

نوید پورزکی

۱- اگر $a^{۲۵} > a^{۳۷}$ باشد، آنگاه کدام گزینه، همواره درست است؟

- ① $-۱ < a < ۰$ ② $a^۳ > a^۶$ ③ $۰ < a < ۱$ ④ $a^۴ > a$

۲- حاصل عبارت $\sqrt[۴]{(۰٫۰۰۸۱)^{-۱}} \times \sqrt[۶]{۰٫۰۰۰۰۶۴}$ کدام است؟

- ① ۱ ② $\frac{۲}{۳}$ ③ $\frac{۳}{۲}$ ④ ۲

۳- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۰٫۱۶} - \sqrt[۳]{۰٫۰۲۷}}{\sqrt[۴]{۰٫۰۰۱۶} - \sqrt[۵]{۰٫۰۰۰۰۱}}$ کدام است؟

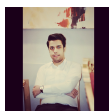
- ① $۰٫۱$ ② $۰٫۲$ ③ $۱٫۲$ ④ ۱

۴- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{x^۲} + (\sqrt{-x})^۲}{-۲x}$ کدام است؟

- ① ۱ ② x ③ $x^۲$ ④ $-x^۲$

۵- اگر $|x - ۱| = ۱ - x$ باشد، آنگاه $\sqrt[۳]{(x - ۱)^۵}$ برابر با کدام است؟

- ① $(x - ۱)\sqrt[۳]{(x - ۱)^۲}$ ② $(۱ - x)\sqrt[۳]{(x + ۱)^۲}$ ③ $(x - ۱)\sqrt[۳]{(۱ + x)^۲}$ ④ $(۱ - x)\sqrt[۳]{(۱ - x)^۲}$



۶- مقدار $\sqrt{4\sqrt[5]{32}}$ برابر با کدام است؟

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$

۷- ریشه هفتم کدام عدد با ریشه سوم عدد $2\sqrt{2}$ برابر است؟

- ① $4\sqrt{2}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ $16\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{2}$

۸- اگر a عددی منفی باشد، حاصل عبارت $\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt[4]{a^4} + \sqrt[5]{a^5}$ کدام است؟

- ① $-a + a\sqrt{a}$ ② $-a + a\sqrt[3]{a}$ ③ $-a + a\sqrt[4]{a^2}$ ④ $-a + a^2$

۹- اگر ریشه پنجم عدد 32 برابر α و ریشه چهارم منفی عدد $\frac{1}{81}$ برابر β باشد آنگاه $\alpha^2 \times \frac{2}{\beta}$ کدام است؟

- ① 24 ② 12 ③ -12 ④ -24

۱۰- اگر $0 < x < y$ باشد حاصل عبارت $\sqrt[4]{x^4 y^4} + \sqrt[3]{x^3 y^3} + \frac{\sqrt{xy^2}}{y}$ کدام است؟

- ① $\sqrt{x}$ ② $\sqrt{y}$ ③ $-\sqrt{x}$ ④ $-\sqrt{y}$

۱۱- حاصل عبارت $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3}$ کدام است؟

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{2}$



۱۲- با فرض $x \geq 0$ ، عبارت $\sqrt{x^9}$ با کدام عبارت برابر است؟

- (۱) $-x\sqrt[3]{x}$ (۲) $x^4\sqrt{x}$ (۳) $-x^4\sqrt{x}$ (۴) هیچکدام

۱۳- حاصل عبارت $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{27}}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) ۲

۱۴- اگر مجموع مربعات ریشه‌های چهارم عددی برابر ۴ باشد، این عدد برابر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۵- اگر $\left(\frac{1}{x}\right)^4 = 0.0016$ باشد، آنگاه حاصل $\sqrt{5x}$ کدام است؟

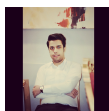
- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۱۰ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۵

۱۶- حاصل عبارت $\sqrt{27} + \sqrt[4]{9}$ کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۷- اگر $10\sqrt{a} = 2$ باشد، 0.000064 بر حسب a کدام است؟

- (۱) a (۲) a^2 (۳) a^3 (۴) a^4



۱۸- اگر $\frac{3}{2} = \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3x-2}{x}}$ ، آنگاه x کدام است؟

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ ۱ ④ صفر

۱۹- حاصل عبارت $2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} - \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}}$ ، کدام است؟

- ① $1 + \sqrt{3}$ ② $-1 + \sqrt{2}$ ③ $1 - \sqrt{2}$ ④ $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

۲۰- اگر $A = \sqrt[4]{a^3} \sqrt[12]{a}$ و $B = a^{\frac{-1}{6}}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

- ① ۱ ② a ③ a^2 ④ $\sqrt{a^3}$

۲۱- حاصل عبارت $\frac{a\sqrt{a\sqrt[3]{a}} \div \sqrt[4]{a^3}}{\sqrt{a}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

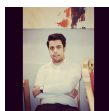
- ① $\sqrt[12]{a^5}$ ② $\sqrt[5]{a^{12}}$ ③ $\frac{1}{\sqrt[12]{a^5}}$ ④ $\sqrt[5]{a^{12}}$

۲۲- اگر $x = \sqrt[13]{2^{15}}$ باشد، حاصل $\sqrt[5]{x^2} \times \sqrt[3]{x}$ برابر است با:

- ① ۱۶ ② ۸ ③ ۴ ④ ۲

۲۳- کدام عدد زیر گنگ است؟

- ① 1024% ② $27^{\frac{1}{3}}$ ③ 100% ④ 100%



۲۴- مقدار عددی x از معادله $\frac{1}{5^{2x+2}} = 25^{3x}$ کدام است؟

④ $\frac{-1}{8}$

③ $\frac{-1}{6}$

⑤ $\frac{-1}{4}$

① $\frac{-1}{2}$

۲۵- چند مورد از عبارت‌های زیر همواره برقرار است؟

② $\sqrt{\frac{x}{x^5}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^5}}$

④ $\sqrt[5]{\sqrt{x}} = \sqrt[10]{x}$

④ ۱

③ ۲

⑤ ۳

① ۴

① $\sqrt{x^2 + 9} = x + 3$

③ $\sqrt{x(x-1)} = \sqrt{x}\sqrt{x-1}$

۲۶- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1}$ کدام است؟

④ ۱

③ $1 + \sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{3}$

① $1 + 2\sqrt{3}$

۲۷- اگر $|a| = a$ و $a \neq 0$ ، حاصل $\left(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[2]{a^3}}\right)^{-\frac{6}{5}}$ کدام است؟

④ a^2

③ a

⑤ $\sqrt{a}$

① ۱

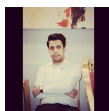
۲۸- به ازای چه مقادیری از x عبارت $\sqrt[6]{-x} = (-x)^{\frac{1}{6}}$ تعریف شده است؟

④ $x \geq 0$

③ $x \leq 0$

⑤ $x > 0$

① $x < 0$



۲۹- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3} \times \sqrt{3}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴)

۳۰- حاصل عبارت $\left(a^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(b^{-3}\right)^{\frac{2}{3}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ab (۲) a^2b^2 (۳) $\frac{1}{ab}$ (۴) $\frac{1}{a^2b^2}$

۳۱- حاصل عبارت $\frac{(0.0016)^{0.25}}{(0.04)^{0.5}}$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۳۲- اگر $\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{2^2} = \sqrt{2}$ باشد، آنگاه n کدام است؟

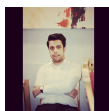
- ۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۳۳- حاصل عبارت $\frac{2}{2 + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{9 - 5\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{9 + 5\sqrt{3}}{2}$ (۳) $9 - 5\sqrt{3}$ (۴) $9 + 5\sqrt{3}$

۳۴- فرض کنید x_1 و x_2 جواب‌های معادله $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ باشند مقدار $x_1 + x_2$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)



۳۵- در تجزیه عبارت $(x^2 - 4x + 4) - 1$ ، کدام عامل ضرب، موجود است؟

- ① $x - 3$ ② $x - 2$ ③ $x - 1$ ④ $x + 3$

۳۶- اگر $x = 7 - 2\sqrt{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x}$ ، کدام است؟

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$

۳۷- در تجزیه عبارت $(x^2 - 6x - 4)^2 - 144$ کدام عامل وجود ندارد؟

- ① $x - 8$ ② $x - 4$ ③ $x + 2$ ④ $x + 4$

۳۸- در تجزیه عبارت $a(a - 2)(a - 3) - 4a + 8$ کدام عامل وجود ندارد؟

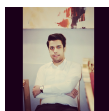
- ① $a - 1$ ② $a - 2$ ③ $a + 1$ ④ $a - 4$

۳۹- ساده شده عبارت $2b^3 + ab(b - a) - ab(a + b)$ کدام است؟

- ① $2b(b - a)(b + a)$ ② $2b(b - a)(a - b)$ ③ $4b(b - a)b$ ④ $9b(b - a)(b + a)$

۴۰- حاصل $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) - 8y^3$ به ازای $x = \frac{3}{2}$ و $y = \sqrt{2}$ کدام است؟

- ① $2,625$ ② $2,875$ ③ $3,125$ ④ $3,375$



۴۱- در تجزیه‌ی عبارت $4a^2 - b^2 - 2b + 4a$ کدام عامل وجود دارد؟

- ① $2a + b + 2$ ② $2a - b + 2$ ③ $2a + b - 2$ ④ $2a - b - 2$

۴۲- در تجزیه‌ی عبارت $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ کدام عامل وجود دارد؟

- ① $x - 4$ ② $x - 2$ ③ $x + 1$ ④ $x - 3$

۴۳- در تجزیه‌ی عبارت $2x^3 - x^2 - 8x + 4$ به عوامل اول، کدام دو جمله‌ای وجود ندارد؟

- ① $x - 2$ ② $2x - 1$ ③ $x + 2$ ④ $2x + 1$

۴۴- اگر $4a^2 - b^2 = 91$ و $2a + b = 7$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

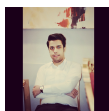
- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۴۵- حاصل عبارت $\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x+y} - \frac{2x^2y}{x^2-y^2}$ برابر با کدام است؟

- ① $x + y$ ② xy ③ $x - y$ ④ $\frac{x}{y}$

۴۶- اندازه‌ی طول ضلع یک مستطیل $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ واحد و مساحت آن یک واحد مربع است. محیط آن کدام است؟

- ① $2\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{2}$



۴۷- حاصل عبارت $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \frac{2}{2 + \sqrt{6}}$ کدام است؟

① -۲ ② -۱ ③ ۱ ④ ۲

۴۸- حاصل عبارت $\frac{a^2 + ab}{a^2 - ab} - \frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{a^2b - b^3}$ برابر با کدام است؟

① $-\frac{a+b}{a}$ ② $-\frac{a+b}{b}$ ③ $\frac{a+b}{a}$ ④ $\frac{a+b}{b}$

۴۹- حاصل $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{2x + 2}{x^2 - 3x}$ کدام است؟

① $\frac{1}{2}x$ ② $2x - 1$ ③ $\frac{x+2}{2}$ ④ $x + 1$

۵۰- حاصل $\frac{x^2 - 3x}{x - 4} + \frac{5x - 16}{4 - x}$ برابر کدام است؟

① $2 - x$ ② $4 - x$ ③ $x - 4$ ④ $x - 2$

۵۱- حاصل $\frac{a - 8}{a^2 - a - 6} + \frac{a - 2}{a - 3}$ کدام است؟

① $\frac{a - 4}{a - 3}$ ② $\frac{a - 2}{a - 3}$ ③ $\frac{a + 3}{a + 2}$ ④ $\frac{a + 4}{a + 2}$

۵۲- حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$ برابر با کدام است؟

① $\sqrt[3]{2} - 1$ ② $\sqrt[3]{2} + 1$ ③ $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$ ④ $\frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1}$



۵۳- ساده شده ی عبارت $\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right|$ کدام است؟

- ① -۱ ② ۲ ③ $2 + \sqrt{5}$ ④ $1 + 2\sqrt{5}$

۵۴- حاصل $\sqrt[4]{(1 - \sqrt{2})^4} + \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$ برابر کدام است؟

- ① $-2\sqrt{2}$ ② -۲ ③ ۲ ④ $2\sqrt{2}$

۵۵- حاصل عبارت $\sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} + \frac{2 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} - \sqrt{80}$ کدام است؟

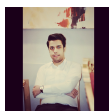
- ① -۴ ② -۳ ③ $-1 - 2\sqrt{5}$ ④ $3 - 2\sqrt{5}$

۵۶- حاصل عبارت $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$ کدام است؟

- ① -۳ ② -۲ ③ -۱ ④ صفر

۵۷- حاصل عبارت $\left(\frac{x - y}{y - 2} - \frac{y - 2}{x - y} \right) \div \left(\frac{x - y - 1}{x - y} - \frac{y - 3}{y - 2} \right)$ برابر با کدام است؟

- ① $y - 2$ ② $x - 2$ ③ $\frac{1}{x - 2}$ ④ $\frac{1}{y - 2}$



۵۸- حاصل $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} \div \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + 4x}$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{x}{2}$ (۳)

$\frac{2x+2}{x-1}$ (۲)

$\frac{x+2}{x-2}$ (۱)

۵۹- حاصل عبارت $\left(\frac{x^2+1}{x+2} - 2\right) \div \left(\frac{x+1}{x^2+2x}\right)$ کدام است؟

$x^2 + 3x$ (۴)

$x^2 + x$ (۳)

$x^2 - x$ (۲)

$x^2 - 3x$ (۱)

۶۰- اگر $\frac{ax^2 - ax}{4x} \times \frac{3x + 6}{x^2 + x - 2} = 6$ باشد، عدد a کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۶۱- خلاصه شده عبارت $\left(x - \frac{x+6}{x-4}\right)\left(\frac{x^2+9}{x+1} - 5\right)$ کدام است؟

$x^2 - 7x + 6$ (۴)

$x^2 + 5x + 6$ (۳)

$x^2 - 3x + 4$ (۲)

$x^2 + 3x - 4$ (۱)

۶۲- در تجزیه عبارت $a^2m - b^2m + b^2n - a^2n$ کدام عامل وجود ندارد؟

$m - n$ (۴)

$m + n$ (۳)

$a + b$ (۲)

$a - b$ (۱)

۶۳- اگر محیط دایره‌ای $\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ باشد، مساحت آن کدام است؟ ($\pi \simeq 3$)

$2(3 - 5\sqrt{6})$ (۴)

$3(2 - 3\sqrt{5})$ (۳)

$5(3 - 2\sqrt{6})$ (۲)

$3(5 - 2\sqrt{6})$ (۱)



۶۴- اگر $x = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ باشد آنگاه حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۶۵- حاصل $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ① ۲ ② $2\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$

۶۶- اگر $x = \frac{\sqrt{3\sqrt{48} - \sqrt{27}}}{\sqrt[4]{27}}$ آنگاه حاصل $\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1}$ کدام است؟

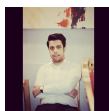
- ① $\sqrt{3}$ ② ۲ ③ ۴ ④ ۳

۶۷- فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6} - 2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6} + 2}$ مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ کدام است؟

- ① $4(2 + \sqrt{3})$ ② $4(2 - \sqrt{3})$ ③ $16(2 + \sqrt{3})$ ④ $16(2 - \sqrt{3})$

۶۸- اگر $x^2 + y^2 = 2xy$ باشد، حاصل $\frac{x^2 + y^2}{3x^2 - y^2}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ ۱ ④ -۱



۶۹- ساده شده‌ی عبارت $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2}\sqrt{196}$ کدام است؟

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$

۷۰- ساده شده‌ی عبارت $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + (1 - \sqrt{2})^{-1}$ کدام است؟

- ① -2 ② 2 ③ $-2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$

۷۱- از تساوی $9^{x+4} = (36)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-2}$ باشد، آنگاه x کدام است؟

- ① صفر ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$

۷۲- در یک مثلث اگر قاعده مثلث ۲ واحد و مساحت آن $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ باشد، طول ارتفاع آن کدام است؟

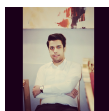
- ① $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ② $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ③ 3 ④ 2

۷۳- تعداد مقادیر حقیقی x که در معادله $8^{4x+5} = (2^{6x+3})(4^{3x+6})$ صدق می‌کند برابر با کدام است؟

- ① صفر ② یک ③ سه ④ بیش از سه

۷۴- خلاصه شده عبارت $\frac{a^2 - b^2 - 4b - 4}{b - a + 2}$ برابر کدام است؟

- ① $a - b + 2$ ② $-a - b - 2$ ③ $a + b - 2$ ④ $-a + b - 2$



۷۵- حاصل عبارت $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b}$ کدام است؟

- ① $a + b$ ② $a - b$ ③ $a^2 - b^2$ ④ ۱

۷۶- اگر $x + y = 7$ و $xy = 5$ باشد، $x^3 + y^3$ کدام است؟

- ① ۲۱۶ ② ۲۳۸ ③ ۲۴۴ ④ ۲۶۴

۷۷- حاصل ضرب دو عدد حقیقی ۱ و مجموع آنها ۳ است. مجموع توان‌های سوم آنها کدام است؟

- ① ۱ ② ۱۸ ③ ۲۴ ④ ۲۷

۷۸- حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ بعد از گویا کردن کدام است؟

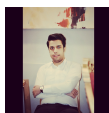
- ① $-2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ③ $2 - \sqrt{3}$ ④ $\sqrt{2} - 3$

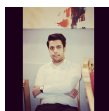
۷۹- حاصل $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ با کدام گزینه برابر است؟

- ① $\sqrt[4]{625}$ ② $\sqrt[4]{125}$ ③ $5\sqrt[4]{125}$ ④ $\frac{\sqrt[4]{125}}{5}$

۸۰- مساحت مستطیلی ۱ واحد مربع و عرض آن $2 - \sqrt{3}$ است، طول آن چند واحد است؟

- ① $1 + \sqrt{3}$ ② $4 - \sqrt{3}$ ③ $2 + \sqrt{3}$ ④ $3 - \sqrt{3}$





پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۳

$$a^{25} > a^{37} \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت (۱): } 0 < a < 1 \\ \text{حالت (۲): } a < -1 \end{cases}$$

اگر $0 < a < 1$ باشد $a^3 > a^6$ درست است ولی اگر $a < -1$ باشد $a^3 > a^6$ نادرست است.

اگر $0 < a < 1$ باشد $a^4 > a$ نادرست است ولی اگر $a < -1$ باشد $a^4 > a$ درست است.

پس گزینه ۲ و ۴ در حالت کلی درست نیستند.

۲- گزینه ۲

$$\sqrt[6]{0.000064} \times \sqrt[4]{\frac{1}{0.0081}} = 0.2 \times \frac{1}{0.3} = \frac{0.2}{0.3} = \frac{2}{3}$$

۳- گزینه ۴

$$\frac{\sqrt{0.16} - \sqrt[3]{0.027}}{\sqrt[4]{0.0016} - \sqrt[5]{0.00001}} = \frac{0.4 - 0.3}{0.2 - 0.1} = \frac{0.1}{0.1} = 1$$

۴- گزینه ۱

$$\boxed{\begin{array}{l} \sqrt[n]{a^n} = |a| \text{ زوج } n \\ \sqrt[n]{a^n} = a \text{ فرد } n \end{array}}$$

از آنجایی که $\sqrt{-x}$ تعریف شده است نتیجه می‌گیریم: $-x > 0 \rightarrow x < 0$

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt{-x})^2 = -x \\ \sqrt{x^2} = |x| \stackrel{x \leq 0}{=} -x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(\sqrt{-x})^2 + \sqrt{x^2}}{-2x} = \frac{-x - x}{-2x} = \frac{-2x}{-2x} = 1$$

۵- گزینه ۱

اگر n فرد باشد، آن‌گاه $\sqrt[n]{a^n} = a$

$$|x - 1| = 1 - x \Rightarrow x - 1 < 0$$

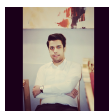
$$\sqrt[3]{(x-1)^5} = \sqrt[3]{(x-1)^3(x-1)^2} = \sqrt[3]{(x-1)^3} \sqrt[3]{(x-1)^2} = (x-1) \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

هر چند $x - 1$ عبارتی منفی است اما چون زیر رادیکال به فرجه فرد قرار دارد مشکلی ندارد.

۶- گزینه ۲

$$\boxed{\sqrt[n]{a^n} = |a| \text{ زوج } n, \quad \sqrt[n]{a^n} = a \text{ فرد } n}$$

از داخلی‌ترین رادیکال شروع می‌کنیم:



$$\sqrt[5]{4^5 \sqrt{32}} = \sqrt[5]{4^5 \sqrt{2^5}} = \sqrt[5]{4^5 \times 2} = \sqrt[5]{4^5} \times \sqrt[5]{2} = 4 \sqrt[5]{2}$$

۷- گزینه ۲

$$\sqrt[3]{2} \sqrt{2} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{2^3}} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

عدد مورد نظر را x در نظر می گیریم:

$$\sqrt[5]{x} = \sqrt{2} \Rightarrow x = (\sqrt{2})^5 = \sqrt{2^6} \times 2 = 8\sqrt{2}$$

۸- گزینه ۳ توجه کنید $|a| \sqrt[n]{a^n} = a$ و $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ فرد n است.

$$\sqrt{a^2} = |a| = -a$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$\sqrt[4]{a^4} = |a| = -a$$

$$\sqrt[3]{a^5} = \sqrt[3]{a^3 \times a^2} = \sqrt[3]{a^3} \times \sqrt[3]{a^2} = a \sqrt[3]{a^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt[4]{a^4} + \sqrt[3]{a^5} = -a + a - a + a \sqrt[3]{a^2} = -a + a \sqrt[3]{a^2}$$

۹- گزینه ۴

$$\sqrt[5]{32} = \alpha \Rightarrow \alpha = 2$$

$$\frac{1}{81} : \text{ریشه چهارم منفی عدد} \Rightarrow -\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \beta \Rightarrow \beta = -\frac{1}{3}$$

در نتیجه:

$$\alpha^2 \times \frac{2}{\beta} \stackrel{\alpha=2, \beta=-\frac{1}{3}}{=} (2)^2 \times 2 \times (-3) = -24$$

۱۰- گزینه ۳

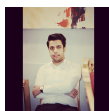
$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \text{ فرد } n, \quad \sqrt[n]{a^n} = a \text{ زوج } n$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$

$$\sqrt[4]{x^4 y^4} = \sqrt[4]{x^4} \sqrt[4]{y^4} = |x| |y| = -xy$$

$$\sqrt[3]{x^3 y^3} = \sqrt[3]{(xy)^3} = xy$$



$$\frac{\sqrt{xy^2}}{y} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{y^2}}{y} = \frac{\sqrt{x}|y|}{y} = \frac{-y\sqrt{x}}{y} = -\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow -xy + xy - \sqrt{x} = -\sqrt{x}$$

۱۱- گزینه ۳

$$\sqrt[2]{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-2| \stackrel{\sqrt{3}-2 \leq 0}{=} 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

۱۲- گزینه ۳

$$-\sqrt{x^9} = -\sqrt{x^8 \times x} = -\sqrt{x^8} \sqrt{x} = -x^4 \sqrt{x}$$

۱۳- گزینه ۲

$$\sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow \sqrt[3]{3^3 \sqrt[3]{27}} = \sqrt[3]{3 \times 3} = \sqrt[3]{9} = 3$$

۱۴- گزینه ۳ عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم؛ ریشه‌های چهارم عدد x برابر $\sqrt[4]{x}$ و $-\sqrt[4]{x}$ است؛ داریم:

$$(\sqrt[4]{x})^2 + (-\sqrt[4]{x})^2 = 4 \Rightarrow 2(\sqrt{x}) = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

۱۵- گزینه ۴

$$\left(\frac{1}{x}\right)^4 = 0,0016 = (0,2)^4 = \left(\frac{2}{10}\right)^4$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{10} \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5x} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{25} = 5$$

۱۶- گزینه ۱

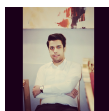
$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$a, b \geq 0$, n زوج

$$I) \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3^2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3^2} = 3\sqrt{3}$$

$$II) \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{I, II} \sqrt{27} + \sqrt[4]{9} = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$



۱۷- گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} 1 \circ \sqrt{a} = 2 &\Rightarrow \sqrt{a} = \frac{2}{1 \circ} \rightarrow a = \frac{4}{1 \circ \circ} \\ 0,000064 &= (0,04)^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0,000064 = a^3$$

۱۸- گزینه ۲

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3x-2}{x}} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{\frac{3x-2}{x}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{6x-4}{x}} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}} \frac{6x-4}{x} = -1$$

بافرض $x \neq 0$

$$\rightarrow 6x - 4 = -x \rightarrow 7x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{7}$$

۱۹- گزینه ۲

ابتدا هر دو عبارت را ساده می‌کنیم.

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}} = \frac{10\sqrt{2} + 2\sqrt{12} + 15\sqrt{3} + 3\sqrt{18}}{25 - 6}$$

$$= \frac{10\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 15\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{19} = \frac{19\sqrt{2} + 19\sqrt{3}}{19} = \frac{19(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{19} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

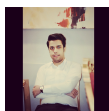
$$2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = \frac{2}{\sqrt[4]{3^2} - 1} = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \sqrt{3} + 1$$

پس:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

روش دوم:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} \times \sqrt{3})} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$$



$$= \frac{(\sqrt{8} + \sqrt{27})(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{8} + \sqrt{27}} - \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0 \quad \text{۲۰-گزینه ۲}$$

$$A = \sqrt[4]{a^3} \sqrt[12]{a} = a^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{1}{12}} = a^{\frac{9+1}{12}} = a^{\frac{10}{12}} = a^{\frac{5}{6}} = A$$

$$B = a^{\frac{-1}{6}}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{-1}{6}}} = a^{\frac{5-(-1)}{6}} = a^{\frac{6}{6}} = a$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0 \quad \text{۲۱-گزینه ۱}$$

$$a \sqrt[3]{a} \sqrt[4]{a} = a \sqrt[12]{a \times a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{1}{4}}} = a \sqrt[12]{a^{\frac{4}{3} + \frac{1}{4} + 1}} = a \sqrt[12]{a^{\frac{19}{4} + 1}} = a \sqrt[12]{a^{\frac{23}{4}}}$$

$$\left. \begin{aligned} &= a \times a^{\frac{4}{3}} = a \times a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{3}} \\ &\sqrt[4]{a^3} = a^{\frac{3}{4}} \\ &\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{a^{\frac{5}{3}} \div a^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{20-9}{12}}}{a^{\frac{6}{12}}} = \frac{a^{\frac{11}{12}}}{a^{\frac{6}{12}}} = a^{\frac{11-6}{12}} = a^{\frac{5}{12}} = \sqrt[12]{a^5}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0 \quad \text{۲۲-گزینه ۳}$$

$$x = \sqrt[13]{2^{15}} \Rightarrow x = 2^{\frac{15}{13}}$$

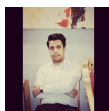
$$x \sqrt[3]{x} \times \sqrt[5]{x^2} = x \times x^{\frac{1}{3}} \times x^{\frac{2}{5}} = x^{1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5}} = x^{\frac{26}{15}} \xrightarrow{x=2^{\frac{15}{13}}} x^{\frac{26}{15}} = (2^{\frac{15}{13}})^{\frac{26}{15}} = 2^2 = 4$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0 \quad \text{۲۳-گزینه ۴}$$

$$1024^{0.1} = (2^{10})^{\frac{1}{10}} = 2 \quad \text{گویا}$$

$$27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3 \quad \text{گویا}$$

$$1000^{0.5} = (10^3)^{\frac{1}{2}} = 10 \quad \text{گویا}$$



$$100^{\circ/1} = (10^2)^{\frac{1}{10}} = 10^{\frac{2}{10}} = 10^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{10} \quad \text{گنگ}$$

۲۴- گزینه ۲

$$\frac{1}{5^{2x+2}} = 25^{3x} \Rightarrow 5^{-2x-2} = (5^2)^{3x} \Rightarrow 5^{-2x-2} = 5^{6x}$$

$$-2x - 2 = 6x \Rightarrow -2 = 8x \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

۲۵- گزینه ۴ (گزینه ۱) همواره صحیح نیست.

گزینه ۲ و ۳ در حالت کلی برای $x < 0$ نادرست است.

۴) گزینه ۴ همواره صحیح است.

۲۶- گزینه ۱ ابتدا هر دو عبارت را ساده می‌کنیم.

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{16-3} = \frac{13\sqrt{3}-13}{13}$$

$$= \frac{13(\sqrt{3}-1)}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$\text{پس: } \frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1 + 2+\sqrt{3} = 1+2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

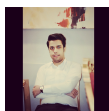
$$a \geq 0, \frac{m}{n} \notin \mathbb{Z}$$

۲۷- گزینه ۳

$$\sqrt[2]{4^4} = 4^{\frac{4}{2}} = 4^2$$

$$|a| = a \rightarrow a > 0$$

$$\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[2]{a^3}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{3}{2}}} = a^{\frac{2}{3}-\frac{3}{2}} = a^{\frac{4-9}{6}} = a^{-\frac{5}{6}}$$



$$\left(a^{-\frac{5}{6}}\right)^{\frac{-6}{5}} = a^{\frac{-5}{6} \times \frac{-6}{5}} = a^1 = a$$

۲۸- گزینه ۳ می‌دانیم که در زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج، تنها اعداد نامنفی قرار می‌گیرند تا عبارت معنادار باشد. پس:

$$\sqrt[6]{-x} \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

دقت کنید که استفاده از واژه‌ی مثبت در تعریف بالا نادرست است چرا که صفر هم در زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج قرار می‌گیرد و معنادار است. پس یا باید بگوییم بزرگتر مساوی صفر یا به اصطلاح بگوییم نامنفی.

همچنین در نوشتن اعداد با توان گویا، پایه حتما باید نامنفی باشد پس: $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^m} &= a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0 \\ \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{ab} \\ \text{اگر } n \text{ زوج } a, b &\geq 0 \end{aligned}$$

۲۹- گزینه ۳

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{(9^2)} = 9^{\frac{2}{3}} = (3^2)^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{4}{3}}$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[3]{3} &= 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{6}} \\ \sqrt{3} &= 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{6}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{3}{6}} \times 3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{5}{6}}$$

$$\frac{3^{\frac{4}{3}}}{3^{\frac{5}{6}}} = 3^{\frac{4}{3} - \frac{5}{6}} = 3^{\frac{8-5}{6}} = 3^{\frac{3}{6}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

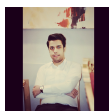
$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad a \geq 0$$

۳۰- گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} \left(a^{-\frac{3}{4}}\right)^{\frac{8}{3}} &= a^{-\frac{3}{4} \times \frac{8}{3}} = a^{-2} \\ \left(b^{-3}\right)^{\frac{2}{3}} &= b^{-3 \times \frac{2}{3}} = b^{-2} \end{aligned} \right\} \rightarrow a^{-2} \times b^{-2} = \frac{1}{a^2} \times \frac{1}{b^2} = \frac{1}{a^2 b^2}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۳۱- گزینه ۴



$$\frac{(0.0016)^{\frac{25}{100}}}{(0.04)^{\frac{5}{10}}} = \frac{(0.0016)^{\frac{1}{4}}}{(0.04)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt[4]{0.0016}}{\sqrt{0.04}} = \frac{0.2}{0.2} = 1$$

۳۲- گزینه ۱

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $a, b \geq 0 \leftarrow$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{2^2} = \sqrt[n]{2^2} \times 2 = \sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2} \Rightarrow 2^{\frac{3}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{3}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 6$$

۳۳- گزینه ۱

$$\begin{aligned} & \frac{2}{2 + \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2}{\sqrt{3} + 2} - \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \\ & = \frac{2(\sqrt{3} + 1) - (\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 2}{(\sqrt{3})^2 + (2+1)\sqrt{3} + (2 \times 1)} = \frac{\sqrt{3}}{3 + 3\sqrt{3} + 2} = \frac{\sqrt{3}}{5 + 3\sqrt{3}} \\ & \frac{\sqrt{3}}{5 + 3\sqrt{3}} \times \frac{5 - 3\sqrt{3}}{5 - 3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(5 - 3\sqrt{3})}{(5)^2 - (3\sqrt{3})^2} = \frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}(\sqrt{3})}{25 - (9 \times 3)} \\ & = \frac{5\sqrt{3} - 3 \times 3}{25 - 27} = \frac{5\sqrt{3} - 9}{-2} = \frac{9 - 5\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

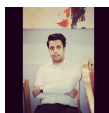
۳۴- گزینه ۴ داخل پرانتز اول مخرج مشترک می گیریم:

$$\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1\right)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x} = \frac{(\sqrt[3]{x^2} + 1 + \sqrt[3]{x^2})(\sqrt[3]{x^2} - 1)}{\sqrt[3]{x^2}} = 2\sqrt[3]{x}$$

اتحاد چاق و لاغر $\xrightarrow{\quad} \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{x^2}} = 2\sqrt[3]{x} \Rightarrow x^2 - 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$

می دانیم معادله درجه ۲ به صورت $x^2 - sx + p$ است. درواقع مجموع ریشه ها ۲ خواهد بود.

داریم:



$$x_1 + x_2 = s = 2$$

۳۵- گزینه ۱ می‌دانیم که $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ است.

$$(x - 2)(x^2 - 4x + 4) - 1 = (x - 2)(x - 2)^2 - 1 = (x - 2)^3 - 1$$

$$= ((x - 2) - 1)((x - 2)^2 + (x - 2) + 1)$$

$$= (x - 3)(x^2 - 4x + 4 + x - 2 + 1) = (x - 3)(x^2 - 3x + 3)$$

۳۶- گزینه ۲

$$x = 7 - 2\sqrt{6} \Rightarrow x^2 = (7 - 2\sqrt{6})^2 = 49 + 24 - 28\sqrt{6} = 73 - 28\sqrt{6}$$

$$\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{x^2 + 2x + 25}{25x}} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{73 - 28\sqrt{6} + 2(7 - 2\sqrt{6}) + 25}{7 - 2\sqrt{6}}}$$

$$= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{73 - 28\sqrt{6} + 14 - 4\sqrt{6} + 25}{7 - 2\sqrt{6}}} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{112 - 32\sqrt{6}}{7 - 2\sqrt{6}}}$$

$$= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{16(7 - 2\sqrt{6})}{7 - 2\sqrt{6}}} = \frac{\sqrt{16}}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

روش دوم:

$$\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{9 - 2\sqrt{6}}{25} + \frac{1}{7 - 2\sqrt{6}}} = \sqrt{\frac{9 - 2\sqrt{6}}{25} + \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25}}$$

$$\left(\frac{1}{7 - 2\sqrt{6}} \times \frac{7 + 2\sqrt{6}}{7 + 2\sqrt{6}} = \frac{7 + 2\sqrt{6}}{25} \right)$$

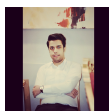
$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۳۷- گزینه ۴

$$(x^2 - 6x - 4)^2 - 144 = (x^2 - 6x - 4)^2 - 12^2$$

$$\xrightarrow{\text{مزدوج}} ((x^2 - 6x - 4) - 12)((x^2 - 6x - 4) + 12)$$

$$= (x^2 - 6x - 16)(x^2 - 6x + 8) = (x - 8)(x + 2)(x - 2)(x - 4)$$



۳۸- گزینه ۱

$$a(a-2)(a-3) - 4a + 8 = a(a-2)(a-3) - 4(a-2) \\ = (a-2)(a(a-3) - 4) = (a-2)(a^2 - 3a - 4) = (a-2)(a-4)(a+1)$$

۳۹- گزینه ۱

$$2b^3 + ab(b-a) - ab(a+b) = 2b^3 + ab^2 - a^2b - a^2b - ab^2 \\ = 2b^3 - 2a^2b = 2b(b^2 - a^2) = 2b(b-a)(b+a)$$

۴۰- گزینه ۴

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) - 8y^3 = x^3 + 8y^3 - 8y^3 = x^3 \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3,375$$

۴۱- گزینه ۱

$$-2b + 4a = (4a^2 - b^2) + (-2b + 4a) = (2a-b)(2a+b) + 2(2a-b) = (2a-b)(2a+b+2)$$

۴۲- گزینه ۴

$$-3x^3 + 8x - 24 = x^3(x-3) + 8(x-3) = (x-3)(x^3 + 8) = (x-3)(x+2)(x^2 + 2x + 4)$$

۴۳- گزینه ۴

$$2x^3 - x^2 - 8x + 4 = x^2(2x-1) - 4(2x-1) = (2x-1)(x^2 - 4) = (2x-1)(x-2)(x+2)$$

۴۴- گزینه ۱

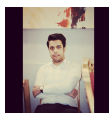
$$\begin{cases} 4a^2 - b^2 = 91 \rightarrow (2a-b)(2a+b) = 91 \\ 2a+b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=13 \\ 2a+b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a+b=2$$

۴۵- گزینه ۳

$$\frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x+y} - \frac{2x^2y}{x^2-y^2} = \frac{x^2(x+y) - y^2(x-y) - 2x^2y}{x^2-y^2} \\ = \frac{x^3 + x^2y - y^2x + y^3 - 2x^2y}{x^2-y^2} = \frac{x^3 - x^2y - y^2x + y^3}{x^2-y^2} \\ = \frac{x^2(x-y) - y^2(x-y)}{x^2-y^2} = \frac{(x^2-y^2)(x-y)}{x^2-y^2} = x-y$$

۴۶- گزینه ۲

$$\text{عرض مستطیل} = \frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{طول مستطیل}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3-2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$



$$\text{محیط مستطیل} = 2 (\text{طول} + \text{عرض}) = 2 (\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

۴۷- گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{2}{2 + \sqrt{6}} + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) &= \frac{2}{2 + \sqrt{6}} \times \frac{2 - \sqrt{6}}{2 - \sqrt{6}} + (6 + 2\sqrt{6} - 3\sqrt{6} - 6) \\ &= \frac{2(2 - \sqrt{6})}{2^2 - (\sqrt{6})^2} + (-\sqrt{6}) = \frac{2(2 - \sqrt{6})}{-2} - \sqrt{6} = \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -2 \end{aligned}$$

۴۸- گزینه ۲

$$\begin{aligned} \frac{a^2 + ab}{a^2 - ab} - \frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{a^2b - b^3} &= \frac{a(a+b)}{a(a-b)} - \frac{a(a+b)^2}{b(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{a+b}{a-b} - \frac{a(a+b)}{b(a-b)} = \frac{b(a+b) - a(a+b)}{b(a-b)} = \frac{(a+b)(b-a)}{-b(b-a)} = -\frac{a+b}{b} \end{aligned}$$

۴۹- گزینه ۱

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{2x + 2}{x^2 - 3x} &= \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \times \frac{x^2 - 3x}{2x + 2} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x-3)} = \frac{x}{2} \end{aligned}$$

۵۰- گزینه ۳

$$\frac{x^2 - 3x}{x - 4} + \frac{5x - 16}{4 - x} = \frac{x^2 - 3x - 5x + 16}{x - 4} = \frac{x^2 - 8x + 16}{x - 4} = \frac{(x-4)^2}{x-4} = x - 4$$

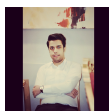
۵۱- گزینه ۴

$$\begin{aligned} \frac{a-8}{a^2 - a - 6} + \frac{a-2}{a-3} &= \frac{a-8}{(a-3)(a+2)} + \frac{a-2}{a-3} = \frac{(a-8) + (a-2)(a+2)}{(a-3)(a+2)} \\ &= \frac{a-8 + a^2 - 4}{(a-3)(a+2)} = \frac{a^2 + a - 12}{(a-3)(a+2)} = \frac{(a+4)(a-3)}{(a+2)(a-3)} = \frac{a+4}{a+2} \end{aligned}$$

۵۲- گزینه ۱

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1^2} \times \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{2} - 1$$



۵۳- گزینه ۳

$$\begin{aligned} & \left| \frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3-\sqrt{5}} \right| = \left| \frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3-\sqrt{5}} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \right| \\ & = \left| \frac{\sqrt{5}(2+\sqrt{5})}{4-5} \right| - \left| \frac{4(3+\sqrt{5})}{9-5} \right| = \left| \frac{\sqrt{5}(2+\sqrt{5})}{-1} \right| - \left| \frac{4(3+\sqrt{5})}{4} \right| \\ & = \sqrt{5}(2+\sqrt{5}) - (3+\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} + 5 - 3 - \sqrt{5} = 2 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

۵۴- گزینه ۲

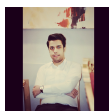
$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} + \frac{1}{1-\sqrt{2}} = |1-\sqrt{2}| + \frac{1}{1-\sqrt{2}} = -1 + \sqrt{2} + \frac{1}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \\ & = -1 + \sqrt{2} + \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -1 + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = -2 \end{aligned}$$

۵۵- گزینه ۲

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{24} \times \sqrt[3]{9} + \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} - \sqrt{80} = \sqrt[3]{3 \times 2^3} \times \sqrt[3]{3^2} + \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} \times \frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} - \sqrt{5 \times 4^2} \\ & \times \frac{(2-\sqrt{5})^2}{2^2 - (\sqrt{5})^2} - 4\sqrt{5} = \sqrt[3]{(2 \times 3)^3} + \frac{4+5-4\sqrt{5}}{-1} - 4\sqrt{5} = 6 + 4\sqrt{5} - 9 - 4\sqrt{5} = -3 \end{aligned}$$

۵۶- گزینه ۱

$$\begin{aligned} & \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{(1-\sqrt{2})^2}{1-2} - \frac{4\sqrt{6} \times \sqrt{12}}{12} \\ & = \frac{1+2-2\sqrt{2}}{-1} - \frac{24\sqrt{2}}{12} = 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -3 \end{aligned}$$



۵۷-گزینه ۲

$$\frac{y-2}{x-y} = \frac{(x-y)^2 - (y-2)^2}{(x-y)(y-2)} = \frac{(x-y)^2 - (y-2)^2}{(x-y-1)(y-2) - (y-3)(x-y)}$$

$$\frac{y-3}{y-2} = \frac{(x-y-1)(y-2) - (y-3)(x-y)}{(x-y)(y-2)}$$

$$= \frac{(x-y-y+2)(x-y+y-2)}{(x-2y+2)} = \frac{(x-2y+2)(x-2)}{(x-2y+2)} = x-2$$

۵۸-گزینه ۴

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x} = \frac{(x-1)(x-2)}{x(x-2)} = \frac{x-1}{x}$$

$$= \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 + 4x} = \frac{(x+2)(x-1)}{2x(x+2)} = \frac{(x-1)}{2x} = 2$$

۵۹-گزینه ۱

$$\left(\frac{x^2+1}{x+2} - 2 \right) \div \frac{x+1}{x^2+2x} = \frac{x^2+1-2x-4}{x+2} \div \frac{x+1}{x^2+2x}$$

$$= \frac{x^2-2x-3}{(x+2)} = \frac{x(x^2-2x-3)}{x+1} = \frac{x(x-3)(x+1)}{(x+1)} = x(x-3) = x^2-3x$$

۶۰-گزینه ۱

$$\frac{ax^2 - ax}{4x} \times \frac{3x+6}{x^2+x-2} = 6 \Rightarrow \frac{ax(x-1) \times 3 \times (x+2)}{4x(x+2)(x-1)} = 6$$

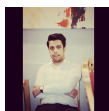
$$\rightarrow \frac{3a}{4} = 6 \rightarrow 3a = 24 \rightarrow a = 8$$

۶۱-گزینه ۴

$$\left(x - \frac{x+6}{x-4} \right) \left(\frac{x^2+9}{x+1} - 5 \right) = \left(\frac{x(x-4) - (x+6)}{x-4} \right) \left(\frac{x^2+9-5(x+1)}{x+1} \right)$$

$$= \frac{x^2-4x-x-6}{x-4} \times \frac{x^2-5x-5+9}{x+1} = \frac{x^2-5x-6}{x-4} \times \frac{x^2-5x+4}{x+1}$$

$$= \frac{(x-6)(x+1)}{(x-4)} \times \frac{(x-4)(x-1)}{(x+1)} = (x-6)(x-1) = x^2-7x+6$$



۶۲- گزینه ۳

$$a^2m - b^2m + b^2n - a^2n = a^2m - a^2n - b^2m + b^2n$$

$$= a^2(m - n) - b^2(m - n) = (m - n)(a^2 - b^2) = (m - n)(a - b)(a + b)$$

۶۳- گزینه ۱

محیط دایره $2\pi r = 2 \times 3 \times r = 6r = \frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

مساحت $= \pi r^2 = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3(3 + 2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2}) = 3(5 - 2\sqrt{6})$

۶۴- گزینه ۴

$$\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 1 - (\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{2}{x - 1}$$

از طرفی می دانیم:

$$x = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1$$

$$\frac{2}{x - 1} \xrightarrow{x = \sqrt{3} + 1} \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۶۵- گزینه ۱ $\boxed{\sqrt{a^2} = |a|}$

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = |\sqrt{2} + 1| = \sqrt{2} + 1$$

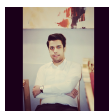
$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$$

$$\rightarrow \sqrt{2} + 1 - (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$$

۶۶- گزینه ۳

$$x = \frac{\sqrt{3\sqrt{48} - \sqrt{27}}}{\sqrt[4]{27}} = \frac{\sqrt{3\sqrt{16 \times 3} - \sqrt{9 \times 3}}}{\sqrt[4]{9 \times 3}} = \frac{\sqrt{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}}{\sqrt{3} \times \sqrt[4]{3}}$$

$$= \frac{3\sqrt[4]{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt[4]{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$



از طرفی:

$$\sqrt{x^2 + 2x^2 + 1} = \sqrt{(x^2 + 1)^2} = x^2 + 1 = (\sqrt{3})^2 + 1 = 4$$

۶۷- گزینه ۴ برای پاسخ به سؤال ابتدا صورت عبارت خواسته شده را کمی ساده می کنیم در این سؤال اتحاد مربع دو جمله ای و مزدوج مورد استفاده قرار می گیرند.

$$(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2 \stackrel{\text{مربع دو جمله ای}}{=} ((a - b)^2)^2 ((a + b)^2)^2 \\ = (a - b)^4 (a + b)^4 = ((a - b)(a + b))^4 = (a^2 - b^2)^4$$

و اما $a^2 = \sqrt{\sqrt{6} - 2}$ و $b^2 = \sqrt{\sqrt{6} + 2}$ می شوند پس داریم:

$$((\sqrt{\sqrt{6} - 2} - \sqrt{\sqrt{6} + 2})^2)^2 = (\sqrt{6} - 2 + \sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6 - 2})^2 = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^2 \\ = 24 + 8 - 8\sqrt{12} = 32 - 16\sqrt{3} = 16(2 - \sqrt{3})$$

۶۸- گزینه ۳

$$x^2 + y^2 = 2xy \rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x - y)^2 = 0$$

$$x = y \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{2x^2}{2x^2} = 1$$

۶۹- گزینه ۱

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2}\sqrt{196} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{14}{2} \\ = \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} + 5\sqrt{3} - 7 = \frac{4 + 3 - 4\sqrt{3}}{1} + 5\sqrt{3} - 7 = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

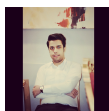
۷۰- گزینه ۱

$$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + (1 - \sqrt{2})^{-1} = |1 - \sqrt{2}| + \frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 + \frac{1}{1 - \sqrt{2}} \\ = \sqrt{2} - 1 + \frac{1}{1 - \sqrt{2}} \times \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 + \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - 2} = \sqrt{2} - 1 + \frac{1 + \sqrt{2}}{-1} \\ = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} - 1 = -2$$

۷۱- گزینه ۱

$$9^{x+4} = (36)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$(3^2)^{x+4} = (2^2 \times 3^2)^3 \times (3^3 \times 3^{-1})^{-2}$$



$$3^{2x+8} = 2^6 \times 3^6 \times 2^{-6} \times 3^2 = 3^8 \Rightarrow 2x + 8 = 8 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

۷۲- گزینه ۱

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\cancel{h} \times h}{\cancel{h}} \Rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - 2}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

۷۳- گزینه ۴

$$(2^{6x+3}) \left((2^2)^{3x+6} \right) = (2^3)^{4x+5} \Rightarrow (2^{6x+3})(2^{6x+12}) = 2^{12x+15}$$

$$\Rightarrow 2^{12x+15} = 2^{12x+15} \Rightarrow \text{تساوی به ازای تمام مقادیر } x \text{ برقرار است}$$

۷۴- گزینه ۲

$$\frac{a^2 - b^2 - 4b - 4}{b - a + 2} = \frac{a^2 - (b^2 + 4b + 4)}{b - a + 2} = \frac{a^2 - (b + 2)^2}{b - a + 2}$$

$$= \frac{(a - b - 2)(a + b + 2)}{-(a - b - 2)} = \frac{a + b + 2}{-1} = -a - b - 2$$

۷۵- گزینه ۱

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b} = \frac{(a + b)^2}{a + b} = a + b$$

۷۶- گزینه ۲

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 3 \times 5(7)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 105 \Rightarrow x^3 + y^3 = 238$$

۷۷- گزینه ۲

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$x^3 + y^3 = ? \quad xy = 1 \quad x + y = 3$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$(3)^3 = x^3 + y^3 + 3(1)(3) \Rightarrow 27 = x^3 + y^3 + 9 \Rightarrow x^3 + y^3 = 18$$



۷۸- گزینه ۱

$$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3} = -2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$$

۷۹- گزینه ۴

$$\frac{1}{\sqrt[4]{5}} \times \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{\sqrt[4]{125}}{5}$$

۸۰- گزینه ۳

$$\text{طول مستطیل} = \frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{عرض مستطیل}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۱۵ - ۴	۲۹ - ۳	۴۳ - ۴	۵۷ - ۲	۷۱ - ۱
۲ - ۲	۱۶ - ۱	۳۰ - ۴	۴۴ - ۱	۵۸ - ۴	۷۲ - ۱
۳ - ۴	۱۷ - ۳	۳۱ - ۴	۴۵ - ۳	۵۹ - ۱	۷۳ - ۴
۴ - ۱	۱۸ - ۲	۳۲ - ۱	۴۶ - ۲	۶۰ - ۱	۷۴ - ۲
۵ - ۱	۱۹ - ۲	۳۳ - ۱	۴۷ - ۱	۶۱ - ۴	۷۵ - ۱
۶ - ۲	۲۰ - ۲	۳۴ - ۴	۴۸ - ۲	۶۲ - ۳	۷۶ - ۲
۷ - ۲	۲۱ - ۱	۳۵ - ۱	۴۹ - ۱	۶۳ - ۱	۷۷ - ۲
۸ - ۳	۲۲ - ۳	۳۶ - ۲	۵۰ - ۳	۶۴ - ۴	۷۸ - ۱
۹ - ۴	۲۳ - ۴	۳۷ - ۴	۵۱ - ۴	۶۵ - ۱	۷۹ - ۴
۱۰ - ۳	۲۴ - ۲	۳۸ - ۱	۵۲ - ۱	۶۶ - ۳	۸۰ - ۳
۱۱ - ۳	۲۵ - ۴	۳۹ - ۱	۵۳ - ۳	۶۷ - ۴	
۱۲ - ۳	۲۶ - ۱	۴۰ - ۴	۵۴ - ۲	۶۸ - ۳	
۱۳ - ۲	۲۷ - ۳	۴۱ - ۱	۵۵ - ۲	۶۹ - ۱	
۱۴ - ۳	۲۸ - ۳	۴۲ - ۴	۵۶ - ۱	۷۰ - ۱	