



نویدپورزکی

۱- اگر $A = \{x | x = \frac{1}{K}, x \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{Z}\}$ ، آن گاه A چند عضو دارد؟

- بی شمار ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④

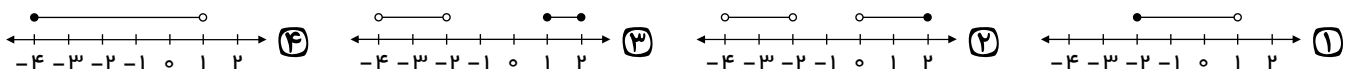
۲- اگر دو بازه $(2a - 2, 6)$ و $(-2, a + 1)$ هیچ عضو مشترکی نداشته باشند، محدوده a کدام است؟

- ① $-2 < a < 4$ ② $-2 < a \leq 4$ ③ $3 \leq a < 4$ ④ $3 < a \leq 4$

۳- اگر $(-2, 6] \cup (m, 6] = (-2, 6]$ باشد، محدوده m کدام است؟

- ① $3 < m$ ② $-2 < m < 4$ ③ $-2 \leq m \leq 3$ ④ $m \leq -2$

۴- نمودار مجموعه $(-2, 1) - [-4, 2]$ کدام است؟

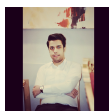


۵- اگر $A = (-1, 3]$ ، $B = (0, 4]$ و $C = [3, 6]$ باشد حاصل $(A \cap B) \cup C$ کدام است؟

- ① $(-1, 4]$ ② $(-1, 4)$ ③ $[0, 3]$ ④ $(0, 6]$

۶- اگر $(-\infty, a) \cup [a + 1, +\infty) = \mathbb{R}$ ، محدوده a کدام است؟

- ① $\mathbb{R}$ ② $(-\infty, 1]$ ③ $(-\infty, 1)$ ④ هیچ کدام



۷- بازه $\left(-\infty, \frac{a}{2}\right] \cap \left[\frac{2a-1}{3}, +\infty\right)$ فقط شامل یک عضو است. a کدام است؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۸- اگر $A = (-\infty, \frac{m+1}{2}]$ و $B = [\frac{2m+4}{5}, +\infty)$ باشد، به ازای چند مقدار طبیعی m مجموعه $A \cap B$ متناهی می‌باشد؟

- ① یک ② دو ③ سه ④ چهار

۹- نمایش بازه‌ای مجموعه $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 2\}$ کدام است؟

- ① $[-3, 2)$ ② $[-3, 1, 9]$ ③ $[-3, 1]$ ④ هیچکدام

۱۰- اگر بازه $(-1, k+1)$ زیرمجموعه $(2, 4) \cup (-3, 2)$ باشد، حداکثر مقدار k چقدر است؟

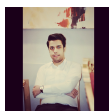
- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۱- به ازای کدام مقدار m عبارت $\left[\frac{m+1}{2}, \frac{1-m}{3}\right)$ نمی‌تواند یک بازه باشد؟

- ① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ -5 ④ -3

۱۲- اگر عدد ۱۱ عضوی از بازه $\left[\frac{4a-3}{3}, 2a+13\right)$ باشد، محدوده a کدام است؟

- ① $(-1, 9]$ ② $(-1, 13)$ ③ $(0, 13)$ ④ $(-1, 2]$



۱۳- بازه $[5, a - 1]$ شامل ۴ عدد صحیح زوج است. بزرگترین حدود a کدام است؟

- ① $13 < a < 15$ ② $13 \leq a < 15$ ③ $14 \leq a < 15$ ④ $14 < a < 15$

۱۴- اگر $(-\infty, 2) \cup \left[\frac{a-6}{2}, +\infty\right) = \mathbb{R}$ باشد، محدوده a کدام است؟

- ① $[-1, 3]$ ② $(-1, 3]$ ③ $\mathbb{R}$ ④ $(-\infty, 10]$

۱۵- اگر $A_n = \left[-\frac{2}{n}, \frac{2}{5-n}\right]$ ، آن گاه حاصل $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$ کدام است؟

- ① $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ ② $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ ③ $\left[-1, \frac{2}{3}\right]$ ④ $[-1, 1]$

۱۶- اگر $A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، آن گاه مجموعه $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$ به کدام صورت است؟

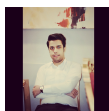
- ① $[-2, -1) \cup (1, 2]$ ② $[-2, -1] \cup [1, 2]$ ③ $[-1, 1]$ ④ $\emptyset$

۱۷- اگر اشتراک دو بازه $[2x + y, 8]$ و $[2, 3x + y + 1]$ برابر $\{4\}$ باشد، حاصل y^x کدام است؟

- ① -6 ② 2 ③ $\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{2}$

۱۸- اگر بازه $[6, a)$ دقیقاً سه عدد فرد باشد، حداکثر حدود a کدام است؟

- ① $11 \leq a < 12$ ② $11 < a \leq 12$ ③ $11 \leq a < 13$ ④ $11 < a \leq 13$



۱۹- اگر $A = \{2x | x \in (-1, 2]\}$ و $B = \{x | 2x + 1 \in A\}$ ، آن گاه $A - B$ کدام است؟

- ① $(-2, \frac{-3}{2}] \cup (\frac{3}{2}, 4]$ ② $(-2, \frac{3}{2}]$ ③ $(-2, -1] \cup (3, 4]$ ④ $(2, 4]$

۲۰- کدام مجموعه، متناهی است؟

- ① $\mathbb{W} - \mathbb{Q}$ ② $\mathbb{R} - \mathbb{Q}'$ ③ $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z}$ ④ $\mathbb{Q} \cap \mathbb{N}$

۲۱- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، $(A \cap B') - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

- ① B' ② $\emptyset$ ③ $A \cap B$ ④ $A - B$

۲۲- مجموعه $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$ برابر کدام است؟

- ① $B - A$ ② B ③ $\emptyset$ ④ A'

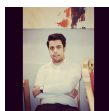
۲۳- با توجه به مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{N} | -7 < 2x + 5 < 11\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$

$(A - B) \cup C$ ، $C = \{x \in \mathbb{R} | 2 < 3x - 1 < 8\}$ برابر کدام گزینه است؟

- ① $[1, 3)$ ② $(-6, 3)$ ③ $(1, 3)$ ④ $\mathbb{R}$

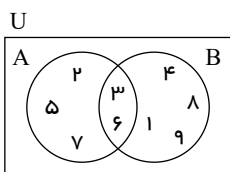
۲۴- اگر A و B دو مجموعه ناتهی در مجموعه U باشند و داشته باشیم: $A \cap B' = (A \cap B)'$ ، آنگاه کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \subset B$ ③ $A' \subset B'$ ④ $A \cup B = B$



۲۵- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، مجموعه $(A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A))$ همواره برابر کدام است؟

- ① $A' - B'$ ② $(A - B)'$ ③ A' ④ $\emptyset$



۲۶- باتوجه به نمودار ون، اجتماع مجموعه‌های $A \cap (A - B)'$ و $B \cap (B - A)'$ چند عضو دارد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۲۷- اگر $U = \{\text{مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچکتر از } ۱۵\}$ مجموعه‌ی مرجع باشد و $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{3, 11, 13, 14\}$ و

$C = \{3, 6, 9, 10, 11, 12, 13\}$ مجموعه‌ی $(A' \cap B') \cup C'$ چند عضو دارد؟

- ① ۹ ② ۱۱ ③ ۱۳ ④ ۱۴

۲۸- مجموعه‌ی $A \cap (A - B)$ برابر با کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

- ① $B - A$ ② $A - B$ ③ A' ④ B'

۲۹- اگر $\mathbb{Z}$ را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم و $A' = \{1, 2, 3\}$ ، $B' = \{2, 3, 4\}$ ، آن گاه مجموعه‌ی $(A \cap B)'$ کدام

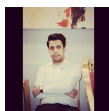
است؟

- ① $\{2, 3\}$ ② $\{3, 4\}$ ③ $\{1, 2, 3, 4\}$ ④ $\{1, 2, 3\}$

۳۰- دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید. اگر اجتماع آن‌ها ۲۷ عضو و اشتراکشان ۸ عضو داشته باشد، مجموعه

$(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟

- ① ۱۹ ② ۲۱ ③ ۲۷ ④ ۳۵



۳۱- یک باشگاه ورزشی ۴۳ عضو دارد. از میان این اعضا، ۲۳ نفر در تمرین فوتبال و ۲۷ نفر در تمرین فوتسال حضور می‌یابند. اگر ۱۶ نفر در هر دو تمرین حضور داشته باشند، چند نفر در هیچ تمرینی شرکت نمی‌کنند؟

- ۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)

۳۲- اگر برای دو مجموعهٔ ناتهی A و B داشته باشیم: $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = B$ در این صورت حاصل $(A \cap B) - (A \cap B')$ کدام است؟

- U (۴) B (۳) $\emptyset$ (۲) A (۱)

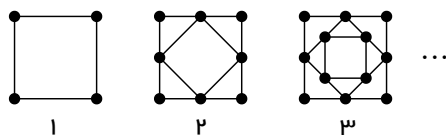
۳۳- اگر $A = \{\text{مضارب دو رقمی و طبیعی ۶}\}$ و $B = \{\text{مضارب دو رقمی و طبیعی ۴}\}$ ، مجموعهٔ $A - B$ چند عضو دارد؟

- ۱۵ (۴) ۱۳ (۳) ۷ (۲) ۴ (۱)

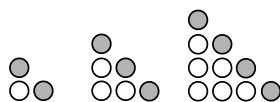
۳۴- اگر $n(A \cup B) = ۱۷$ ، $n(A \cap B) = ۱$ ، $n(B \cap A') = ۹$ ، آن‌گاه $n(A - B)$ کدام است؟

- ۹ (۴) ۸ (۳) ۷ (۲) ۶ (۱)

۳۵- شکل n ام الگوی مقابل، چند گلوله‌ی توپُر خواهد داشت؟

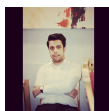


- $4n$ (۲) $n + 4$ (۱)
 $\frac{4n+1}{2}$ (۴) $4n + 4$ (۳)

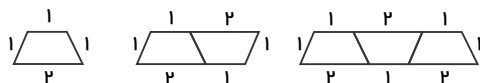


۳۶- تعداد دایره‌های رنگ نشده در شکل n ام از الگوی زیر همواره چند تا است؟

- $n^2 - n - 1$ (۲) $n + 1$ (۱)
 $\frac{n^2}{2}$ (۴) $\frac{n^2 + n}{2}$ (۳)



۳۷- الگوی زیر از تعدادی دوزنقه تشکیل شده است. محیط شکلی که تعداد دوزنقه‌های آن ۱۰ باشد، کدام است؟

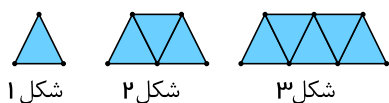


۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)



شکل ۱

شکل ۲

شکل ۳

۳۸- در شکل مقابل، اگر تعداد اضلاع برابر ۹۵ باشد، تعداد رأس‌ها کدام است؟

۳۹ (۲)

۴۱ (۱)

۴۹ (۴)

۵۱ (۳)

۳۹- در یک الگوی خطی، جمله‌ی سوم برابر با ۲ و جمله‌ی نهم ۲۶ است. جمله‌ی عمومی این الگو کدام است؟

$t_n = 2n + 9$ (۴)

$t_n = 4n + 2$ (۳)

$t_n = 9n + 2$ (۲)

$t_n = 4n - 10$ (۱)

۴۰- در یک الگوی خطی، جمله‌ی چهارم ۱۱- و جمله‌ی دهم ۷ است. چندمین جمله از این الگو، برابر با ۱۹ است؟

پانزدهم (۴)

چهاردهم (۳)

سیزدهم (۲)

دوازدهم (۱)

۴۱- در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ می‌باشد. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

۹ (۴)

۸٫۵ (۳)

۸ (۲)

۷٫۵ (۱)

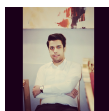
۴۲- در یک دنباله حسابی $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 75$ حاصل $a_7 + a_8$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۶ (۳)

۲۵ (۲)

۲۴ (۱)



۴۳- در یک دنباله‌ی حسابی رابطه‌ی $5t_1 + 75d = 125$ برقرار است. جمله‌ی شانزدهم این دنباله کدام است؟

- ① ۲۰ ② ۲۲ ③ ۲۵ ④ ۳۰

۴۴- در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی هفتم برابر ۲۴ و جمله‌ی بیست و هفتم برابر ۶۴ است. جمله‌ی هشتادم این دنباله کدام است؟

- ① ۱۷۰ ② ۱۸۰ ③ ۱۹۰ ④ ۲۱۰

۴۵- در یک دنباله‌ی حسابی $a_{15} - a_{10} = 10$ ، در این دنباله‌ی $a_{31} - a_{22}$ چقدر است؟

- ① ۱۲ ② ۱۴ ③ ۱۶ ④ ۱۸

۴۶- مجموع ۵ جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی ۷۰ است. اگر جمله‌ی دوم ۱۰ باشد، قدرنسبت کدام است؟

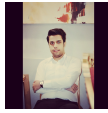
- ① -۲ ② ۲ ③ ۴ ④ ۸

۴۷- بین دو عدد ۳۲ و ۸۴ سه عدد به گونه‌ای قرار می‌دهیم که یک دنباله‌ی حسابی ساخته شود. مجموع این سه عدد کدام است؟

- ① ۱۵۴ ② ۱۷۴ ③ ۱۹۴ ④ ۲۱۴

۴۸- اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$ در دسته‌ی نهم، واسطه‌ی حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟

- ① ۷۱ ② ۷۲ ③ ۷۳ ④ ۷۴



۴۹- جمله چندم دنباله هندسی با جملات $\frac{1}{5}$ و $\frac{2}{5}$ ، هشت برابر جمله ششم آن است؟

- ① ۴ ② ۵ ③ ۳ ④ ۶

۵۰- در یک دنباله هندسی نسبت جمله پنجم به جمله هشتم برابر $\frac{64}{27}$ است. اگر جمله اول دنباله ۸ باشد، جمله سوم دنباله کدام است؟

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$

۵۱- جمله هشتم دنباله هندسی ۱، ۳، ۹، ... کدام است؟

- ① 3^6 ② 3^7 ③ 3^5 ④ 3^4

۵۲- چهار جمله دوم یک دنباله هندسی به ترتیب از چپ به راست به صورت a, b, c, d می باشند. اگر مجموع پنج جمله اول این دنباله

۴۴- باشد، $\frac{\sqrt{a^2 + d^2}}{bc}$ کدام است؟ (قدر نسبت تصاعد برابر $-\frac{1}{2}$ است.)

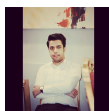
- ① $\frac{\sqrt{65}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{65}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{65}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{65}}{4}$

۵۳- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت نسبت جمله هشتم به پنجم برابر ۱۲۵ است. اگر مجموع جملات پنجم و هفتم برابر ۶۵۰ باشد، آنگاه جمله اول کدام است؟

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{125}{7}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{4}{7}$

۵۴- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت نسبت جمله دهم به جمله ششم برابر ۲۵۶ است. اگر حاصل ضرب جمله چهارم با جمله دوم برابر ۵۱۲ باشد جمله ۴م کدام است؟

- ① ۴ ② $2\sqrt{2}$ ③ ۸ ④ $64\sqrt{2}$



۵۵- دنباله هندسی $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ ، x ، ۲ غیرنزولی است. مجموع شش جمله اول آن کدام است؟

④ $\frac{23}{16}$

③ $\frac{11}{8}$

⑤ $\frac{21}{16}$

① $\frac{41}{32}$

۵۶- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب سه جمله متوالی ۶۴ است. حاصل ضرب اولین و سومین جمله از این سه جمله کدام است؟

④ ۱۸

③ ۱۶

⑤ ۱۲

① ۱۰

۵۷- جمله پنجم دنباله هندسی $6, 9x - 6, 3x, 1 + x$ کدام است؟

④ ۴۸

③ ۴۲

⑤ ۳۸

① ۲۶

۵۸- در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

④ ۱۶

③ ۹

⑤ ۸

① $\frac{81}{16}$

۵۹- بین دو عدد ۲ و ۲۰۰ نوزده عدد مثبت چنان قرار داده‌ایم که یک دنباله هندسی تولید شود جمله وسط این دنباله کدام است؟

④ ۲۰

③ ۱۸

⑤ ۱۲

① ۱۰



۶۰- در یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲، حاصل $\frac{t_1 t_7}{t_2^2}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{16}$ ② ۱۶ ③ $\frac{1}{4}$ ④ ۴

۶۱- بین اعداد $\frac{3}{2}$ ، ۴۸، چهار عدد به گونه‌ای قرار می‌دهیم که یک دنباله هندسی تشکیل شود. جمله سوم این دنباله کدام است؟

- ① ۴ ② ۶ ③ ۱۲ ④ ۲۲

۶۲- در یک دنباله هندسی $t_1 t_3 t_5 = 8 t_2 t_4 t_6$ ، قدرنسبت کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② ۲ ③ $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ④ $\sqrt[3]{2}$

۶۳- در یک دنباله هندسی با قدرنسبت $r = 2$ ، مجموع شش جمله اول چند برابر مجموع سه جمله اول است؟

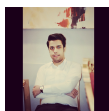
- ① ۶ ② ۷ ③ ۸ ④ ۹

۶۴- اگر $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b, \dots$ یک دنباله هندسی و $a, x, b, \dots$ یک دنباله حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

- ① $\frac{5}{2}$ ② ۲ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\sqrt{2}$

۶۵- اگر در یک دنباله هندسی $\frac{t_3}{t_1} = \sqrt{5}$ ، آن‌گاه $\frac{t_9}{t_5}$ کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ ۵ ④ $5\sqrt{5}$



۶۶- در دنباله‌ی هندسی $27, 000, m^2, m$ جمله‌ی چهارم کدام است؟

- ① ۳۹ ② ۴۸ ③ ۸۱ ④ ۹۹

۶۷- در یک دنباله‌ی هندسی صعودی به صورت $4, a, 9, b, 000$ مجموع ۶ جمله‌ی اول کدام است؟

- ① $81\frac{3}{8}$ ② $81\frac{7}{8}$ ③ $82\frac{3}{8}$ ④ $83\frac{1}{8}$

۶۸- در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی $\frac{2}{5^n}$ ، قدرنسبت کدام است؟

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{25}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{2}{25}$

۶۹- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب سه جمله‌ی اول برابر با ۲۱۶ است. اگر جمله‌ی اول دنباله‌ی ۲ باشد، جمله‌ی سوم چند برابر قدرنسبت است؟

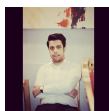
- ① ۶ ② ۱۶ ③ ۳۲ ④ ۳۶

۷۰- در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند. چندمین جمله‌ی این دنباله‌ی حسابی، صفر است؟

- ① ۹ ② ۱۰ ③ ۱۱ ④ ۱۲

۷۱- اعداد $2^a, 2^b$ و $4\sqrt{2}$ سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی‌اند، واسطه عددی بین a و b کدام است؟

- ① $2\frac{1}{5}$ ② ۲ ③ $1\frac{1}{5}$ ④ $\sqrt{2}$



۷۲- در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول آن ۳۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۶۰ است. جمله هشتم این دنباله، کدام است؟

- ① ۲۶ ② ۲۹ ③ ۳۰ ④ ۳۱

۷۳- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟ (جملات دنباله متمایز هستند.)

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ ۲ ④ ۳

۷۴- بین دو عدد ۲۷ و ۲،۷۲۹، واسطه هندسی قرار می‌دهیم. واسطه حسابی دو عدد اول این دنباله کدام است؟ (جمله اول این دنباله است.)

- ① ۸۱ ② ۲۷ ③ ۵۴ ④ ۱۰۸

۷۵- اگر در یک دنباله هندسی حاصل ضرب سه جمله ابتدایی برابر ۱۲۵ و مجموع آن سه جمله برابر ۱۵ باشد، جمله دهم کدام است؟

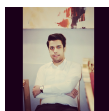
- ① ۵ ② ۱۰ ③ ۱۵ ④ ۲۰

۷۶- در دنباله هندسی $3, \dots, \frac{-3}{5}, \frac{3}{25}$ نسبت مجموع جملات ردیف زوج به فرد کدام است؟ (تعداد جملات دنباله عددی زوج است.)

- ① +۹ ② -۵ ③ +۵ ④ -۹

۷۷- اگر ۷ و $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{x+5}}{2}$ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشد، آنگاه x کدام است؟

- ① ۶ ② ۷ ③ ۸ ④ ۹



۷۸- در یک دنباله هندسی و غیرصفر مجموع جملات هفتم و چهارم ۳ برابر مجموع جملات دوم و پنجم است. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

④ ± 3

③ ۳

② $-\sqrt{3}$

① $\pm\sqrt{3}$

۷۹- در یک دنباله عددی جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

④ $\frac{3}{2}$

③ $\frac{4}{3}$

② $\frac{5}{4}$

① $\frac{6}{5}$

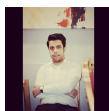
۸۰- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت اگر مجموع دو جمله دوم، $\frac{1}{3}$ مجموع دو جمله سوم باشد، آنگاه قدرنسبت این دنباله کدام است؟

④ $2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{7}$

② $\sqrt{3}$

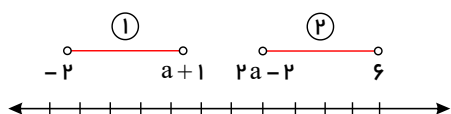
① $\sqrt{5}$



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۲ A را این گونه ترجمه می کنیم: اعضای A باید اعداد طبیعی باشند و از طرفی، هر یک از آن ها می بایست برابر با معکوس یک عدد صحیح نیز باشند. تنها عدد صحیح که معکوس آن یک عدد طبیعی است، $K = 1$ است که معکوسش نیز ۱ می شود و عددی طبیعی است. پس: $A = \{1\}$ و یک عضو دارد.

۲- گزینه ۳



بازه ها باید به این شکل باشند تا عضو مشترکی نداشته باشند:

(۱) بازه سمت راست باید از جایی که بازه اول پایان می پذیرد (به بعد) آغاز شود و یا با آن مساوی باشد. یعنی:

$$a + 1 \leq 2a - 2 \Rightarrow 1 + 2 \leq 2a - a \Rightarrow 3 \leq a$$

(۲) در بازه دوم، باید شروع بازه از پایان آن کوچک تر باشد یا حداکثر با آن مساوی باشد:

$$2a - 2 < 6 \Rightarrow 2a < 8 \Rightarrow a < 4$$

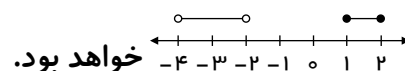
$$\xrightarrow{1,2,3} 3 \leq a < 4$$

(۳) در بازه اول باید شروع از پایان بازه کوچک تر باشد: $-2 < a + 1 \rightarrow a > -3$

۳- گزینه ۳ برای برقرار شدن رابطه ی فوق، دو بازه باید به شکل باشد. بنابراین اولاً باید $m \leq 3$ باشد

تا شروع بازه ی دوم در بدنه ی بازه ی اول باشد؛ ثانیاً باید $-2 \leq m$ باشد تا حاصل اشتراک بازه ها از -2 آغاز شود (وگرنه باید از m آغاز شود)، بنابراین به $-2 \leq m \leq 3$ می رسیم.

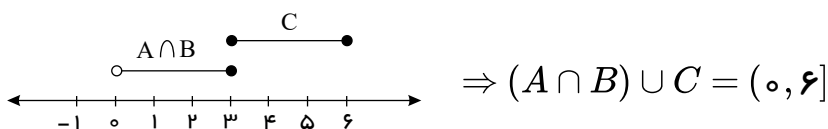
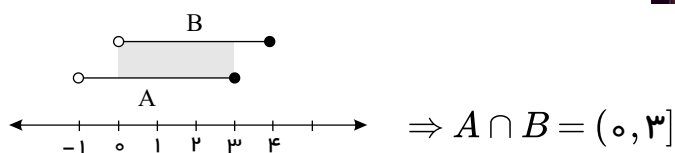
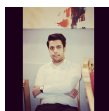
۴- گزینه ۳ باید از بازه $[-4, 2]$ ، اعضای $[-2, 1]$ را خارج کنیم. یعنی: پس حاصل به صورت



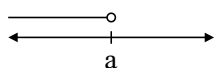
توجه: عضو $x = -2$ از بازه فوق خارج شده و جای خالی آن باقی می ماند (توخالی).

عضو $x = 1$ از بازه خارج نمی شود، $x = 1$ نقطه ای توپر است.

۵- گزینه ۴ بهترین روش برای حل این تیپ سؤالات آن است که از نمودار استفاده کنیم:



۶- گزینه ۴



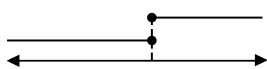
بازه $(-\infty, a)$ روی محور به صورت مقابل است:

بازه $[a + 1, +\infty)$ باید از $x = a$ یا مقادیر سمت چپ آن آغاز شود تا اجتماع هر دو بازه بتواند کل محور را پوشاند؛ یعنی آغاز آن باید کوچک تر یا مساوی a باشد:

با توجه به اینکه به یک نامساوی غیر ممکن رسیدیم؛ پس هیچ مقداری برای a یافت نمی شود.

$$a + 1 \leq a \rightarrow 1 \leq a - a \Rightarrow 1 \leq 0$$

۷- گزینه ۳



برای تک عضو شدن اشتراک دو بازه، بازه ها باید به این شکل باشند:

یعنی پایان بازه اول، آغاز بازه دوم باشد؛

$$\frac{a}{2} = \frac{2a - 1}{3} \Rightarrow 3a = 4a - 2 \Rightarrow a = 2$$

۸- گزینه ۳ تنها در صورتی اشتراک این دو بازه متناهی می باشد که انتهای بازه A کوچکتر و یا مساوی با ابتدای بازه B باشد در این صورت اشتراک دو بازه تهی و یا فقط یک عضو خواهد داشت:

$$\frac{m + 1}{2} \leq \frac{2m + 4}{5} \Rightarrow 5m + 5 \leq 4m + 8 \Rightarrow m \leq 3$$

پس به ازای ۳ مقدار طبیعی ۱، ۲ و ۳ برای m ، اشتراک دو بازه متناهی است.

۹- گزینه ۴ مجموعه را با اعضایش می نویسیم: $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

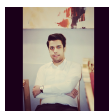
دقت کنید که x ها باید از مجموعه $\mathbb{Z}$ انتخاب شوند؛ بنابراین مجموعه A فقط شامل اعضای صحیح است و این مجموعه، نمایش بازه ای ندارد.

نکته: $(-3, 2)$ شامل تمام اعداد حقیقی در بازه $-3 \leq x < 2$ می شود.

۱۰- گزینه ۱ $(-1, k + 1) \subseteq (-3, 2) \cup (2, 4)$ بنابراین $(-1, k + 1) \subseteq (-3, 2)$ خواهد بود.

$$-1 < k + 1 \leq 2 \xrightarrow{-1} -2 < k \leq 1 \Rightarrow \max(k) = 1$$

۱۱- گزینه ۲ برای اینکه (a, b) یا $[a, b)$ بازه باشد باید $a < b$ باشد، پس:



$$\frac{m+1}{2} < \frac{1-m}{3} \Rightarrow 3m+3 < 2-2m \Rightarrow 5m < -1 \Rightarrow m < -\frac{1}{5}$$

پس به ازای $m < -\frac{1}{5}$ عبارت صورت سؤال یک بازه است و به ازای سایر مقادیر خیر!

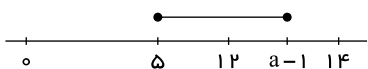
۱۲- گزینه ۱ برای آن که ۱۱ عضو این بازه باشد، باید نامساوی $\frac{4a-3}{3} \leq 11 < 2a+13$ برقرار باشد:

$$(I) \quad \frac{4a-3}{3} \leq 11 \xrightarrow{\times 3} 4a-3 \leq 33 \Rightarrow 4a \leq 36 \xrightarrow{\div 4} a \leq 9$$

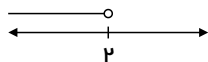
$$(II) \quad 11 < 2a+13 \Rightarrow 11-13 < 2a \Rightarrow -2 < 2a \xrightarrow{\div 2} -1 < a \xrightarrow{I, II} -1 < a \leq 9$$

۱۳- گزینه ۲ چون بازه از ۵ شروع می‌شود، فقط اعداد زوج ۶، ۸، ۱۰ یا ۱۲ در این بازه قرار می‌گیرند؛ پس داریم:

$$12 \leq a-1 < 14 \rightarrow 13 \leq a < 15$$



۱۴- گزینه ۴



بازه $(-\infty, 2)$ را روی محور در نظر بگیرید:

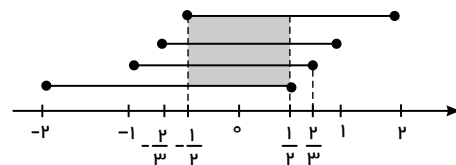
بازه $\left[\frac{a-6}{2}, +\infty\right)$ باید از $x=2$ به قبل آغاز شود تا اجتماع هر دو بازه، کل محور اعداد را شامل شود؛ یعنی آغاز آن باید کوچک‌تر یا مساوی با ۲ باشد.

$$\frac{a-6}{2} \leq 2 \xrightarrow{\times 2} a-6 \leq 4 \Rightarrow a \leq 10$$

۱۵- گزینه ۱ A_1 و A_4 به شکل زیر هستند:

$$A_1 = \left[-2, \frac{1}{2}\right] \quad A_2 = \left[-1, \frac{2}{3}\right]$$

$$A_3 = \left[-\frac{2}{3}, 1\right] \quad A_4 = \left[-\frac{1}{2}, 2\right]$$

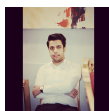


با توجه به شکل واضح است که:

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

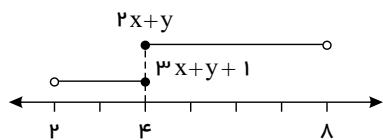
۱۶- گزینه ۱ ابتدا بازه‌های مجموعه‌های A_1 ، A_2 ، A_3 و A_4 را مشخص می‌کنیم:

$$A_1 = [-1, 4] \quad A_2 = [-2, 3/5] \quad A_3 = [-5, 2] \quad A_4 = [-7, 1]$$



$$\begin{cases} A_2 \cap A_5 = [-2, 2] \\ A_1 \cap A_4 = [-1, 1] \end{cases} \Rightarrow (A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_4) = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

۱۷- گزینه ۳ با توجه به این که این دو بازه فقط در یک نقطه مشترک هستند، بایستی انتهای بازه‌ی سمت چپ دقیقاً برابر ابتدای بازه‌ی سمت راست شود. بنابراین خواهیم داشت:



$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + y + 1 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -2x - y = -4 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = -1 \xrightarrow{3x+y=3} 3(-1) + y = 3 \Rightarrow y = 6$$

در نتیجه:

$$y^x = 6^{-1} = \frac{1}{6}$$

۱۸- گزینه ۴ به نمودار زیر دقت کنید:



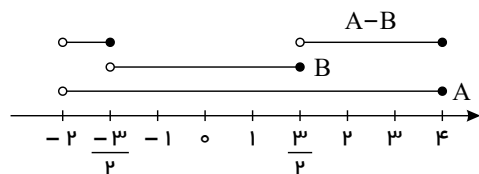
با توجه به صورت مسئله، بازه $[6, a)$ باید شامل اعداد فرد ۷ و ۹ و ۱۱ باشد، بنابراین حداکثر a عدد ۱۳ می‌باشد. زیرا بازه $[6, a)$ نیم‌باز است. پس اگر $a = 13$ ، خود ۱۳ به اعداد اضافه نمی‌شود. از طرفی a باید از ۱۱ بزرگتر باشد تا بازه حتماً شامل عدد ۱ شود.

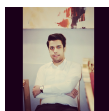
۱۹- گزینه ۱

$$A = \{2x | x \in (-1, 2]\} = \{2x | -1 < x \leq 2\} = (-2, 4]$$

$$\begin{aligned} B &= \{x | 2x + 1 \in A\} = \{x | -2 < 2x + 1 \leq 4\} = \{x | -3 < 2x \leq 3\} \\ &= \{x | \frac{-3}{2} < x \leq \frac{3}{2}\} = (-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}] \end{aligned}$$

حالا $A - B$ را حساب می‌کنیم:





$$A - B = \left(-2, \frac{-3}{2}\right] \cup \left(\frac{3}{2}, 4\right]$$

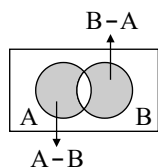
۲۰- گزینه ۱ همه‌ی اعداد حسابی (اعضای $\mathbb{W}$)، گویا هم هستند. بنابراین اگر از $\mathbb{W}$ اعداد گویا را حذف کنیم، تهی می‌شود و تهی مجموعه‌ای متناهی است. در نتیجه گزینه‌ی ۱ صحیح است.
بررسی سایر گزینه‌ها:

نامتناهی $2) \mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$

نامتناهی $3) \mathbb{Q} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$

نامتناهی $4) \mathbb{Q} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$

۲۱- گزینه ۴



A و B را روی نمودار ون ببینید: $A - B$ و $B - A$ هیچ عضو مشترکی ندارند، پس وقتی $B - A$ را از $A - B$ کم می‌کنیم، چیزی از $A - B$ کم نمی‌شود و $A - B$ تغییری نمی‌کند.

$$(A - B) - (B - A) = A - B \quad \text{در نتیجه:}$$

از طرفی:

$$(A \cap B') - (B - A) = (A - B) - (B - A) = A - B$$

۲۲- گزینه ۱

$$(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = (A \cap B')' \cap (A \cup B) \cap A'$$

$$= (A' \cup B) \cap (A \cup B) \cap A' = \underbrace{(B \cup \emptyset)}_B \cap A' = B \cap A' = B - A$$

۲۳- گزینه ۱ هر کدام از مجموعه‌های A ، B و C را مشخص می‌کنیم:

$$-7 < 2x + 5 < 11 \Rightarrow -12 < 2x < 6 \Rightarrow -6 < x < 3 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} A = \{1, 2\}$$

$$B = (1, +\infty)$$

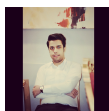
$$2 < 3x - 1 < 8 \Rightarrow 3 < 3x < 9 \Rightarrow C = (1, 3)$$

$$A - B = \{1\} \Rightarrow (A - B) \cup C = [1, 3)$$

۲۴- گزینه ۳

با توجه به اینکه $A \cap B' = A - B$ ، عبارت روی سوال را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A \cap B' &= (A \cap B)' \Rightarrow A - B = U - (A \cap B) \Rightarrow A - (A \cap B) = U - (A \cap B) \Rightarrow A = U \\ &\Rightarrow B \subset A \Rightarrow A' \subset B' \end{aligned}$$

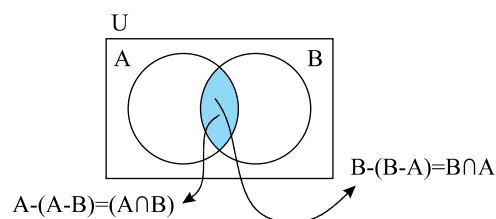


۲۵- گزینه ۱

$$\begin{aligned}
 (A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup \underbrace{(B - A)}_{B \cap A'}) &= (A' \cap (A \cap B)') \cap (B \cap \underbrace{(A \cup A')}_{M}) \\
 &= (A' \cap (A' \cup B')) \cap \underbrace{(B \cap M)}_B = A' \cap (A' \cup B') \cap B = A' \cap ((A' \cup B') \cap B) \\
 &= A' \cap ((A' \cap B) \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset}) = A' \cap (A' \cap B) = \underbrace{(A' \cap A')}_{A'} \cap B = A' \cap B = A' - B'
 \end{aligned}$$

۲۶- گزینه ۲

$$\begin{aligned}
 A \cap (A - B)' &= A - (A - B) \\
 B \cap (B - A)' &= B - (B - A)
 \end{aligned}$$



پس اجتماع دو مجموعه خواسته شده $A \cap B$ می شود که برابر $\{۳, ۶\}$ است.

۲۷- گزینه ۲ ابتدا با استفاده از مفاهیم جبر مجموعه ها اعضای هر کدام از مجموعه های $A' \cap B'$ و C' را مشخص می کنیم:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

مجموعه ی مرجع عبارت است از: $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 14\}$

$$\begin{aligned}
 A' \cap B' &= (A \cup B)' = (\{1, 2, 3, 4, 11, 13, 14\})' = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\} \\
 C' &= \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 14\}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (A' \cap B') \cup C' = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 11$$

۲۸- گزینه ۲

با توجه به اینکه $A - B = A \cap B'$ ، عبارت روی سؤال را ساده می کنیم:

$$A \cap (A - B) = A \cap (A \cap B') = \overbrace{A \cap A}^A \cap B' = A \cap B' = A - B$$

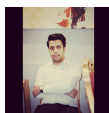
۲۹- گزینه ۳

با توجه به مفاهیم متمم یک مجموعه داریم:

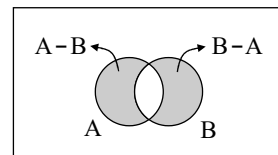
$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B' = \{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

۳۰- گزینه ۱ با توجه به نمودار ون و این نکته که $A \cup B$ برابر با اجتماع ۳ مجموعه $A \cap B$ و $B - A$ و $A - B$ است، داریم:



$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 27 - 8 = 19$$



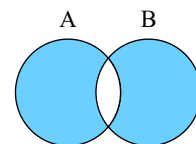
۳۱- گزینه ۲ در این مسئله مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعضای باشگاه است. $n(U) = 43$

از طرفی:

$$n(\text{فوتسال} \cup \text{فوتبال}) = n(\text{فوتسال}) + n(\text{فوتبال}) - \underbrace{n(\text{فوتسال} \cap \text{فوتبال})}_{\text{تعداد شرکت کنندگان هر دو رشته}} = 23 + 27 - 16 = 34$$

پس در مجموع ۳۴ نفر در تمرین‌ها شرکت می‌کنند و تعداد افرادی که در هیچ تمرینی حضور ندارند، برابر $43 - 34 = 9$ است.

۳۲- گزینه ۱ می‌دانیم مجموعه‌های $(A - B)$ و $(A \cap B)$ و $(B - A)$ سه مجموعه‌ی دو به دو جدا از هم هستند و همواره:



$$(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$$

بنابراین طبق فرض خواهیم داشت:

$$(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

حال می‌توان حاصل عبارت مطلوب را به دست آورد:

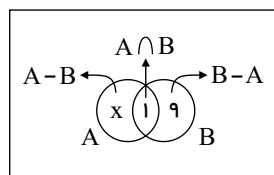
$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A, \quad A \cap B' = A - B = \emptyset \Rightarrow (A \cap B) - (A \cap B') = A - \emptyset = A$$

۳۳- گزینه ۲ مجموعه‌ی $A - B$ شامل اعدادی است که مضارب ۶ باشند و مضرب ۴ نباشند و از طرفی دو رقمی طبیعی نیز باشند:

$$A - B = \{18, 30, 42, 54, 66, 78, 90\} \Rightarrow n(A - B) = 7$$

۳۴- گزینه ۲ با توجه به اینکه $B \cap A' = B - A$ و

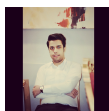
$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B), \quad \text{که از نمودار ون مقابل هم قابل فهم هستند، داریم:}$$



$$n(B \cap A') = n(B - A) = 9$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = x + 1 + 9 \Rightarrow 17 = x + 10 \Rightarrow x = n(A - B) = 7$$

۳۵- گزینه ۲ شکل اول ۴ گلوله دارد و در شکل‌های بعدی، به هر کدام ۴ گلوله نسبت به شکل قبل اضافه می‌شود.



بنابراین:

$$م\text{شکل } n = 4 + (n - 1) \times 4 = 4 + 4n - 4 = 4n$$

۳۶- گزینه ۳ اگر شکل‌ها را به صورت مربع‌های کامل به صورت  در نظر بگیریم، در هر شکل $(n + 1)^2$ دایره

وجود دارد که $n + 1$ تا از آن‌ها رنگ شده‌اند و بقیه آن‌ها بی‌رنگ هستند؛ پس:

$$تعداد دایره‌های رنگ‌نشده در یک شکل = $(n + 1)^2 - (n + 1) = n^2 + 2n + 1 - n - 1 = n^2 + n$$$

کامل

$$\frac{n^2 + n}{2} \quad \text{اما می‌دانیم که مقدار مطلوب مسئله، نصف این مقدار است، یعنی:}$$

روش دوم: تعداد دایره‌های رنگ‌نشده هر شکل برابر با مجموع شماره‌های شکل مورد نظر و شکل‌های ماقبل آن است؛ برای مثال:

$$تعداد دایره‌های رنگ‌نشده شکل ۳ = ۳ + ۲ + ۱ = ۶$$

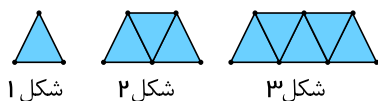
این مجموع را می‌توانیم از فرمول مجموع اعداد به شکل ساده‌تر نشان دهیم:

$$\text{مجموع اعداد } 1 \text{ تا } n = \frac{(1 + n)n}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$

۳۷- گزینه ۳ محیط شکل n ام که شامل n ذورنقه است از n تا ۱ و n تا ۲ و ۲ تا ۱ تشکیل شده است. پس مقدار آن برابر $n + 2n + 2 = 3n + 2$ است.

$$\text{محیط شکل دهم} = 3(10) + 2 = 32$$

۳۸- گزینه ۴ با توجه به شکل، اگر تعداد اضلاع را در شکل‌های ۱ و ۲ و ۳ بررسی کنیم، برابر است با:



شکل ۱

شکل ۲

شکل ۳

$$تعداد اضلاع در شکل ۱ = ۳ = 4(1) - 1$$

$$تعداد اضلاع در شکل ۲ = ۷ = 4(2) - 1$$

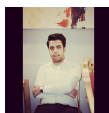
$$تعداد اضلاع در شکل ۳ = ۱۱ = 4(3) - 1$$

پس تعداد اضلاع در شکل n ام برابر است با $a_n = 4n - 1$ ؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$4n - 1 = 95 \Rightarrow 4n = 96 \Rightarrow n = 24$$

یعنی در شکل ۲۴ ام، تعداد اضلاع برابر ۹۵ است. حال تعداد رئوس در شکل بیست و چهارم مد نظر است.

تعداد رأس‌ها در شکل‌های ۱ و ۲ و ۳ برابر است با ۳ و ۵ و ۷، پس تعداد رئوس در شکل n ام برابر است با $2n + 1$ و



در نتیجه در شکل بیست و چهارم، تعداد رئوس برابر است با:

$$2(24) + 1 = 49$$

۳۹- گزینه ۱

جملات سوم و نهم را برابر با ۲ و ۲۶ قرار می‌دهیم تا a و b را بدست آوریم: $t_n = an + b$: الگوی خطی

$$t_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} a_3 = a \times 3 + b = 2 \Rightarrow 3a + b = 2 \\ a_9 = a \times 9 + b = 26 \Rightarrow 9a + b = 26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3a - b = -2 \\ 9a + b = 26 \end{cases} \Rightarrow 6a = 24 \Rightarrow a = 4$$

$$a=4 \Rightarrow 3a + b = 2 \Rightarrow 3 \times 4 + b = 2 \Rightarrow b = 2 - 12 = -10 \Rightarrow t_n = 4n - 10$$

۴۰- گزینه ۳ ابتدا جملات چهارم و دهم را به ترتیب برابر با ۱۱ و ۷ قرار می‌دهیم تا مجهولات جمله عمومی a و b را بدست آورده و در آخر جمله عمومی را برابر با ۱۹ قرار دهیم تا n را بدست آوریم:

$$\boxed{t_n = an + b \text{ : الگوی خطی}} \Rightarrow \begin{cases} t_4 = a \times 4 + b = -11 \Rightarrow 4a + b = -11 \\ t_{10} = a \times 10 + b = 7 \Rightarrow 10a + b = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a - b = 11 \\ 10a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = \frac{18}{6} = 3$$

$$a=3 \Rightarrow 4a + b = -11 \Rightarrow 4 \times 3 + b = -11 \Rightarrow b = -12 - 11 = -23 \Rightarrow t_n = 3n - 23$$

$$t_n = 19 \Rightarrow 3n - 23 = 19 \Rightarrow 3n = 23 + 19 \Rightarrow 3n = 42 \Rightarrow n = \frac{42}{3} = 14$$

۴۱- گزینه ۲ جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ می‌باشد. داریم:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{an = a_1 + (n-1)d} (-5) \times \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases}$$

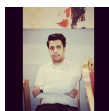
$$\rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10 \left(\frac{1}{2} \right) = 8$$

۴۲- گزینه ۲

از قانون اندیس‌ها در دنباله‌ی حسابی استفاده می‌کنیم که می‌گوید: $m + n = p + q \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q$

بنابراین:



$$a_4 + a_5 + a_6 + a_9 + a_{10} + a_{11} = 75$$

$$(a_8) + (a_7 + a_8) + (a_7 + a_8) = (a_4 + a_{11}) + (a_5 + a_{10}) + (a_6 + a_9) = 75 \Rightarrow 3(a_7 + a_8) = 75$$

$$\Rightarrow a_7 + a_8 = \frac{75}{3} = 25$$

۴۳- گزینه ۳

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$

جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی عبارت است از:

$$t_{16} = t_1 + (15)d$$

پس جمله‌ی شانزدهم عبارت است از:

از فرض مسئله داریم:

$$5t_1 + 75d = 125 \Rightarrow 5(t_1 + 15d) = 125$$

$$\Rightarrow \underbrace{t_1 + 15d}_{t_{16}} = \frac{125}{5} = 25 \Rightarrow t_{16} = 25$$

۴۴- گزینه ۱ جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = a_n + b$ می‌باشد. جمله‌های ۷ و ۲۷ را به ترتیب برابر با ۲۴ و ۶۴ قرار می‌دهیم تا جمله عمومی دنباله را بدست آوریم:

$$\begin{aligned} t_7 = 24 &\Rightarrow t_1 + 6d = 24 \\ t_{27} = 64 &\Rightarrow t_1 + 26d = 64 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -t_1 - 6d = -24 \\ t_1 + 26d = 64 \end{cases} \Rightarrow 20d = 40 \Rightarrow d = 2$$

$$t_1 + 6d = 24 \xrightarrow{d=2} t_1 + 6 \times 2 = 24 \Rightarrow t_1 = 24 - 12 = 12$$

جمله‌ی عمومی:

$$t_n = 12 + (n - 1) \times 2 = 12 + 2n - 2 \Rightarrow t_n = 2n + 10$$

$$t_{80} = 2 \times 80 + 10 = 160 + 10 = 170$$

جمله‌ی هشتادم:

۴۵- گزینه ۴

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $t_n = a_1 + (n - 1)d$ است:

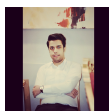
$$a_{20} - a_{15} = 10 \Rightarrow (a_1 + 19d) - (a_1 + 14d) = 10$$

$$= \cancel{a_1} + 19d - \cancel{a_1} - 14d = 10 \Rightarrow 5d = 10 \rightarrow d = 2$$

حال $a_{31} - a_{22}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{31} - a_{22} = (a_1 + 30d) - (a_1 + 21d) = a_1 + 30d - a_1 - 21d = 9d = 9 \times 2 = 18$$

۴۶- گزینه ۳ نکته: برای نمایش جملات متوالی یک دنباله‌ی حسابی، آن هم وقتی مجموع آن‌ها در دسترس باشد، دنباله را به صورت زیر نشان می‌دهیم:



$$\dots, x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d, \dots$$

$$\text{مجموع ۵ جمله‌ی متوالی} = 70 \Rightarrow (x - 2d) + (x - d) + x + (x + d) + (x + 2d) = 70$$

$$\Rightarrow 5x = 70 \Rightarrow x = \frac{70}{5} = 14 = t_3 = \text{جمله‌ی وسط}$$

از طرفی $t_1 = 10$ و می‌توانیم قدرنسبت را به‌دست آوریم:

$$d = t_3 - t_1 = 14 - 10 = 4$$

۴۷- گزینه ۲

دنباله‌ی حسابی به فرم مقابل خواهد بود:

$$32 \xrightarrow{+d}, \dots \xrightarrow{+d}, \dots \xrightarrow{+d}, \dots \xrightarrow{+d}, 84$$

$$\Rightarrow 32 + 4d = 84 \Rightarrow 4d = 52 \Rightarrow d = \frac{52}{4} = 13$$

$$\Rightarrow 32 \xrightarrow{+13}, \underbrace{45, 58, 71, 84}$$

$$\text{مجموع سه جمله} : 45 + 58 + 71 = 174$$

۴۸- گزینه ۳ آخرین عدد دسته هشتم، $8^2 = 64$ است بنابراین دسته نهم از ۶۵ شروع می‌شود.

$$\{65, \dots, 81\} \rightarrow b, a \text{ عدد دو واسطه حسابی بین } = \frac{a+b}{2} \rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{65+81}{2} = \frac{146}{2} = 73$$

۴۹- گزینه ۳ ابتدا باید نسبت مشترک دنباله را بیابیم، داریم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$$

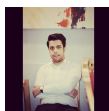
$$a_6 = a_1 r^5 = \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{32} = \frac{1}{80}$$

$$\frac{a_n}{a_6} = 8 \Rightarrow \frac{a_1 r^{n-1}}{a_1 r^5} = 8 \rightarrow r^{n-1-5} = 8 \rightarrow r^{n-6} = 2^3 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-6} = 2^3 \rightarrow 2^{6-n} = 2^3$$

$$\rightarrow 6 - n = 3 \rightarrow n = 3$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-6} = (2^{-1})^{n-6} = (2)^{-n+6} = (2)^{6-n}$$

توجه:



۵۰- گزینه ۴

$$\begin{cases} a_8 = a_1 r^7 \\ a_5 = a_1 r^4 \end{cases} \rightarrow \frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4} = \frac{1}{r^3} = \frac{64}{27} \rightarrow r^3 = \frac{27}{64} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3^3}{4^3}} \rightarrow r = \frac{3}{4}$$

$$a_1 = 8 \rightarrow a_3 = a_1 r^2 = 8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 8 \times \frac{9}{16} = \frac{9}{2}$$

۵۱- گزینه ۲

$$r = \frac{9}{3} = \frac{3}{1} = 3$$

$$a_8 = a_1 r^7 = 3^7 \times 1 = 3^7$$

۵۲- گزینه ۲

در دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q ، مجموع n جمله اول، از رابطه $S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$ بدست می آید. پس داریم:

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \rightarrow -44 = \frac{a_1(1 - (-\frac{1}{2})^5)}{1 - (-\frac{1}{2})} \Rightarrow a_1(1 + \frac{1}{32}) = -66 \Rightarrow a_1(\frac{33}{32}) = -66$$

$$\Rightarrow a_1 = -64$$

$$\left. \begin{aligned} a = a_5 = a_1 q^4 = -4, c = a_7 = a_1 q^6 = -1 \\ b = a_6 = a_1 q^5 = 2, d = a_8 = a_1 q^7 = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 + d^2}}{bc} = \frac{-\sqrt{65}}{4}$$

۵۳- گزینه ۱

با توجه به جمله عمومی دنباله هندسی $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ خواهیم داشت.

$$\begin{cases} a_8 = a_1 r^7 \\ a_5 = a_1 r^4 \end{cases} \rightarrow \frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4} = r^3 = 125 \rightarrow r^3 = 5^3 \rightarrow r = 5$$

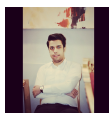
$$a_7 + a_5 = 650 \rightarrow a_1 r^6 + a_1 r^4 = a_1 r^4(1 + r^2) = a_1 \times 5^4(26) = 650 \rightarrow a_1 \times 25 = 1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{25}$$

۵۴- گزینه ۴

$$\begin{cases} a_{10} = a_1 r^9 \\ a_6 = a_1 r^5 \end{cases} \rightarrow \frac{a_{10}}{a_6} = \frac{a_1 r^9}{a_1 r^5} = r^4 = 256 \rightarrow r = 4$$

$$\begin{cases} a_4 = a_1 r^3 \\ a_7 = a_1 r^6 \end{cases} \rightarrow a_4 \times a_7 = 512 \Rightarrow a_1 r^3 \times a_1 r^6 = 512 \Rightarrow a_1^2 r^9 = 512 \Rightarrow a_1^2 / r^4 = 512$$

۲۵۶



$$\rightarrow a_1 = \pm \sqrt{2} \rightarrow +\sqrt{2} \rightarrow a_4 = a_1 \cdot 4^3 \rightarrow a_4 = 64a_1 = 64\sqrt{2}$$

۵۵- گزینه ۲ مربع جمله‌ی دوم باید برابر با حاصل ضرب جملات اول و سوم باشد: $x^2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

از آن جا که دنباله‌ی نزولی نیست، x نمی‌تواند ۱ باشد پس $x = -1$ است که یک دنباله‌ی یک در میان مثبت و منفی تشکیل می‌دهد:

در این صورت قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ خواهد بود. حال دنباله را تکمیل می‌کنیم:

$$2, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \dots \Rightarrow \text{مجموع جمله‌ی اول} = 2 + (-1) + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{4}) + \frac{1}{8} + (-\frac{1}{16}) = \frac{21}{16}$$

۵۶- گزینه ۳ وقتی در دنباله‌ی هندسی، حاصل ضرب جملات متوالی مورد سؤال قرار می‌گیرد، ترجیحاً آن سه جمله را به صورت xr و x و $\frac{x}{r}$ در نظر می‌گیریم:

$$\text{حاصل ضرب سه جمله} = \frac{x}{r} \times x \times xr = x^3 = 64 \xrightarrow{\sqrt[3]{}} x = 4$$

$$\text{حاصل ضرب جملات طرفین} = \frac{x}{r} \times xr = x^2 = 16$$

۵۷- گزینه ۴

باتوجه به آن که در سه جمله متوالی هر دنباله هندسی، مربع جمله وسط برابر با حاصل ضرب دو جمله طرفین خود است، داریم:

$$(3x)^2 = (x+1)(9x-6) \Rightarrow 9x^2 = 9x^2 + 9x - 6x - 6$$

$$\Rightarrow 9x^2 = 9x^2 + 3x - 6 \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

و دنباله هندسی به صورت زیر است:

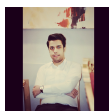
$$3, 6, 12, \dots$$

که جمله اول آن ۳ و قدرنسبت آن ۲ است. پس: $t_5 = t_1 q^4 = 3 \times (2)^4 = 48$

۵۸- گزینه ۴ با توجه به اینکه $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ داریم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 &= 153 \\ t_1 + t_2 + t_3 &= 136 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 136 + t_4 + t_5 + t_6 = 153$$

$$\Rightarrow t_4 + t_5 + t_6 = 153 - 136 = 17$$



$$\frac{t_4 + t_5 + t_6}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{t_1 r^3 + t_1 r^4 + t_1 r^5}{t_1 + t_1 r + t_1 r^2} = \frac{t_1 r^3 (1 + r + r^2)}{t_1 (1 + r + r^2)} = \frac{17}{136}$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{17}{136} = \frac{1}{8} \xrightarrow{\sqrt[3]{}} r = \frac{1}{2}$$

$$\frac{t_1}{t_5} = \frac{t_1}{t_1 r^4} = \frac{1}{r^4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16$$

۵۹- گزینه ۴ دنباله‌ی حاصل به صورت زیر است: ۲۰۰، $\dots$ ، جمله ۹، $\dots$ ، ۲،

در هر دنباله‌ی هندسی، مربع جمله‌ی وسط، برابر با حاصل ضرب جملات متساوی الفاصله از طرفین خود است:

$$(\text{جمله‌ی وسط})^2 = 2 \times 200 = 400 \Rightarrow \text{جمله‌ی وسط} = \sqrt{400} = 20$$

۶۰- گزینه ۲ جمله عمومی دنباله هندسی بصورت $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ می‌باشد:

$$\frac{t_1 t_7}{t_2^2} = \frac{t_1 \times t_1 r^6}{(t_1 r)^2} = \frac{t_1^2 \times r^6}{t_1^2 \times r^2} = r^4 \xrightarrow{r=2} 2^4 = 16$$

۶۱- گزینه ۲

$$\begin{array}{ccccc} \times r & \times r & \times r & \times r & \times r \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ 3 & & & & \\ \hline 2 & & & & \end{array}$$

دنباله‌ی حاصل به صورت مقابل است: ۴۸، $\dots$ ، $\dots$ ، $\dots$ ، $\dots$ ، $\dots$ ، ۲

$$48 = \frac{3}{2} \times r^5 \Rightarrow r^5 = \frac{48}{3} = \frac{2 \times 48}{3} = 32 \Rightarrow r = 2$$

$$\text{جمله‌ی سوم} = t_3 = t_1 r^2 = \frac{3}{2} \times 2^2 = 3 \times 2 = 6$$

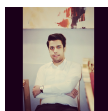
۶۲- گزینه ۳

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر با $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ است.

$$t_1 t_3 t_5 = 8 t_2 t_4 t_6 \Rightarrow t_1 \times t_1 r^2 \times t_1 r^4 = 8 t_1 r^1 \times t_1 r^3 \times t_1 r^5 \Rightarrow \cancel{t_1^3} r^6 = 8 \cancel{t_1^3} r^{15}$$

$$\Rightarrow r^6 = 8 r^{15} \Rightarrow \frac{r^6}{r^{15}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{r^9} = 8 \xrightarrow{\sqrt[9]{}} \frac{1}{r} = \sqrt[9]{8} = \sqrt[3]{2^3} \Rightarrow \frac{1}{r} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

۶۳- گزینه ۴ با توجه به جمله عمومی دنباله هندسی ($t_n = t_1 \times r^{n-1}$) داریم:



$$\frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{t_1 + t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3 + t_1 r^4 + t_1 r^5}{t_1 + t_1 r + t_1 r^2}$$

$$\frac{r=2}{t_1 + 2t_1 + 4t_1 + 8t_1 + 16t_1 + 32t_1} = \frac{63t_1}{7t_1} = \frac{63}{7} = 9$$

۶۴- گزینه ۱ در دنباله هندسی مربع جمله وسط برابرست با حاصل ضرب جملات طرفین:

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 32 = 2^{a+b} \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a + b = 5$$

از طرفی در دنباله حسابی، جمله وسط برابر است با میانگین جملات طرفین:

$$a, x, b, \dots \Rightarrow x = \frac{a+b}{2} \xrightarrow{a+b=5} \frac{5}{2}$$

۶۵- گزینه ۳

$$t_n = t_1 \times r^{n-1} \quad \text{جمله عمومی دنباله هندسی}$$

$$\frac{t_3}{t_1} = \frac{t_1 \times r^2}{t_1} = r^2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{t_9}{t_5} = \frac{t_1 \times r^8}{t_1 \times r^4} = r^4 = (r^2)^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

۶۶- گزینه ۳ قدرنسبت این دنباله m است:

$$\begin{matrix} \times m & \times m \\ \curvearrowright & \curvearrowright \\ m, & m^2, 27, \dots \end{matrix}$$

از طرفی ۲۷ جمله سوم است و داریم:

$$t_3 = t_1 r^2 = m \times m^2 = 27 \Rightarrow m^3 = 27 \Rightarrow m = 3$$

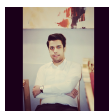
$$t_4 = t_1 r^3 = 3 \times 3^3 = 3^4 = 81$$

$$t_3 = t_1 r^2 \Rightarrow 9 = 4r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = \frac{3}{2} \\ r = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{در دنباله هندسی، اگر قدرنسبت بزرگتر از ۱ باشد، دنباله صعودی است پس } r = \frac{3}{2} \text{ قابل قبول است.}$$

جملات دنباله را تشکیل می دهیم:

$$t_1 = 4, \quad t_2 = 4 \times \frac{3}{2} = 6, \quad t_3 = 9$$



$$t_4 = 9 \times \frac{3}{2} = \frac{27}{2}$$

$$t_5 = \frac{27}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{81}{4}$$

$$t_6 = \frac{81}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{243}{8}$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 = 83\frac{1}{8}$$

۶۸- گزینه ۱ در هر دنباله هندسی، قدرنسبت برابر است با خارج قسمت دو جمله متوالی $\left(\frac{\text{بعدی}}{\text{فعلی}}\right)$

$$t_1 = \frac{2}{5^1} = \frac{2}{5}, \quad t_2 = \frac{2}{5^2} = \frac{2}{25}$$

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{2}{25}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

۶۹- گزینه ۱ جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر با $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ است.

$$t_1 \times t_2 \times t_3 = 216 \Rightarrow t_1 \times t_1 r \times t_1 r^2 = 216 \Rightarrow t_1^3 r^3 = 216$$

$$\sqrt[3]{t_1^3 r^3} = \sqrt[3]{216} \Rightarrow t_1 r = 6 \xrightarrow{t_1=2} 2r = 6 \Rightarrow r = 3$$

$$\frac{t_3}{r} = \frac{t_1 r^2}{r} = t_1 r = 2 \times 3 = 6$$

۷۰- گزینه ۳

در هر دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید و اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن گاه $b^2 = ac$ است.

دنباله هندسی

$$a_3, a_7, a_9 \Rightarrow a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 8d \longrightarrow (a_1 + 2d)(a_1 + 8d) = (a_1 + 6d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 2a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 36d^2 + 12a_1d$$

تقسیم بر

$$\Rightarrow 20d^2 + 2a_1d = 0 \xrightarrow{2d} 10d + a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = -10d$$

۷۱- گزینه ۱

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن گاه: $b^2 = a \cdot c$ و b واسطه هندسی است.

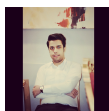
$$\left(4\sqrt{2}\right)^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b=5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2,5$$

۷۲- گزینه ۲

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33$$

مجموع سه جمله اول ۳۳ است. یعنی:

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60 \quad \text{یعنی } (a_4 \text{ و } a_5 \text{ و } a_6) \text{ برابر } 60 \text{ است. یعنی:}$$



با ساده کردن دو معادله نوشته شده، مسأله را حل می‌کنیم.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 33 \Rightarrow 3a_1 + 3d = 33$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 60 \Rightarrow 3a_1 + 12d = 60$$

دو معادله را در دستگاه قرار می‌دهیم و حل می‌کنیم.

$$\times (-1) \begin{cases} 3a_1 + 3d = 33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a_1 - 3d = -33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases}$$

$$\hline 9d = 27 \Rightarrow d = 3$$

با استفاده از یکی از معادلات a_1 به دست می‌آید.

$$3a_1 + 3d = 33 \xrightarrow{d=3} 3a_1 + 9 = 33 \Rightarrow 3a_1 = 24 \Rightarrow a_1 = 8$$

حال جمله هشتم را محاسبه می‌کنیم:

$$a_8 = a_1 + 7d = 8 + 7 \times (3) = 8 + 21 = 29$$

۷۳- گزینه ۴

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه: $b^2 = a \cdot c$

روش اول:

$$l, a + 5d, a + 11d \Rightarrow (a + 5d)^2 = (a + 3d)(a + 11d) \Rightarrow a^2 + 25d^2 + 10ad = a^2 + 14ad + 33d^2$$

$$ad = 18d^2 \xrightarrow[\substack{\text{جملات دنباله متمایزند} \\ d \neq 0}]{\quad} \Rightarrow -4a = 18d \Rightarrow a = -\frac{9}{2}d \Rightarrow q = \frac{a+5d}{a+3d} \Rightarrow q = \frac{\frac{-9}{2}d + 5d}{\frac{-9}{2}d + 3d} = \frac{\frac{1}{2}d}{\frac{-3}{2}d} = -\frac{1}{3}$$

روش دوم: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه:

$$q = \frac{k-m}{m-n} \text{ قدر نسبت دنباله هندسی}$$

بنابراین:

$$q = \frac{12-6}{6-4} = \frac{6}{2} = 3$$

۷۴- گزینه ۳ شکل زیر را در نظر بگیرید:

$$\underbrace{27}_{a_1} \quad \square \quad \square \quad \underbrace{729}_{a_4}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow 729 = 27r^3 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

دو جمله اول برابر a_1 و a_2 است؛ داریم:

$$a_1 = 27, a_2 = a_1 r = 27 \times 3 = 81 \Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{27 + 81}{2} = 54$$



۷۵- گزینه ۱

جمله اول را a و نسبت مشترک را r در نظر می گیریم.

$$\text{جملهٔ ابتدایی} = ۱۲۵ \Rightarrow \frac{a}{r} \times a \times ar = ۱۲۵ \Rightarrow a^3 = ۱۲۵ \Rightarrow a^3 = \sqrt[3]{۱۲۵} = ۵$$

مجموع

$$\xrightarrow{\times r} ۵ + \cancel{۵r} + ۵r^2 = ۱۵r \Rightarrow ۵r^2 - ۱۰r + ۵ = ۰ \xrightarrow{\div ۵} r^2 - ۲r + ۱ = ۰ \Rightarrow (r-1)^2 = ۰ \Rightarrow r = ۱$$

۵, ۵, ۵, ...

تمام جملات دنباله ۵ است پس جملهٔ دهم، هم ۵ است.

۷۶- گزینه ۲ می دانیم $a_{n+1} = ra_n$ پس داریم.

$$\frac{a_2 + a_4 + a_6 + \dots}{a_1 + a_3 + a_5 + \dots} = \frac{a_1 r + a_3 r + a_5 r + \dots}{a_1 + a_3 + a_5 + \dots} \rightarrow \frac{r(a_1 + a_3 + a_5 + \dots)}{(a_1 + a_3 + a_5 + \dots)} = r$$

$$r = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{25}} = -5$$

۷۷- گزینه ۴

$$\left(\frac{\sqrt{x+5}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 7 \rightarrow \frac{x+5}{4} = \frac{7}{2} \rightarrow x+5 = 14 \rightarrow x = 9$$

۷۸- گزینه ۱

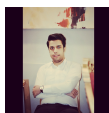
$$a_7 + a_4 = 3(a_2 + a_5) \rightarrow a_1 r^6 + a_1 r^3 = 3(a_1 r + a_1 r^4) \rightarrow \cancel{a_1} r^{\cancel{3}} (\cancel{r^3} + 1) = 3 \cancel{a_1} \cancel{r} (1 + r^3) \rightarrow r^2 = 3 \rightarrow r = \pm \sqrt{3}$$

۷۹- گزینه ۴ روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند آنگاه:

$$q = \frac{k-m}{m-n} \text{ قدر نسبت دنباله‌ی هندسی}$$

بنابراین:

$$q = \frac{۱۱-۵}{۵-۱} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$



روش دوم: فرض کنیم a_n جمله عمومی دنباله‌ی حسابی می‌باشد:

$$a_1, a_5, a_{11} \text{ جمله متوالی تصاعد هندسی} \Rightarrow a_5^2 = a_1 \times a_{11}$$

$$\Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d) \Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10ad \Rightarrow 16d^2 = 2a_1d$$

$$\Rightarrow a_1 = 8d \Rightarrow q (\text{قدر نسبت تصاعد هندسی}) = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{3}{2}$$

۸۰- گزینه ۲

a_3, a_6 : دو جمله دوم

a_5, a_6 : دو جمله سوم

$$\frac{a_3 + a_6}{a_5 + a_6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a_1 r^2 + a_1 r^3}{a_1 r^4 + a_1 r^5} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a_1 r^2(1+r)}{a_1 r^4(1+r)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow r^2 = 3 \Rightarrow r = \pm \sqrt{3} \xrightarrow{r > 0} r = \sqrt{3}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۱۵ - ۱	۲۹ - ۳	۴۳ - ۳	۵۷ - ۴	۷۱ - ۱
۲ - ۳	۱۶ - ۱	۳۰ - ۱	۴۴ - ۱	۵۸ - ۴	۷۲ - ۲
۳ - ۳	۱۷ - ۳	۳۱ - ۲	۴۵ - ۴	۵۹ - ۴	۷۳ - ۴
۴ - ۳	۱۸ - ۴	۳۲ - ۱	۴۶ - ۳	۶۰ - ۲	۷۴ - ۳
۵ - ۴	۱۹ - ۱	۳۳ - ۲	۴۷ - ۲	۶۱ - ۲	۷۵ - ۱
۶ - ۴	۲۰ - ۱	۳۴ - ۲	۴۸ - ۳	۶۲ - ۳	۷۶ - ۲
۷ - ۳	۲۱ - ۴	۳۵ - ۲	۴۹ - ۳	۶۳ - ۴	۷۷ - ۴
۸ - ۳	۲۲ - ۱	۳۶ - ۳	۵۰ - ۴	۶۴ - ۱	۷۸ - ۱
۹ - ۴	۲۳ - ۱	۳۷ - ۳	۵۱ - ۲	۶۵ - ۳	۷۹ - ۴
۱۰ - ۱	۲۴ - ۳	۳۸ - ۴	۵۲ - ۲	۶۶ - ۳	۸۰ - ۲
۱۱ - ۲	۲۵ - ۱	۳۹ - ۱	۵۳ - ۱	۶۷ - ۴	
۱۲ - ۱	۲۶ - ۲	۴۰ - ۳	۵۴ - ۴	۶۸ - ۱	
۱۳ - ۲	۲۷ - ۲	۴۱ - ۲	۵۵ - ۲	۶۹ - ۱	
۱۴ - ۴	۲۸ - ۲	۴۲ - ۲	۵۶ - ۳	۷۰ - ۳	