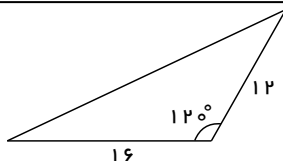


نویدپورزکی

۱ - مساحت شکل مقابل را بیابید.



۲۴√۳ (۷)

۳۲√۳ (۴)

۴۸√۳ (۱)

۱۶√۳ (۳)

۲- اگر $A = \frac{\cot 30^\circ - 2 \sin 60^\circ + \tan 45^\circ}{\tan^2 30^\circ - \frac{1}{2} \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$ باشد، حاصل $\frac{13A}{2}$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

۶ (۳)

$\frac{13}{12}$ (۷)

$\frac{12}{13}$ (۱)

۳- حاصل عبارت $\sin 45^\circ + \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 90^\circ + \tan 60^\circ$ کدام است؟

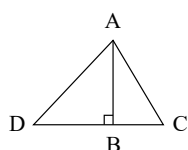
$\frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$ (۷)

$\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۴- در شکل زیر $AB = \sqrt{3}$ ، $AD = \sqrt{2}AB$ و $AC = 2BC = 2$ ، اندازه زاویه $\widehat{DAC}$ کدام است؟



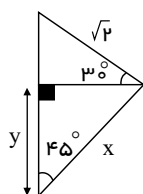
۱۳۵ (۷)

۷۵ (۴)

۱۰۵ (۱)

۱۲۰ (۳)

۵- در شکل مقابل مقدار $x + y$ برابر با کدام گزینه است؟!

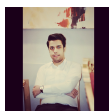


$\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{4}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{4}$ (۳)

$\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ (۷)

$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}$ (۱)



۶- حاصل عبارت $\frac{\tan^2 60^\circ - 2 \tan^2 45^\circ}{\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ}$ کدام است؟

④ $\frac{2}{3}$

③ $\frac{2}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

① $\frac{1}{3}$

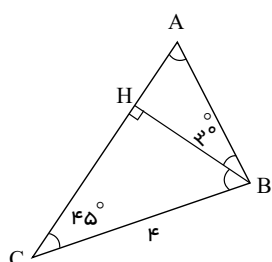
۷- در مثلث قائم الزویه $\triangle ABC$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ و $AB = 2AC$ است. $\sin \hat{B}$ کدام است؟

④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$



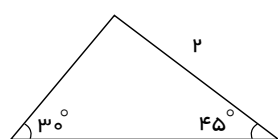
۸- در مثلث مقابل، طول ضلع AC چه قدر است؟!

⑤ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

① $2(\frac{\sqrt{6}}{3} + \sqrt{2})$

③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



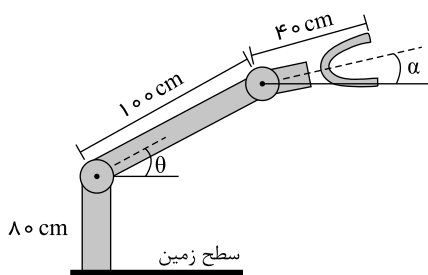
۹- ارتفاع نظیر بزرگترین ضلع مثلث مقابل کدام است؟!

⑤ $\sqrt{2}$

④ ۲

① ۱

③ $\sqrt{3}$



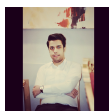
۱۰- در شکل روبه‌رو زاویه $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ می‌باشد، حداکثر ارتفاعی که این روبات قادر به برداشتن شیء می‌باشد در حالتی که $\alpha = 30^\circ$ است، کدام گزینه می‌باشد؟

⑤ ۱۲۵ cm

④ ۲۰۰ cm

① ۱۰۰ cm

③ ۱۵۰ cm



۱۱- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، زاویه $\hat{A}$ قائمه و $\tan \hat{C} = \frac{5}{12}$ است. مقدار $\cos \hat{A} + \cos \hat{B} + \cos \hat{C}$ کدام است؟

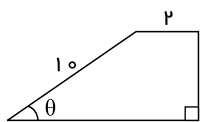
- ① $\frac{30}{13}$ ② $\frac{17}{13}$ ③ $\frac{7}{13}$ ④ $\frac{12}{13}$

۱۲- در مثلث قائم الزاویه‌ای، سینوس یکی از زاویه‌ها $\frac{5}{7}$ ، و اندازه‌ی وتر ۱۴ واحد است. کوچکترین ضلع مثلث کدام است؟

- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{7}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{2}$

۱۳- ناظری به فاصله ۳۵ متر از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه رویت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افق 45° و 40° درجه است. ارتفاع مجسمه کدام است؟ ($\tan 40^\circ = 0.8$)

- ① ۶ ② 6.4 ③ ۷ ④ 7.2

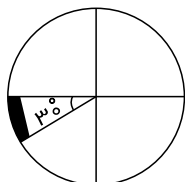


۱۴- اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ باشد، آنگاه مساحت دوزنقه‌ی روبرو کدام است؟

- ① ۱۲ ② ۲۴ ③ ۳۶ ④ ۱۸

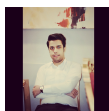
۱۵- در متوازی الاضلاعی اندازه دو قطر ۱۲ و ۸ است و زاویه بین دو قطر 135° است مساحت متوازی الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

- ① ۱۸ ② ۲۴ ③ ۳۶ ④ ۳۲



۱۶- در دایره‌ی مقابل، به شعاع ۳ واحد، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

- ① $\frac{3\pi}{4}$ ② $\frac{3\pi}{4} - 1$ ③ $\frac{3}{4}(\pi - 3)$ ④ $\frac{9}{4}$



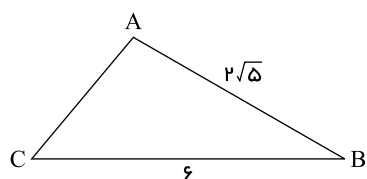
۱۷- اندازه‌ی دو قطر از متوازی‌الاضلاع ۱۲ و $۸\sqrt{۳}$ واحد است. این دو قطر با زاویه‌ی ۶۰° درجه متقاطع هستند. مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۵۴ (۲)

۴۸ (۱)



۱۸- در مثلث ABC ، $\tan \hat{B} = ۰٫۵$ است. مساحت مثلث $\triangle ABC$ کدام است؟

$۱۲\sqrt{۵}$ (۲)

$۸\sqrt{۵}$ (۱)

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۱۹- اگر $۱۲۰^\circ \leq \alpha \leq ۱۵۰^\circ$ باشد و $\cos \alpha = ۲m - ۱$ باشد آنگاه حدود تغییرات m کدام است؟

$\frac{۱ - \sqrt{۳}}{۴} \leq m \leq \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۴)

$\frac{۲ - \sqrt{۳}}{۴} \leq m \leq \frac{۱}{۴}$ (۳)

$\frac{۱ + \sqrt{۳}}{۲} \leq m \leq \frac{۱}{۲}$ (۲)

$-۱ \leq m \leq ۱$ (۱)

۲۰- اگر A و B به صورت زیر داده شده باشند، حاصل $A + B$ کدام است؟

$$A = \frac{\sin ۴۵^\circ}{\sin ۹۰^\circ} \times \frac{\sin ۴۶^\circ}{\sin ۹۱^\circ} \times \dots \times \frac{\sin ۸۹^\circ}{\sin ۱۳۴^\circ} \times \frac{\sin ۹۰^\circ}{\sin ۱۳۵^\circ}$$

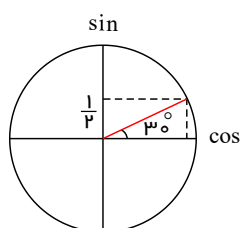
$$B = \frac{\cos ۱^\circ}{\cos ۱۳۵^\circ} \times \frac{\cos ۲^\circ}{\cos ۱۳۶^\circ} \times \dots \times \frac{\cos ۴۴^\circ}{\cos ۱۷۸^\circ} \times \frac{\cos ۴۵^\circ}{\cos ۱۷۹^\circ}$$

۲ (۴)

-۱ (۳)

۰ (۲)

۱ (۱)



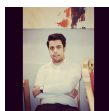
۲۱- باتوجه به دایره مثلثاتی مقابل، مقدار $\cos^۲ ۳۳۰^\circ$ کدام است؟

$\frac{۳}{۴}$ (۲)

$\frac{۱}{۲}$ (۱)

$\frac{۱}{۴}$ (۴)

$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۳)



۲۲- مقدار عبارت $\sin(180^\circ + 45^\circ)\cos(180^\circ - 45^\circ)$ کدام است؟

- ① -۱ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ۱

۲۳- مقدار $\frac{2 \sin 12^\circ - 2 \cos 18^\circ}{2 \cos 15^\circ + 2 \tan 135^\circ}$ کدام است؟

- ① ۱ ② صفر ③ -۱ ④ $\frac{1}{2}$

۲۴- اگر α در ربع دوم باشد و $\cos \alpha = \frac{m+2}{3}$ باشد، حدود m کدام است؟

- ① $-5 < m < -2$ ② $-3 < m < 0$ ③ $-1 \leq m \leq 1$ ④ $-5 \leq m \leq -2$

۲۵- کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

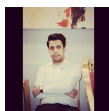
- ① $\tan 20^\circ > \tan 21^\circ$ ② $\cot 37^\circ > \cot 27^\circ$ ③ $\sin 145^\circ > \sin 14^\circ$ ④ $\cos 145^\circ < \cos 14^\circ$

۲۶- اگر $120^\circ \leq x \leq 225^\circ$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- ① $-1 \leq \cos x \leq \frac{-\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-\sqrt{2}}{2} \leq \cos x \leq \frac{-1}{2}$ ③ $\frac{-1}{2} \leq \cos x \leq 0$ ④ $-1 \leq \cos x \leq \frac{-1}{2}$

۲۷- اگر α و β هر دو در ربع سوم باشند و $\cos \alpha = \frac{-1}{2}$ و $\cos \beta = \frac{-1}{4}$ باشد، کدام رابطه زیر برقرار است؟

- ① $\alpha = 2\beta$ ② $\beta = 2\alpha$ ③ $\alpha > \beta$ ④ $\beta > \alpha$



۲۸- به ازای مقادیر دلخواه α ، حاصل نسبت بیشترین به کمترین مقدار ممکن برای عبارت $A = \frac{4\cos^2 \alpha - 1}{3}$ کدام است؟

- ① -۳ ② ۳ ③ ۱ ④ $-\frac{1}{3}$

۲۹- کدام گزینه نادرست است؟

- ① $\sin 134^\circ > \sin 45^\circ$ ② $\cos 30^\circ > \cos 140^\circ$ ③ $\tan 225^\circ > \tan 30^\circ$ ④ $\cot 110^\circ > \cot 60^\circ$

۳۰- اگر $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ باشد و انتهای کمان روبه‌رو به زاویه α در ربع چهارم باشد، آنگاه $\cot \alpha$ کدامست؟

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $-\sqrt{3}$

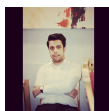
۳۱- نقطه $P(2m, \frac{m}{2})$ روی دایرهٔ مثلثاتی و در ربع سوم قرار دارد. اگر حاصل θ زاویهٔ پاره‌خط OP با جهت مثبت محور x باشد،

$\cos \theta - \sin \theta$ کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

- ① $\frac{3}{\sqrt{17}}$ ② $-\frac{3}{\sqrt{17}}$ ③ $\frac{5}{\sqrt{17}}$ ④ $-\frac{5}{\sqrt{17}}$

۳۲- کدام یک از نقاط زیر روی دایرهٔ مثلثاتی قرار ندارد؟

- ① $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ ② $(\frac{2\sqrt{2}}{3}, -\frac{1}{3})$ ③ $(-\frac{\sqrt{2}}{3}, -\frac{2}{3})$ ④ $(\sqrt{\frac{3}{8}}, \sqrt{\frac{5}{8}})$



۳۳- اگر $-90^\circ < \theta < 45^\circ$ باشد و $\cos \theta = \frac{4m-1}{2}$ باشد، آن گاه بزرگترین حدود m کدام است؟

- ① $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ ② $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ ③ $(\frac{1}{8}, \frac{3}{8}]$ ④ $(\frac{1}{8}, \frac{3}{8}]$

۳۴- بیشترین مقدار $|5 \sin x - 3|$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ π ④ ۸

۳۵- اگر $\sin \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان θ در ربع چهارم دایرهٔ مثلثاتی باشد، مقدار $\sin(\theta - 270^\circ)$ کدام است؟

- ① $\frac{-1}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{-\sqrt{2}}{3}$

۳۶- حدود k برای آنکه معادله‌ی $\sin x = k$ در فاصله‌ی $60^\circ \leq x \leq 120^\circ$ دارای جواب باشد، کدام است؟

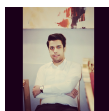
- ① $\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-1 \leq k \leq 1$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq k \leq 1$ ④ $k > \frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۷- اگر $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ و $\tan \theta \cos \theta > 0$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ناحیهٔ دایرهٔ مثلثاتی است؟

- ① اول ② دوم ③ سوم ④ چهارم

۳۸- علامت کدام یک از گزینه‌های زیر با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- ① $\sin 75^\circ$ ② $\cos 345^\circ$ ③ $\tan 195^\circ$ ④ $\cot 130^\circ$



۳۹- اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ و $\cos \alpha \tan \alpha < 0$ باشد، آنگاه انتهای کمان در ربع چندم است؟

- اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

۴۰- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha > 0$ و $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$ باشد، α در کدام ربع است؟

- اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

۴۱- اگر $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\cos \alpha$ و $\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sin \alpha$ باشد، آنگاه α در کدام ربع قرار دارد؟

- چهارم (۱) سوم (۲) دوم (۳) اول (۴)

۴۲- انتهای کمان زاویه θ در کدام ناحیه دایره مثلثاتی باشد تا $(1 - \frac{1}{\cot \theta})(1 - \frac{1}{\tan \theta})$ عددی منفی شود؟

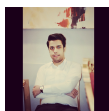
- ناحیه اول و سوم (۱) ناحیه اول و دوم (۲) ناحیه دوم و سوم (۳) ناحیه دوم و چهارم (۴)

۴۳- ساده شده عبارت $\frac{|2 - \cos \alpha| - |2 + \cos \alpha|}{|3 - \sin \alpha| - |3 + 2 \sin \alpha|}$ کدام است؟

- $\frac{2}{3} \tan \alpha$ (۱) $\frac{2}{3} \tan \alpha$ (۲) $\frac{2}{3} \cot \alpha$ (۳) $\frac{3}{2} \cot \alpha$ (۴)

۴۴- اگر $\sin \alpha = \frac{-12}{13}$ باشد و α در ربع سوم باشد حاصل $\frac{2}{\cos \alpha} - \frac{1}{\tan \alpha}$ کدام است؟

- $\frac{33}{60}$ (۱) $\frac{-377}{60}$ (۲) $\frac{156}{30}$ (۳) $\frac{-156}{30}$ (۴)

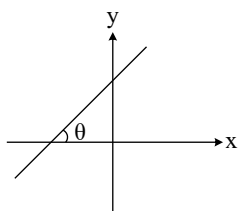


۴۵- اگر $\sin \alpha \tan \alpha < 0$ و $\sin \alpha - \sin^3 \alpha < 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار دارد؟

- اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

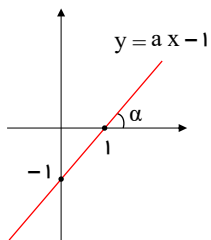
۴۶- اگر $A = \sin \alpha - \cos \beta$ و $B = \sin \alpha + \cos \beta$ و $C = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$ باشد، حاصل $AB + C$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴)



۴۷- اگر $\tan \theta = \frac{1}{2}$ و معادله خط d به صورت $ax + by - 4 = 0$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ ۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ ۳ (۳) $-\frac{1}{2}$ ۴ (۴) $-\frac{1}{2}$



۴۸- در شکل زیر $\sin \alpha$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ ۲ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

۴۹- خطی که از نقطه $(2, 5)$ می‌گذرد و عرض از مبدأ آن ۳ است، با جهت مثبت محور طول‌ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- ۳۰ (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴)

۵۰- حاصل $\frac{1 + \sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \tan 70^\circ}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۵۱- ساده شدهی عبارت $\frac{\cot^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

- ① $1 + \cot^2 \alpha$ ② $1 + \tan^2 \alpha$ ③ $\sin^2 \alpha$ ④ $\cos^2 \alpha$

۵۲- ساده شدهی عبارت $\frac{2}{1 + \cos 2\theta} + \frac{2}{1 - \cos 2\theta}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{4}{\sin^2 2\theta}$ ④ $\frac{2}{\cos^2 2\theta}$

۵۳- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = a$ و $\tan \alpha = b + 1$ باشد آنگاه حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ① $\sin \alpha$ ② $\cos \alpha$ ③ $\tan \alpha$ ④ $\cot \alpha$

۵۴- اگر α در ربع دوم باشد حاصل $1 - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1}$ کدام است؟

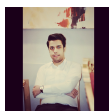
- ① صفر ② $2 \tan \alpha$ ③ $\sin \alpha$ ④ $\cos^2 \alpha$

۵۵- اگر $\tan \alpha = 3$ باشد، حاصل $1 + \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

- ① ۳ ② ۶ ③ ۹ ④ ۱۰

۵۶- اگر $\cot \alpha = \frac{5}{3}$ و α در ربع سوم باشد، حاصل $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$ کدام است؟

- ① $\frac{-19}{\sqrt{34}}$ ② $\frac{19}{34}$ ③ $\frac{\sqrt{19}}{34}$ ④ $\sqrt{\frac{19}{34}}$



۵۷- مثلث قائم الزاویه ABC در $\hat{C}$ قائمه است؛ حاصل $\sin^2 A + \cos^2 B$ کدام است؟

④ $\frac{\cos B + \sin A}{2}$

③ $\frac{\sin^2 A}{2}$

② $2\sin^2 B$

① $2\sin^2 A$

۵۸- اگر خط $y = (m - 1)x^2 + (m + n + 1)x - n - 1$ با جهت مثبت محور x زاویه 45° بسازد. در این صورت حاصل $m^2 + n^2$ کدام است؟

④ ۳

③ ۲

② ۰

① ۱

۵۹- حاصل عبارت $(\frac{1}{\cos \theta} - 1)(\frac{1}{\cos \theta} + 1)$ کدام است؟

④ $\frac{1}{\cos^2 \theta}$

③ $\frac{1}{\sin^2 \theta}$

② $\cot^2 \theta$

① $\tan^2 \theta$

۶۰- حاصل عبارت $\frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ} \times \frac{\sin 2^\circ}{\cos 2^\circ} \times \dots \times \frac{\sin 89^\circ}{\cos 89^\circ}$ کدام است؟

④ ∞

③ -۱

② ۰

① ۱

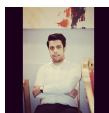
۶۱- ساده شده عبارت $(\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right)$ کدام است؟

④ $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$

③ $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$

② $\cos^2 \alpha$

① $\sin^2 \alpha$



۶۲- اگر $\frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}}{|\cos \alpha|} = \sin \alpha$ و $\frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}}{|\sin \alpha|} = -\cos \alpha$ باشد، زاویه α متعلق به کدام ربع است؟

① چهارم ② سوم ③ دوم ④ اول

۶۳- مثلث قائم الزاویه ABC در رأس A قائمه است؛ حاصل $\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)}$ کدام است؟

① ۱ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$

۶۴- اگر $A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$ باشد، مقدار عددی $2A$ کدام است؟

- ① ۵ ② ۷ ③ ۹ ④ ۱۱

۶۵- حاصل عبارت $\frac{1 + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ}{\cot 35^\circ \cot 55^\circ}$ کدام است؟

① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۶۶- با فرض $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، حاصل عبارت $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$



۶۷- اگر $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ و x در ربع اول باشد، $\tan x$ کدام است؟

- ① $2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $8\sqrt{5}$ ④ $\frac{2}{\sqrt{5}}$

۶۸- حاصل عبارت $(\cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) + \cos^2 \theta (1 + 2 \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- ① -1 ② صفر ③ 1 ④ 2

۶۹- اگر $3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 3$ باشد، آنگاه x کدام زاویه می تواند باشد؟

- ① صفر ② 30° ③ 60° ④ 90°

۷۰- اگر $\sin \alpha = -\frac{6}{10}$ باشد و α زاویه ای در ربع سوم باشد، آنگاه حاصل $\tan \alpha - \cot^2 \alpha$ کدام است؟

- ① $-\frac{6}{13}$ ② $\frac{6}{13}$ ③ $\frac{36}{91}$ ④ $-\frac{37}{36}$

۷۱- ساده شده ی عبارت $(1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- ① $2 \cot^2 \theta$ ② $2 \tan^2 \theta$ ③ $1 - 2 \cos^2 \theta$ ④ $1 - 2 \sin^2 \theta$

۷۲- حاصل عبارت $\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta)$ کدام است؟

- ① $\cos^2 \theta$ ② 2 ③ 1 ④ $\sin^2 \theta$



۷۳- ساده شده‌ی عبارت $1 - \frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ}$ عبارت کدام است؟

- ① $\sin 17^\circ$ ② $\cos 17^\circ$ ③ $\frac{1}{\sin 17^\circ}$ ④ $\frac{1}{\cos 17^\circ}$

۷۴- ساده شده‌ی عبارت $(1 - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cot \theta) - \tan \theta \cot \theta$ کدام است؟

- ① $\sin^2 \theta$ ② $-\sin^2 \theta$ ③ $\cos^2 \theta$ ④ $-\cos^2 \theta$

۷۵- اگر $3 = \frac{4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha}$ باشد، آنگاه مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{7}$ ② 7 ③ $\frac{-1}{7}$ ④ -7

۷۶- اگر $a = \frac{\tan \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\tan \alpha}{1 - \cos \alpha}$ باشد، آن گاه حاصل $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ کدام است؟

- ① $\frac{a-2}{a}$ ② $\frac{a-4}{a}$ ③ $1 - \frac{a}{2}$ ④ $1 - a$

۷۷- اگر $\tan \alpha = 2$ باشد حاصل عبارت $\frac{\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1}{\cos^4 \alpha}}$ کدام است؟

- ① 4 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ 8

۷۸- مقدار $\frac{(1 - \tan \alpha)(2 + 2 \cot \alpha)}{(3 - 3 \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)}$ کدام است؟

- ① -1 ② 1 ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{-2}{3}$

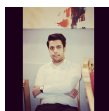


۷۹- حاصل $\tan^2 \theta - 2 \left(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right)$ کدام است؟

- ① -۱ ② صفر ③ ۱ ④ ۲

۸۰- حاصل عبارت $\tan^2 \theta + \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{1 + \tan \theta}$ همواره کدام است؟

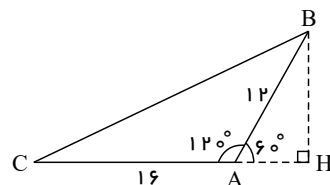
- ① $\sin \theta$ ② $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ ③ $\cos \theta$ ④ $\frac{1}{\cos^2 \theta}$



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۱ ضلع AC را امتداد داده و از B بر آن عمود رسم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \triangle AHB \rightarrow \overline{BH} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{BA} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3} \\ S_{\triangle ABC} : \frac{\overline{BH} \times \overline{AC}}{2} &= \frac{6\sqrt{3} \times 16}{2} = 48\sqrt{3} \end{aligned}$$



۲- گزینه ۳ با جایگذاری مقادیر نسبت‌های مثلثاتی داریم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{\frac{4-3+12}{12}} = \frac{1}{\frac{13}{12}} = \frac{12}{13} \\ A &= \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{13A}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{12}{13} = 6 \end{aligned}$$

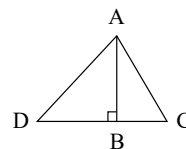
۳- گزینه ۱

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2}$$

۴- گزینه ۴

در مثلث قائم الزویه $\triangle ABC$:

$$\sin \hat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \hat{BAC} = \sin 30^\circ \rightarrow \hat{BAC} = 30^\circ$$



در مثلث قائم الزویه $\triangle ABD$:

$$AD = \sqrt{2}AB \rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \hat{DAB} = \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ \rightarrow \hat{DAB} = 45^\circ$$



$$\widehat{DAC} = \widehat{DAB} + \widehat{BAC} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

۵- گزینه ۱

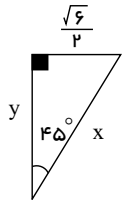
$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{مجاور}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{مجاور} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x + y = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}$$

$$\text{گزینه ۴-۶} \quad \frac{(\sqrt{3})^2 - 2(1)^2}{\frac{1}{2} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{3 - 2(1)}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{3 - 2}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$



۷- گزینه ۱

فیثاغورس:

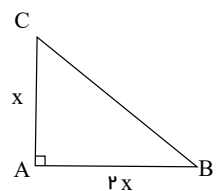
$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

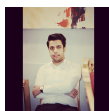
$$BC^2 = x^2 + 4x^2$$

$$BC^2 = 5x^2$$

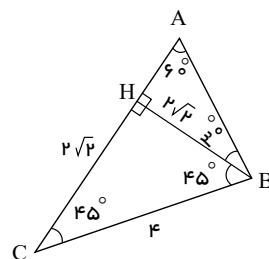
$$BC = \sqrt{5}x$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{x}{x\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$





۸- گزینه ۱



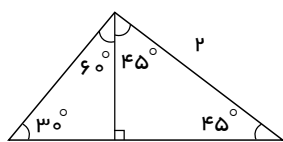
$$\sin 45 = \frac{BH}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BH = 2\sqrt{2}$$

$$\cos 45 = \frac{CH}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow CH = 2\sqrt{2}$$

$$\tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AH}{2\sqrt{2}} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$AC = AH + HC = \frac{2\sqrt{6}}{3} + 2\sqrt{2} = 2\left(\frac{\sqrt{6}}{3} + \sqrt{2}\right)$$

۹- گزینه ۲ با رسم ارتفاع خواهیم داشت:



$$\sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\text{ارتفاع}}{2} \Rightarrow h = \sqrt{2}$$

۱۰- گزینه ۳

حداکثر h زمانی است که $\theta = 30^\circ$ باشد، پس:

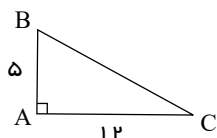
$$h = 80 + 100 \sin \theta + 40 \sin \alpha = 100 \sin \theta + 80 + 40 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 100 \sin \theta + 100$$

$$h_{max} = 100 \sin 30^\circ + 100 = 100 \times \frac{1}{2} + 100 = 150$$

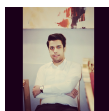
۱۱- گزینه ۲

با فرض مثلث متقابل و نوشتن رابطه‌ی فیثاغورث در آن داریم:

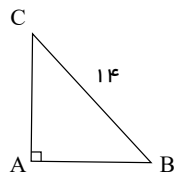


$$5^2 + 12^2 = (BC)^2 \Rightarrow 25 + 144 = 169 = (BC)^2 \Rightarrow BC = 13$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} = 90^\circ &\rightarrow \cos \hat{A} = 0 \\ \cos \hat{B} &= \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13} \\ \cos \hat{C} &= \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13} \end{aligned} \right\} \rightarrow \cos \hat{A} + \cos \hat{B} + \cos \hat{C} = 0 + \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$$



۱۲- گزینه ۳

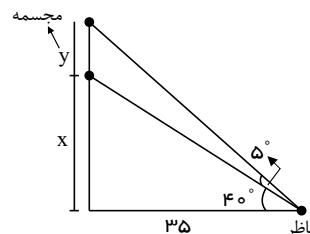


با فرض $\sin \hat{B} = \frac{5}{7}$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{14} = \frac{5}{7} \rightarrow AC = 10$$

$$AB^2 + 100 = 196 \rightarrow AB^2 = 96 \rightarrow AB = 4\sqrt{6}$$

۱۳- گزینه ۳ با در نظر گرفتن شکل زیر داریم:



$$\tan 40^\circ = \frac{x}{35}$$

$$\tan 40^\circ = \frac{8}{10} \Rightarrow \frac{x}{35} = \frac{8}{10} \Rightarrow x = 28m$$

$$\tan 45^\circ = \frac{x+y}{35} = 1 \Rightarrow x+y = 35 \Rightarrow 28+y = 35$$

$\Rightarrow y = 7m$ ارتفاع مجسمه ۷ متر است.

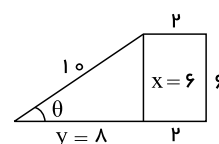
۱۴- گزینه ۳ با تقسیم شکل به یک مثلث و یک مستطیل خواهیم داشت:

$$\sin \theta = \frac{x}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 6$$

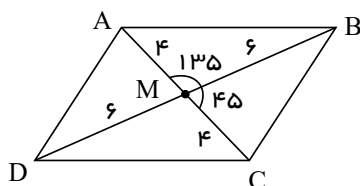
$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow 36 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 64 \Rightarrow y = 8$$

$$S_{\text{نوزقه}} = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{مستطیل}} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{3}{5} + 2 \times 6$$

$$S = 24 + 12 = 36$$



۱۵- گزینه ۲



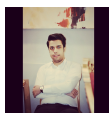
$$S_{ABCD} = S_{\triangle AMD} + S_{\triangle ABM} + S_{\triangle BMC} + S_{\triangle CMD}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\triangle AMD} = S_{\triangle BMC} \\ S_{\triangle AMB} = S_{\triangle CMD} \end{array} \right.$$

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle AMB} + 2S_{\triangle ABC}$$

$$\sin 135 = \sin(180 - 45) = \sin 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{AM \times MB \times \sin 135}{2} = \frac{6 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 9\sqrt{2}$$



$$S_{\triangle BMC} = \frac{BM \times MC \times \sin 45^\circ}{2} = \frac{6 \times 4 \times \sqrt{\frac{2}{2}}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = 12\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

۱۶- گزینه ۳ با محاسبه‌ی مساحت این بخش از دایره و کم کردن مساحت مثلث از آن، مساحت قسمت رنگی بدست می‌آید:

$$\frac{360}{30} = 12 \rightarrow \frac{S_{\text{دایره}}}{12} = S_{\text{مورد نظر}} = \frac{\pi r^2}{12} = \frac{9\pi}{12} = \frac{3\pi}{4}$$

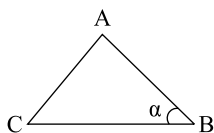
$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$$

$$S_{\text{قسمت رنگی}} = \frac{3\pi}{4} - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}(\pi - 3)$$

۱۷- گزینه ۴ مساحت هر چهارضلعی از نصف حاصل ضرب دو قطر در سینوس زاویه‌ی بینشان به دست می‌آید.

$$S = \frac{1}{2}(12)(8\sqrt{3})(\sin 60^\circ) = (48\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 24 \times 3 = 72$$

۱۸- گزینه ۳ نکته: مساحت هر مثلث با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه‌ی بین آنها برابر است



$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B}$$

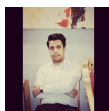
$$\tan \hat{B} = \frac{1}{2}, 1 + \cot^2 B = \frac{1}{\sin^2 B}, \cot \hat{B} = \frac{1}{\tan \hat{B}}$$

با توجه به رابطه بالا داریم:

$$1 + (2)^2 = \frac{1}{\sin^2 B} \rightarrow \sin^2 \hat{B} = \frac{1}{5} \rightarrow \sin \hat{B} = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

چون زاویه $\hat{B}$ حاده است بنابراین $\sin \hat{B} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ است.

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(2\sqrt{5})(6)\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 6$$



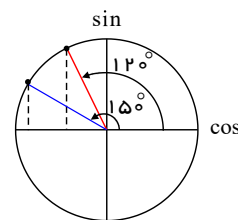
۱۹- گزینه ۳

$$12^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$$

$$\cos 15^\circ \leq \cos \alpha \leq \cos 12^\circ \rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} \leq \cos \alpha \leq \frac{-1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2} \leq 2m - 1 \leq \frac{-1}{2}$$

$$\xrightarrow{+1} \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \leq 2m \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\div 2} \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$$



۲۰- گزینه ۲

برای دو زاویه مکمل α و β یعنی $\alpha + \beta = 180^\circ$ داریم: $\sin \alpha = \sin \beta$ و $\cos \alpha = -\cos \beta$ بنابراین:

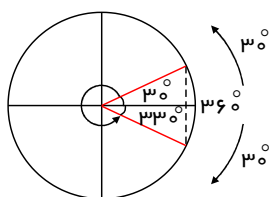
$$\left. \begin{array}{l} \sin 45^\circ = \sin 135^\circ \\ \sin 46^\circ = \sin 134^\circ \\ \vdots \\ \sin 89^\circ = \sin 91^\circ \\ \sin 90^\circ = \sin 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 135^\circ} \times \frac{\sin 46^\circ}{\sin 134^\circ} \times \dots \times \frac{\sin 90^\circ}{\sin 90^\circ} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \cos 1^\circ = -\cos 179^\circ \\ \cos 2^\circ = -\cos 178^\circ \\ \vdots \\ \cos 44^\circ = -\cos 136^\circ \\ \cos 45^\circ = -\cos 135^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow B = -1$$

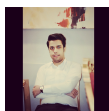
پس از بازنویسی به صورت $\frac{\cos 1^\circ}{\cos 179^\circ} \times \frac{\cos 2^\circ}{\cos 178^\circ} \times \dots$ با ۴۵ کسر که هر کدام برابر ۱- هستند مواجه می‌شویم که حاصلضرب تمام آن‌ها برابر با ۱- می‌شود. پس $B = -1$ داریم:

$$\Rightarrow A + B = 1 + (-1) = 1 - 1 = 0$$

۲۱- گزینه ۲ با نمایش 33° روی دایره مثلثاتی می‌بینیم که 3° و 33° کسینوس‌های مشابه دارند.

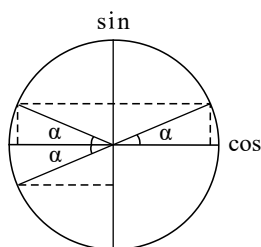


$$\cos 33^\circ = \cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos^2 33^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3}{4}$$



۲۲- گزینه ۳

طبق دایره مثلثاتی داریم:



$$\sin(180^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(180^\circ + 45^\circ) \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

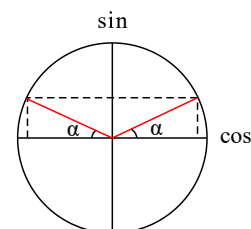
۲۳- گزینه ۳ با توجه به دایره مثلثاتی: $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ و $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$

$$\cos 180^\circ = -1, \sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 120^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 150^\circ = -\cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \frac{\sin 135^\circ}{\cos 135^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 45^\circ)}{\cos(180^\circ - 45^\circ)} = \frac{\sin 45^\circ}{-\cos 45^\circ} = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin 120^\circ - 2 \cos 180^\circ}{2 \cos 150^\circ + 2 \tan 135^\circ} = \frac{\sqrt{3} + 2}{-\sqrt{3} - 2} = \frac{\sqrt{3} + 2}{-(\sqrt{3} + 2)} = -1$$



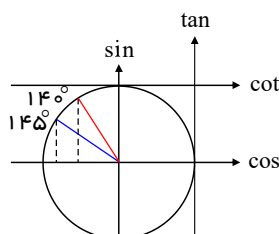
۲۴- گزینه ۱

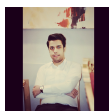
در ربع دوم با توجه به دایره مثلثاتی: $-1 < \cos \alpha < 0$

$$-1 < \frac{m+2}{3} < 0 \xrightarrow{\times 3} -3 < m+2 < 0 \xrightarrow{-2} -5 < m < -2$$

۲۵- گزینه ۴

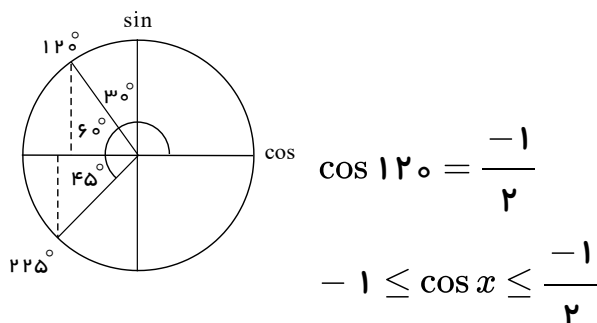
باتوجه به دایره مثلثاتی:



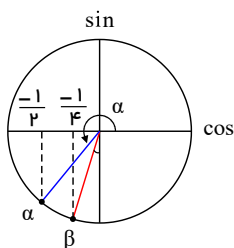


۲۶- گزینه ۴

با توجه به شکل:



۲۷- گزینه ۴ می دانیم در ربع سوم با افزایش زاویه، مقدار کسینوس زاویه نیز افزایش می یابد.



با توجه به دایره مثلثاتی واضح است که $\beta > \alpha$ اما هرگز $\beta = 2\alpha$ نیست.

۲۸- گزینه ۱

به توان ۲ می رسانیم $\times 4$

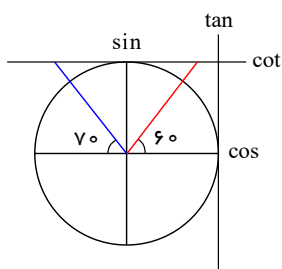
$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \rightarrow 0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 \rightarrow 0 \leq 4\cos^2 \alpha \leq 4$$

$$\xrightarrow{-1} -1 \leq 4\cos^2 \alpha - 1 \leq 3 \xrightarrow{\div 3} \frac{-1}{3} \leq \frac{4\cos^2 \alpha - 1}{3} \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} Max = 1 \\ Min = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

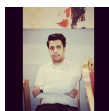
$$\Rightarrow \frac{1}{-1} = -3$$

۲۹- گزینه ۴

باتوجه به دایره مثلثاتی می بینیم که $\cot 110^\circ < \cot 60^\circ$



۳۰- گزینه ۴ باتوجه به اینکه α در ربع چهارم است و $\sin \alpha = \frac{-1}{2}$ ، داریم:



$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\alpha \text{ ربع چهارم}} \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

۳۱- گزینه ۲ نکته: اگر نقطه $P(x_p, y_p)$ روی دایرهٔ مثلثاتی باشد، آنگاه $x_p^2 + y_p^2 = 1$. اگر زاویه‌ای که پاره خط OP (مبدأ مختصات) با جهت مثبت محور x ها می‌سازد باشد، آن‌گاه:

$$\sin \theta = y_P, \cos \theta = x_P, \tan \theta = \frac{y_P}{x_P}, \cot \theta = \frac{x_P}{y_P}$$

$$P(2m, \frac{m}{2}) \xrightarrow{P \text{ روی دایرهٔ مثلثاتی}} (2m)^2 + (\frac{m}{2})^2 = 1 \rightarrow 4m^2 + \frac{m^2}{4} = 1$$

$$\rightarrow \frac{17m^2}{4} = 1 \rightarrow 17m^2 = 4 \rightarrow m^2 = \frac{4}{17} \rightarrow m = \pm \frac{2}{\sqrt{17}}$$

چون P در ربع سوم است پس طول و عرض آن منفی است بنابراین:

$$\left(-\frac{4}{\sqrt{17}}, -\frac{1}{\sqrt{17}} \right) \rightarrow \begin{cases} \cos \theta = -\frac{4}{\sqrt{17}} \\ \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{17}} \end{cases} \rightarrow \cos \theta = \sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{17}}$$

۳۲- گزینه ۳ اگر نقطه‌ای به مختصات $P(x, y)$ روی دایرهٔ مثلثاتی قرار داشته باشد، آن‌گاه $x_P^2 + y_P^2 = 1$ می‌باشد. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۱»:

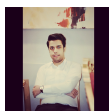
$$\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right) \rightarrow \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1 \checkmark$$

گزینهٔ «۲»:

$$\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}, -\frac{1}{3} \right) \rightarrow \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = 1 \checkmark$$

گزینهٔ «۳»:

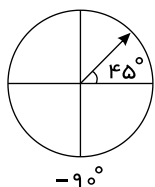
$$\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}, -\frac{2}{3} \right) \rightarrow \frac{2}{9} + \frac{4}{9} \neq 1 \times$$



گزینه «۴»:

$$\left(\sqrt{\frac{3}{8}}, \sqrt{\frac{5}{8}}\right) \rightarrow \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1 \checkmark$$

۳۳- گزینه ۲ شکل زیر در نظر بگیرید:



$$0 < \cos \theta \leq 1 \rightarrow 0 < \frac{4m-1}{2} \leq 1 \rightarrow 0 < 4m-1 \leq 2 \rightarrow 1 < 4m \leq 3 \rightarrow \frac{1}{4} < m \leq \frac{3}{4}$$

۳۴- گزینه ۴

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow -5 \leq 5 \sin x \leq 5$$

$$\xrightarrow{-3} -8 \leq 5 \sin x - 3 \leq 2 \rightarrow |5 \sin x - 3| \leq 8 \Rightarrow \text{Max} = 8$$

۳۵- گزینه ۱

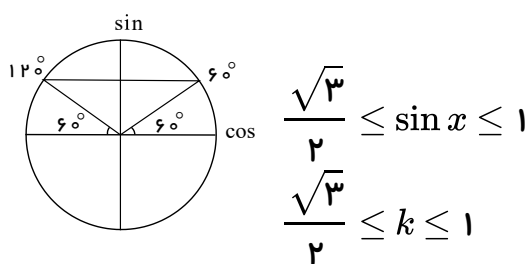
$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{1}{3} \xrightarrow[\text{ربع چهارم}]{\theta} \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin(27^\circ - \theta) = -\cos \theta = \frac{-1}{3}$$

۳۶- گزینه ۳

باتوجه به شکل:



۳۷- گزینه ۲

$$\cos \theta = \frac{-2}{3} \rightarrow \cos \theta < 0 \rightarrow \text{ناحیه دوم یا سوم}$$

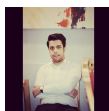
$$\tan \theta \cos \theta > 0 \xrightarrow{\cos \theta < 0} \tan \theta < 0 \rightarrow \text{ناحیه دوم یا چهارم}$$

اشتراک دو شرط $\rightarrow$ ناحیه دوم

۳۸- گزینه ۴ باتوجه به ناحیه هر یک از زوایا و دایره مثلثاتی:

$$\text{الف) } \sin 75^\circ \xrightarrow[\text{ربع اول}]{} \sin 75^\circ > 0$$

$$\text{ب) } \cos 345^\circ \xrightarrow[\text{ربع چهارم}]{} \cos 345^\circ > 0$$



$$\begin{aligned} \text{ج) } \tan 195^\circ &= \frac{\sin 195^\circ}{\cos 195^\circ} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \frac{\sin 195^\circ < 0}{\cos 195^\circ < 0} \Rightarrow \tan 195^\circ > 0 \\ \text{د) } \cot 13^\circ &= \frac{\cos 13^\circ}{\sin 13^\circ} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \frac{\cos 13^\circ < 0}{\sin 13^\circ > 0} \Rightarrow \cot 13^\circ < 0 \end{aligned}$$

۳۹- گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha \tan \alpha &= \cos \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha < 0 \\ \sin \alpha \cos \alpha &> 0 \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \cos \alpha < 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{ربع سوم}$$

۴۰- گزینه ۳

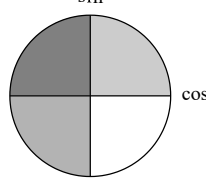
$$\tan \alpha + \cot \alpha > 0 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} > 0$$

$$\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} > 0 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha > 0 \Rightarrow \text{یا هر دو مثبت یا هر دو منفی}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha < 0 \Rightarrow \text{هر دو منفی}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{ربع سوم}$$

۴۱- گزینه ۳



$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} &= \sqrt{\sin^2 \alpha} = |\sin \alpha| = \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha > 0 \\ \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} &= \sqrt{\cos^2 \alpha} = |\cos \alpha| = -\cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha < 0 \\ \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} &\Rightarrow \alpha \text{ دوم} \end{aligned}$$

۴۲- گزینه ۱

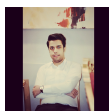
$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{\cot \theta}\right) \left(1 - \frac{1}{\tan \theta}\right) &= (1 - \tan \theta)(1 - \cot \theta) \Rightarrow 1 - (\tan \theta + \cot \theta) + 1 \\ &= 2 - \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right) = \frac{-(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta)}{\cos \theta \sin \theta} = \frac{-(\sin \theta + \cos \theta)^2}{\sin \theta \cos \theta} \end{aligned}$$

عبارت $-(\sin \theta + \cos \theta)^2$ ، نامثبت است. بنابراین مخرج کسر باید مثبت باشد؛ داریم:

$$\sin \theta \cos \theta > 0 \rightarrow \begin{cases} \text{ناحیه اول} \rightarrow \sin \theta > 0, \cos \theta > 0 \\ \text{یا} \\ \text{ناحیه سوم} \rightarrow \sin \theta < 0, \cos \theta < 0 \end{cases}$$

۴۳- گزینه ۳ از آنجا که $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ و $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ پس همواره عبارت‌های $3 + 2 \sin \alpha$

$3 - \sin \alpha$ ، $2 + \cos \alpha$ ، $2 - \cos \alpha$ مثبت هستند.



در نتیجه:

$$\frac{|2 - \cos \alpha| - |2 + \cos \alpha|}{|3 - \sin \alpha| - |3 + 2 \sin \alpha|} = \frac{2 - \cos \alpha - 2 - \cos \alpha}{3 - \sin \alpha - 3 - 2 \sin \alpha} = \frac{-2 \cos \alpha}{-3 \sin \alpha} = \frac{2}{3} \cot \alpha$$

۴۴- گزینه ۲

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{-12}{13}\right)^2$$

$$\rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos \alpha = -\frac{5}{13}$$

از طرفی داریم:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{-12}{13}}{\frac{-5}{13}} = \frac{12}{5}$$

پس:

$$\frac{2}{\cos \alpha} - \frac{1}{\tan \alpha} \xrightarrow{\cos \alpha = \frac{-5}{13}, \tan \alpha = \frac{12}{5}} \frac{2}{\frac{-5}{13}} - \frac{1}{\frac{12}{5}} = \frac{-26}{5} - \frac{5}{12} = \frac{-312 - 25}{60} = \frac{-337}{60}$$

۴۵- گزینه ۳

$$I) \sin \alpha \cdot \tan \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha \times \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} < 0$$

چون $\sin^2 \alpha > 0$ است پس $\cos \alpha < 0$ می باشد.

$$II) \sin \alpha - \sin^3 \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) < 0 \Rightarrow \sin \alpha (\cos^2 \alpha) < 0$$

چون $\cos^2 \alpha > 0$ است پس $\sin \alpha < 0$ است.

$$\begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha \text{ در ربع سوم است}$$

۴۶- گزینه ۳

$$AB = (\sin \alpha - \cos \beta)(\sin \alpha + \cos \beta) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \beta$$

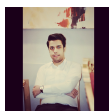
$$AB + C = \sin^2 \alpha - \cos^2 \beta + \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = 1 - 1 = 0$$

۴۷- گزینه ۲ $\tan \theta$ همان شیب خط d است، پس شیب خط برابر $\frac{1}{p}$ است. از طرفی شیب خط $ax + by - 4 = 0$

$$\text{برابر } -\frac{a}{b} \text{ است. پس } -\frac{a}{b} = -\frac{1}{p} \text{ است.}$$

۴۸- گزینه ۳

$$y = ax - 1 \xrightarrow{(1,0)} 0 = a - 1 \rightarrow a = 1 \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45$$



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۴۹- گزینه ۲

$$y = ax + b \rightarrow y = ax + 3 \xrightarrow{(2,5)} 5 = 2a + 3$$

$$2a = 2 \Rightarrow a = 1 \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

۵۰- گزینه ۱

سینوس و کسینوس زوایای متمم با یکدیگر برابر است. پس: $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$, $\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$

$$\frac{1 + \sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \tan 70^\circ} = \frac{1 + \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ}{1 + \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} \times \frac{\sin 70^\circ}{\cos 70^\circ}} = \frac{1 + 1}{1 + 1} = 1$$

۵۱- گزینه ۱

$$\frac{\cot^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$$

۵۲- گزینه ۳

$$\frac{2}{1 + \cos 20^\circ} + \frac{2}{1 - \cos 20^\circ} = \frac{2 - 2 \cos 20^\circ + 2 + 2 \cos 20^\circ}{(1 + \cos 20^\circ)(1 - \cos 20^\circ)} = \frac{4}{1 - \cos^2 20^\circ} = \frac{4}{\sin^2 20^\circ}$$

۵۳- گزینه ۲

$$\sin \alpha = a + \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a + \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a}{\cos \alpha} + 1 = b + 1 \Rightarrow \frac{a}{\cos \alpha} = b \Rightarrow \frac{a}{b} = \cos \alpha$$

۵۴- گزینه ۲

$$\begin{aligned} \tan \alpha - \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} &= \tan \alpha - \sqrt{1 + \tan^2 \alpha - 1} \\ &= \tan \alpha - \sqrt{\tan^2 \alpha} = \tan \alpha - |\tan \alpha| \xrightarrow[\alpha \text{ ربع دوم}]{\alpha} \tan \alpha - (-\tan \alpha) = \tan \alpha + \tan \alpha = 2 \tan \alpha \end{aligned}$$

۵۵- گزینه ۴

$$\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1 = \tan^2 \alpha + 1 = 3^2 + 1 = 10$$

۵۶- گزینه ۱

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{25}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{34}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



$$\sin^2 \alpha = \frac{9}{34} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \sin \alpha = \frac{-3}{\sqrt{34}}$$

$$\cot \alpha = \frac{5}{3} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{3} \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} 3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha &= 3 \sin \alpha + 2 \left(\frac{5}{3} \sin \alpha \right) = 3 \sin \alpha + \frac{10}{3} \sin \alpha \\ &= \frac{19}{3} \sin \alpha = \frac{19}{3} \times \frac{-3}{\sqrt{34}} = \frac{-19}{\sqrt{34}} \end{aligned}$$

۵۷- گزینه ۱

می‌دانیم A و B متمم یکدیگرند در نتیجه: $\sin A = \cos B$.

$$\sin^2 A + \cos^2 B = \sin^2 A + \sin^2 A = 2 \sin^2 A$$

۵۸- گزینه ۳ از آنجایی که معادله خط است؛ پس داریم:

$$m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$$

پس:

$$y = (2 + n)x - n - 1$$

$$\text{شیب خط} = \tan 45^\circ = 1 = 2 + n \Rightarrow n = -1$$

در نتیجه:

$$m^2 + n^2 \xrightarrow{m=1, n=-1} (1)^2 + (-1)^2 = 2$$

۵۹- گزینه ۱

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) \left(\frac{1}{\cos \theta} + 1 \right) = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

۶۰- گزینه ۱

$$\boxed{O \quad \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta}$$

می‌دانیم:

می‌دانیم در ضرب خاصیت جابجایی وجود دارد؛

پس عبارت بالا را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$A = \frac{\sin 1^\circ}{\cos 89^\circ} \times \frac{\sin 2^\circ}{\cos 88^\circ} \times \dots \times \frac{\sin 89^\circ}{\cos 1^\circ}$$

$$\sin 89^\circ = \cos 1^\circ, \dots, \sin 1^\circ = \cos 89^\circ$$

با توجه به فرمول بالا، پس داریم:



$$A = 1 \times 1 \times \dots \times 1 = 1$$

۶۱- گزینه ۴

$$\begin{aligned} & (\tan^2 \alpha - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right) = (\tan^2 \alpha - 1) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right) \\ & = \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right) = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \times \frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

۶۲- گزینه ۳ ابتدا عبارت رادیکالی را ساده می‌کنیم.

$$\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \sqrt{\sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha} = |\sin \alpha| |\cos \alpha|$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}}{|\sin \alpha|} &= \frac{|\sin \alpha| |\cos \alpha|}{|\sin \alpha|} = |\cos \alpha| = -\cos \alpha \rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \alpha \text{ ربع دوم و سوم} \\ \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}}{|\cos \alpha|} &= \frac{|\sin \alpha| |\cos \alpha|}{|\cos \alpha|} = |\sin \alpha| = \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \alpha \text{ ربع اول و دوم} \end{aligned} \right\} \rightarrow \alpha \text{ ربع دوم}$$

$$A + B + C = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} B + C = 90^\circ \Rightarrow \frac{B+C}{3} = 30^\circ$$

$$\frac{2(B+C)}{3} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)} = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

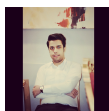
۶۴- گزینه ۲

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha) \text{ می‌دانیم}$$

اگر طرفین رابطه فوق را به توان دو برسانیم نتیجه می‌شود که $\sin^2 \alpha = \cos^2(90^\circ - \alpha)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} A &= \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 15^\circ = \\ &= \underbrace{\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ}_1 + \underbrace{\sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ}_1 + \underbrace{\sin^2 35^\circ + \cos^2 35^\circ}_1 + \cos^2 45^\circ = \end{aligned}$$

$$1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2A = 7$$



۶۵- گزینه ۳

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$\frac{1 + \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ}{\cot 35^\circ \cot 55^\circ} = \frac{1 + \sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ}{\frac{\cos 35^\circ}{\sin 35^\circ} \times \frac{\cos 55^\circ}{\sin 55^\circ}} = \frac{1 + 1}{\frac{\cos 35^\circ}{\sin 35^\circ} \times \frac{\sin 35^\circ}{\cos 35^\circ}} = \frac{2}{1} = 2$$

۶۶- گزینه ۴

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \sin^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{9}{81} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4 - 1 + 3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۶۷- گزینه ۴

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \rightarrow \sin x = \pm \frac{2}{3} \xrightarrow{x \text{ در ربع اول}} \sin x = \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

۶۸- گزینه ۳

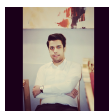
$$\begin{aligned} \cos^2 \theta (1 + 2 \tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) &= \cos^2 \theta \left(1 + 2 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}\right) + \cos^2 \theta - 1 \\ &= \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 1 = 2 \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta - 1 \\ &= 2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 1 = 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

۶۹- گزینه ۴

$$3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 3 \sin^2 x - 2(1 - \sin^2 x)$$

$$= 3 \sin^2 x - 2 + 2 \sin^2 x = 5 \sin^2 x - 2 = 3 \Rightarrow 5 \sin^2 x = 5 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1$$

با توجه به گزینه‌ها:



$$\sin x = 1 \rightarrow x = 90^\circ$$

۷۰- گزینه ۴

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \frac{36}{100}} = \pm \sqrt{\frac{64}{100}} = \pm \sqrt{\left(\frac{8}{10}\right)^2} = \pm \frac{8}{10} \xrightarrow[\cos \alpha < 0]{\text{در ربع سوم}} -\frac{8}{10}$$

$$\tan \alpha = \frac{-0.6}{-0.8} = \frac{3}{4}$$

$$\cot \alpha = \frac{-0.8}{-0.6} = \frac{4}{3} \rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{16}{9}$$

$$\tan \alpha - \cot^2 \alpha = \frac{3}{4} - \frac{16}{9} = \frac{27 - 64}{36} = \frac{-37}{36}$$

۷۱- گزینه ۴

$$(1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan^2 \theta) = \cos^2 \theta \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}\right) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta = 1 - 2\sin^2 \theta$$

گزینه ۳- ۷۲

$$\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta) = \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \tan \theta$$

$$\cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

۷۳- گزینه ۳

$$\frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1 = \frac{\cos^2 17^\circ - \sin 17^\circ + \sin^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} = \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ}$$

$$= \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ (1 - \sin 17^\circ)} = \frac{1}{\sin 17^\circ}$$

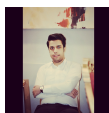
۷۴- گزینه ۴

$$(1 - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cot \theta) - \tan \theta \cot \theta = (1 - \cos \theta) \left(1 + \sin \theta \frac{\cos \theta}{\sin \theta}\right) - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) - 1 = 1 - \cos^2 \theta - 1 = -\cos^2 \theta$$

۷۵- گزینه ۴

$$\frac{4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha} = 3 \rightarrow 4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha = 9 \sin \alpha + 6 \cos \alpha$$



$$\rightarrow -2 \cos \alpha = 14 \sin \alpha \rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{14}{-2} \Rightarrow \cot \alpha = -7$$

۷۶- گزینه ۲

$$\frac{\tan \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\tan \alpha}{1 - \cos \alpha} = a \Rightarrow \tan \alpha \left(\frac{1 - \cos \alpha + 1 + \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} \right) = \tan \alpha \left(\frac{2}{\sin^2 \alpha} \right) = a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{a}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{a} \quad (I)$$

از طرفی داریم:

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha \stackrel{(I)}{=} 1 - \frac{4}{a} = \frac{a - 4}{a}$$

۷۷- گزینه ۲

$$\frac{\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} \times \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1 + \tan^2 \alpha}{\frac{\tan^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} \xrightarrow{1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}}$$

$$\frac{1 + \tan^2 \alpha}{\tan^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{1}{\tan^2 \alpha} \xrightarrow{\tan \alpha = 2} \frac{1}{(2)^2} = \frac{1}{4}$$

۷۸- گزینه ۴

$$\frac{(1 - \tan \alpha)(2 + 2 \cot \alpha)}{(3 - 3 \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)} = \frac{2(1 - \tan \alpha)(1 + \cot \alpha)}{3(1 - \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1 + \cot \alpha - \tan \alpha - \tan \alpha \cot \alpha}{1 + \tan \alpha - \cot \alpha - \tan \alpha \cot \alpha} = \frac{2}{3} \times \frac{1 - \tan \alpha + \cot \alpha - 1}{1 + \tan \alpha - \cot \alpha - 1}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{-\tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha - \cot \alpha} = \frac{2}{3} \times \frac{-(\tan \alpha - \cot \alpha)}{(\tan \alpha - \cot \alpha)} = \frac{2}{3} \times -1 = \frac{-2}{3}$$

۷۹- گزینه ۴

$$\left(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right) - 2 \tan^2 \theta = \left(\frac{1 + \sin \theta + 1 - \sin \theta}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} \right) - 2 \tan^2 \theta$$

$$= \left(\frac{2}{1 - \sin^2 \theta} \right) - 2 \tan^2 \theta = \frac{2}{\cos^2 \theta} - 2 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} =$$

$$\frac{2 - 2 \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{2(1 - \sin^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 2$$



$$\boxed{1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}} \quad \text{۸- گزینه ۴}$$

$$\tan^2 \theta + \frac{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta}}{1 + \tan \theta} = \tan^2 \theta + \frac{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta}}{1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \tan^2 \theta + \frac{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta}}{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta}} = \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۱۵ - ۲	۲۹ - ۴	۴۳ - ۳	۵۷ - ۱	۷۱ - ۴
۲ - ۳	۱۶ - ۳	۳۰ - ۴	۴۴ - ۲	۵۸ - ۳	۷۲ - ۳
۳ - ۱	۱۷ - ۴	۳۱ - ۲	۴۵ - ۳	۵۹ - ۱	۷۳ - ۳
۴ - ۴	۱۸ - ۳	۳۲ - ۳	۴۶ - ۳	۶۰ - ۱	۷۴ - ۴
۵ - ۱	۱۹ - ۳	۳۳ - ۲	۴۷ - ۲	۶۱ - ۴	۷۵ - ۴
۶ - ۴	۲۰ - ۲	۳۴ - ۴	۴۸ - ۳	۶۲ - ۳	۷۶ - ۲
۷ - ۱	۲۱ - ۲	۳۵ - ۱	۴۹ - ۲	۶۳ - ۱	۷۷ - ۲
۸ - ۱	۲۲ - ۳	۳۶ - ۳	۵۰ - ۱	۶۴ - ۲	۷۸ - ۴
۹ - ۲	۲۳ - ۳	۳۷ - ۲	۵۱ - ۱	۶۵ - ۳	۷۹ - ۴
۱۰ - ۳	۲۴ - ۱	۳۸ - ۴	۵۲ - ۳	۶۶ - ۴	۸۰ - ۴
۱۱ - ۲	۲۵ - ۴	۳۹ - ۳	۵۳ - ۲	۶۷ - ۴	
۱۲ - ۳	۲۶ - ۴	۴۰ - ۳	۵۴ - ۲	۶۸ - ۳	
۱۳ - ۳	۲۷ - ۴	۴۱ - ۳	۵۵ - ۴	۶۹ - ۴	
۱۴ - ۳	۲۸ - ۱	۴۲ - ۱	۵۶ - ۱	۷۰ - ۴	