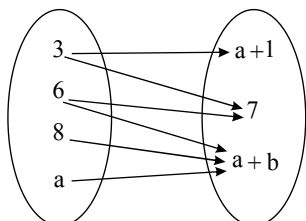


نوید پورزکی

smart- ۱۳۹۸

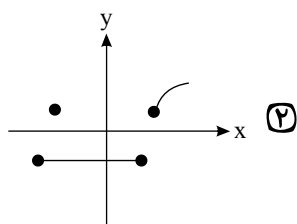
۱- اگر رابطه پیکانی زیر یک تابع باشد، مقدار b کدام است؟



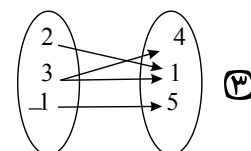
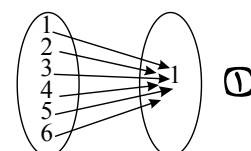
- ۱ (۱)
۲ (۲)
-۲ (۳)
۷ (۴)

منتا- ۱۳۹۸

۲- کدام گزینه نمایش یک تابع است؟

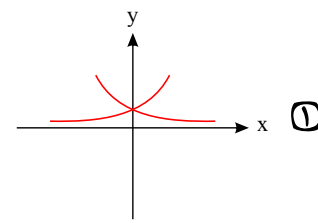
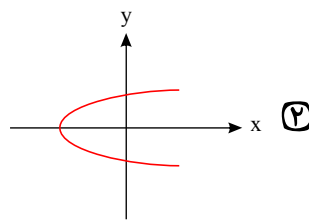
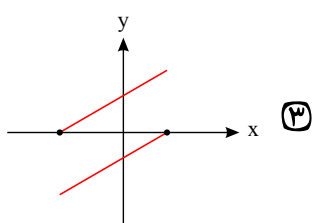
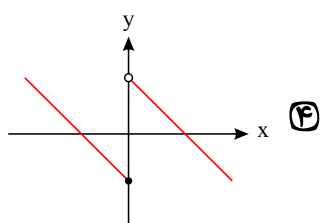


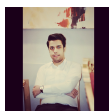
$f = \{(1, 4), (2, -1), (4, 2), (1, 2)\}$ (۴)



منتا- ۱۳۹۸

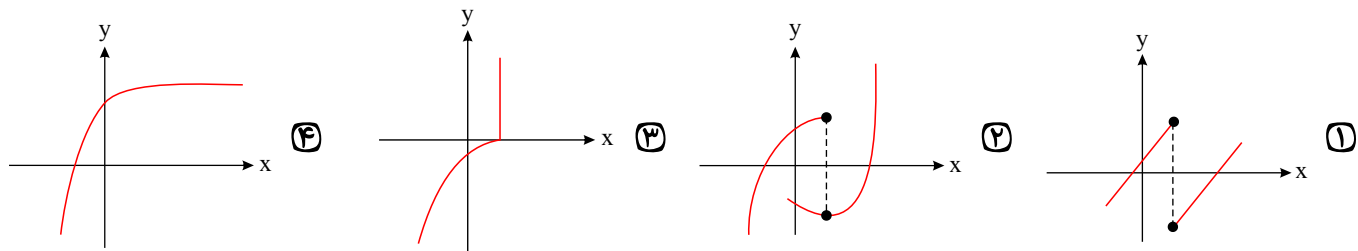
۳- کدام یک از نمودارهای زیر مربوط به یک تابع است؟





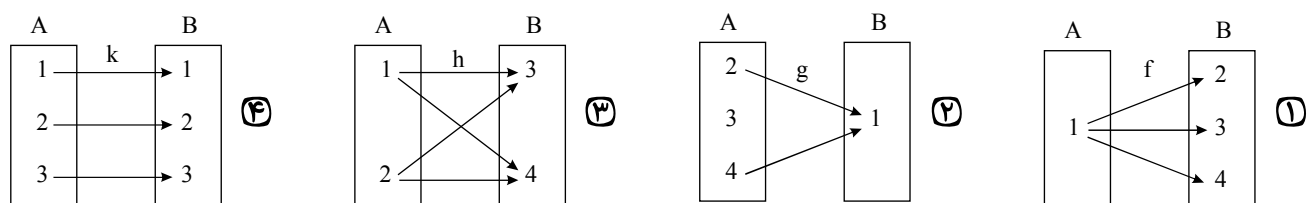
خارج از کشور- ۱۳۹۸

۴- کدام نمودار، نمایش یک تابع $y = f(x)$ است؟



مندا- ۱۳۹۸

۵- کدام نمودار زیر بیان گر یک تابع است؟



smart- ۱۳۹۸

۶- کدام یک از گزینه‌های زیر تابع نیست؟

- ۱) رابطه بین اتومبیل و شماره پلاک آن
۲) رابطه‌ای که به هر فرد، ماه تولد او را نسبت می‌دهد.
۳) رابطه‌ای که به هر فرد ورزش مورد علاقه‌اش را نسبت می‌دهد.
۴) رابطه‌ای که به هر دایره مساحت آن را نسبت می‌دهد.

۷- وزن مطلوب از رابطه «توان دوم یا مربع قد برحسب متر» $\times$ نماتوب = وزن مطلوب برحسب کیلوگرم» به دست می‌آید. در این رابطه، متغیر

مندا- ۱۳۹۸

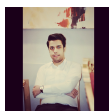
مستقل و متغیر وابسته کدام است؟

- ۱) متغیر مستقل: طول قد / متغیر وابسته: وزن مطلوب
۲) متغیر مستقل: نماتوب / متغیر وابسته: وزن مطلوب
۳) متغیر مستقل: طول قد و نماتوب / متغیر وابسته: وزن مطلوب
۴) متغیر مستقل: طول قد و وزن مطلوب / متغیر وابسته: نماتوب

smart- ۱۳۹۸

۸- اگر دو زوج مرتب $(-4, a + b)$ و $(a - 3b, 8)$ برابر باشند، در این صورت ab کدام است؟

- ۱) ۱۲
۲) -۱۲
۳) ۱۵
۴) -۱۵

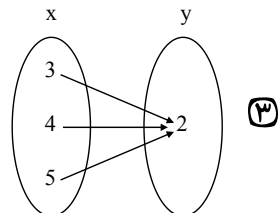
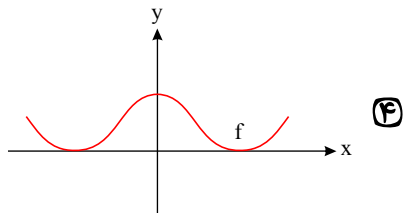


smart- ۱۳۹۸

۹- در کدام رابطه زیر، y تابعی از x نیست؟

۲) $f: \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 4 & 9 & \sqrt{16} \\ \hline y & 6 & 12 & 5 & \sqrt{25} \end{array}$

۱) $y = 3x + 1$



۱۰- اگر A مجموعه‌ای ۳ عضوی و B مجموعه‌ای ۲ عضوی فرض شود، چند تابع مختلف از مجموعه A به مجموعه B قابل تعریف است؟

منتا- ۱۳۹۸

۹ ۴

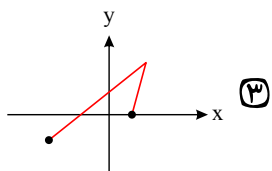
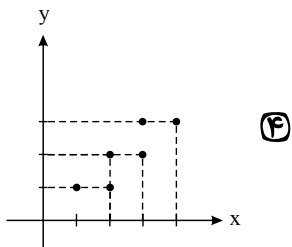
۸ ۳

۴ ۲

۳ ۱

منتا- ۱۳۹۸

۱۱- کدام رابطه یک تابع است؟



۲) $g = \{(3, 5), (5, 5), (5, 3)\}$

۱) $\begin{array}{c|ccc} x & -5 & 3 & 4 \\ \hline y & 4 & 4 & -5 \end{array}$

smart- ۱۳۹۸

۱۲- اگر رابطه $f = \{(5, a-1), (\sqrt{25}, 7), (\sqrt{5}, 2a)\}$ یک تابع باشد، مقدار a کدام است؟

۸ ۴

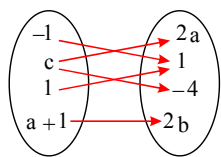
۷ ۳

۴ ۲

$\frac{7}{2}$ ۱



smart- ۱۳۹۸



$-\frac{3}{2}$ (۲)
 $\frac{3}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۱)
 $\frac{1}{4}$ (۳)

smart- ۱۳۹۸

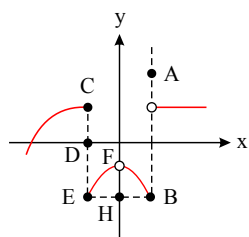
۱۴- اگر رابطه $f = \{(2, 0), (3, 2a - 3b), (2, a + 1), (3, 5)\}$ تابع باشد، در این صورت حاصل $a + b$ کدام است؟

$\frac{10}{3}$ (۴)

$-\frac{4}{3}$ (۳)

$-\frac{10}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)



smart- ۱۳۹۸

۱۵- با حذف کدام نقاط، نمودار رابطه روبه‌رو به یک تابع تبدیل می‌شود؟

D, A (۱)

B, H, D (۲)

E, D, B (۳)

H, D, E (۴)

smart- ۱۳۹۸

۱۶- در جدول زیر، y تابعی برحسب x است. چند مقدار قابل قبول برای m وجود دارد؟

x	-۶	۲	۴	۴	m	۸
y	m	۳	$m^2 + 1$	$m + 3$	۱۰	۱۲

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۷- اگر رابطه $\{(3, a + 2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a - b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

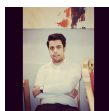
۱۳۹۸- سراسری

۶ (۴)

۵ (۳)

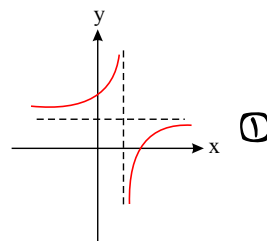
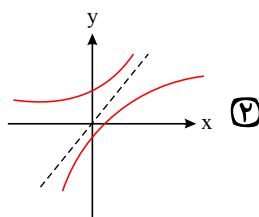
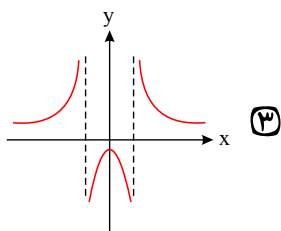
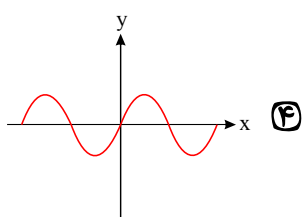
۴ (۲)

۳ (۱)



smart- ۱۳۹۸

۱۸- کدام نمودار نمایش یک تابع نمی‌باشد؟



۱۹- فرض کنید رابطه f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f کدام است؟

سراسری- ۱۴۰۰

۱۲ (A)

۱۰ (B)

۹ (C)

۸ (D)

۲۰- رابطه $f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

سراسری- ۱۴۰۲

۴۲ (A)

۲۴ (B)

۲۰٫۵ (C)

۲٫۵ (D)

smart- ۱۴۰۰

۲۱- به ازای کدام مقدار a رابطه f تابع است؟

$$f = \{(0, 3), (4, a), (1, 3), (4, 2), (a^2 - a, 3), (2, 8)\}$$

هیچ مقدار (A)

۰ (B)

۲ (C)

۱ (D)

۲۲- اگر مجموعه $A = \{(2, -1), (-2, 5), (2, 2x+y), (-2, -x+y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

smart- ۱۴۰۰

۱۳ (A)

۱۲ (B)

۱۱ (C)

۱۰ (D)

۲۳- اگر $f = \{(3, 5), (3, a^2 + 1), (2, 7), (a, 8)\}$ یک تابع باشد، در تابع $g(x) = 3x + 9$ مقدار $g(a)$ کدام است؟

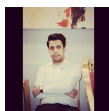
smart- ۱۳۹۸

-۲ (A)

۲ (B)

۱۵ (C)

۳ (D)



smart- ۱۳۹۸

۲۴- اگر $f(x) = x^2 - 2x + 3$ باشد، آن گاه $f(\sqrt{2} + 1) - f(-3)$ کدام است؟

- ① -۱۸ ② -۱۴ ③ ۶ ④ ۱۴

smart- ۱۳۹۸

۲۵- اگر $f(x) = \sqrt{\frac{x^3 + 1}{x + 2}}$ و $g(x) = x + \frac{3}{2}$ باشد، حاصل $g(-2) \times f(2)$ کدام است؟

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{4}$

۲۶- تابع f به هر عدد حقیقی نامنفی، ۲ به اضافه ۵ برابر جذر آن عدد را نسبت می دهد، در این صورت مقدار $f(9) - f(4)$ کدام است؟

منا- ۱۳۹۸

- ① ۵ ② ۷ ③ -۵ ④ -۷

منا- ۱۳۹۸

۲۷- اگر $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 6}$ باشد، در این صورت مقدار $f(1 - \sqrt{3})$ کدام است؟

- ① ۴ ② ۲ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$

منا- ۱۳۹۸

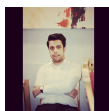
۲۸- ضابطه تابع خط f را که از نقاط $A(-2, 3)$ و $B(4, -1)$ می گذرد، کدام است؟

- ① $y = -\frac{3}{2}x + 5$ ② $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}$ ③ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ ④ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

smart- ۱۳۹۸

۲۹- اگر در تابع خطی f ، $f(4) = -1$ و $f(3) = 2$ باشند، در این صورت حاصل $f(\frac{1}{3}) - f(3)$ کدام است؟

- ① -۸ ② ۱۲ ③ ۸ ④ -۱۲



۳۰- ضابطه تابع محیط مستطیل هایی که طول آن ها از ۴ برابر عرض آن ها ۲ واحد کم تر است، بر حسب عرض آن کدام است؟ $P(x)$ محیط x عرض مستطیل است.

smart- ۱۳۹۸

$$P(x) = \frac{10x + 2}{4} \quad (۴)$$

$$P(x) = \frac{5x + 2}{4} \quad (۳)$$

$$P(x) = 10x - 4 \quad (۲)$$

$$P(x) = 5x - 2 \quad (۱)$$

smart- ۱۴۰۰

۳۱- اگر $f(x) = 3x + 8$ و $g(x) = \sqrt{x + 3}$ ، آنگاه مقدار $\frac{g(1) + f(2)}{f(-2) - g(-2)}$ کدام است؟

$$۷ \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

$$۱۳ \quad (۲)$$

$$۱۶ \quad (۱)$$

منا- ۱۳۹۸

۳۲- تابع f به هر عدد حقیقی، سه برابر مکعب همان عدد، به علاوه نصف آن عدد را نسبت می دهد، ضابطه تابع f کدام است؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x^3 + \frac{x}{2} \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x^3 + \frac{x}{2} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x \end{cases} \quad (۱)$$

منا- ۱۳۹۸

۳۳- در تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 2x^2 - 1 \end{cases}$ با دامنه $D_f = A = \left\{-2, -1, 0, 1, \frac{1}{2}\right\}$ برد تابع شامل چند عدد حسابی است؟

$$۱ \quad (۴)$$

$$۴ \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

منا- ۱۳۹۸

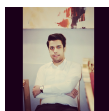
۳۴- برد تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{x-1}{x} \end{cases}$ اگر $A = \left\{\frac{1}{2}, 1, -1, 2\right\}$ باشد، کدام است؟

$$\left\{-1, 0, 2, -\frac{1}{2}\right\} \quad (۴)$$

$$\left\{-1, 0, 2, \frac{1}{2}\right\} \quad (۳)$$

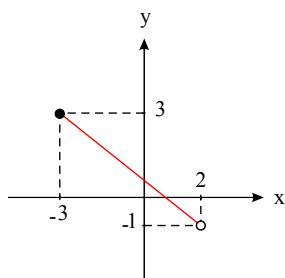
$$\left\{\frac{1}{2}, 1, 2\right\} \quad (۲)$$

$$\left\{0, \frac{1}{2}, 1, 2\right\} \quad (۱)$$



smart- ۱۳۹۸

۳۵- دامنه و برد تابع زیر را به ترتیب با D_f و R_f نمایش داده ایم، کدام گزینه صحیح است؟



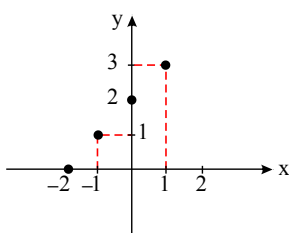
① $R_f = \{-3 \leq y < 2\}$ و $D_f = \{-1 < x \leq 3\}$

② $R_f = \{-3 < y \leq 2\}$ و $D_f = \{-1 \leq x < 3\}$

③ $R_f = \{-1 < y \leq 3\}$ و $D_f = \{-3 \leq x < 2\}$

④ $R_f = \{-1 \leq y \leq 3\}$ و $D_f = \{-3 \leq x \leq 2\}$

smart- ۱۳۹۸



۳۶- با توجه به نمودار زیر، ضابطه آن کدام است؟

① $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x + 2 \end{cases}, A = \{-2 \leq x \leq 1\}$

② $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x - 2 \end{cases}, A = \{-2 \leq x \leq 1\}$

③ $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x + 2 \end{cases}, A = \{-2, -1, 0, 1\}$

④ $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = x - 2 \end{cases}, A = \{-2, -1, 0, 1\}$

۳۷- در یک تابع خطی $f(2) = 6$ و شیب خط برابر ۲ است. اگر دامنه تابع $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 5\}$ باشد، در این صورت برد تابع کدام است؟

منا- ۱۳۹۸

① $\{y \in \mathbb{R} | 0 \leq y \leq 12\}$ ② $\{y \in \mathbb{R} | 2 \leq y \leq 10\}$ ③ $\{y \in \mathbb{R} | 0 \leq y \leq 10\}$ ④ $\{y \in \mathbb{R} | 2 \leq y \leq 12\}$

۳۸- تابع خطی f از نقطه‌ای به عرض یک، واقع بر محور عرض‌ها می‌گذرد و $f(-1) = 2$ است، در این صورت تابع f محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

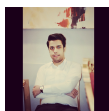
منا- ۱۳۹۸

① ۱ ② -۱ ③ ۲ ④ -۲

منا- ۱۳۹۸

۳۹- اگر $f(x) = 3x - 1 + 2f(1)$ باشد، حاصل $f(2) + f(4)$ کدام است؟

① ۶ ② ۴ ③ ۸ ④ ۹



smart- ۱۳۹۸

۴۰- تابع خطی f که از نقاط $(۵, ۴)$ و $(-۳, ۲)$ می‌گذرد، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- ① -۶ ② -۱۱ ③ -۴ ④ -۸

۴۱- یک شرکت برای تولید x کالا، مقدار $C(x) = ۲۰۰ + ۴۰x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۲۰ تومان می‌فروشد. این شرکت حداقل

چند تعداد از این کالا را باید به فروش رساند تا سوددهی آغاز شود؟

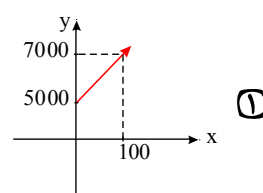
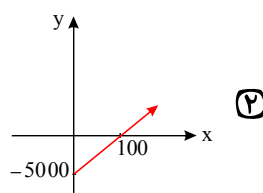
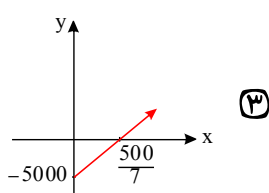
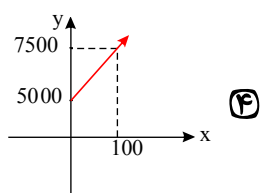
منتا- ۱۳۹۸

- ① ۶ ② ۴ ③ ۲ ④ ۳

۴۲- یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = ۲۰x + ۵۰۰۰$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد، نمودار تابع سود آن کدام

smart- ۱۳۹۸

است؟



۴۳- یک شرکت برای تولید x کالا، $C(x) = ۲۰۰۰ + ۱۰x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۶۰ تومان می‌فروشد، این شرکت حداقل چه

smart- ۱۳۹۹

تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

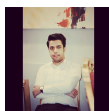
- ① ۴۱ ② ۵۱ ③ ۶۱ ④ ۲۰۱

۴۴- برای تابع خطی f ، اگر دامنه به صورت $D_f = \{x \in R \mid -۲ < x \leq ۸\}$ باشد و نمودار تابع از نقاط $(-۱, ۵)$ و $(۱, -۱)$ بگذرد،

برد تابع کدام است؟

منتآزمون- ۱۴۰۲

- ① $\{y \in R \mid -۲۲ \leq y < ۸\}$ ② $\{y \in R \mid -۲۲ < y \leq ۸\}$ ③ $\{y \in R \mid -۲۶ \leq y < ۶\}$ ④ $\{y \in R \mid -۲۶ < y \leq ۱۰\}$



۴۵- دامنه تابع خطی $f(x)$ که نمودار آن منطبق بر خط $2y + 3x = 4$ است، به صورت $x \leq 2$ است، بُرد این تابع کدام است؟

متنازوم- ۱۴۰۲

(۴) $y \leq -1$

(۳) $y \geq -1$

(۲) $-1 \leq y \leq 3$

(۱) $1 \leq y \leq 2$

متنا- ۱۳۹۸

۴۶- نقطه $S(-2, 3)$ مختصات رأس سهمی به معادله $y = 2(x + a)^2 + b$ است. در این صورت $a + b$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) -۱

(۱) ۱

متنا- ۱۳۹۸

۴۷- اگر مختصات رأس سهمی $y = -x^2 + 4x + 5$ نقطه (a, b) باشد، در این صورت $a + b$ کدام است؟

(۴) -۱۱

(۳) ۱۱

(۲) -۷

(۱) ۷

smart- ۱۳۹۸

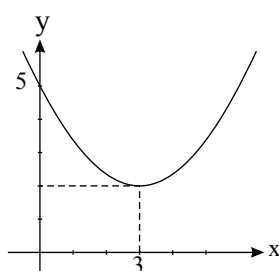
۴۸- نمودار تابع $y = -x^2 + 8x + 12$ و $y = x^2 + 14x + 4$ در کدام نقطه برخورد دارند؟

(۴) $(1, -19)$

(۳) $(4, 36)$

(۲) $(-4, -36)$

(۱) $(-1, 19)$



متنا- ۱۳۹۸

۴۹- ضابطه نمودار سهمی شکل زیر کدام است؟

(۲) $y = \frac{1}{3}(x + 3)^2 + 2$

(۱) $y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 + 2$

(۴) $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 3$

(۳) $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2$

متنا- ۱۳۹۸

۵۰- محور تقارن سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$ کدام است؟

(۴) $y = 2$

(۳) $x = 2$

(۲) $y = -2$

(۱) $x = -2$



منتا- ۱۳۹۸

۵۱- رأس سهمی به معادله $y = \frac{2}{5}(x - 3)^2 - 1$ کدام است؟

(۴) $S(3, -1)$

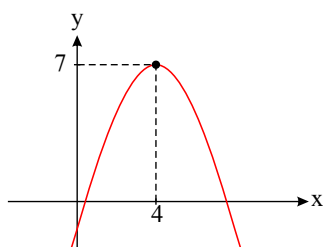
(۳) $S(-3, -1)$

(۲) $S(1, 3)$

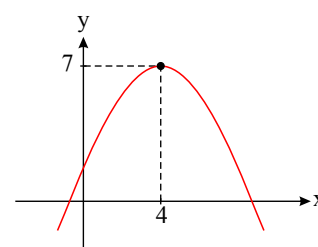
(۱) $S(-1, -2)$

smart- ۱۳۹۸

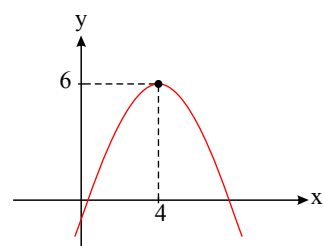
۵۲- نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1$ کدام است؟



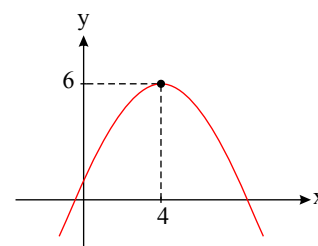
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۵۳- اگر خط $x = 2$ محور تقارن تابع درجه دوم $f(x) = 1 \circ x^2 - 4kx - 3$ باشد، در این صورت کدام نقطه روی نمودار تابع $f(x)$ قرار دارد؟

منتا- ۱۳۹۸

(۴) $(-1, 22)$

(۳) $(1, -22)$

(۲) $(-1, 33)$

(۱) $(1, -33)$

۵۴- اگر محور تقارن سهمی $y = 4x^2 - (k + 1)x - c$ خط $x = -1$ باشد و سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض -3 قطع کند، کم‌ترین مقدار سهمی کدام است؟

منتا- ۱۳۹۸

(۴) -15

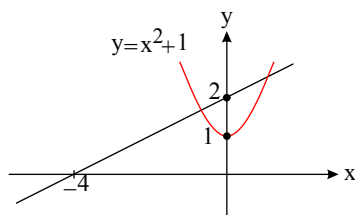
(۳) -1

(۲) -7

(۱) -5



۵۵- مجموع طول های نقاط تلاقی خط و سهمی مقابل کدام است؟



smart- ۱۳۹۸

۳ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۴)

۲ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۵۶- اگر x تعداد کالای تولید شده باشد، معادلات درآمد و هزینه به ترتیب به صورت $C(x) = 200x + 500$ و $R(x) = 300x - \frac{x^2}{2}$ است. ماکسیم سود کدام است؟

منتا- ۱۳۹۸

۴۵۰۰ (۴)

۴۴۰۰ (۳)

۵۴۰۰ (۲)

۵۵۰۰ (۱)

۵۷- در یک شرکت اگر معادله تقاضا به صورت $x = 180 - 6P$ باشد، برای به دست آوردن بیشترین درآمد، کالا باید با چه قیمتی به فروش برسد؟ (x تعداد کالا و P قیمت کالا بر حسب تومان است).

منتا- ۱۳۹۸

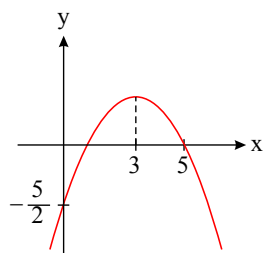
۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۵۸- با توجه به نمودار شکل زیر، معادله سهمی کدام است؟



smart- ۱۳۹۹

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ (۲)

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$ (۴)

$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$ (۱)

$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ (۳)

۵۹- کمترین مقدار تابع $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$ کدام است؟

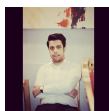
smart- ۱۳۹۹

$\frac{7}{16}$ (۴)

$\frac{2}{11}$ (۳)

$\frac{4}{19}$ (۲)

$\frac{3}{8}$ (۱)



smart- ۱۳۹۹

۶۰- اگر $\frac{x}{2} + 3y = 36$ باشد، بیشترین مقدار xy کدام است؟

۲۱۶ (۴)

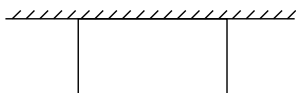
۱۹۲ (۳)

۱۴۴ (۲)

۸۱ (۱)

۶۱- می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصورشده، کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۸



۳۷۸ (۲)

۳۶۴ (۱)

۴۰۶ (۴)

۳۹۲ (۳)

۶۲- اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$ و تابع هزینه $y = 16x + 55$ باشد، ماکسیمم مقدار سود، کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۸

۵۷ (۴)

۵۳ (۳)

۴۸ (۲)

۴۵ (۱)

۶۳- یک کارگاه نوعی کالا تولید می‌کند و هر واحد آن را ۲۴۰ ریال می‌فروشد. اگر صاحب کارگاه در هر روز، x واحد کالا تولید کرده و تابع هزینه آن $C(x) = x^2 + 60x + 200$ باشد، بیشترین سود روزانه آن کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۹

۸۱۰۰ (۴)

۷۹۰۰ (۳)

۶۱۰۰ (۲)

۵۶۰۰ (۱)

۶۴- در یک شرکت اگر تابع درآمد $R(x) = -x^2 + 3x$ و هزینه برابر $C(x) = 5x - 10$ باشد، آنگاه بیشترین سود کدام است؟

smart- ۱۴۰۰

۱۱ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

۶۵- فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x محصول از یک کالا به صورت $R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ و تابع هزینه به صورت

خارج از کشور- ۱۴۰۰

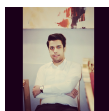
$C(x) = ax + 18$ باشد. اگر بیشترین سود این شرکت به ازای تولید ۹ واحد کالا باشد. مقدار a کدام است؟

-۳۹ (۴)

-۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۲۱ (۱)



۶۶- تابع هزینه برای تولید تعداد x کالا از یک محصول به صورت خطی است. به ازای هزینه های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ تومانی به ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

- ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) سراسری- ۱۴۰۲ ۹ (۱)

۶۷- اگر مختصات رأس سهمی $y = -x^2 + 6x + 3$ برابر (m, n) باشد، در این صورت mn کدام است؟ smart- ۱۴۰۰

- ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) -۱۲ (۴) -۳۶ (۱)

۶۸- در سهمی با ضابطه $y = -\frac{1}{10}x^2 + 5x + 10$ محور تقارن کدام است؟ smart- ۱۴۰۰

- $x = -25$ (۱) $x = -100$ (۲) $x = 25$ (۳) $x = 100$ (۴)

۶۹- معادله سود یک کارگاه به ازای x واحد کالای فروخته شده به صورت $P(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 8x - 10$ است. برای این کارگاه، بیشترین سود کدام است؟

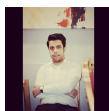
- ۳۲ (۱) ۲۲ (۲) ۶۴ (۳) ۶۶ (۴) متآزمون- ۱۴۰۱

۷۰- مجموع طول های رأس دو سهمی $y = x^2 + 4x + 3$ و $y = -3x^2 + 8x - 4$ کدام است؟ smart- ۱۴۰۰

- ۲ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴)

۷۱- اگر تابع در آمد یک شرکت برابر $-x^2 + 17x$ و تابع هزینه برابر $5x + 2$ باشد، بیشترین سود شرکت چه مقدار است؟ smart- ۱۴۰۰

- ۳۲ (۱) ۳۸ (۲) ۴۰ (۳) ۳۴ (۴)



smart- ۱۴۰۰

۷۲- نقطه (c, d) مختصات رأس سهمی به معادله $y = 4x^2 + 8x + 3$ است، حاصل $c + d$ کدام است؟

- ① -۲ ② ۳ ③ -۱ ④ -۴

smart- ۱۴۰۰

۷۳- محور تقارن سهمی $y = \frac{3}{2}x^2 - 15x - 2$ کدام است؟

- ① $x = 5$ ② $x = 6$ ③ $x = -6$ ④ $x = -5$

smart- ۱۴۰۰

۷۴- محیط مستطیلی ۳۲ است. اگر مساحت این مستطیل بیشترین مقدار ممکن باشد، طول چند برابر عرض است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۷۵- هزینه ثابت ساخت یک نوع کالا ۵۰۰۰ تومان و هزینه تولید هر کالا ۱۰۰ تومان است. اگر تابع روزانه به صورت

smart- ۱۴۰۰

$P(x) = -\frac{x^2}{2} + 100x - 5000$ باشد، بیشترین درآمد روزانه به ازای فروش چه تعداد از این کالا حاصل می‌شود؟

- ① ۱۵۰ ② ۲۰۰ ③ ۲۵۰ ④ ۳۰۰

۷۶- سه ضلع دیگر زمین مستطیل‌شکلی را که یک طرف آن با دیواری پوشیده شده است، با سیمی به طول ۷۶ متر حصر کرده‌ایم. بیشترین

متنازمن- ۱۴۰۲

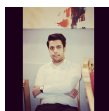
مساحت این زمین کدام است؟

- ① ۳۸۰ ② ۴۹۶ ③ ۷۲۲ ④ ۴۹۰

smart- ۱۴۰۱

۷۷- اگر $3x + 2y = 60$ باشد، ماکزیمم مقدار حاصل ضرب xy کدام است؟

- ① ۱۰۰ ② ۱۵۰ ③ ۲۲۰ ④ ۲۶۰



۷۸- در یک شرکت، تابع درآمد $R(x) = \frac{-k}{4}x^2 + 10x$ و تابع هزینه $C(x) = 4x + 10$ است. اگر بیشترین سود شرکت به ازای تولید

متأزمون- ۱۴۰۲

۳ واحد کالا رخ دهد، مقدار k کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۷۹- سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ با $y = 13 - x$ ، در دو نقطه به طول های ۲ و ۸، متقاطع اند. مختصات رأس این سهمی، کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۹

(۴, ۱۳) (۴)

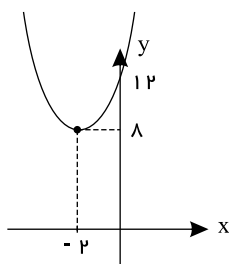
(۳, ۱۲) (۳)

(۳, ۹) (۲)

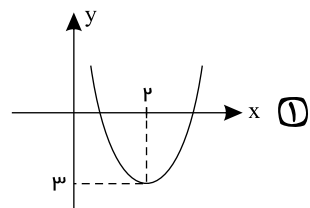
(۱, ۹) (۱)

smart- ۱۴۰۰

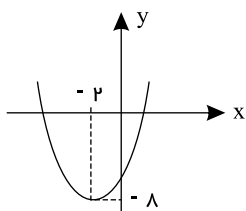
۸۰- نمودار تابع $y = x^2 + 4x + 12$ کدام است؟



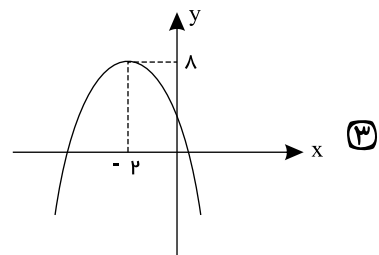
(۲)



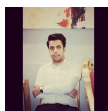
(۱)



(۴)



(۳)



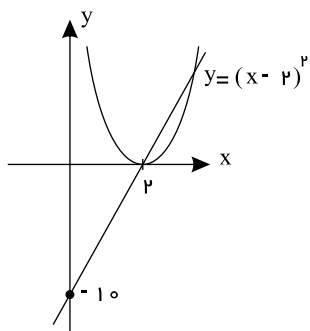
۸۱- مجموع عرض نقاط برخورد سهمی و خط در شکل روبه‌رو کدام است؟

۲۵ (۱)

۲۲ (۲)

۲۱ (۳)

۳۵ (۴)



smart- ۱۴۰۰

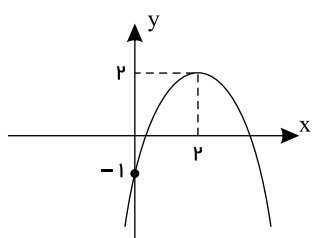
۸۲- ضابطه سهمی شکل روبه‌رو کدام است؟

$y = 2x^2 + 8x + 2$ (۱)

$y = -3x^2 + 4x - 1$ (۳)

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$ (۲)

$y = +3x^2 + 8x + 1$ (۴)



smart- ۱۴۰۰

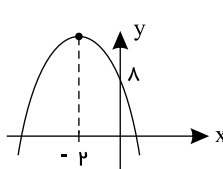
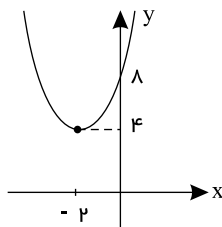
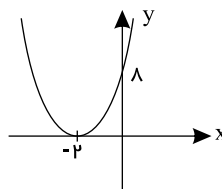
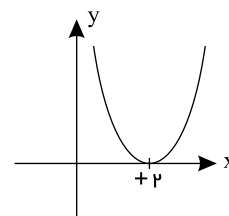
۸۳- نمودار سهمی $y = x^2 + 4x + 8$ برابر کدام است؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)



smart- ۱۴۰۰

۸۴- نمودار سهمی به معادله $y = (x - 1)^2 - 2$ از کدام ناحیه محورهاى مختصات عبور نمی‌کند؟

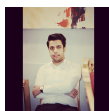
(۱) از همه ربع‌ها عبور می‌کند.

(۲) ربع اول

(۳) ربع دوم

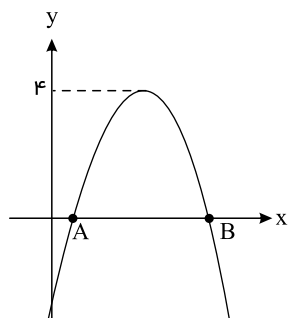
(۴) ربع چهارم

smart- ۱۴۰۰



۸۵- نمودار $y = -4x^2 + mx + n$ به صورت زیر است. طول پاره خط AB کدام است؟

ممتازمون - ۱۴۰۲

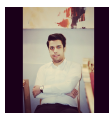


۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۱

$$\begin{cases} a + 1 = 7 \longrightarrow a = 6 \\ a + b = 7 \xrightarrow{a=6} 6 + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

smart- ۱۳۹۸

۲- گزینه ۱ یک رابطه بین دو مجموعه A و B ، یک تابع نامیده می‌شود؛ هرگاه متناظر با هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان مربوط کرد. بنابراین رابطه گزینه «۱» تابع است.

منتا- ۱۳۹۸

۳- گزینه ۴ نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور y ها، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

منتا- ۱۳۹۸

۴- گزینه ۴ گزینه «۴» صحیح است، زیرا در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» خطی موازی محور y ها می‌توان رسم کرد که نمودار تابع را در بیشتر از یک نقطه قطع می‌کنند.

خارج از کشور- ۱۳۹۸

۵- گزینه ۴ نمودار پیکانی مربوط به یک رابطه در صورتی تابع است که از هر عضو مجموعه A دقیقاً و حتماً یک پیکان خارج شود.

منتا- ۱۳۹۸

۶- گزینه ۳ هر فرد می‌تواند به چند ورزش علاقه داشته باشد؛ پس رابطه آن تابع نیست.

smart- ۱۳۹۸

۷- گزینه ۳ طبق رابطه وزن مطلوب، طول قد و نماتوب متغیرهایی هستند که وزن مطلوب، وابسته به این دو متغیر است، لذا طول قد و نماتوب متغیرهای مستقل و وزن مطلوب متغیر وابسته است.

منتا- ۱۳۹۸

۸- گزینه ۳ دو زوج مرتب هنگامی با یکدیگر برابرند که مؤلفه‌های آن‌ها نظیربه‌نظیر با یکدیگر برابر باشند. داریم:

$$(a - 3b, 8) = (-4, a + b) \Rightarrow \begin{cases} a - 3b = -4 \\ a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \times -1 \\ \hline \end{matrix} \begin{cases} a - 3b = -4 \\ -a - b = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -4b = -12 \\ \hline \end{matrix} \Rightarrow \boxed{b = 3}$$

$$\Rightarrow a + b = 8 \Rightarrow a + 3 = 8 \Rightarrow \boxed{a = 5}$$

$$\Rightarrow ab = a \times b = 5 \times 3 = 15$$

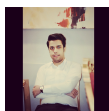
smart- ۱۳۹۸

۹- گزینه ۲ در تابع، به‌ازای هر x باید فقط یک مقدار y موجود باشد. ولی در جدول مربوط به گزینه دوم زوج‌های $(4, 12)$ و $(\sqrt{16}, \sqrt{25})$ دارای عضو اول مساوی و عضو دوم نامساوی هستند.

smart- ۱۳۹۸

۱۰- گزینه ۳

$A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{a, b\}$: فرض



$$f_1 = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$$

$$f_2 = \{(1, a), (2, a), (3, b)\}$$

$$f_3 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\}$$

$$f_4 = \{(1, a), (2, b), (3, b)\}$$

$$f_5 = \{(1, b), (2, b), (3, b)\}$$

$$f_6 = \{(1, b), (2, b), (3, a)\}$$

$$f_7 = \{(1, b), (2, a), (3, b)\}$$

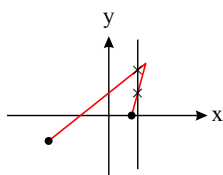
$$f_8 = \{(1, b), (2, a), (3, a)\}$$

به طور کلی اگر A یک مجموعه n عضوی و B یک مجموعه m عضوی باشد، در این صورت از مجموعه A به مجموعه B تعداد m^n تابع مختلف قابل تعریف است. در این مسئله $n = 3$ و $m = 2$ ، پس:

$$2^3 = 8 \text{ تابع در مجموع قابل تعریف است.}$$

منتا- ۱۳۹۸

۱۱- گزینه ۱ در گزینه «۲» دو عضو $(5, 5)$ و $(5, 3)$ مشکل ایجاد می کنند زیرا به ازای هر x ، فقط یک y باید داشته باشیم.



در گزینه «۳» اگر خطی به صورت مقابل به موازات محور y ها بکشیم نمودار را در ۲ نقطه قطع می کند.

در گزینه «۴» نیز نقاطی هستند که به ازای یک x ، دو y مختلف داشته باشند.

منتا- ۱۳۹۸

۱۲- گزینه ۴ اگر مجموعه ای از زوج مرتب ها نمایش یک تابع باشند، اگر مؤلفه اول برابر دارند، باید مؤلفه دوم آن ها هم مانند هم باشند:

$$(\underline{5}, a-1), (\underline{5}, 7) \Rightarrow a-1=7 \Rightarrow a=8$$

$\downarrow$
 $\sqrt{25}=5$

smart- ۱۳۹۸

۱۳- گزینه ۲ اگر نمودار داده شده را به صورت زوج مرتب بنویسیم طبق تعریف تابع خواهیم داشت:

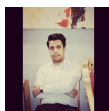
$$\{(-1, 1) \quad (\underline{c}, 2a) \quad (\underline{c}, -4) \quad (1, 1) \quad (a+1, 2b)\}$$

$\downarrow$
 $a = -2$ (مرحله ۲) $\Rightarrow (-1, 2b)$

$\downarrow$
 $2a = -4 \Rightarrow a = -2$ (مرحله ۱)

$$(3) \quad 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$(4) \quad a + b = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$



۱۴- گزینه ۲ اگر بخواهیم تابع باشند دو زوج مرتب $\{(2, a+1), (2, 0)\}$, $\{(3, 5), (3, 2a-3b)\}$ چون دارای مؤلفه‌های اول برابر هستند، مؤلفه‌های دوم نیز باید یکی باشند.

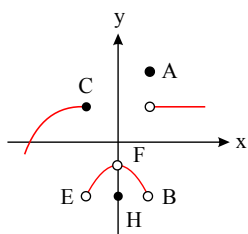
$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \Rightarrow a=-1 \\ 2a-3b=5 \xrightarrow{a=-1} -2-3b=5 \Rightarrow -3b=7 \Rightarrow b=-\frac{7}{3} \end{cases}$$

$$a+b \xrightarrow{a=-1, b=-\frac{7}{3}} -1 - \frac{7}{3} = -\frac{10}{3}$$

smart- ۱۳۹۸

۱۵- نکته: در صورتی نمودار رابطه تابع است که هر خط موازی محور y ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

(نقاط C و D و E روی یک خط هستند و نقاط A و B نیز روی یک خط دیگری قرار دارند.)



با حذف نقاط B و D و E مطابق شکل روبه‌رو رابطه تبدیل به یک تابع می‌شود.

smart- ۱۳۹۸

۱۶- گزینه ۲ از آنجایی که جدول داده‌شده تابع است، چون عدد ۴ در ردیف x ها ۲ بار تکرار شده است، پس y مربوط به آن‌ها باهم مساوی‌اند، داریم:

$$m^2 + 1 = m + 3 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} m=2 & (\text{غ ق}) \\ m=-1 & (\text{ق ق}) \end{cases}$$

با جایگذاری $m = -1$ داریم:

$$\xrightarrow{m=-1} \begin{array}{c|cccccc} x & -6 & 2 & 4 & 4 & -1 & 8 \\ \hline y & -1 & 3 & 2 & 2 & 10 & 12 \end{array}$$

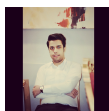
smart- ۱۳۹۸

۱۷- گزینه ۳ در نمایش تابع با زوج‌مرتب مؤلفه‌های اول هر دو زوج‌مرتب متمایز باید متفاوت باشند، بنابراین در صورت برابری مؤلفه‌های اول، مؤلفه‌های دوم نیز برابرند.

$$f = \{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$$

$$\begin{cases} (3, a+2b) \in f \\ (3, 7) \in f \end{cases} \xrightarrow{f \text{ تابع است}} a+2b=7 \quad , \quad \begin{cases} (5, 4) \in f \\ (5, 2a-b) \in f \end{cases} \xrightarrow{f \text{ تابع است}} 2a-b=4$$

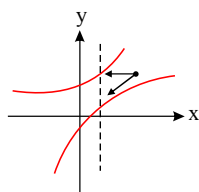
$$\Rightarrow \begin{cases} a+2b=7 \\ 2a-b=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+2b=7 \\ 4a-2b=8 \end{cases} \Rightarrow 5a=15 \Rightarrow a=3 \xrightarrow{a+2b=7} b=2$$



$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

سراسری- ۱۳۹۸

۱۸- گزینه ۲ نکته: نمودار رابطه‌ای هنگامی تابع می‌باشد که هر خط موازی محور y ها، حداکثر نمودار را در یک نقطه قطع نماید.



پس گزینه ۲ تابع نیست.

smart- ۱۳۹۸

۱۹- گزینه ۲ برای به دست آوردن عناصر f کافیست زوج مرتب‌های مجموعه اول و زوج مرتب‌های مجموعه دوم را به صورت مجزا از هم بدست آورد و اجتماع بگیریم.

$$\{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} = \{(0, 0^2), (1, 1^2), (2, 2^2)\} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$f = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\} \cup \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

پس رابطه f دارای ۹ عضو متمایز است.

سراسری- ۱۴۰۰

۲۰- گزینه ۲ در زوج مرتب‌ها با مؤلفه‌های اول یکسان مؤلفه‌های دوم را برابر قرار می‌دهیم:

$$(a, m^2 - 1) = (a, 4) \Rightarrow m^2 - 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 5$$

$$(a, x + y) = (a, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

$$(b, x - y) = (b, m^2) \Rightarrow x - y = m^2 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, y = 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20.5$$

سراسری- ۱۴۰۲

۲۱- گزینه ۴ چون دو زوج مرتب $(4, a)$ و $(4, 2)$ عضو رابطه هستند، پس $a = 2$ است ولی از طرفی به ازای $a = 2$ دو

زوج مرتب $(2, 8)$ و $(2, 3)$ و $(a^2 - a, 3) = (2, 3)$ عضو رابطه هستند و رابطه تابع نیست. پس به ازای هیچ مقداری رابطه f

رابطه تابع نیست.

smart- ۱۴۰۰

۲۲- گزینه ۴ مجموعه‌ای متشکل از زوج‌های مرتب هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشند،

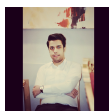
اگر مؤلفه‌های اول برابر باشند، باید مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$A = \{(2, -1), (-2, 5), (2, 2x + y), (-2, -x + y)\}$$

$$\begin{cases} (2, -1) = (2, 2x + y) \\ (-2, 5) = (-2, -x + y) \end{cases} \Rightarrow (-1) \times \begin{cases} 2x + y = -1 \\ -x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x - y = 1 \\ -x + y = 5 \end{cases}$$

$$-3x = 6 \Rightarrow x = -2$$

$$\begin{matrix} x = -2 \\ -x + y = 5 \end{matrix} \rightarrow y = 3$$



$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (-2)^2 + (3)^2 = 4 + 9 = 13$$

smart- ۱۴۰۰

۲۳- گزینه ۱

$$a^2 + 1 = 5 \rightarrow a^2 = 4 \rightarrow a = \pm 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \rightarrow f = \{(3, 5), (\boxed{2}, 7), (\boxed{2}, 8)\} \\ a = -2 \rightarrow f = \{(3, 5), (2, 7), (-2, 8)\} \end{array} \right. \quad \times \text{ تابع نیست.}$$

$$\Rightarrow \text{تابع است.} \quad \boxed{a = -2}$$

$$g(a) \stackrel{a=-2}{=} g(-2) = 3(-2) + 9 = -6 + 9 = 3$$

smart- ۱۳۹۸

۲۴- گزینه ۲

$$f(\sqrt{2} + 1) = (\sqrt{2} + 1)^2 - 2(\sqrt{2} + 1) + 3 = 2 + 1 + \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{2\sqrt{2}} - 2 + 3 = 4$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 2(-3) + 3 = 9 + 6 + 3 = 18$$

$$f(\sqrt{2} + 1) - f(-3) = 4 - 18 = -14$$

smart- ۱۳۹۸

۲۵- گزینه ۴

$$f(2) = \sqrt{\frac{8+1}{2+2}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$g(-2) = -2 + \frac{3}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$g(-2) \times f(2) = \frac{-1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{-3}{4}$$

smart- ۱۳۹۸

۲۶- گزینه ۱

$$f(x) = 5\sqrt{x} + 2 \Rightarrow D_f = \{x | x \geq 0\}$$

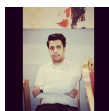
$$\left\{ \begin{array}{l} f(9) = 5\sqrt{9} + 2 = 5 \times 3 + 2 = 17 \\ f(4) = 5\sqrt{4} + 2 = 5 \times 2 + 2 = 12 \end{array} \right. \Rightarrow f(9) - f(4) = 17 - 12 = 5$$

منتا- ۱۳۹۸

۲۷- گزینه ۲

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{-(1 - \sqrt{3})^2 + 2(1 - \sqrt{3}) + 6} = \sqrt{-(1 + 3 - 2\sqrt{3}) + 2 - 2\sqrt{3} + 6} \\ &= \sqrt{-4 + 2\sqrt{3} + 8 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

منتا- ۱۳۹۸



۲۸- گزینه ۴ باتوجه به مختصات دو نقطه $A(-۲, ۳)$ و $B(۴, -۱)$ شیب خط برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-۱ - ۳}{۴ - (-۲)} = \frac{-۴}{۶} = -\frac{۲}{۳}$$

معادله خط برابر است با:

$$y - y_B = m_{AB}(x - x_B) \Rightarrow y - (-۱) = -\frac{۲}{۳}(x - ۴) \Rightarrow y + ۱ = -\frac{۲}{۳}x - \frac{۲}{۳} \times (-۴)$$

$$\Rightarrow y + ۱ = -\frac{۲}{۳}x + \frac{۸}{۳} \Rightarrow y = -\frac{۲}{۳}x + \frac{۸}{۳} - ۱ \Rightarrow y = -\frac{۲}{۳}x + \frac{۵}{۳}$$

منتا- ۱۳۹۸

۲۹- گزینه ۳ طبق رابطه تابع خطی که به فرم $f(x) = mx + n$ می باشد، داریم:

$$f(x) = mx + n \Rightarrow \begin{cases} f(۴) = -۱ \Rightarrow -۱ = ۴m + n & (۱) \\ f(۳) = ۲ \Rightarrow ۲ = ۳m + n & (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)-(۲)} -۱ - ۲ = ۴m + n - (۳m + n) \Rightarrow m = -۳$$

در نتیجه داریم:

$$-۱ = ۴m + n \xrightarrow{m=-۳} -۱ = ۴ \times (-۳) + n \Rightarrow n = ۱۱$$

در نتیجه $f(x)$ برابر است با:

$$f(x) = -۳x + ۱۱$$

$$f\left(\frac{۱}{۳}\right) - f(۳) = -۳ \times \left(\frac{۱}{۳}\right) + ۱۱ - (-۳ \times ۳ + ۱۱) = -۱ + ۹ = ۸$$

smart- ۱۳۹۸

۳۰- گزینه ۲

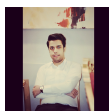
$$\left. \begin{array}{l} \text{عرض مستطیل} = x \\ \text{طول مستطیل} = y \end{array} \right\} \times \begin{array}{|c|} \hline y \\ \hline \end{array} \Rightarrow y = ۴x - ۲$$

$$\text{محیط مستطیل} \Rightarrow ۲(\text{عرض} + \text{طول}) \Rightarrow P(x) = ۲(y + x)$$

$$\xrightarrow{y=۴x-۲} P(x) = ۲(۴x - ۲ + x) = ۲(۵x - ۲) = ۱۰x - ۴$$

smart- ۱۳۹۸

۳۱- گزینه ۱



$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 3 \times 2 + 8 = 14 \\ g(1) &= \sqrt{1 + 3} = \sqrt{4} = 2 \\ f(-2) &= 3 \times (-2) + 8 = 2 \\ g(-2) &= \sqrt{-2 + 3} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{14 + 2}{2 - 1} = 16$$

smart- ۱۴۰۰

۳۲- گزینه ۲ دامنه تابع $\mathbb{R}$ است و سه برابر مکعب هر عدد مثل x را به صورت $3x^3$ نمایش می‌دهیم و نصف آن عدد برابر $\frac{x}{2}$ است.

منتا- ۱۳۹۸

۳۳- گزینه ۱

$$f(x) = 2x^2 - 1 \Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 2(-2)^2 - 1 = 8 - 1 = 7 \\ f(-1) = 2(-1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1 \\ f(0) = 2(0)^2 - 1 = 0 - 1 = -1 \\ f(1) = 2(1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{2}{4} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$R = \left\{ 7, 1, -1, -\frac{1}{2} \right\}$$

با توجه به برد $f(x)$ که شامل دو عدد حسابی است گزینه «۱» صحیح است.

منتا- ۱۳۹۸

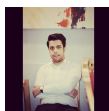
۳۴- گزینه ۳

$$f(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$\left. \begin{aligned} x = \frac{1}{2} &\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -1 \\ x = 1 &\Rightarrow f(1) = \frac{1 - 1}{1} = \frac{0}{1} = 0 \\ x = -1 &\Rightarrow f(-1) = \frac{-1 - 1}{-1} = \frac{-2}{-1} = 2 \\ x = 2 &\Rightarrow f(2) = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_f = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}, 2 \right\}$$

منتا- ۱۳۹۸

۳۵- گزینه ۳ باتوجه به نمودار برای به دست آوردن دامنه تابع کافی است، نقاط نمودار را روی محور x ها مشخص کنیم و برای به دست آوردن برد تابع کافی است، نقاط نمودار را روی محور y ها مشخص کنیم.



نکته: نقطه انتهایی نمودار توخالی است! و $x = 2$ جزء دامنه نیست و $y = -1$ جزء برد نیست.

$$D_f : [-3, 2) = \{-3 \leq x < 2\}$$

$$R_f : (-1, 3] = \{-1 < x \leq 3\}$$

smart- ۱۳۹۸

۳۶- گزینه ۳

$$D : \{-2, -1, 0, 1\}$$

با توجه به نمودار که تنها چهار عضو دارد. دامنه برابر است با:

و این نقاط روی خطی به معادله $y = x + 2$ می‌باشند.

smart- ۱۳۹۸

۳۷- گزینه ۴

$$f(x) = 2x + b$$

چون تابع خطی است: $f(x) = ax + b$ و چون شیب برابر ۲ است:

$$2(2) + b = 6 \Rightarrow b = 2$$

از طرفی $f(2) = 6$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$f(x) = 2x + 2$$

در نتیجه $f(x)$ برابر است با:

$$0 \leq x \leq 5 \xrightarrow{\times 2} 0 \leq 2x \leq 10 \xrightarrow{+2} 2 \leq 2x + 2 \leq 12$$

با استفاده از دامنه داده شده، تابع را می‌سازیم:

$$\Rightarrow 2 \leq f(x) \leq 12$$

منتا- ۱۳۹۸

۳۸- گزینه ۱ تابع خطی $f(x)$ را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم.

$$(0, 1) \in f(x) \Rightarrow 1 = 0 + b \Rightarrow b = 1$$

$$f(x) = ax + b = ax + 1$$

$$f(-1) = -a + b = -a + 1 = 2 \rightarrow a = -1$$

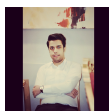
$$f(x) = -x + 1 \xrightarrow{f(x)=0} x = 1$$

منتا- ۱۳۹۸

۳۹- گزینه ۳ تابع داده شده در صورت سؤال، خود تابعی از مقدار $f(1)$ است. برای به دست آوردن ضابطه تابع $f(x)$ در ضابطه،

$x = 1$ را قرار می‌دهیم.

$$f(1) = 3 \times 1 - 1 + 2f(1) \Rightarrow -f(1) = 3 - 1 \Rightarrow -f(1) = 2 \Rightarrow f(1) = -2 \quad (1)$$



$$(1) \rightarrow f(x) = 3x - 1 + 2 \times (-2) = 3x - 1 - 4 \Rightarrow f(x) = 3x - 5$$

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1 \\ f(4) &= 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(2) + f(4) = 1 + 7 = 8$$

منتا- ۱۳۹۸

۴۰- گزینه ۲

$$f(x) = ax + b : \text{تابع خطی}$$

$$(5, 4) \in f(x) \Rightarrow 4 = 5a + b \Rightarrow 5a + b = 4$$

$$(-3, 2) \in f(x) \Rightarrow 2 = -3a + b \Rightarrow -3a + b = 2$$

$$\begin{cases} 5a + b = 4 \\ 3a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow 8a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = \frac{11}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4} : \text{برخورد با محور } x \text{ ها } y = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x + \frac{11}{4} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x = \frac{-11}{4}$$

$$\Rightarrow x = -11$$

smart- ۱۳۹۸

۴۱- گزینه ۴

$$\text{تابع هزینه } C_{(x)} = 200 + 40x$$

$$\text{تابع درآمد } R_{(x)} = x \cdot P = x \cdot 120 = 120x$$

$$\text{تابع سود } P_{(x)} = R_{(x)} - C_{(x)} = \boxed{80x - 200}$$

$$P_{(x)} > 0 \Rightarrow 80x - 200 > 0 \Rightarrow 80x > 200 \Rightarrow \boxed{x > 2.5} \text{ پس حداقل باید ۳ کالا فروخته شود.}$$

منتا- ۱۳۹۸

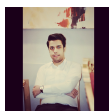
۴۲- گزینه ۲

$$\text{ابتدا تابع درآمد شرکت را به دست می آوریم: } R(x) = 70x \Rightarrow \text{تعداد کالا} \times \text{قیمت هر کالا} = \text{تابع درآمد}$$

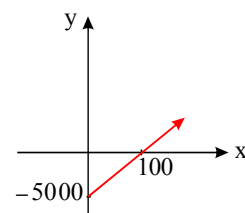
حال تابع سود برابر اختلاف تابع هزینه و درآمد می باشد:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 70x - (20x + 5000) = 50x - 5000$$

حال نمودار تابع سود را با توجه به جدول زیر رسم می کنیم:



x	۰	۱۰۰
$P(x)$	-۵۰۰۰	۰



smart- ۱۳۹۸

۴۳- گزینه ۱ ابتدا تابع درآمد شرکت را می‌یابیم:

تعداد کالا $\times$ قیمت کالا = تابع درآمد

$$R(x) = 60 \times x = 60x$$

حال تابع سود را می‌یابیم:

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow P(x) = 60x - (2000 + 10x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 60x - 2000 - 10x = 50x - 2000$$

سوددهی زمانی آغاز می‌شود که باشد، حال داریم:

$$50x - 2000 \geq 0 \Rightarrow 50x \geq 2000 \Rightarrow x \geq \frac{2000}{50} = 40$$

پس از فروش حداقل ۴۱ کالا سوددهی آغاز می‌شود.

smart- ۱۳۹۹

۴۴- گزینه ۱ با توجه به دو نقطه $(-1, 5)$ و $(1, -1)$ ضابطه تابع را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{5 + 1}{-1 - 1} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$f(x) = -3x + h \xrightarrow{(1, -1)} -1 = -3 \times 1 + h \Rightarrow h = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = -3x + 2$$

مقدار تابع را در نقاط ابتدا و انتها به دست می‌آوریم. (دقت کنید که $f(-2)$ نقطه توخالی در نمودار f است.)

$$f(-2) = -3 \times (-2) + 2 = 8, \quad f(8) = -3 \times 8 + 2 = -22$$

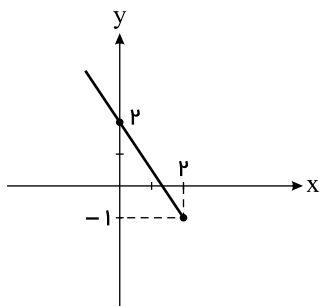
$$\Rightarrow R_f = \{y \in R \mid -22 \leq y < 8\}$$

متنازمن- ۱۴۰۲



۴۵- گزینه ۳

نمودار تابع را رسم می‌کنیم تا محدوده تغییرات y به دست آید، می‌دانیم $x \leq 2$ ، پس به اعداد ۲ و صفر را نسبت می‌دهیم:



$$2y + 3x = 4 \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ \rightarrow 2y + 3(2) = 4 \Rightarrow y = -1 \\ x=0 \\ \rightarrow 2y + 3(0) = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

پس با توجه به نمودار تابع برد تابع به صورت $y \geq -1$ است.

منتأزمون- ۱۴۰۲

۴۶- گزینه ۴

$$y = 2(x + a)^2 + b$$

$$\text{رأس سهمی} : S(-a, b) = S(-2, 3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a = -2 \Rightarrow a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

بنابراین:

$$a + b = 5$$

منتأ- ۱۳۹۸

۴۷- گزینه ۳ طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $x_S = -\frac{b}{2a}$ است. ابتدا رأس سهمی $y = -x^2 + 4x + 5$ را به دست می‌آوریم:

$$x_S = -\frac{4}{-2} = 2$$

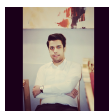
$$x_S = 2 \Rightarrow y_S = -2^2 + 4(2) + 5 = -4 + 8 + 5 \Rightarrow y_S = 9$$

پس مختصات رأس سهمی $(2, 9)$ می‌باشد، لذا داریم:

$$a + b = 2 + 9 = 11$$

منتأ- ۱۳۹۸

۴۸- گزینه ۲ برای یافتن نقطه برخورد y ها را برابر هم قرار می‌دهیم.



$$x^2 + 14x + 4 = -x^2 + 8x + 12$$

$$2x^2 + 6x - 8 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

یک نقطه برخورد $(1, 19)$ $x_1 = 1 \rightarrow y_1 = 1 + 14 + 4 = 19$

یک نقطه برخورد دیگر $(-4, -36)$ $x_2 = -4 \rightarrow y_2 = 16 - 56 + 4 = -36$

smart- ۱۳۹۸

۴۹- گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} y &= a(x - h)^2 + k \\ \begin{cases} h = 3 \\ k = 2 \end{cases} &\rightarrow y = a(x - 3)^2 + 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow 5 = a(0 - 3)^2 + 2 \rightarrow 5 = 9a + 2$$

نقطه برخورد با محور y ها، پس در معادله سهمی صدق می‌کند. $A \begin{vmatrix} 0 \\ 5 \end{vmatrix}$

$$\rightarrow 9a = 3 \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 + 2$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۰- گزینه ۳

$$\frac{-b}{2a}, y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{محور تقارن : } x = \frac{-2}{2(-\frac{1}{2})} = 2$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۱- گزینه ۴ به طور کلی، رأس سهمی به معادله $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ نقطه (α, β) است.

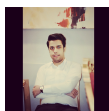
$$\text{رأس سهمی} = (3, -1)$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۲- گزینه ۲

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 4 \\ y_s \Rightarrow \text{جایگذاری} \Rightarrow y_s = -8 + 16 - 1 = 7 \end{cases}$$

چون $a < 0$ پس سهمی ماکزیمم دارد و $f(0) = -1$ پس نمودار گزینه «۲» مینیمم است.



$$\text{محور تقارن سهمی} = \frac{-b}{2a} \rightarrow 2 = \frac{4k}{2 \times 10} \Rightarrow 4k = 40 \Rightarrow k = 10$$

$$\xrightarrow{\text{ضابطه سهمی}} f(x) = 10x^2 - 40x - 3 \xrightarrow{x=1} y = 10 \times (1)^2 - 40 \times (1) - 3 = -33$$

پس نقطه $(1, -33)$ روی نمودار تابع قرار دارد.

منتا- ۱۳۹۸

$$54\text{-گزینه ۲ محور تقارن سهمی } y = ax^2 + bx + c \text{ خط } x = \frac{-b}{2a} \text{ است. در نتیجه:}$$

$$-\frac{-(k+1)}{2 \times 4} = -1 \Rightarrow k+1 = -8 \Rightarrow k = -9$$

$$y = 4x^2 + 8x - c \xrightarrow{(0, -3)} -3 = 4 \times 0 + 0 - c \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow y = 4x^2 + 8x - 3$$

چون دهانه سهمی رو به بالا باز می شود، کم ترین مقدار سهمی روی محور تقارن سهمی (رأس سهمی) قرار دارد. بنابراین:

$$\xrightarrow{x=-1} y = 4 \times (-1)^2 + 8(-1) - 3 = 4 - 8 - 3 = -7$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۵- گزینه ۳ ابتدا باید معادله خط را به دست آوریم، سپس با مساوی قرار دادن ضابطه های دو تابع، طول نقاط برخورد بدست می آید:

$$A(-4, 0), B(0, 2) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{0 - (-4)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}(x + 4) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$x^2 + 1 = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0 \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-\frac{1}{2})}{(1)} = \frac{1}{2}$$

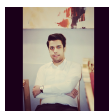
دقت کنید مجموع طول نقاط برخورد برابر مجموع ریشه های معادله $x^2 - \frac{1}{2}x - 1 = 0$ است که از رابطه $-\frac{b}{a}$ به دست می

آید.

smart- ۱۳۹۸

هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود} \Rightarrow y = R(x) - C(x) = 300x - \frac{x^2}{2} - (200x + 500)$$



$$y = -\frac{x^2}{2} + 100x - 500$$

$$S \text{ رأس سهمی} \left| \begin{aligned} x &= \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-\frac{1}{2})} = 100 \\ y &= -\frac{(100)^2}{2} + 100(100) - 500 = 4500 \text{ ماکزیم سود} \end{aligned} \right.$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۷- گزینه ۴

$$6P = 180 - x \Rightarrow P = 30 - \frac{1}{6}x$$

$$R(x) = x(30 - \frac{1}{6}x) = 30x - \frac{1}{6}x^2$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{30}{2(-\frac{1}{6})} = 90 \text{ تعداد کالا در ماکزیم درآمد}$$

$$P = 30 - \frac{1}{6} \times 90 = 30 - 15 = 15 \text{ تومان قیمت هر واحد کالا}$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۸- گزینه ۲

چون دهانه سهمی رو به پایین باز می شود پس در معادله سهمی می بایست ضریب x^2 منفی می باشد، لذا گزینه های (۱) و (۳) رد می شوند.

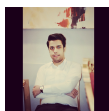
از طرفی با توجه به نمودار طول رأس سهمی برابر $x = 3$ است. با توجه به گزینه های (۲) و (۴) طول رأس آن ها را می یابیم و با طول رأس نمودار مقایسه می کنیم:

$$۲) \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} \Rightarrow \text{طول رأس} : x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 3 \quad \checkmark$$

$$۴) \quad y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2} \Rightarrow \text{طول رأس} : x_s = -\frac{(-3)}{2 \times (-\frac{1}{2})} = -3 \quad \times$$

پس ضابطه مربوط به گزینه «۲» صحیح است

smart- ۱۳۹۹



۵۹- گزینه ۴ نکته: در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ طول رأس سهمی برابر است با:

$$x_s = \frac{-b}{2a} \quad \text{طول سهمی}$$

ضریب x^2 عددی مثبت است، پس کمترین مقدار تابع درجه دوم، همان عرض رأس سهمی است، بنابراین ابتدا طول رأس را حساب کرده، آن را به جای x می‌گذاریم تا عرض رأس هم به دست آید:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2(4)} = \frac{3}{8}$$

طول رأس سهمی

$$y_s = 4\left(\frac{3}{8}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{8}\right) + 1 = 4\left(\frac{9}{64}\right) - \frac{9}{8} + 1$$

$$= \frac{9}{16} - \frac{9}{8} + 1 = \frac{9 - 18 + 16}{16} = \frac{7}{16}$$

smart- ۱۳۹۹

۶۰- گزینه ۴ را بر حسب y می‌نویسیم:

$$\frac{x}{2} + 3y = 36 \Rightarrow \frac{x}{2} = 36 - 3y \Rightarrow x = -6y + 72$$

$$xy = (-6y + 72)y = -6y^2 + 72y$$

پس xy برابر است با:

ماکسیمم عبارت درجه دوم بالا را حساب می‌کنیم:

$$y_{max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-72}{-12} = 6$$

$$\Rightarrow xy \text{ بیشترین مقدار} = -6(6)^2 + 72(6) = 216$$

smart- ۱۳۹۹

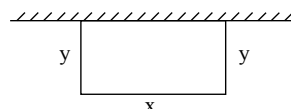
۶۱- گزینه ۳ طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر می‌گیریم:

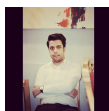
$$2y + x = 56$$

$$\Rightarrow x = 56 - 2y \quad (1)$$

$$\text{مساحت} = S = xy$$

$$\xrightarrow{(1)} S = (56 - 2y)y \Rightarrow S = 56y - 2y^2 \Rightarrow S_{max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(56^2 - 0)}{4 \times (-2)} = 392$$





هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55 = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55$$

$$\Rightarrow x_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2(-\frac{1}{3})} = \frac{12 \times 3}{2} = 18$$

جایگذاری در تابع سود $x_{\max} = 18 \rightarrow \text{ماکزیم مقدار سود} = -\frac{1}{3}(18)^2 + 12(18) - 55 = 53$

خارج از کشور- ۱۳۹۸

$x = \text{تعداد کالا}$, $\text{قیمت فروش} = 240$ (ریال)

$$R(x) = \text{درآمد} = \text{تعداد} \times \text{قیمت فروش} = (x)(240) = 240x$$

تابع سود برابر است با:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 240x - (x^2 + 60x + 200) = -x^2 + 180x - 200$$

برای محاسبهٔ ماکزیم سود رأس سهمی را به دست می آوریم؛ داریم:

$$x_s = \text{طول رأس سهمی} = -\frac{b}{2a} = \frac{-180}{-2} = 90$$

سود ماکزیم برابر است با:

$$P(90) = -(90)^2 + 180 \times 90 - 200 = -8100 + 16200 - 200 = 7900$$

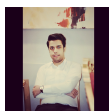
خارج از کشور- ۱۳۹۹

$$x_s = \text{طول رأس سهمی} = \frac{-b}{2a} \quad , \quad y_s = f(x_s)$$

$$p(x) = R(x) - C(x) = -x^2 + 3x - 5x + 10 = -x^2 - 2x + 10$$

از آنجایی که ضریب x^2 منفی است؛ عبارت درجهٔ دوم ماکزیم دارد و مقدار رأس سهمی برابر بیشترین سود است. داریم:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{-2} = -1 \quad , \quad p(-1) = -1 + 2 + 10 = 11$$



$$\text{درآمد : } R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$$

$$\text{هزینه : } C(x) = ax + 18$$

$$\Rightarrow \text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - ax - 18$$

$$\Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + (30 - a)x - 18$$

$$x_{max} = \frac{-(30 - a)}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 30 - a \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 30 - a = 9 \Rightarrow a = 21$$

خارج از کشور- ۱۴۰۰

۶۶-گزینه ۳ ابتدا تابع هزینه را که خطی است، با توجه به دو نقطه داده شده می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} A(20, 850) \\ B(25, 1000) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{1000 - 850}{25 - 20} = \frac{150}{5} = 30$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = mx + n \xrightarrow[m=30]{x=25, y=1000} 1000 = 30 \times 25 + n \Rightarrow n = 250$$

$$y = 30x + 250 \Rightarrow c(x) = 30x + 250, \quad R(x) = 55x$$

$$p(x) = 55x - 30x - 250 \Rightarrow p(x) = 25x - 250 \xrightarrow{p(x)=0} 25x - 250 = 0 \Rightarrow 25x = 250 \Rightarrow x = 10$$

پس با فروش ۱۱ آمین کالا سوددهی آغاز می‌شود.

سراسری- ۱۴۰۲

۶۷-گزینه ۲

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a}$$

$$\Rightarrow x_{\text{رأس}} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$y_{\text{رأس}} = -(3)^2 + 6 \times 3 + 3 = -9 + 18 + 3 = 12$$

$$\Rightarrow (m, n) = (3, 12) \Rightarrow m \times n = 36$$

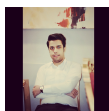
smart- ۱۴۰۰

۶۸-گزینه ۳

$$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{\frac{-1}{10} \times 2} = +25 \rightarrow x = 25 \rightarrow \text{معادله محور تقارن}$$

smart- ۱۴۰۰

۶۹-گزینه ۲ بیشترین سود به ازای $x = \frac{-b}{2a}$ همان طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به دست می‌آید. بنابراین:



$$x_s = \frac{-8}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 8 \Rightarrow y_s = -\frac{1}{2}(8)^2 + 8 \times 8 - 10 = 22$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۷۰- گزینه ۴ می‌دانیم در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ طول رأس سهمی $x = \frac{-b}{2a}$ است.

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{-4}{2} = -2 \\ x_2 &= \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2 + \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

smart- ۱۴۰۰

۷۱- گزینه ۴

تابع هزینه - تابع درآمد = تابع سود

$$\Rightarrow \text{تابع سود} = -x^2 + 17x - 5x - 2 = -x^2 + 12x - 2$$

از آنجا که در تابع سود ضریب درجه دوم منفی است؛ بیشترین سود برابر مقدار عرض رأس سهمی است.

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-2} = 6$$

$$\Rightarrow f(6) = -36 + 72 - 2 = 34$$

smart- ۱۴۰۰

۷۲- گزینه ۱ در تابع سهمی $y = ax^2 + bx + c$ طول رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است. در نتیجه:

$$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{8} = -1, \quad f(-1) = 4(-1)^2 + 8(-1) + 3 = -1$$

$$(c, d) = (-1, -1) \Rightarrow c + d = -2$$

smart- ۱۴۰۰

۷۳- گزینه ۱ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ است. بنابراین:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{15}{3} = 5$$

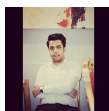
smart- ۱۴۰۰

۷۴- گزینه ۱ ابتدا یکی از مجهول‌ها (طول و عرض) را برحسب دیگری می‌یابیم.

$$P = 2(x + y) \Rightarrow 32 = 2(x + y) \Rightarrow x + y = 16 \Rightarrow y = 16 - x$$

$$S = x \times y \Rightarrow S = x(16 - x) \Rightarrow S = -x^2 + 16x \Rightarrow y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 16 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$x_{\text{max}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{2(-1)} = 8 \Rightarrow -8^2 + 16 \times 8 = -64 + 128 = 64$$



بیشترین مقدار مساحت ۶۴ است.

$$S = x \times y \Rightarrow 64 = 8 \times y \Rightarrow y = 8 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{8}{8} = 1$$

smart- ۱۴۰۰

۷۵- گزینه ۲

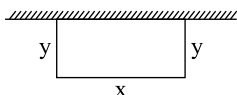
$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow P(x) = R(x) - C(x) \quad , \quad C(x) = 100x + 5000$$

$$R(x) = P(x) + C(x) \Rightarrow R(x) = -\frac{x^2}{2} + 100x - 5000 + 100x + 5000$$

$$\Rightarrow R(x) = -\frac{x^2}{2} + 200x \Rightarrow x_{max} = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{-200}{1}}{2 \times \frac{-1}{2}} = 200$$

smart- ۱۴۰۰

۷۶- گزینه ۳ با توجه به صورت سوال شکل روبه‌رو را رسم می‌کنیم:



حاصل ضرب xy را که مساحت مستطیل است، بر حسب y به صورت یک تابع درجه دوم می‌نویسیم:

$$2y + x = 76 \Rightarrow x = 76 - 2y$$

$$S = xy \xrightarrow{x=76-2y} S = (76 - 2y)y = -2y^2 + 76y$$

$$y = \frac{-76}{-4} = 19 \Rightarrow x = 76 - 2 \times 19 = 38 \Rightarrow S = x \times y = 19 \times 38 = 722$$

منتأزمون- ۱۴۰۲

۷۷- گزینه ۲ ابتدا y را بر حسب x به دست می‌آوریم:

$$3x + 2y = 60 \Rightarrow 2y = 60 - 3x \Rightarrow y = 30 - \frac{3}{2}x$$

$$S = xy = x(30 - \frac{3}{2}x) = -\frac{3}{2}x^2 + 30x$$

بیشترین مقدار تابع S (سهمی) در نقطه رأس سهمی به دست می‌آید:

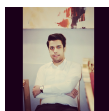
$$x_S = \frac{-30}{2(-\frac{3}{2})} = \frac{30}{3} = 10 \Rightarrow y_S = 30 - \frac{3}{2} \times 10 = 15$$

$$S_{max} = 10 \times 15 = 150$$

smart- ۱۴۰۱

۷۸- گزینه ۱ ابتدا تابع سود را می‌نویسیم:

$$C(x) = \frac{-k}{4}x^2 + 10x - 4x - 10 \Rightarrow P(x) = \frac{-k}{4}x^2 + 6x - 10 \Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-(6)}{2(-\frac{k}{4})} = 3$$



$$\Rightarrow \frac{\frac{6}{1}}{\frac{k}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{12}{k} = 3 \Rightarrow 3k = 12 \Rightarrow k = 4$$

منتأزمون- ۱۴۰۲

۷۹- گزینه ۴ با توجه به معادله خط نقطه‌های $\begin{vmatrix} 8 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} 2 \\ 11 \end{vmatrix}$ که در معادله خط $y = 13 - x$ صدق می‌کند، نقاط برخوردند پس

این نقاط در سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ صدق می‌کنند؛ داریم:

$$\begin{cases} 11 = -\frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b \\ 5 = -\frac{1}{2}(8)^2 + a(8) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases}$$

رأس سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$ برابر است با: $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-\frac{1}{2})} = 4 \Rightarrow y = 13$ رأس سهمی

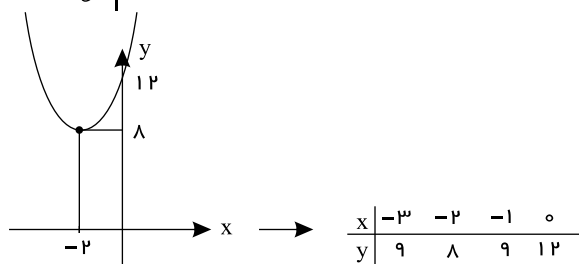
سراسری- ۱۳۹۹

۸۰- گزینه ۲

ابتدا رأس سهمی را به دست آورده و به کمک جدول نقطه‌یابی زیر سهمی را رسم می‌کنیم:

$$x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -3 & -2 & -1 & 0 \\ \hline y & 9 & 8 & 9 & 12 \end{array}$$



smart- ۱۴۰۰

۸۱- گزینه ۱

ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه $(0, -10)$ و $(2, 0)$ را به دست می‌آوریم:

$$\text{شیب خط: } \frac{-10 - 0}{0 - 2} = 5 \Rightarrow y = 5x - 10$$

سپس ضابطه سهمی و خط را برابر قرار می‌دهیم.

$$5x - 10 = (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$$



$$\Rightarrow (x - 2)(x - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 0 \\ x = 7 \Rightarrow y = 25 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 25 + 0 = 25$$

smart- ۱۴۰۰

۸۲- گزینه ۲ معادله سهمی به صورت روبه‌رو است:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$(0, -1)$$

$$\longrightarrow -1 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = -1$$

$$(2, 2) \quad \left. \begin{aligned} 2 &= 4a + 2b - 1 \\ -\frac{b}{2a} &= 2 \Rightarrow -b = 4a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4a - 8a - 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow b = -4a = -4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 3$$

$$\Rightarrow y = -\frac{3}{4}x^2 + 3x - 1$$

smart- ۱۴۰۰

۸۳- گزینه ۳

ابتدا طول رأس سهمی را به دست آورده و به کمک جدول نقطه‌یابی نمودار سهمی را رسم می‌کنیم:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$$

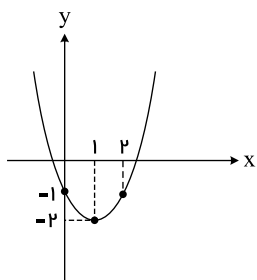
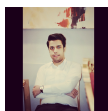
$$\Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -3 & -2 & -1 & 0 \\ \hline y & 5 & 4 & 5 & 8 \end{array}$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.

smart- ۱۴۰۰

۸۴- گزینه ۱ تابع را رسم می‌کنیم.

می‌بینیم که سهمی از همه ناحیه‌های محورهای مختصات عبور می‌کند.



رأس سهمی : $S(1, -2) \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -1 & -2 & -1 \end{array}$

smart- ۱۴۰۰

۸۵- گزینه ۲ چون عرض رأس سهمی در نمودار رسم شده داده شده است، پس:

$$x_S = -\frac{b}{2a} \Rightarrow f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{16} = 4 \Rightarrow \Delta = 64$$

طول پاره خط AB یعنی $x_B - x_A$ و این یعنی تفاضل ریشه‌ها و می‌دانیم:

$$|x_B - x_A| = \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta} + b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$

$$\Rightarrow x_B - x_A = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{8}{4} = 2$$

منتأزمون- ۱۴۰۲

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۱۶ - ۲	۳۱ - ۱	۴۶ - ۴	۶۱ - ۳	۷۶ - ۳
۲ - ۱	۱۷ - ۳	۳۲ - ۲	۴۷ - ۳	۶۲ - ۳	۷۷ - ۲
۳ - ۴	۱۸ - ۲	۳۳ - ۱	۴۸ - ۲	۶۳ - ۳	۷۸ - ۱
۴ - ۴	۱۹ - ۲	۳۴ - ۳	۴۹ - ۱	۶۴ - ۴	۷۹ - ۴
۵ - ۴	۲۰ - ۲	۳۵ - ۳	۵۰ - ۳	۶۵ - ۱	۸۰ - ۲
۶ - ۳	۲۱ - ۴	۳۶ - ۳	۵۱ - ۴	۶۶ - ۳	۸۱ - ۱
۷ - ۳	۲۲ - ۴	۳۷ - ۴	۵۲ - ۲	۶۷ - ۲	۸۲ - ۲
۸ - ۳	۲۳ - ۱	۳۸ - ۱	۵۳ - ۱	۶۸ - ۳	۸۳ - ۳
۹ - ۲	۲۴ - ۲	۳۹ - ۳	۵۴ - ۲	۶۹ - ۲	۸۴ - ۱
۱۰ - ۳	۲۵ - ۴	۴۰ - ۲	۵۵ - ۳	۷۰ - ۴	۸۵ - ۲
۱۱ - ۱	۲۶ - ۱	۴۱ - ۴	۵۶ - ۴	۷۱ - ۴	
۱۲ - ۴	۲۷ - ۲	۴۲ - ۲	۵۷ - ۴	۷۲ - ۱	
۱۳ - ۲	۲۸ - ۴	۴۳ - ۱	۵۸ - ۲	۷۳ - ۱	
۱۴ - ۲	۲۹ - ۳	۴۴ - ۱	۵۹ - ۴	۷۴ - ۱	
۱۵ - ۳	۳۰ - ۲	۴۵ - ۳	۶۰ - ۴	۷۵ - ۲	