ۳ نکته: برای رسم نمودار  $y = f(x + a)$  از روی نمودار  $y = f(x)$ ، اگر  $a > 0$  باشد، نمودار را به اندازه  $a$  واحد به سمت چپ و اگر  $a < 0$  باشد، نمودار را به اندازه  $|a|$  واحد به سمت راست می‌آوریم.

نکته: برای رسم نمودار  $y = f(-x)$  و  $y = -f(x)$  از روی نمودار  $f(x)$ ، نمودار  $f(x)$  را به ترتیب نسبت به محور  $y$ ها و نسبت به محور  $x$ ها قرینه می‌کنیم.

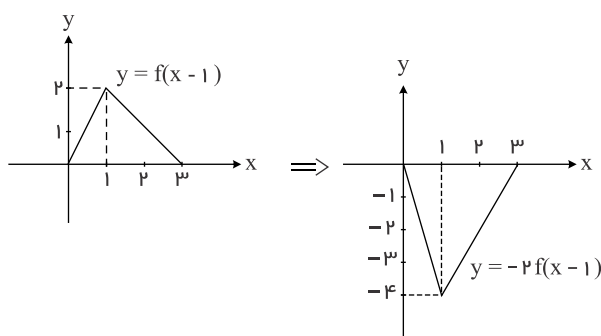
نکته: برای رسم نمودار  $y = f(x) + k$  از روی نمودار  $y = f(x)$ ، اگر  $k > 0$  باشد، نمودار را به اندازه  $k$  واحد به بالا و اگر  $k < 0$  باشد، نمودار را به اندازه  $|k|$  واحد پایین می‌آوریم.

۹۵



منتآزمون- ۱۴۰۱

۹۸- گزینه ۴ نمودار تابع  $y = f(x)$  را یک واحد به راست انتقال داده و سپس عرض نقاط تابع حاصل را در ۲- ضرب می‌کنیم.



حال باید مساحت مثلث بین نمودار تابع و محور  $x$  ها را بیابیم.

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۹۹- گزینه ۴ در این حالت ارتفاع نقاط یا همان سه برابر شده و ۲ واحد از آن کم می‌شود پس:

$$R_f = [-1, 5) \xrightarrow{\times 3} [-3, 15) \xrightarrow{-2} [-5, 13)$$

منتآ- ۱۳۹۷

۱۰۰- گزینه ۳ در این حالت ۲ واحد از طول نقاط کم می‌شود، لذا از دامنه‌ی تابع  $f$  نیز ۲ واحد کم خواهد شد.

$$D_f = [-2, 4] \xrightarrow{-2} [-4, 2]$$

منتآ- ۱۳۹۷

## پاسخنامه کلیدی

|        |        |        |        |        |         |
|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| ۱ - ۱  | ۱۸ - ۲ | ۳۵ - ۳ | ۵۲ - ۳ | ۶۹ - ۳ | ۸۶ - ۴  |
| ۲ - ۱  | ۱۹ - ۲ | ۳۶ - ۴ | ۵۳ - ۴ | ۷۰ - ۲ | ۸۷ - ۳  |
| ۳ - ۱  | ۲۰ - ۱ | ۳۷ - ۳ | ۵۴ - ۱ | ۷۱ - ۳ | ۸۸ - ۲  |
| ۴ - ۱  | ۲۱ - ۲ | ۳۸ - ۴ | ۵۵ - ۲ | ۷۲ - ۲ | ۸۹ - ۳  |
| ۵ - ۱  | ۲۲ - ۲ | ۳۹ - ۳ | ۵۶ - ۲ | ۷۳ - ۴ | ۹۰ - ۳  |
| ۶ - ۳  | ۲۳ - ۱ | ۴۰ - ۱ | ۵۷ - ۲ | ۷۴ - ۳ | ۹۱ - ۴  |
| ۷ - ۴  | ۲۴ - ۴ | ۴۱ - ۲ | ۵۸ - ۳ | ۷۵ - ۲ | ۹۲ - ۳  |
| ۸ - ۳  | ۲۵ - ۳ | ۴۲ - ۳ | ۵۹ - ۱ | ۷۶ - ۲ | ۹۳ - ۳  |
| ۹ - ۴  | ۲۶ - ۲ | ۴۳ - ۱ | ۶۰ - ۳ | ۷۷ - ۲ | ۹۴ - ۴  |
| ۱۰ - ۳ | ۲۷ - ۳ | ۴۴ - ۴ | ۶۱ - ۱ | ۷۸ - ۲ | ۹۵ - ۳  |
| ۱۱ - ۲ | ۲۸ - ۱ | ۴۵ - ۳ | ۶۲ - ۲ | ۷۹ - ۲ | ۹۶ - ۱  |
| ۱۲ - ۳ | ۲۹ - ۴ | ۴۶ - ۱ | ۶۳ - ۴ | ۸۰ - ۴ | ۹۷ - ۳  |
| ۱۳ - ۱ | ۳۰ - ۲ | ۴۷ - ۱ | ۶۴ - ۳ | ۸۱ - ۲ | ۹۸ - ۴  |
| ۱۴ - ۱ | ۳۱ - ۲ | ۴۸ - ۱ | ۶۵ - ۲ | ۸۲ - ۲ | ۹۹ - ۴  |
| ۱۵ - ۱ | ۳۲ - ۱ | ۴۹ - ۳ | ۶۶ - ۳ | ۸۳ - ۲ | ۱۰۰ - ۳ |
| ۱۶ - ۴ | ۳۳ - ۳ | ۵۰ - ۲ | ۶۷ - ۱ | ۸۴ - ۲ |         |
| ۱۷ - ۱ | ۳۴ - ۱ | ۵۱ - ۱ | ۶۸ - ۳ | ۸۵ - ۴ |         |