

نوید پورزکی

۱- در پرتاب دو تاس، پیشامد آنکه تاس اول زوج و تاس دوم مربع کامل بیاید چند عضو دارد؟

- ① ۳۶ ② ۶ ③ ۱۲ ④ ۴

۲- از بین ۸ کتاب که در بین آن‌ها دقیقاً یک کتاب ریاضی و یک کتاب فیزیک در آن‌ها هست، ۳ کتاب را به تصادف انتخاب می‌کنیم. پیشامد آنکه حداقل یکی از کتاب‌های ریاضی یا فیزیک انتخاب شده باشند چند عضو دارد؟

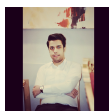
- ① ۳۰ ② ۳۶ ③ ۴۲ ④ ۴۸

۳- بسته‌ای شامل ۵ پیراهن و ۷ شلوار است. از این بسته به تصادف ۴ لباس خارج می‌کنیم. پیشامد آنکه تعداد پیراهن‌های خارج شده بیشتر از شلوارها باشد چند عضو دارد؟

- ① ۸۰ ② ۷۵ ③ ۷۰ ④ ۶۵

۴- از بین ۷ زوج، ۴ نفر را انتخاب می‌کنیم. پیشامد آنکه هیچ زن و شوهری در بین افراد انتخاب شده وجود نداشته باشد، چند عضو دارد؟

- ① ۳۵×۲^۴ ② ۳۶×۲^۵ ③ ۳۴×۲^۳ ④ ۳۳×۲^۵



۵- اعداد ۴ رقمی را بر روی کارتهایی می‌نویسیم و داخل کیسه‌ای قرار می‌دهیم. یک کارت را به تصادف بیرون می‌کشیم. تعداد اعضای پیشامد آنکه عدد روی کارت خارج شده زوج نباشد چند برابر ۴۵ است؟

- ① 10^4 ② 10^3 ③ 10^2 ④ 10

۶- یک تاس و دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر پیشامد A «پیشامد آن که هر دو سکه رو و تاس زوج باشد» و پیشامد B «پیشامد آن که هر دو سکه پشت یا تاس عدد ۵ بیاید» تعریف شود، در این صورت حاصل $n(S) + n(A) + n(B)$ کدام است؟

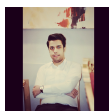
- ① ۳۶ ② ۳۳ ③ ۲۴ ④ ۲۷

۷- در خانواده‌ای با سه فرزند، کدام یک از گزینه‌های زیر توصیف مناسبی برای پیشامد $A = \{(پ، د، پ) و (د، پ، د)\}$ می‌باشد؟
(پ = پسر و د = دختر)

- ① لااقل یکی از فرزندان پسر باشد. ② فرزند اول و سوم دارای جنسیت یکسان باشند.
③ فرزندان دختر و پسر یکی در میان باشند. ④ هر سه فرزند دارای جنسیت یکسان باشند.

۸- در خانواده‌ای با سه فرزند کدام پیشامد جنسیت فرزند هرگز رخ نمی‌دهد؟

- ① سه فرزند هم‌جنس نباشند. ② حداکثر دو فرزند هم‌جنس باشند. ③ حداقل ۲ فرزند هم‌جنس باشند. ④ هیچ دو فرزندی هم‌جنس نباشند.



۹- در یک کیسه ۴ مهره { قرمز، آبی، سبز و زرد } وجود دارد. اگر به تصادف چند مهره از آن خارج کنیم (تعداد مهره‌های خارج شده نامشخص باشد)، تعداد پیشامدهای سازگار با پیشامد { سبز، زرد } کدام است؟
(ترتیب خروج مهره‌ها اهمیت ندارد و می‌توان مهره‌ای خارج نکرد)

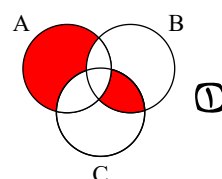
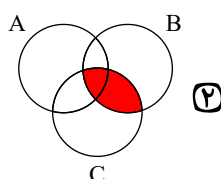
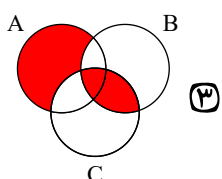
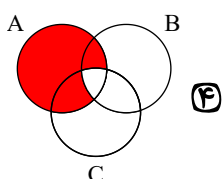
۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

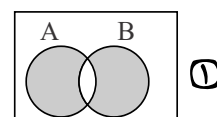
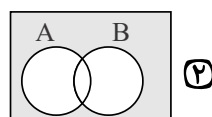
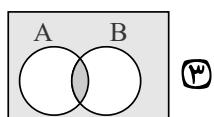
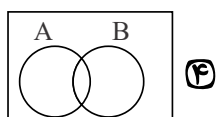
۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

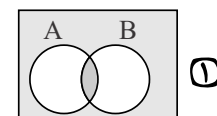
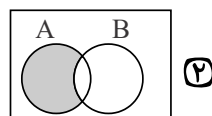
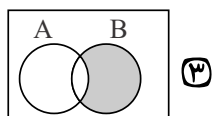
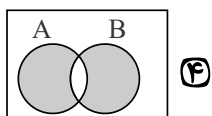
۱۰- برای سه پیشامد A, B, C از فضای نمونه‌ای S ، کدام مورد پیشامد آن که « B و C یا فقط A اتفاق بیفتد» را نشان می‌دهد؟

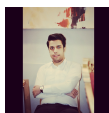


۱۱- کدام یک از گزینه‌های زیر، پیشامد «فقط A رخ بدهد و فقط B رخ بدهد» را نشان می‌دهد؟

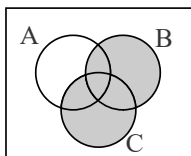


۱۲- اشتراک پیشامد « A رخ ندهد و B رخ بدهد» و « A رخ ندهد یا B رخ ندهد» در کدام گزینه نمایش داده شده است؟

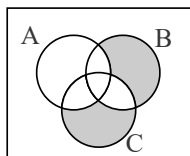




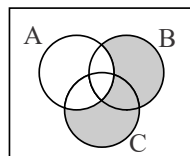
۱۳ - کدام نمودار، نمایانگر پیشامد «فقط B بدهد یا فقط C بدهد» است؟



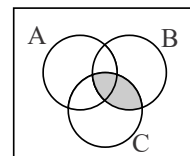
(۴)



(۳)

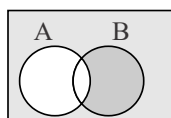


(۲)

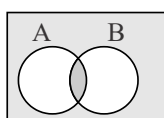


(۱)

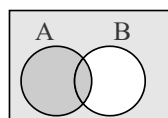
۱۴ - کدام یک از گزینه‌های زیر، پیشامد «فقط A بدهد یا B ندهد» را نشان می‌دهد؟



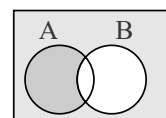
(۴)



(۳)

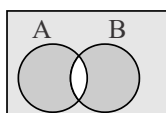


(۲)

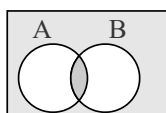


(۱)

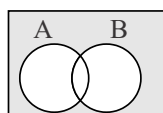
۱۵ - کدام یک از گزینه‌های زیر، پیشامد « A ندهد و B ندهد» را نشان می‌دهد؟



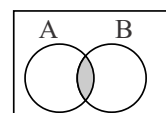
(۴)



(۳)

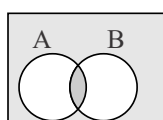


(۲)

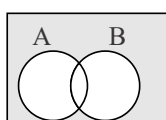


(۱)

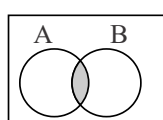
۱۶ - کدام یک از گزینه‌های زیر پیشامد «هم A بدهد هم B بدهد» را نشان می‌دهد؟



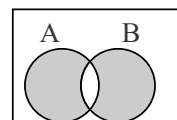
(۴)



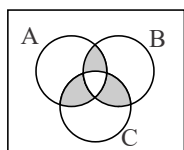
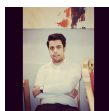
(۳)



(۲)



(۱)



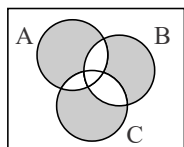
۱۷- قسمت رنگی نمودار مقابل، نمایانگر کدام پیشامد است؟

① $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cap (A \cap B \cap C)$

② $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) - (A \cap B \cap C)$

③ $(A \cup B \cup C) - (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C)$

④ $(A \cap B)(A \cap C) \cap (B \cup C) - (A \cap B \cap C)$



۱۸- قسمت رنگی در نمودار ون مقابل نمایانگر کدام پیشامد است؟

① $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$

② $(A \cup B \cup C) - (A \cap B) - (A \cap C) - (B \cap C)$

③ $[(A \cup B) - (A \cap B)] \cap [(A \cup C) - (A \cap C)]$

④ $[(A \cup B) \cap (A \cup C)] - (A \cap B \cap C)$

۱۹- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر A پیشامد دختر بودن فرزند آخر و B پیشامد بیشتر بودن تعداد دختران از پسران باشند،

پیشامد $A' - B$ چند عضو دارد؟

④ ۵

③ ۶

② ۸

① ۷

۲۰- در پرتاب ۴ سکه، پیشامد آنکه حداکثر ۲ سکه، پشت بیایند را A و پیشامد آنکه حداقل ۱ سکه رو بیاید را B می‌نامیم. پیشامد

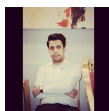
$A \cup B'$ چند عضو دارد؟

④ ۱۲

③ ۱۴

② ۱۶

① ۱۸



۲۱- از بین ۵ کتاب ریاضی، فیزیک، ادبیات، شیمی و زبان ۳ کتاب را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر پیشامد آنکه کتاب ریاضی انتخاب شود را A و پیشامد آنکه کتاب زبان انتخاب نشود را B بنامیم، پیشامد $A \cap B'$ چند عضو دارد؟

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۲۲- اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰ را روی تعدادی کارت نوشته و یک کارت به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر پیشامد زوج بودن عدد انتخابی را A و پیشامد مربع کامل بودن عدد انتخابی را B بنامیم، پیشامد $A' \cup B$ چند عضو دارد؟

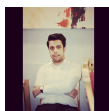
① ۱۱ ② ۱۲ ③ ۱۳ ④ ۱۴

۲۳- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، A پیشامد مربع کامل آمدن مجموع دو تاس و B پیشامد فرد آمدن تاس اول است. پیشامد $A \cup B'$ چند عضو دارد؟

① ۲۲ ② ۲۳ ③ ۲۴ ④ ۲۵

۲۴- در پرتاب سه سکه، اگر A پیشامد رو آمدن سکه آخر و B پیشامد پشت آمدن سکه وسط باشد، $A' - B'$ چند عضو دارد؟

① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱



۲۵- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند که $n(A) = 6$ و $n(B) = 5$ ، آنگاه $n(A \cup B)$ کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

۲۶- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند که $n(A) = 10$ و $n(B) = 7$ ، آنگاه تفاضل ماکسیمم و مینیمم مقدار ممکن $n(A \cup B)$ کدام است؟

۳ (۴)

۷ (۳)

۱۰ (۲)

۱۷ (۱)

۲۷- اگر دو پیشامد ناسازگار A و B را در نظر بگیریم آنگاه کدام گزینه درست است؟

$A - B' = \emptyset$ (۴)

$A \cup B' = B \cap A'$ (۳)

$A \cup B = \emptyset$ (۲)

(۱) A' و B' دو پیشامد ناسازگارند.

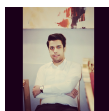
۲۸- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند کدام گزینه نادرست است؟

$A \cup B \subseteq A \cap B$ (۴)

$A \cap A' = B \cap B'$ (۳)

$B \cup B' = S$ (۲)

$A \cup A' = S$ (۱)



۲۹- در خانواده‌ای با ۳ فرزند، اگر A پیشامد داشتن دقیقاً ۲ فرزند پسر و B پیشامد داشتن حداقل یک فرزند دختر باشند، پیشامد $A' - B$ چند عضو دارد؟

- ① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۳۰- با حروف کلمه $ANTALYA$ ، کلمه‌هایی ۷ حرفی می‌سازیم. احتمال آن که هیچ دو حرف A در کنار هم قرار نگیرند، کدام است؟ (معنی کلمه‌ها مهم نیست)

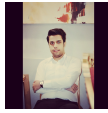
- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$

۳۱- در خانواده‌ای با ۶ فرزند، چقدر احتمال دارد که تعداد فرزندان دختر با تعداد فرزندان پسر برابر نباشد؟

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{13}{16}$

۳۲- از بین ۳ حسابدار و ۴ کارمند و ۲ مدیر، ۳ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد حداکثر ۲ کارمند انتخاب شود؟

- ① $\frac{16}{17}$ ② $\frac{17}{18}$ ③ $\frac{19}{20}$ ④ $\frac{20}{21}$



۳۳- کتاب ریاضی، ۲ کتاب فیزیک و ۴ کتاب شیمی را در یک قفسه قرار می‌دهیم. احتمال اینکه همه کتاب‌هایی که موضوعشان یکسان است کنار هم نباشند، کدام است؟

(۴) $1 - \frac{1}{9!}$

(۳) $\frac{209}{210}$

(۲) $\frac{1}{210}$

(۱) $\frac{3!4!2!}{9!}$

۳۴- در یک مهمانی ۶ عضو تیم استقلال و ۷ عضو تیم پرسپولیس حضور دارند. از این افراد به تصادف سه نفر انتخاب می‌کنیم، احتمال این که این سه نفر از دو تیم مختلف باشند، کدام است؟

(۴) $\frac{81}{143}$

(۳) $\frac{181}{286}$

(۲) $\frac{231}{286}$

(۱) $\frac{91}{143}$

۳۵- یک زیرمجموعه از اعداد طبیعی یک‌رقمی انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو ۶ باشد کدام است؟

(۴) $\frac{3}{32}$

(۳) $\frac{3}{16}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۱) $\frac{3}{4}$

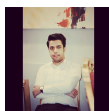
۳۶- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و بدون تکرار ارقام تمام اعداد سه رقمی ممکن را می‌نویسیم و یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع ارقام اعداد انتخاب شده ۱۰ باشد، کدام است؟

(۴) ۶۰%

(۳) ۲۰%

(۲) ۴۰%

(۱) ۳۰%



۳۷- دو تاس را با هم می‌ریزیم. اگر مجموع آن‌ها بزرگ‌تر از ۶ باشد، احتمال آن که فقط یکی از تاس‌ها زوج باشد کدام است؟

$$\frac{1}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{4}{7} \text{ (۱)}$$

۳۸- سه کتاب ریاضی و چهار کتاب شیمی و سه کتاب عربی متفاوت را کنار هم می‌چینیم، با چه احتمالی کتاب‌های ریاضی کنار هم قرار می‌گیرند؟

$$\frac{5}{18} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{15} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

۳۹- می‌خواهیم ۸ کتاب که دقیقاً یک کتاب ریاضی و یک کتاب فیزیک در بین آن‌ها هستند را کنار هم بچینیم، احتمال آن که بین ریاضی و فیزیک دقیقاً ۳ کتاب قرار بگیرد کدام است؟

$$\frac{1}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{40} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{41} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{42} \text{ (۱)}$$

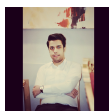
۴۰- در یک کیسه ۳ مهره سفید، ۴ مهره قرمز و ۲ مهره آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه حداقل یک مهره سفید باشد کدام است؟

$$\frac{64}{84} \text{ (۴)}$$

$$\frac{63}{84} \text{ (۳)}$$

$$\frac{62}{84} \text{ (۲)}$$

$$\frac{61}{84} \text{ (۱)}$$



۴۱- از بین اعداد طبیعی در بازه $[۲۰, ۳۰]$ ، سه عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که بزرگ‌ترین عدد انتخاب شده مضرب ۵ باشد کدام است؟

(۴) $\frac{۶۰}{۱۶۵}$

(۳) $\frac{۵۵}{۱۶۵}$

(۲) $\frac{۶۲}{۱۶۵}$

(۱) $\frac{۴۰}{۱۶۵}$

۴۲- در پرتاب یک سکه و تاس، پیشامد آن که سکه پشت بیاید و تاس مضرب ۳ بیاید را A و پیشامد آن که سکه رو بیاید یا تاس فرد بیاید را B می‌نامیم. حاصل $|P(A) - P(B)|$ کدام است؟

(۴) $\frac{۵}{۱۲}$

(۳) $\frac{۱}{۱۲}$

(۲) $\frac{۱}{۶}$

(۱) $\frac{۷}{۱۲}$

۴۳- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده روی دو تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

(۴) $\frac{۱}{۶}$

(۳) $\frac{۱}{۴}$

(۲) $\frac{۱}{۳}$

(۱) $\frac{۱}{۲}$

۴۴- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که حاصل ضرب دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر یا مساوی ۲۵ شود؟

(۴) $\frac{۱}{۹}$

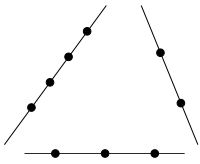
(۳) $\frac{۷}{۱۲}$

(۲) $\frac{۳}{۴}$

(۱) $\frac{۵}{۹}$



۴۵- ۳ نقطه از نقاط شکل مقابل را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه سه نقطه تشکیل یک مثلث بدهند، کدام است؟



(۲) $\frac{79}{84}$

(۴) $\frac{81}{84}$

(۱) $\frac{78}{84}$

(۳) $\frac{80}{84}$

۴۶- از بین اعداد ۲ رقمی مضرب ۹ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع ارقام عدد انتخاب شده زوج باشد کدام است؟

(۴) ۴۰%

(۳) ۳۰%

(۲) ۲۰%

(۱) ۱۰%

۴۷- از بین اعداد طبیعی یک رقمی، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد انتخاب شده فرد و مربع کامل باشد کدام است؟

(۴) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{2}{9}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{4}{9}$

۴۸- در پرتاب دو تاس اگر مجموع اعداد رو شده اول باشد، احتمال آن که دو عدد رو شده برابر باشند کدام است؟

(۴) $\frac{1}{36}$

(۳) $\frac{1}{18}$

(۲) $\frac{1}{15}$

(۱) ۰



۴۹- در پرتاب دو تاس اگر مجموع آن‌ها فرد باشد احتمال آن که مجموع آن‌ها بر ۳ بخش پذیر نباشد کدام است؟

$$\frac{4}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

۵۰- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که قدر مطلق تفاضل دو عدد رو شده، اول باشد کدام است؟

$$\frac{4}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{9} \text{ (۱)}$$

۵۱- ۸ کارت داریم که هر کدام شماره‌ای را نشان می‌دهند ۴ تا زوج و بقیه فرد اگر ۲ کارت را به دلخواه برداریم احتمال آنکه مجموع آن‌ها فرد شود چقدر است؟

$$\frac{5}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (۱)}$$

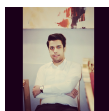
۵۲- در پرتاب دو تاس اگر بدانیم هر دو عدد رو شده اول هستند، احتمال اینکه دقیقاً یکی زوج باشد کدام است؟

$$\frac{5}{9} \text{ (۴)}$$

$$\frac{4}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۱)}$$



۵۳- در یک جعبه، اعداد ۱ تا ۱۰ روی ۱۰ کارت نوشته شده‌اند؛ دو کارت را به تصادف و به ترتیب بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه دومی، مضرب اول باشد کدام است؟

$$\frac{17}{90} \text{ (۴)}$$

$$\frac{19}{45} \text{ (۳)}$$

$$\frac{19}{90} \text{ (۲)}$$

$$\frac{17}{45} \text{ (۱)}$$

۵۴- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، با کدام احتمال مجموع اعداد رو شده، مربع کامل است؟

$$\frac{5}{18} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۲)}$$

$$\frac{7}{36} \text{ (۱)}$$

۵۵- ارقام ۱، ۲، ۳، ۰۰۰، ۹ را بر روی ۹ کارت نوشته و آن‌ها را درون کیسه‌ای قرار می‌دهیم. سه کارت را با هم و به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مجموع اعداد روی کارت‌های خارج شده، عددی فرد است؟

$$\frac{5}{42} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{10}{21} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)}$$

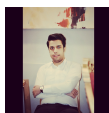
۵۶- از بین اعداد ۲ رقمی در بازه $[20, 40]$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد انتخاب شده زوج و مضرب ۳ باشد کدام است؟

$$\frac{4}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{7} \text{ (۱)}$$



۵۷- در پرتاب دو تاس اگر مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۹ باشد، احتمال آن که هر دو تاس مساوی باشند به تقریب کدام است؟

۷۵% (۴)

۶۶% (۳)

۵۰% (۲)

۳۳% (۱)

۵۸- از بین k مهره‌ی سفید و چهار مهره‌ی سیاه، سه مهره به تصادف خارج می‌کنیم. اگر احتمال سیاه بودن آن‌ها $\frac{4}{35}$ باشد، احتمال سفید بودن آن‌ها کدام است؟

$\frac{4}{35}$ (۴)

$\frac{3}{35}$ (۳)

$\frac{2}{35}$ (۲)

$\frac{1}{35}$ (۱)

۵۹- دو عدد از اعداد ۱ تا ۱۰ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال فاصله‌ی این دو عدد کمتر یا مساوی ۲ است؟

$\frac{18}{45}$ (۴)

$\frac{17}{45}$ (۳)

$\frac{16}{45}$ (۲)

$\frac{15}{45}$ (۱)

۶۰- با ارقام ۱، ۳، ۵، ۶، ۸، ۹ یک عدد سه رقمی می‌نویسیم. احتمال اینکه عدد نوشته شده کوچکتر از ۶۰۰ باشد چند درصد است؟

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

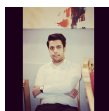
۶۱- در یک عدد چهار رقمی، احتمال اینکه هیچ دو رقمی مشابه هم دیده نشوند کدام است؟

$\frac{63}{150}$ (۴)

$\frac{63}{125}$ (۳)

$\frac{63}{100}$ (۲)

$\frac{63}{75}$ (۱)



۶۲- در آزمایش پرتاب دو تاس، اگر مجموع دو تاس برابر ۷ باشد، احتمال اینکه حاصلضرب آن دو ۱۰ باشد کدام است؟

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۶۳- از بین اعداد سه رقمی کوچکتر از ۱۹۹ عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مربع کامل باشد چند درصد است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۶۴- از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ یک عدد و از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال ضرب دو عدد انتخاب شده از ۳۰ بیشتر است؟

(۴) $\frac{1}{14}$

(۳) $\frac{3}{28}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۱) $\frac{2}{13}$

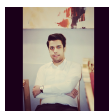
۶۵- شخصی در یک آزمون چهارگزینه‌ای که شامل ۱۰ سؤال است، شرکت می‌کند. اگر پاسخگویی به همه سؤالات در این آزمون اجباری باشد، با کدام احتمال هیچ دو پاسخ متوالی یکسان نیست؟

(۴) $(\frac{3}{4})^9$

(۳) $(\frac{1}{4})^9$

(۲) $(\frac{3}{4})^{10}$

(۱) $(\frac{1}{4})^{10}$



۶۶- هر کدام از حروف a, b, c, d, e, f و g را بر روی یک گوی نوشته و درون کیسه‌ای می‌اندازیم. گوی‌ها را یکی‌یکی از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال این که بین دو حرف a و b دقیقاً یک حرف قرار بگیرد، کدام است؟

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{5}{21}$ ④ $\frac{1}{42}$

۶۷- اگر حروف کلمه «جهانگردی» را به تصادف کنار هم قرار دهیم و احتمال این که در کلمه ساخته شده حرف «ی» حرف آخر باشد را با $P(A)$ و احتمال این که در کلمه ساخته شده دو حرف «ی» و «د» کنار هم باشند را با $P(B)$ و احتمال این که در کلمه ساخته شده کلمه با حرف «ج» شروع و به حرف «ی» ختم شود را با $P(C)$ نمایش دهیم، حاصل $\frac{P(A) + P(B)}{P(C)}$ کدام است؟

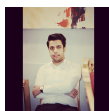
- ① ۲۱ ② ۱۴ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{2}{7}$

۶۸- در کیسه‌ای حاوی ۵ مهره قرمز، ۵ مهره آبی، ۵ مهره سفید، ۵ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن که حداقل ۳ مهره سفید باشند، کدام است؟

- ① $\frac{501}{13 \times 11 \times 7 \times 3}$ ② $\frac{495}{13 \times 11 \times 7}$ ③ $\frac{501}{13 \times 12 \times 10 \times 8}$ ④ $\frac{495}{13 \times 11 \times 8 \times 3}$

۶۹- کدام دو پیشامد در پرتاب یک تاس ناسازگارند؟

- ① پیشامد فرد آمدن و مربع کامل آمدن ② پیشامد مربع کامل آمدن و اول آمدن ③ پیشامد زوج آمدن و اول آمدن ④ پیشامد فرد آمدن و اول آمدن



۷۰- احتمال آنکه حسن در رشته پزشکی قبول شود $\frac{1}{3}$ و احتمال آنکه در دانشگاه شهید بهشتی قبول شود $\frac{2}{5}$ است. اگر احتمال آنکه حسن در رشته پزشکی در دانشگاه شهید بهشتی قبول شود برابر $\frac{1}{3}$ باشد، احتمال آنکه حسن در رشته پزشکی در جایی غیر از دانشگاه بهشتی یا در دانشگاه بهشتی در رشته غیر پزشکی قبول شود کدام است؟

$$\textcircled{۴} \frac{4}{5}$$

$$\textcircled{۳} \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{۲} \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{۱} \frac{1}{2}$$

۷۱- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، آنگاه کدام رابطه برقرار است؟

$$\textcircled{۴} P(A \cap B) = 0$$

$$\textcircled{۳} P(A) = P(B)$$

$$\textcircled{۲} P(A) + P(B) = 0$$

$$\textcircled{۱} P(A \cup B) = 0$$

۷۲- سوال‌های یک امتحان برحسب سطح دشواری و آسانی و یا تستی و تشریحی بودن مطابق جدول زیر است. اگر سوالی به تصادف انتخاب کنیم، احتمال آن که آسان یا تستی باشد، کدام است؟

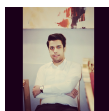
سوال	تستی	تشریحی
آسان	۱۳	۳
دشواری	۷	۲

$$\textcircled{۴} \frac{16}{25}$$

$$\textcircled{۳} \frac{14}{25}$$

$$\textcircled{۲} \frac{19}{25}$$

$$\textcircled{۱} \frac{23}{25}$$



۷۳- در پرتاب ۳ تاس با یکدیگر، احتمال آنکه حداقل یکی فرد باشد کدام است؟

④ $\frac{9}{10}$

③ $\frac{8}{9}$

⑤ $\frac{7}{8}$

① $\frac{6}{7}$

۷۴- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و بدانیم $P(A) = P(B)$ ، آنگاه $P(A \cup B)$ کدام است؟

④ $\frac{P(A)}{3}$

③ $P(A \cap B)$

⑤ $\frac{P(B)}{2}$

① $2P(A)$

۷۵- در کیسه‌ای ۴ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز وجود دارد. ۳ مهره با هم از این کیسه بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال در بین مهره‌های خارج‌شده، مهره سفید هست یا مهره قرمز نیست؟

④ $\frac{87}{110}$

③ $\frac{88}{110}$

⑤ $\frac{86}{110}$

① $\frac{85}{110}$

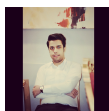
۷۶- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده مضرب ۳ نباشد، چقدر است؟

④ $\frac{11}{36}$

③ $\frac{7}{18}$

⑤ $\frac{2}{3}$

① $\frac{25}{36}$



۷۷- اگر $P(A) = \frac{1}{7}$ و $P(B') = \frac{2}{7}$ و $P(A \cup B)' = \frac{4}{7}$ باشد، آنگاه $P(A \cap B)$ کدام است؟

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{5}{7}$

۷۸- احتمال وقوع پیشامد A ، ۴ برابر احتمال وقوع پیشامد B است. اگر $P(A \cap B') = 0.7$ و $P(A' \cap B) = 0.1$ باشد، چقدر احتمال دارد حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد؟

- ① 0.9 ② 0.95 ③ 0.7 ④ 0.75

۷۹- کدام جمله نادرست است؟

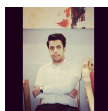
- ① بعد از جمع‌آوری داده‌ها باید آن را سازمان‌دهی کرد.
 ② پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده نتیجه‌ی استفاده از علم آمار است.
 ③ جمع‌آوری داده‌ها و رسم نمودارهای آماری همان علم آمار است.
 ④ بعد از سازمان‌دهی و نمایش داده‌ها باید آن‌ها را تفسیر و تحلیل کرد.

۸۰- هدف استفاده از علم آمار چیست؟

- ① تحلیل و تفسیر داده‌ها ② پیش‌بینی ③ جمع‌آوری داده‌ها ④ رسم نمودار مناسب

۸۱- اولین قدم در استفاده از علم آمار چیست؟

- ① تحلیل و تفسیر داده‌ها ② سازمان‌دهی و نمایش داده‌ها ③ قضاوت و پیش‌بینی ④ جمع‌آوری داده‌ها



۸۲- چه تعداد از جملات زیر نادرست است؟

(الف) اندازهٔ جامعه همان حجم جامعه است.

(ب) در سرشماری، حجم جامعه و حجم نمونه با هم برابرند.

(ج) مرحلهٔ پایانی علم آمار، نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب دربارهٔ پدیده‌های تصادفی است.

(د) جامعه، منطقهٔ جغرافیایی است که نمونه در آن قرار دارد.

① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۸۳- به هر یک از افراد یا اشیایی از جامعه که به تصادف انتخاب می‌شوند چه می‌گویند؟

① عضو جامعه ② حجم جامعه ③ نمونه ④ عضو نمونه

۸۴- شکل مقابل، یک جامعهٔ فرضی را نشان می‌دهد که اعضای آن را با شماره‌های ۱ تا ۱۶ مشخص کرده‌ایم. همچنین دور اعضای

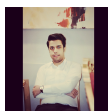
۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۹	۱۰	۱۱	۱۶		

نمونه را خط کشیده‌ایم. نسبت اندازهٔ نمونهٔ انتخابی به اندازهٔ جامعه چقدر است؟

① ۰٫۲۰ ② ۰٫۲۵ ③ ۰٫۲۴ ④ ۰٫۲۸

۸۵- کدام جمله نادرست است؟

① اندازه‌ی نمونه همواره کمتر مساوی اندازه‌ی جامعه است. ② اعضای نمونه نماینده‌ی اعضای جامعه‌اند.
③ حجم جامعه برابر تعداد اعضای جامعه است. ④ اعضای نمونه با استفاده از روش خاصی تعیین می‌شوند.



۸۶- چه تعداد از متغیرهای زیر کیفی اسمی است؟

«مقام یک ورزشکار در المپیک - فشار هوای قله اورست - مراحل زندگی - گروه خونی - نژاد افراد - کیفیت هلو باغ‌های دماوند - تعداد دوستان علی - دمای جوش آب در تهران - وضعیت تأهل - سطح تحصیلات - رنگ موی افراد»

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

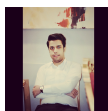
۸۷- کدام دسته از متغیرها، به ترتیب، کمی گسسته، کیفی اسمی، کیفی ترتیبی و کمی پیوسته است؟

- ① دمای هوا - مقام یک ورزشکار - میزان هوش (کم، متوسط و زیاد) - قد دانش‌آموزان
 ② تعداد فرزندان - اقوام ایرانی - انواع خودرو - شاخص توده بدن
 ③ ارتفاع شانه یوزپلنگ ایرانی - مهارت کارگران (کم، متوسط و زیاد) - میزان رضایت از مدرسه (کم، متوسط و زیاد) - تعداد مسافران قطار
 ④ تعداد دانش‌آموزان با درصد ۱۰۰ در یک آزمون تستی ۱۰ سؤالی - گروه خونی - شدت آلودگی هوا (کم، متوسط و زیاد) - وزن دانش‌آموزان

۸۸- هریک از متغیرهای زیر به ترتیب چگونه‌اند؟

«میزان بارندگی در آمل (برحسب میلی‌متر) - میزان لذت بردن از آشپزی (کم، متوسط و زیاد) - انواع هواپیما»

- ① کمی پیوسته - کیفی اسمی - کیفی اسمی ② کمی پیوسته - کیفی ترتیبی - کیفی اسمی
 ③ کمی پیوسته - کمی پیوسته - کیفی اسمی ④ کمی گسسته - کمی گسسته - کیفی ترتیبی



۸۹- چندتا از گزاره‌های زیر درست نیست؟

- دو کلمه «آمار» و «علم آمار» از لحاظ مفهوم هیچ تفاوتی باهم ندارند.

- اگر کم‌ترین و بیش‌ترین تعداد فرزندان یک خانواده در کشور، صفر و بیست باشد، آن‌گاه هر عددی از این بازه می‌تواند، نشان‌دهندهٔ تعداد فرزندان یک خانواده باشد.

- اگر متغیری که دو مقدار a و b را اختیار می‌کند و هر مقدار بین a و b را هم بتواند اختیار کند، آن متغیر را متغیر پیوسته گویند.

- کیفیت هلو متغیرهای کیفی هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

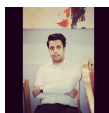
۹۰- کدام متغیرها قابل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم‌اند؟

اسمی و ترتیبی (۴)

پیوسته و گسسته (۳)

پیوسته و اسمی (۲)

گسسته و ترتیبی (۱)



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۲ راه اول:

$$A = \{(2, 1), (2, 4), (4, 1), (4, 4), (6, 1), (6, 4)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

راه دوم:

تاس اول برای زوج آمدن ۳ حالت دارد $\{2, 4, 6\}$ و تاس دوم برای مربع کامل بودن ۲ حالت دارد $\{1, 4\}$.

بنابراین پیشامد موردنظر $6 = 2 \times 3$ عضو دارد.

۲- گزینه ۲

$$\boxed{\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}} \text{ می‌دانیم:}$$

حداقل یکی از کتاب‌های ریاضی و فیزیک یعنی یا ریاضی یا فیزیک یا هر دو:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 \times \binom{6}{2} & + & 1 \times \binom{6}{2} & + & 1 \times \binom{6}{1} & = & 15 + 15 + 6 = 36 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{ریاضی} & & \text{فیزیک} & & \text{ریاضی و فیزیک} & & \\ \text{دو کتاب از سایر کتاب‌ها} & & \text{دو کتاب از سایر کتاب‌ها} & & \text{یک کتاب از سایر کتاب‌ها} & & \end{array}$$

۳- گزینه ۲ در ۲ حالت تعداد پیراهن‌ها از شلوارها بیشتر است:

$$(1) \text{ ۴ پیراهن: } \binom{5}{4} = 5$$

$$(2) \text{ ۳ پیراهن و ۱ شلوار: } \binom{5}{3} \binom{7}{1} = 70$$

بنابراین پیشامد بیشتر بودن تعداد پیراهن‌ها در خروج ۴ لباس $70 + 5 = 75$ عضو دارد.

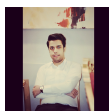
۴- گزینه ۱

$$\boxed{\binom{n}{n-r} = \binom{n}{r}, \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}} \text{ می‌دانیم:}$$

ابتدا ۴ زوج را انتخاب می‌کنیم و از هر زوج یک نفر:

$$\binom{7}{4} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 35 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 35 \times 2^4$$

۵- گزینه ۳ عددی که زوج نباشد، فرد است و یکان آن ۹ یا ۷ یا ۵ یا ۳ یا ۱ است. بنابراین:



$$\frac{9}{1}, \frac{10}{3}, \frac{10}{5}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9} = 10^2 \times 45$$

۶- گزینه ۱ تعداد اعضای فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس و دو سکه برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 2 \times 2 = 24$$

حال پیشامدهای A و B را با اعضا می‌نویسیم:

$$A = \{(ر, ر, ۲) \text{ و } (ر, ر, ۴) \text{ و } (ر, ر, ۶)\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$n(B) \Rightarrow \{(ر, ۵, ۵) \text{ و } (ر, ۵, ۶) \text{ و } (ر, ۵, ۵) \text{ و } (ر, ۵, ۶) \text{ و } (ر, ۵, ۵) \text{ و } (ر, ۵, ۶) \text{ و } (ر, ۵, ۵) \text{ و } (ر, ۵, ۶)\}$$

$$n(S) + n(A) + n(B) = 24 + 3 + 9 = 36$$

۷- گزینه ۳ پیشامد هریک از گزینه‌ها به صورت زیر است:

$$1 \text{ گزینه } A = \{(پ, پ, پ) \text{ و } (پ, پ, د) \text{ و } (پ, د, پ) \text{ و } (پ, د, د) \text{ و } (د, پ, پ) \text{ و } (د, پ, د) \text{ و } (د, د, پ) \text{ و } (د, د, د)\}$$

$$2 \text{ گزینه } A = \{(پ, پ, پ) \text{ و } (پ, پ, د) \text{ و } (پ, د, پ) \text{ و } (پ, د, د) \text{ و } (د, پ, پ) \text{ و } (د, پ, د) \text{ و } (د, د, پ) \text{ و } (د, د, د)\}$$

$$3 \text{ گزینه } A = \{(پ, د, پ) \text{ و } (پ, د, د) \text{ و } (د, پ, پ) \text{ و } (د, پ, د)\}$$

$$4 \text{ گزینه } A = \{(پ, پ, پ) \text{ و } (پ, پ, د) \text{ و } (پ, د, پ) \text{ و } (پ, د, د) \text{ و } (د, پ, پ) \text{ و } (د, پ, د) \text{ و } (د, د, پ) \text{ و } (د, د, د)\}$$

همان‌طور که مشخص است گزینه ۳، برابر پیشامد داده شده در سؤال است.

۸- گزینه ۴ واضح است که هر فرزند، دختر یا پسر است. اگر فرزند اول و دوم متفاوت باشند؛ فرزند سوم حتماً با یکی از آن دو مشابه است. پس نمی‌شود هیچ دو فرزندی هم‌جنس نباشند.

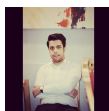
۹- گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر است با: 2^n

دو پیشامد زمانی مستقل هستند که وقوع یکی بر دیگری تأثیری نداشته باشد و به عبارت دیگر اشتراک آنها تهی باشد.

تعداد پیشامدها برابر است با تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه ۴ عضوی یعنی $2^4 = 16$

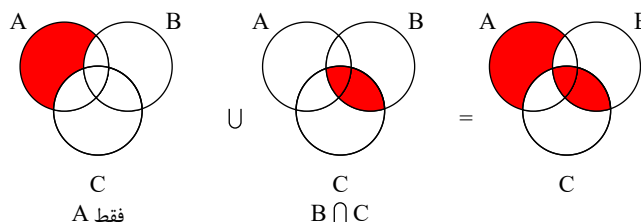
برای آنکه پیشامد مورد نظر با پیشامد {سبز، زرد} ناسازگار باشد، باید اشتراکشان تهی باشد بنابراین در پیشامد مورد نظر نباید سبز یا زرد یا هر دو وجود داشته باشند.



با حذف زرد و سبز از مجموعه اصلی، فضای نمونه‌ای به شکل { قرمز، آبی } درمی‌آید که تعداد زیرمجموعه‌های آن $2^2 = 4$ است که همگی با پیشامد { سبز، زرد } ناسازگارند.

بنابراین تعداد پیشامدهای سازگار با { سبز، زرد } برابر است با: $16 - 4 = 12$

۱۰- گزینه ۳ باید اجتماع فقط A و $B \cap C$ را مشخص کنیم:



۱۱- گزینه ۴ پیشامد فقط A رخ بدهد یعنی $A - B$ و پیشامد فقط B رخ بدهد یعنی $B - A$ و «و» برای اشتراک است یعنی: $(A - B) \cap (B - A)$ که حاصل آن تهی است.

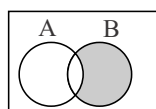
۱۲- گزینه ۳

نماد	می‌دانیم:
A'	A رخ ندهد
B'	B رخ ندهد
B	B رخ بدهد
$\cap$	و
$\cup$	یا

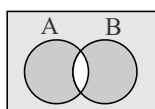
با توجه به جدول پیشامد سوال به صورت ریاضی برابر است با:

$$\underbrace{(A' \cap B)}_{(I)} \cap \underbrace{(A' \cup B')}_{(II)}$$

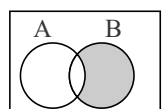
نمودار ون را رسم می‌کنیم:



$A' \cap B$

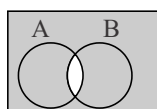


$(A' \cup B')$

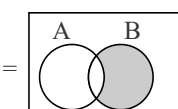


$A' \cap B$

$\cap$



$A' \cup B'$

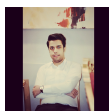


$(A' \cap B) \cap (A' \cup B')$

۱۳- گزینه ۳ فقط B رخ بدهد یعنی $B - A - C$ و فقط C رخ بدهد یعنی $C - A - B$

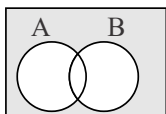
«یا» نشانه اجتماع است یعنی $(C - B - A) \cup (C - B - A)$

۱۴- گزینه ۱ پیشامد فقط A رخ بدهد یعنی $A - B$ ، پیشامد B رخ ندهد یعنی B' و «یا» برای اجتماع است یعنی:



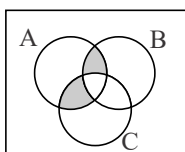
$$(A - B) \cup B'$$

۱۵- گزینه ۲ پیشامد آنکه A رخ ندهد یعنی A' ، پیشامد آنکه B رخ ندهد یعنی B' و «و» علامت اشتراک است یعنی $A' \cap B'$

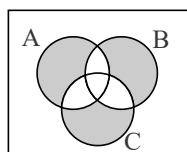


۱۶- گزینه ۲ پیشامد هم A رخ دهد هم B رخ دهد، یعنی $A \cap B$ که در گزینه ۲ نمایش داده شده است.

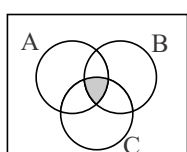
۱۷- گزینه ۲ نمودار ون سایر گزینه‌ها:



(۴)

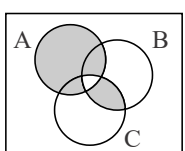


(۳)

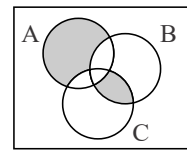


(۱)

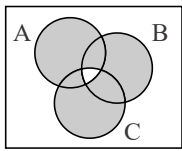
۱۸- گزینه ۲ نمودار ون سایر گزینه‌ها:



(۴)



(۳)



(۱)

۱۹- گزینه ۱

$$A' = \{ (د, پ, پ, پ), (پ, د, پ, پ), (پ, پ, د, پ), (پ, پ, پ, د), (پ, د, د, د), (د, پ, د, د), (پ, د, د, د), (د, د, د, د) \}$$

$$B = \{ (پ, د, د, د), (د, د, د, د), (د, د, پ, د), (د, د, د, پ), (پ, د, د, د), (د, د, د, د), (پ, د, د, د), (د, د, د, د) \}$$

$$A' - B = \{ (پ, پ, پ, پ), (پ, د, پ, پ), (پ, پ, د, پ), (پ, پ, پ, د), (پ, د, د, د), (د, پ, د, د), (پ, د, د, د), (د, د, د, د) \}$$

۲۰- گزینه ۴

$$A \cup B' = \{ (ر, پ, پ, پ), (پ, ر, پ, پ), (پ, پ, ر, پ), (پ, پ, پ, ر), (پ, د, د, د), (د, پ, د, د), (پ, د, د, د), (د, د, د, د) \}$$

$$\{ (پ, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, ر), (پ, ر, پ, ر), (پ, ر, ر, پ), (پ, د, د, د), (د, پ, د, د), (پ, د, د, د), (د, د, د, د) \}$$

۲۱- گزینه ۳ پیشامد A : انتخاب شدن ریاضی

پیشامد B : انتخاب نشدن زبان $\leftarrow B'$: انتخاب شدن زبان

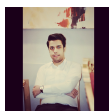
پیشامد $A \cap B'$: ریاضی و زبان انتخاب شوند.

$$A \cap B' = \{ (ادبیات, زبان, ریاضی), (شیمی, زبان, ریاضی), (فیزیک, زبان, ریاضی) \}$$

۲۲- گزینه ۲

$$A' = \{ ۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۹ \}$$

$$B = \{ ۱, ۴, ۹, ۱۶ \}$$



$$A' \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 16, 17, 19\}$$

۲۳- گزینه ۱

$$A = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)\}$$

$$B' = \text{پیشامد زوج آمدن تاس اول} = \left\{ \begin{array}{l} (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6) \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \\ (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \end{array} \right\}$$

$$A \cup B' = \left\{ \begin{array}{l} (1, 3), (3, 1), (3, 6), (5, 4) \\ (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6) \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \\ (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \end{array} \right\}$$

۲۴- گزینه ۳

$$A' = \{(پ, پ, پ)(پ, پ, د)(پ, د, پ)(پ, د, ر)\}$$

$$B' = \{(پ, ر, پ)(پ, ر, د)(پ, د, ر)(پ, د, ر)\}$$

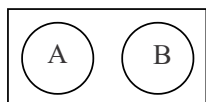
$$A' - B' = \{(پ, پ, پ)(پ, پ, د)\}$$

۲۵- گزینه حداقل ۱۱ است. $n(A \cup B)$ (در صورتیکه $A \cap B = \emptyset$ باشد).

حداقل ۶ است. $n(A \cup B)$ (در صورتیکه $B \subseteq A$ باشد).

۲۶- گزینه ۳ $\leftarrow \begin{cases} n(A \cup B) \text{ حداکثر } ۱۷ \text{ است (زمانی که } A \cap B = \emptyset \text{ باشد)} \\ n(A \cup B) \text{ حداقل } ۱۰ \text{ است (زمانی که } B \subseteq A \text{ باشد)} \end{cases}$ تفاضل حداکثر و حداقل $n(A \cup B)$ برابر ۷ است.

۲۷- گزینه ۴



دو پیشامد ناسازگاری A و B اشتراکشان تهی ایت و نمودار آن‌ها به صورت مقابل است:

$$A - B' = A \cap B = \emptyset$$

۲۸- گزینه ۴ اشتراک دو مجموعه همواره زیرمجموعه اجتماع آنهاست: $A \cap B \subseteq A \cup B$

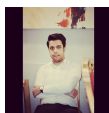
۲۹- گزینه ۴

$$A' = \{(د, د, د)(پ, پ, پ)(د, د, د)(د, پ, د)(پ, د, د)(پ, د, د)\}$$

$$B = \{(پ, پ, پ)(پ, د, د)(پ, د, پ)(پ, د, د)(د, پ, د)(د, د, د)(پ, د, د)(پ, د, د)\}$$

$$A' - B = \{(پ, پ, پ)\}$$

۳۰- گزینه ۲ تعداد کل کلمه‌های ۷ حرفی بدون توجه به معنای آن با حروف کلمه $ANTALYA$ عبات است از:



$$n(S) = \frac{7!}{3!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

برای آن که هیچ دو حرف A کنار هم نباشند، ابتدا جایگشت حروف $NTLY$ را محاسبه می‌کنیم. این حروف به $4!$ طریق جابه‌جا می‌شوند. حال در بین و اطراف این ۴ حرف، ۵ جای خالی برای برقرار کردن ۳ حرف A داریم، برای قرار دادن سه حرف A ، تعداد حالت‌ها برابر $\binom{5}{3} = 10$ است.

$$\rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4! \times \binom{5}{3}}{840} = \frac{240}{840} = \frac{2}{7}$$

۳۱- گزینه ۳ اگر ۳ فرزند از ۶ فرزند را انتخاب کنیم و آن‌ها پسر باشند، ۳ فرزند دیگر باید دختر باشند. بنابراین در حالت $\binom{6}{3}$ تعداد فرزندان دختر با تعداد فرزندان پسر برابرند. پس احتمال یکسان بودن تعداد دخترها و تعداد پسرها برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{3}}{2^6} = \frac{5}{16}$$

بنابراین احتمال این که تعداد دخترها و تعداد پسرها یکسان نباشد برابر است با:

$$1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

۳۲- گزینه ۴ انتخاب حداکثر ۲ کارمند یعنی یا کارمندی انتخاب نشود یا یک کارمند انتخاب شود یا ۲ کارمند انتخاب شود. محاسبه این احتمال طولانی است، پس بهتر است از کل حالات انتخاب ۳ نفر حالتی را که هر ۳ نفر کارمند انتخاب شوند را کم کنیم:

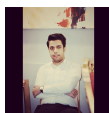
$$\left. \begin{aligned} n(S) &= \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 6!} = 84 \\ A' &= \text{هر ۳ نفر کارمند باشند} \Rightarrow n(A') = \binom{4}{3} = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A) = 84 - 4 = 80$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{80}{84} = \frac{20}{21}$$

۳۳- گزینه ۳ تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با تعداد حالت‌های چیدن ۹ کتاب کنار هم که برابر با $9!$ است. اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم آنگاه A' پیشامد اینکه کتاب‌های با موضوع یکسان کنار هم باشند است.

$$P(A) = 1 - P(A')$$

برای این امر کلیه کتاب‌های فیزیک و ریاضی و شیمی را هر کدام یک دسته فرض می‌کنیم که $3!$ حالت دارند: خود دسته‌های فرض شده نیز جابه‌جایی دارند که برای ریاضی



۳!، برای فیزیک ۲! و برای شیمی ۴! حالت داریم. بنابراین:

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{3!3!2!4!}{9!} = \frac{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{210}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{210} = \frac{209}{210}$$

۳۴- گزینه ۲ ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه و تعداد اعضای پیشامد مورد نظر را به دست می‌آوریم.

$$n(S) = \binom{13}{3} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10!}{10! \times 3!} = \frac{13 \times 12 \times 11}{6} = 286$$

$$n(A) = \binom{7}{2} \times \binom{6}{1} + \binom{7}{1} \times \binom{6}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} \times 6 + 7 \times \frac{6!}{2! \times 4!}$$

$$= \frac{7 \times 6}{2} \times 6 + 7 \times \frac{6 \times 5}{2} = 126 + 105 = 231$$

پس $P(A) = \frac{231}{286}$ است.

۳۵- گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است.

اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضوهای مجموعه برابر ۶ است اگر به ترتیب ۹ و ۳ یا ۸ و ۲ یا ۷ و ۱ باشند.

بین هر دو عدد گفته شده ۵ عدد وجود دارند که می‌توانند در مجموعه باشند یا خیر. بنابراین 3×2^5 زیرمجموعه با این شرط وجود دارد. بنابراین:

$$P(A) = \frac{3 \times 2^5}{2^9} = \frac{3}{2^4} = \frac{3}{16}$$

۳۶- گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد جایشگت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

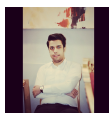
فضای نمونه‌ای تمام اعداد ۳ رقمی با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ است.

$$\begin{matrix} 5 & 4 & 3 \\ - & - & - \end{matrix} \Rightarrow n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

مجموع ارقام ۱۰ شود:

$$A = \left\{ \begin{matrix} 1, 4, 5: & 3! \\ 2, 3, 5: & 3! \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2 \times 3!$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2 \times 3!}{60} = \frac{2 \times 6}{60} = \frac{2}{10} = 20\%$$



۳۷- گزینه ۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{می دانیم:}$$

$$S = \left\{ (1,6)(2,5)(2,6)(3,4)(3,5)(3,6)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6) \right. \\ \left. (5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6)(6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) \right\} \Rightarrow n(S) = 21$$

$$A = \{(1,6)(2,5)(3,4)(3,6)(4,3)(4,5)(5,2)(5,4)(5,6)(6,1)(6,3)(6,5)\} \Rightarrow n(A) = 12$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

۳۸- گزینه ۲ فضای نمونه‌ای آزمایش $n(S) = 10!$ است.

بسته‌ی کتاب‌های ریاضی درون خود ۳! جایگشت دارند و این بسته و هفت کتاب دیگر نیز ۸! جایگشت دارند بنابراین:

$$n(A) = 3! \times 8!$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3! \times 8!}{10!} = \frac{3 \times 2 \times 1 \times 8!}{10 \times 9 \times 8!} = \frac{1}{15} \quad \text{پس}$$

۳۹- گزینه ۴

می دانیم: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

ریاضی و فیزیک و ۳ کتاب بینشان را یک کتاب در نظر می‌گیریم و جایگشت‌های ۴ کتاب را محاسبه می‌کنیم که ۴!

است. ۳ کتاب بین ریاضی و فیزیک نیز به $\binom{6}{3}$ حالت انتخاب می‌شوند. جابه‌جایی خود ریاضی و فیزیک نیز یک حالت

جدید ایجاد می‌کند. بنابراین داریم:

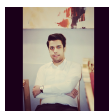
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4! \times \binom{6}{3} \times 2 \times 3!}{8!} = \frac{4! \times 20 \times 2 \times 6}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!} = \frac{1}{7}$$

نکته: جایگشت ۳ کتاب بین ریاضی و فیزیک برابر با ۳! می‌باشد.

۴۰- گزینه ۴ راه اول: حداقل یک مهره سفید یعنی یک یا دو یا سه مهره سفید باشند.

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{3}{1} \binom{6}{2} + \binom{3}{2} \binom{6}{1} + \binom{3}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{3 \times 15 + 3 \times 6 \times 1}{84} = \frac{45 + 18 + 1}{84} = \frac{64}{84}$$

راه دوم: متمم حداقل یکی سفید، هیچ مهره سفید است:



$$P(A') = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{20}{84}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{20}{84} = \frac{64}{84}$$

۴۱- گزینه ۳

می دانیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, \quad \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}, \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

دو حالت داریم: یا بزرگ‌ترین عدد انتخاب شده ۳۰ است که در این صورت ۲ عدد از بین اعداد ۲۰ تا ۲۹ انتخاب می‌کنیم یا بزرگ‌ترین عدد رو شده ۲۵ است که در این حالت ۲ عدد از بین اعداد ۲۰ تا ۲۴ انتخاب می‌کنیم. بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{10}{2} + \binom{5}{2}}{\binom{11}{3}} = \frac{\frac{10 \times 9}{2} + \frac{5 \times 4}{2}}{\frac{11 \times 10 \times 9}{6}} = \frac{55}{165}$$

۴۲- گزینه ۱

می دانیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تاس}}}{2} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{سکه}}}{6} = 12$$

$$A = \{(پ, ۳), (پ, ۶)\}$$

$$B = \{(ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶), (پ, ۱), (پ, ۳), (پ, ۵)\}$$

$$|P(A) - P(B)| = \left| \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(B)}{n(S)} \right| = \left| \frac{n(A) - n(B)}{n(S)} \right| = \left| \frac{2 - 9}{12} \right| = \left| \frac{-7}{12} \right| = \frac{7}{12}$$

۴۳- گزینه ۱۲ اگر A پیشامد آن باشد که مجموع اعداد رو شده دو تاس مضرب ۳ باشند، آن گاه داریم:

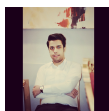
$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (3, 6), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4), (6, 3), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 12$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

۴۴- گزینه ۴

$$\begin{cases} n(S) = 6^2 = 36 \\ A = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4 \end{cases}$$



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۴۵- گزینه ۲ هر سه نقطه تشکیل یک مثلث می دهند، مگر اینکه هر سه روی یک خط باشند.

$$P(A) = 1 - P(A')$$

اگر احتمال تشکیل مثلث را $P(A)$ بنامیم:

$$P(A') = \frac{\binom{3}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{1 + 4}{84} = \frac{5}{84}$$

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{5}{84} = \frac{79}{84}$$

۴۶- گزینه ۱

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{می دانیم:}$$

$$A = \{99\} \quad S = \{18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99\} \Rightarrow n(S) = 10$$

$$P(A) = \frac{1}{10} = 10\%$$

۴۷- گزینه ۳

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{می دانیم:}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow n(S) = 9$$

$$A = \{1, 9\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{2}{9}$$

۴۸- گزینه ۲

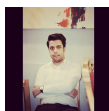
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{می دانیم:}$$

مجموع اعداد رو شده اول است در نتیجه فضای نمونه برابر است با:

$$(1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5) \} \\ n(S) = 15$$

اگر دو عدد با هم برابر باشند، مجموع آن ها عددی زوج خواهد بود $(a + a = 2a)$ تمام اعداد اول بجز ۲، فرد هستند.

بنابراین تنها $(1, 1)$ قابل قبول است. بنابراین: $n(A) = 1$



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{15}$$

۴۹- گزینه ۲

می دانیم:

$$A' = S - A \quad \text{و} \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(s)}$$

مجموع دو عدد فرد است هر گاه یکی زوج و دیگری فرد باشد.

$$S = \left\{ (1,2)(1,4)(1,6)(2,1)(2,3)(2,5)(3,2)(3,4)(3,6) \right. \\ \left. (4,1)(4,3)(4,5)(5,2)(5,4)(5,6)(6,1)(6,3)(6,5) \right\} \Rightarrow n(S) = 18$$

اگر A را پیشامد آن که مجموع دو تاس مضرب ۳ باشد بنامیم، داریم:

$$A = \{(1,2)(2,1)(3,6)(4,5)(5,4)(6,3)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$n(A') = n(S) - n(A) = 18 - 6 = 12$$

$$P(A') = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

۵۰- گزینه ۴

می دانیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1,3)(1,4)(1,6)(2,4)(2,5)(3,1)(3,5)(3,6)(4,1)(4,2)(4,6)(5,2)(5,3)(6,1)(6,3)(6,4)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

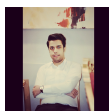
۵۱- گزینه ۲ حاصل جمع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد فرد می شود. اگر یکی از کارت ها را برداریم چه فرد چه زوج دیگری باید خلاف آن باشد که احتمال $\frac{4}{7}$ می باشد.

$$n(S) = \binom{8}{2} = 28, \quad n(A) = \binom{4}{1} \binom{4}{1} = 16 \rightarrow P(A) = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

۵۲- گزینه ۳

$$S = \{(2,2)(2,3)(2,5)(3,2)(3,3)(3,5)(5,2)(5,3)(5,5)\} \\ A = \{(2,3)(2,5)(3,2)(5,2)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{9}$$

۵۳- گزینه ۴ پیشامد مورد نظر به شکل زیر است:



$$A = \left\{ \begin{array}{l} (1, 2)(1, 3)(1, 4)(1, 5)(1, 6)(1, 7)(1, 8)(1, 9)(1, 10) \\ (2, 4)(2, 6)(2, 8)(2, 10)(3, 6)(3, 9) \\ (4, 8)(5, 10) \end{array} \right\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{10 \times 9} = \frac{17}{90}$$

۵۴- گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} n(S) = 6 \times 6 = 36 \\ A = \{(1, 3)(2, 2)(3, 1)(3, 6)(4, 5)(5, 4)(6, 3)\} \end{array} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{36}$$

۵۵- گزینه ۲ تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای در این آزمایش برابر $n(S) = \binom{9}{3} = 84$ است. مجموع سه عدد صحیح زمانی فرد می‌شود که هر سه عدد فرد یا دو عدد زوج و یکی فرد باشد. بنابراین:

$$n(A) = \binom{5}{3} + \binom{4}{2} \binom{5}{1} = 10 + 6 \times 5 = 40$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 عدد از ۵ عدد فرد عدد زوج از ۴ عدد زوج انتخاب ۱ عدد فرد

$$\rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

۵۶- گزینه ۱

می‌دانیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$S = [20, 40] \Rightarrow n(S) = 40 - 20 + 1 = 21$$

$$A = \{24, 30, 36\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

۵۷- گزینه ۱

می‌دانیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$S = \{(4, 6)(5, 5)(5, 6)(6, 4)(6, 5)(6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 6$$

$$A = \{(5, 5)(6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \simeq 33\%$$



۵۸- گزینه ۱

$$P(\text{سیاه بودن}) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{4+k}{3}} = \frac{4}{35} \Rightarrow \binom{4+k}{3} = 35 = \binom{7}{3} \Rightarrow 4+k=7 \Rightarrow \boxed{k=3}$$

$$P(\text{سفید بودن}) = \frac{n(\text{سفید بودن})}{n(S)} = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{1}{35}$$

۵۹- گزینه ۳

$$n(S) = \binom{10}{2}$$

$$A = \left\{ (1,2)(1,3)(2,3)(2,4)(3,4)(3,5)(4,5)(4,6)(5,6)(5,7)(6,7)(6,8)(7,8) \right. \\ \left. (7,9)(8,9)(8,10)(9,10) \right\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{\binom{10}{2}} = \frac{17}{45}$$

۶۰- گزینه ۴

$$S = \underline{6}, \underline{6}, \underline{6} \Rightarrow n(S) = 216$$

برای کوچکتر از ۶۰۰ بودن، باتوجه به ارقام داده شده، صدگان عدد باید ۱، ۳ یا ۵ باشد:

$$\underline{3}, \underline{6}, \underline{6} \Rightarrow n(A) = 3 \times 6 \times 6 = 108$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{108}{216} = \frac{1}{2} = 50\%$$

۶۱- گزینه ۳

$$n(S) = 9 \times 10 \times 10 \times 10 \quad \text{تعداد اعداد چهار رقمی با کلیه ارقام ممکن}$$

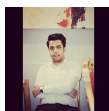
$$n(A) = 9 \times 9 \times 8 \times 7 \quad \text{تعداد اعداد چهار رقمی با ارقام متمایز}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9 \times 9 \times 8 \times 7}{9 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{63}{125}$$

۶۲- گزینه ۲

$$S = \{(1,6)(2,5)(3,4)(4,3)(5,2)(6,1)\} \\ A = \{(2,5)(5,2)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۶۳- گزینه ۳ فضای نمونه‌ای عبارتست از اعداد سه رقمی کوچکتر از ۱۹۹ یعنی از ۱۰۰ تا ۱۹۹ که تعداد آن برابر است



با:

$$n(S) = 199 - 100 + 1 = 100$$

اما اعداد مربع کامل در این بازه عبارتند از: $\{10^2 = 100, 11^2 = 121, 12^2 = 144, 13^2 = 169, 14^2 = 196\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{100} = 5\%$$

۶۴- گزینه ۴ با استفاده از اصل ضرب $n(S) = 7 \times 6 = 42$ و داریم:

$$A = \{(5, 7), (6, 6), (6, 7)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$$

۶۵- گزینه ۴ چون برای پاسخگویی به هر سؤال ۴ انتخاب موجود است، پس خواهیم داشت:

$$n(S) = \underbrace{4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4}_{10 \text{ تا}} = 4^{10}$$

برای پیشامد مطلوب مسئله، تعداد حالات پاسخگویی به سؤال اول ۴ حالت ولی برای سؤالات بعدی، هر یک ۳ حالت است، زیرا اگر به عنوان نمونه به سؤال اول، گزینه ۳ را به عنوان پاسخ، نسبت داده باشیم، پاسخ سؤال دوم نمی تواند گزینه ۳ باشد و اگر به سؤال دوم، گزینه ۲ را به عنوان پاسخ، نسبت داده باشیم، پاسخ سؤال سوم فقط گزینه ۲ نمی تواند باشد (ولی سه گزینه دیگر می تواند باشد)، بنابراین خواهیم داشت:

$$n(A) = 4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4 \times 3^9$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 \times 3^9}{4^{10}} = \left(\frac{3}{4}\right)^9$$

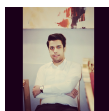
۶۶- گزینه ۳ تعداد حالات فضای نمونه ای یعنی تعداد حالات خارج شدن گوی ها از کیسه برابر است با: $n(S) = 7!$ تعداد حالات پیشامد مطلوب به صورت زیر به دست می آید:

ابتدا یکی از حروف c, d, e, f, g را انتخاب می کنیم تا بین a و b قرار گیرد، سپس جایگشت این دسته سه تایی را به همراه سایر حروف در نظر می گیریم و در نهایت جایگشت a و b را نیز در نظر می گیریم:

$$\boxed{a \square b} \square \square \square \square$$

$$n(A) = \binom{5}{1} \times 5! \times 2!$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1} \times 5! \times 2!}{7!} = \frac{5 \times 5! \times 2}{7 \times 6 \times 5!} = \frac{5}{21}$$



$$P(A) = \frac{7!}{8!} = \frac{1}{8}$$

زیرا اگر حرف «ی» حرف آخر باشد، سایر حروف به ۷! حالت می‌توانند جایگشت داشته باشند.

$$P(B) = \frac{2! \times 7!}{8!} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

زیرا اگر دو حرف «ی» و «د» کنار هم باشند، آن‌ها را به هم بسته و یک دسته در نظر می‌گیریم. این دسته به همراه سایر حروف دارای ۷! جایگشت است و علاوه بر آن دو حرف «ی» و «د» نیز دارای ۲! جایگشت هستند.

$$P(C) = \frac{6!}{8!} = \frac{1}{56}$$

زیرا اگر کلمه ساخته شده با حرف «ج» شروع و به حرف «ی» ختم شود، سایر حروف به ۶! حالت می‌توانند جایگشت داشته باشند.

$$\frac{P(A) + P(B)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{56}} = 21$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}, \quad \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{می‌دانیم:}$$

حداقل ۳ مهره سفید یعنی ۳ یا ۴ یا ۵ مهره سفید؛ پس داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} \binom{10}{2} + \binom{5}{4} \binom{10}{1} + \binom{5}{5}}{\binom{15}{5}} = \frac{10 \times 45 + 5 \times 10 + 1}{\frac{15!}{10!5!}}$$

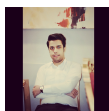
$$= \frac{450 + 50 + 1}{\frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{10! \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} = \frac{501}{13 \times 11 \times 7 \times 3}$$

اگر پیشامد مربع کامل آمدن عدد روی تاس را A و پیشامد اوم آمدن آن را B بنامیم، داریم:

$$A = \{1, 4\} \quad B = \{2, 3, 5\}$$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B \text{ ناسازگار}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$



اگر قبولی در رشته پزشکی را با A و قبولی در دانشگاه بهشتی را با B نشان دهیم، احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - 2 \times \frac{1}{30} = \frac{10 + 12 - 2}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

۷۱- گزینه ۴ دو پیشامد ناسازگار، اشتراکشان تهی است.

$$A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$$

۷۲- گزینه ۱ اگر A پیشامد «آسان» بودن و B پیشامد «تستی» بودن باشد، داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{25} \quad \text{و} \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{20}{25}$$

$$P(\text{آسان و تستی بودن}) = P(A \cap B) = \frac{13}{25}$$

$$P(\text{آسان یا تستی بودن}) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{16}{25} + \frac{20}{25} - \frac{13}{25} = \frac{23}{25}$$

۷۳- گزینه ۲

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, \quad P(A') = 1 - P(A) \quad \text{می دانیم:}$$

متمم آنرا در نظر می گیریم یعنی همگی زوج باشند:

$$P(A') = \frac{3 \times 3 \times 3}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

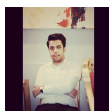
$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

۷۴- گزینه ۱

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \frac{P(A) = P(B)}{P(A \cap B) = 0} \quad P(A \cup B) = 2P(A)$$

۷۵- گزینه ۴ احتمال حضور رنگ های سفید، سیاه و قرمز را در مهره های انتخاب شده به ترتیب $P(B)$ ، $P(W)$ و $P(R)$ می نامیم. پس احتمال اینکه در مهره های انتخاب شده سفید باشد یا قرمز نباشد، به صورت $P(W \cup R')$ خواهد بود:

$$\begin{aligned} P(W \cup R') &= P(W) + P(R') - P(W \cap R') \\ &= P(W) + P(R') - [P(W) - P(W \cap R)] \end{aligned}$$



$$= P(R') + P(W \cap R)$$

↓ قرمز نباشد سفید و قرمز باهم باشند

انتخاب از بین سفید و سیاه

$$P(R') = \frac{\binom{13}{9}}{\binom{12}{3}} = \frac{84}{220}$$

$$P(W \cap R) = \frac{\overbrace{\binom{4}{1} \binom{5}{1} \binom{3}{1}}^{\text{هر سه رنگ باشند}} + \overbrace{\binom{4}{2} \binom{3}{1}}^{\text{دو سفید و یک قرمز}} + \overbrace{\binom{4}{1} \binom{3}{2}}^{\text{یک سفید و دو قرمز}}}{\binom{12}{13}} = \frac{60 + 18 + 12}{220} = \frac{90}{220}$$

پس احتمال موردنظر برابر $\frac{84}{220} + \frac{90}{220} = \frac{174}{220} = \frac{87}{110}$ است.

۷۶- گزینه ۲

فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ عضو دارد.

ابتدا احتمال این که مجموع اعداد ظاهر شده مضرب ۳ باشد را محاسبه می‌کنیم. (پیشامد مکمل)

$$A' = \left\{ \underbrace{(1,2), (2,1)}_{\text{مجموع ۳}}, \underbrace{(1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3)}_{\text{مجموع ۶}}, \underbrace{(3,6), (6,3), (4,5), (5,4)}_{\text{مجموع ۹}}, \underbrace{(6,6)}_{\text{مجموع ۱۲}} \right\} \Rightarrow n(A') = 12$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۷۷- گزینه ۲

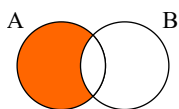
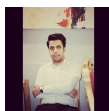
$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - P(A) - (1 - P(B)') + P(A \cap B)$$

$$\frac{4}{7} = 1 - \frac{1}{7} - (1 - \frac{2}{7}) + P(A \cap B) \Rightarrow \frac{4}{7} = 1 - \frac{1}{7} - 1 + \frac{2}{7} + P(A \cap B)$$

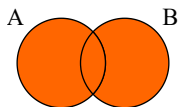
$$\Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{1}{7} + P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{7}$$

۷۸- گزینه ۱ نکته:



$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

نکته:



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.7 \quad \rightarrow P(A) - P(B) = 0.6$$

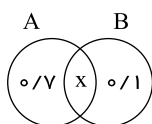
$$P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(A) = 4P(B) \Rightarrow 4P(B) - P(B) = 0.6 \Rightarrow P(B) = 0.2 \Rightarrow P(A) = 0.8$$

$$P(A - B) = 0.7 \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0.7 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.1$$

$$P(A \cup B) = 0.8 + 0.2 - 0.1 = 0.9$$

راه دوم با استفاده از نمودار ون:



$$\begin{aligned} A) &= 0.7 + x \\ B) &= 0.1 + x \end{aligned} \quad \xrightarrow{P(A)=4P(B)} \quad 0.7 + x = 0.4 + 4x \Rightarrow x = 0.1 \Rightarrow P(A \cup B) = 0.7 + 0.1 + 0.1 = 0.9$$

۷۹- گزینه ۳ جمع آوری داده‌ها و رسم نمودارهای آماری تنها بخشی از علم آمار است.

۸۰- گزینه ۲ در نهایت هدف از انجام یک کار آماری این است که پیش‌بینی دقیق‌تری از آینده داشته باشیم تا بهتر در مورد آن تصمیم بگیریم.

۸۱- گزینه ۴ اولین قدم در استفاده از علم آمار جمع آوری اعداد و ارقام یا همان داده‌هاست.

۸۲- گزینه ۲ جامعه در واقع مجموعه تمام افراد یا اشیایی است که یک یا چند ویژگی آن‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند و ربطی به منطقه جغرافیایی ندارد.

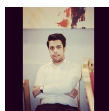
۸۳- گزینه ۴ به بخشی از جامعه که به تصادف انتخاب شود نمونه و به هر یک از افراد و اشیا که انتخاب می‌شود عضو نمونه گویند.

$$84- \text{گزینه ۲ تعداد اعضای نمونه برابر ۴ و تعداد اعضای کل جامعه برابر ۱۶ است. } \frac{4}{16} = 0.25$$

۸۵- گزینه ۴ انتخاب اعضای نمونه باید کاملاً تصادفی باشد.

۸۶- گزینه ۴ نوع همه متغیرهای موجود:

مقام یک ورزشکار در المپیک (کیفی ترتیبی) - فشار هوای قله اورست (کمی پیوسته) - مراحل زندگی (کیفی ترتیبی) -



گروه خونی (کیفی اسمی) - نژاد افراد (کیفی اسمی) - کیفیت هلو باغ‌های دماوند (کیفی ترتیبی) - تعداد دوستان علی (کمی گسسته) - دمای جوش آب در تهران (کمی پیوسته) - وضعیت تأهل (کیفی اسمی) - سطح تحصیلات (کیفی ترتیبی) - رنگ موی افراد (کیفی اسمی)

۸۷- گزینه ۴ نوع همه متغیرهای موجود در گزینه‌ها:

دمای هوا (کمی پیوسته) - مقام یک ورزشکار (کیفی ترتیبی) - میزان هوش (کیفی ترتیبی) - قد دانش‌آموزان (کمی پیوسته) - تعداد فرزندان (کمی گسسته) - اقوام ایرانی (کیفی اسمی) - انواع خودرو (کیفی اسمی) - شاخص توده بدن (کمی پیوسته) - ارتفاع شانه یوزپلنگ ایرانی (کمی پیوسته) - مهارت کارگران (کیفی ترتیبی) - میزان رضایت از مدرسه (کیفی ترتیبی) - تعداد مسافران قطار (کمی گسسته) - تعداد دانش‌آموزان با درصد ۱۰۰ در یک آزمون تستی ۱۰ سؤالی (کمی گسسته) - گروه خونی (کیفی اسمی) - شدت آلودگی هوا (کیفی ترتیبی) - وزن دانش‌آموزان (کمی پیوسته) ۸۸- گزینه ۲ انواع هواپیما، تک سرنشین، مسافری و جنگنده هستند. در میزان لذت بردن از آشپزی نیز، نوعی ترتیب وجود دارد.

۸۹- گزینه ۲ گزاره‌های ۱ و ۲ درست نیستند.

۹۰- گزینه ۳ متغیرهای کمی این قابلیت را دارند یعنی گسسته‌ها و پیوسته‌ها.

پاسخنامه کلیدی

(۱) - ۲	(۱۶) - ۲	(۳۱) - ۳	(۴۶) - ۱	(۶۱) - ۳	(۷۶) - ۲
(۲) - ۲	(۱۷) - ۲	(۳۲) - ۴	(۴۷) - ۳	(۶۲) - ۲	(۷۷) - ۲
(۳) - ۲	(۱۸) - ۲	(۳۳) - ۳	(۴۸) - ۲	(۶۳) - ۳	(۷۸) - ۱
(۴) - ۱	(۱۹) - ۱	(۳۴) - ۲	(۴۹) - ۲	(۶۴) - ۴	(۷۹) - ۳
(۵) - ۳	(۲۰) - ۴	(۳۵) - ۳	(۵۰) - ۴	(۶۵) - ۴	(۸۰) - ۲
(۶) - ۱	(۲۱) - ۳	(۳۶) - ۳	(۵۱) - ۲	(۶۶) - ۳	(۸۱) - ۴
(۷) - ۳	(۲۲) - ۲	(۳۷) - ۱	(۵۲) - ۳	(۶۷) - ۱	(۸۲) - ۲
(۸) - ۴	(۲۳) - ۱	(۳۸) - ۲	(۵۳) - ۴	(۶۸) - ۱	(۸۳) - ۴
(۹) - ۳	(۲۴) - ۳	(۳۹) - ۴	(۵۴) - ۱	(۶۹) - ۲	(۸۴) - ۲
(۱۰) - ۳	(۲۵) - ۱	(۴۰) - ۴	(۵۵) - ۲	(۷۰) - ۲	(۸۵) - ۴
(۱۱) - ۴	(۲۶) - ۳	(۴۱) - ۳	(۵۶) - ۱	(۷۱) - ۴	(۸۶) - ۴
(۱۲) - ۳	(۲۷) - ۴	(۴۲) - ۱	(۵۷) - ۱	(۷۲) - ۱	(۸۷) - ۴
(۱۳) - ۳	(۲۸) - ۴	(۴۳) - ۲	(۵۸) - ۱	(۷۳) - ۲	(۸۸) - ۲
(۱۴) - ۱	(۲۹) - ۴	(۴۴) - ۴	(۵۹) - ۳	(۷۴) - ۱	(۸۹) - ۲
(۱۵) - ۲	(۳۰) - ۲	(۴۵) - ۲	(۶۰) - ۴	(۷۵) - ۴	(۹۰) - ۳