

نویدپورزکی

۱- در معادله‌ی درجه دوم $x^2 + bx + c = 0$ با شرط $b = c + 1$ یکی از ریشه‌های آن کدام است؟

- ① $-c$ ② $2b - 1$ ③ $\frac{b}{2}$ ④ c

۲- به ازای چه مقادیری از m معادله $2x^2 - mx - m = 0$ جواب حقیقی نخواهد داشت؟

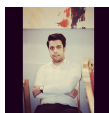
- ① $m > 0$ ② $m > 8$ ③ $-8 < m < 0$ ④ $0 < m < 8$

۳- حاصل ضرب جواب‌های معادله $(x - 2)^2 = 5$ در کدام بازه قرار دارد؟

- ① $(-\frac{3}{2}, \frac{-1}{2})$ ② $(-1, 1)$ ③ $(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2})$ ④ $(-2, -1)$

۴- عدد $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ ریشه معادله $x^2 - 6x + c = 0$ می‌باشد. مقدار c کدام است؟

- ① ۹ ② ۸ ③ ۷ ④ ۶



۵- در حل معادله ی $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل از کدام گزینه جذر گرفته می شود؟

- ① ۹ ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ ۱۱

۶- معادله $mx^2 + (2m - 1)x + m = 0$ ریشه حقیقی ندارد. حداقل مقدار صحیح m کدام است؟

- ① صفر ② -۱ ③ ۱ ④ ۲

۷- ریشه بزرگ تر معادله $3x^2 - 5 = x(x + 4)$ کدام است؟

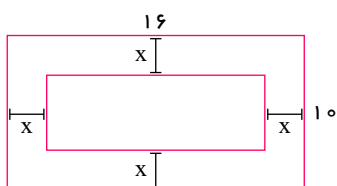
- ① $1 + \sqrt{7}$ ② $1 + \frac{\sqrt{14}}{2}$ ③ $2 - \sqrt{8}$ ④ $2 - \frac{\sqrt{8}}{3}$

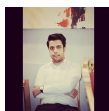
۸- اگر ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دو عدد صحیح متوالی باشند، آن گاه:

- ① $\Delta = 1$ ② $\Delta = a^2$ ③ $\Delta = b + c$ ④ $\Delta = (a - c)^2$

۹- در شکل مقابل مساحت مستطیل کوچک برابر ۴۰ است. مقدار x کدام است؟

- ① ۲ ② $\frac{5}{2}$ ③ ۳ ④ $\frac{7}{2}$





۱۰- معادله $3x^{10} + 2x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ① ۱۰ ② ۴ ③ ۲ ④ ۰

۱۱- عدد ۲۴ را به دو قسمت طوری تقسیم کرده‌ایم که حاصل ضرب آنها ۱۴۳ شده است. اختلاف دو عدد کدام است؟

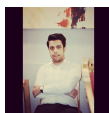
- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۲- اگر $1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2} = 0$ باشد، آنگاه مقدار $\frac{2}{x}$ کدام است؟

- ① -۱ ② ۱ ③ ۲ ④ -۲

۱۳- تعداد جواب‌های معادله‌ی $\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 5x} = x - 3$ کدام است؟

- ① صفر ② یک ③ دو ④ سه



۱۴- در معادله $x(6x + 5) = 4$ کوچکترین جواب کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{-1}{2}$ ③ $\frac{-1}{6}$ ④ $\frac{-4}{3}$

۱۵- تعداد جواب‌های معادله $4x^5 - 4x = 0$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۱۶- ریشه مضاعف معادله $mx^2 - mx + 1 = 0$ کدام است؟

- ① ۴ ② ۲ ③ ۱ ④ $\frac{1}{2}$

۱۷- اگر در معادله $ax^2 - 12x + 9 = 0$ تفاضل دو جواب برابر صفر باشد، یک جواب این معادله کدام است؟

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ ۳

۱۸- دو برابر مقدار مثبتی از ثلث مربع آن مقدار ۹ واحد کمتر است. آن مقدار کدام است؟

- ① ۹ ② ۱۲ ③ ۱۵ ④ ۱۸



۱۹- به ازای کدام مقدار a معادله $y = 3x(3x - 4) = a$ دارای ریشه‌ی مضاعف است؟

- ۱۶ (۱) -۴ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)

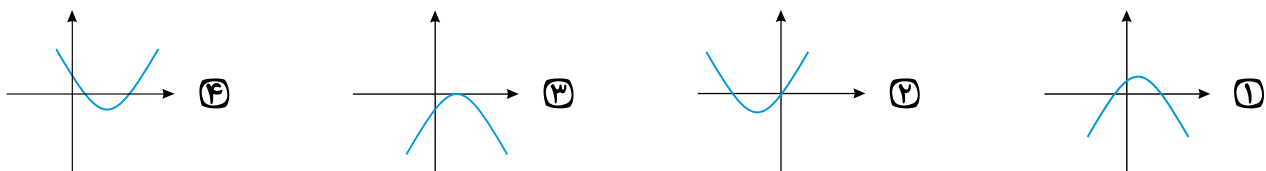
۲۰- سهمی $y = -x^2 + 6x - 4$ از کدام ناحیه صفحه مختصات نمی‌گذرد؟

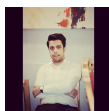
- اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴)

۲۱- رأس سهمی $y = x^2 - 6x + m - 2$ روی خط $y = 2x - 10$ قرار دارد، این سهمی محور x ها را در نقاطی با کدام طول قطع می‌کند؟

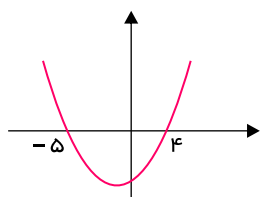
- ۱ و ۵ (۱) -۱ و ۵ (۲) ۱ و ۵ (۳) -۱ و -۵ (۴)

۲۲- نمودارهای زیر مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ هستند. در کدام یک از آن‌ها abc عددی مثبت است؟

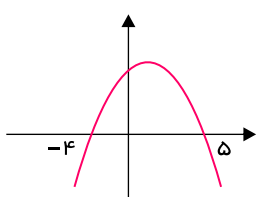




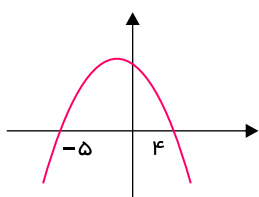
۲۳- نمودار سهمی $y = 3(x + 5)(4 - x)$ کدام است؟



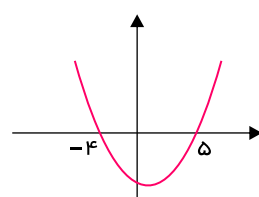
①



②

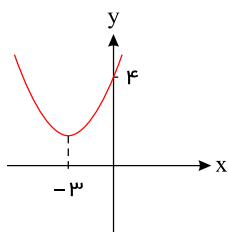


③



④

۲۴- اگر شکل روبه‌رو نمودار سهمی $y = 2x^2 + bx + c$ باشد، حاصل $b + c$ کدام است؟



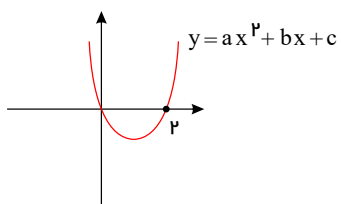
۱۲ ①

۴ ②

۲۰ ③

۱۶ ④

۲۵- باتوجه به سهمی روبه‌رو، مقدار $2a$ کدام است؟



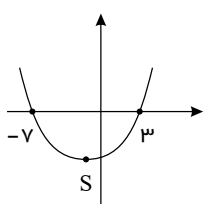
$-b$ ①

b ②

$\frac{c}{b}$ ③

$\frac{b}{c}$ ④

۲۶- معادله‌ی خط تقارن سهمی روبه‌رو کدام است؟

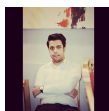


$x = 3$ ①

$x = -2$ ②

$x = \frac{3}{4}$ ③

$x = -5$ ④



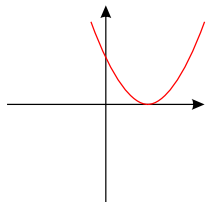
۲۷- کدام گزینه، می‌تواند معادله‌ی سهمی روبه‌رو باشد؟

① $y = 2x^2 + 4x - 7$

③ $y = 3x^2 - 4x + 8$

② $y = x^2 + 3x - 2$

④ $y = x^2 - 8x + 16$



۲۸- بیشترین مقدار عبارت $\frac{3}{2x^2 + 3x + 2}$ برابر کدام گزینه است؟

① $\frac{3}{5}$

② ۳

③ $\frac{24}{7}$

④ $\frac{8}{7}$

۲۹- معادله محور تقارن یک سهمی به صورت $x = 3$ است. می‌دانیم این سهمی محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند که مختصات یکی از آن‌ها $(8, 0)$ است. مختصات نقطه‌ی دیگر کدام است؟

① $(-1, 0)$

② $(-2, 0)$

③ $(-3, 0)$

④ $(-4, 0)$

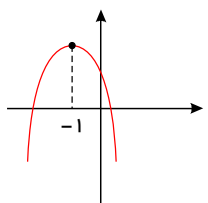
۳۰- در سهمی روبه‌رو مقدار کدام عبارت برابر با صفر است؟

① $2a$

③ c

② b

④ $2a - b$





۳۱- کمترین مقدار عبارت $x^2 + 8x$ به ازای مقادیر حقیقی x کدام است؟

- ① -۲۵ ② -۱۶ ③ -۱۵ ④ -۸

۳۲- تعداد نقطه روی منحنی $y = x^2 + 2x + 3$ که از محور x ها به فاصله $\sqrt{5}$ باشد، کدام است؟

- ① ۳ ② ۱ ③ صفر ④ ۲

۳۳- به ازای کدام مقدار a ، بیشترین مقدار عبارت $y = ax^2 + 20x - 120$ ، 180 است؟

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$

۳۴- اگر $A(-1, -4)$ رأس سهمی به معادله $y = 3x^2 + ax + b$ باشد، این سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ① -۳ ② -۲ ③ -۱ ④ ۲



۳۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x-3}{x+1} < 3$ ، به کدام صورت است؟

(۴) $x < -6$

(۳) $x > 4$

(۷) $\mathbb{R} - [-4, 6]$

(۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$

۳۶- جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (a-1)x + 3a$ به صورت زیر است. علامت عبارت $(3-a)x - 2$ در بازه $(2, 6)$ کدام است؟

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
P	+	○	-

(۷) ابتدا منفی و سپس مثبت

(۱) مثبت

(۴) ابتدا مثبت و سپس منفی

(۳) منفی

۳۷- جدول تعیین علامت روبه‌رو برای کدام عبارت است؟

x		۲	
A	+	○	-

(۷) $A = x - 2$

(۱) $A = -x - 2$

(۴) $A = \frac{1}{2}x - 1$

(۳) $A = -x + 2$

۳۸- جدول تعیین علامت عبارت $p = (2a-3)x + b - 3$ به صورت روبه‌رو می‌باشد. اگر a عددی طبیعی باشد، مقدار $a - b$ برابر است با:

x		۱	
p	+	○	-

(۴) ۵

(۳) ۳

(۷) -۳

(۱) -۵



۳۹- مجموعه‌ی همه‌ی مقادیر x که به ازای آنها عبارت $\frac{x^2 - 4x + 5}{(x-1)(x^2+1)}$ نامنفی باشد، کدام است؟

- ① $\{x | x \leq 1\}$ ② $\{x | x < 1\}$ ③ $\{x | x \geq 1\}$ ④ $\{x | x > 1\}$

۴۰- عبارت $3 - \frac{2}{x}$ در کدام بازه نامنفی است؟

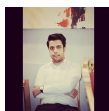
- ① $\mathbb{R}$ ② $x \in (0, +\infty)$ ③ $(-\infty, \frac{2}{3})$ ④ $(-\infty, 0) \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$

۴۱- مجموعه‌ی جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

- ① $(-4, 1) \cup (2, 3)$ ② $(2, 4)$ ③ $(-1, 2) \cup (2, 4)$ ④ $(-1, 2)$

۴۲- اگر عبارت $\sqrt[4]{\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2}} + \sqrt[3]{2x - x^2}$ عدد حقیقی باشد، مجموعه مقادیر x در کدام بازه است؟

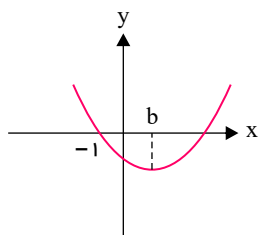
- ① $[\frac{2}{3}, 2]$ ② $[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}]$ ③ $[-\frac{2}{3}, 0) \cup (0, 2]$ ④ $[-\frac{2}{3}, 0) \cup (0, \frac{2}{3}]$



۴۳- عبارت $P(x) = \frac{-x^2 + 3x - 6}{2x^2 - 7x + 5}$ در بازه (a, b) مثبت است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۲٫۵ ④ ۱٫۵

۴۴- در شکل مقابل نمودار سهمی و جدول تعیین علامت مربوط به آن آمده است، حاصل $a + b$ کدام است؟



x	a	۵
p	+ ۰	- ۰ +

- ① ۱
② ۲
③ ۳
④ ۴

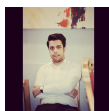
۴۵- عبارت $P(x) = 6mx^2 + 2x - 1$ همواره منفی است. حدود m کدام است؟

- ① $m < ۰$ ② $m < -\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{6} < m < ۰$ ④ $m > -\frac{1}{6}$

۴۶- جدول تعیین علامت عبارت زیر به صورت مقابل است؟

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
p	$-$	$\circ$	$+$	$\circ$

- ① $p = x^3 - 3x^2 + 4$ ② $p = x^3 + x - 6$ ③ $p = x^3 - 3x - 2$ ④ $p = x^3 - x + 2$



۴۷- اگر $a < 0$ و بازه (a, b) بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که عبارت $p = \frac{x^3 - 10x^2 + 25x}{-x^2 - 2x + 3}$ در آن بازه منفی است، در این صورت

$b - a$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

۴۸- به ازای کدام مقدار m ، نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2$ بالای محور x ها و بر آن مماس است؟

۳ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{5}{2}$ (۲)

-۳ (۱)

۴۹- اگر معادله‌ی درجه دوم $(m + 2)x^2 + 4x + (m - 1) = 0$ دارای دو جواب حقیقی متمایز باشد، مقادیر m کدام است؟

$m \in (-3, -2) \cup (-2, 2)$ (۴)

$m \in (-2, 0) \cup (0, 2)$ (۳)

$1 < m < 2$ (۲)

$-2 \leq m \leq 1$ (۱)

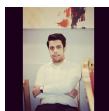
۵۰- اگر $-\frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3}$ باشد، عبارت $1 - 6x$ در کدام بازه قرار دارد؟

$(-4, 3]$ (۴)

$(-3, 4]$ (۳)

$[-4, 3)$ (۲)

$[-3, 4)$ (۱)



۵۱- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x^2 + (m-1)x + 1$ به ازای کدامین مقادیر m بالاتر از خط $y = -1$ قرار دارد؟

- ① $-3 < m < 5$ ② $m > 5$ یا $m < -3$ ③ $-3 < m < 0$ ④ $0 < m < 5$

۵۲- مجموعه جواب نامعادله‌ی $3x - 3 < 2x - 2 < x - 1$ کدام است؟

- ① $x \geq 1$ ② $x \leq 1$ ③ $x < 1$ ④ $x > 1$

۵۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر m معادلات درجه دوم $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$ فاقد ریشه‌ی حقیقی است؟

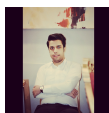
- ① $-3 < m < 5$ ② $-3 < m < 4$ ③ $-2 < m < 4$ ④ $-1 < m < 5$

۵۴- مجموعه جواب نامعادله‌ی $3 < \frac{2x-1}{x+1} < -1$ ، کدام است؟

- ① $(0, +\infty)$ ② $(4, +\infty)$ ③ $\mathbb{R} - [-4, 0]$ ④ $\mathbb{R} - [-4, -1]$

۵۵- مجموعه جواب نامعادله‌ی $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

- ① $(\frac{5}{6}, 1)$ ② $(\frac{5}{8}, 1)$ ③ $(1, 2)$ ④ $(\frac{5}{8}, 2)$



۵۶- مجموعه جواب نامعادله $|2x - 3| \geq 5$ و مجموعه جواب نامعادله $\frac{9 - x^2}{x^2 + 1} > 0$ به ترتیب مجموعه‌های A و B هستند.

مجموعه $A \cap B$ شامل چند عدد صحیح است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۵۷- در مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x^2 + 5x - 7}{x - x^2} \leq 0$ چند عدد صحیح وجود ندارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۵۸- مجموعه جواب‌های نامعادله $3x^2 - 4x \leq -2 + x$ شامل چند عدد صحیح است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

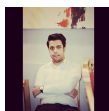
۵۹- مجموعه جواب نامعادله $\frac{3x + 12}{x^2 + mx - n} \leq 0$ به صورت $(-\infty, -7) \cup [-4, 5)$ است. حاصل $m + n$ کدام است؟

۲۶ (۴)

۳۷ (۳)

۲۸ (۲)

۳۳ (۱)



۶۰- نمودار تابع $f(x) = (2-k)x^2 - \sqrt{8x+1} - k$ بالای محور طول‌ها قرار نمی‌گیرد. مجموعه مقادیر ممکن k کدام است؟

① $(-\infty, 0]$ ② $[3, +\infty)$ ③ $[1, +\infty)$ ④ $(0, 3)$

۶۱- نمودار تابع $f(x) = mx^2 - \frac{2}{3}mx + 1$ همواره بالای محور طول‌ها قرار دارد. مجموعه مقادیر ممکن m کدام است؟

① $(0, 9)$ ② $[0, 9]$ ③ $(3, -3)$ ④ $[0, -9]$

۶۲- عبارت $p(x) = \frac{x(x-2)(x+1)^2}{x+4}$ به ازای تمام مقادیر بازه (a, b) منفی است. بازه (a, b) کدام یک می‌تواند باشد؟

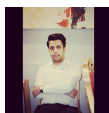
① $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ ② $(2, \frac{11}{5})$ ③ $(-\frac{1}{5}, 0)$ ④ $(-\frac{5}{4}, -1)$

۶۳- مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x - 10} \geq 2$ بازه $[a, b]$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

① ۱۰ ② ۱۲ ③ ۱۳ ④ ۱۴

۶۴- مجموعه جواب نامعادله $4x + 5 < 3x + 2 \leq 5x + k$ بازه $[-7, -3]$ است. مقدار k کدام است؟

① ۱۰ ② ۸ ③ ۱۸ ④ ۱۶



۶۵- علامت عبارت $p = \frac{(2x-1)(x-4)}{(-x+3)(x^2+9)}$ در کدام بازه زیر منفی است؟

- ① $(-\infty, \frac{1}{2})$ ② $(5, +\infty)$ ③ $(\frac{1}{2}, 4)$ ④ $(3, 4)$

۶۶- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^3 - 9x}{-x^2 + 2x - 5} \geq 0$ کدام است؟

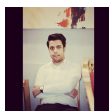
- ① $[-3, 0] \cup [3, +\infty)$ ② $(-\infty, 0]$ ③ $[0, +\infty)$ ④ $(-\infty, -3] \cup [0, 3]$

۶۷- مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x+4)(-x^2+x-2)}{2x^2+3x+5} < 0$ شامل چند عدد صحیح منفی است؟

- ① ۲ ② ۴ ③ ۳ ④ بی شمار

۶۸- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{x-1} > 2$ کدام است؟

- ① $1 < x < 2$ ② $0 < x < 1$ ③ $x > 1$ یا $x < 0$ ④ $x > 2$ یا $x < 1$



۶۹- مجموعه جواب نامعادله $\frac{5x^2 - 12x}{x^2 - 9} < 1$ کدام است؟

- ① $\emptyset$ ② $(\frac{3}{2}, 3)$ ③ $(-3, 3) - \{\frac{3}{2}\}$ ④ $(-3, 3)$

۷۰- x در کدام یک از فاصله‌های زیر تغییر کند تا کسر $\frac{(x^2 + 1)(1 - x)}{x + 1}$ همواره منفی باشد؟

- ① $(-1, 1)$ ② $(-1, +\infty)$ ③ $(-\infty, 1)$ ④ $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۷۱- در بازه (a, b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۷۲- در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = (x - 1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^4$ است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

- ① ۱ ② $\frac{3}{2}$ ③ ۲ ④ $\frac{5}{2}$

۷۳- مجموعه جواب نامعادله $|2x - a| < b$ به صورت بازه $(-4, 7)$ است. حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

- ① ۴۲ ② ۳۳ ③ ۲۸ ④ ۳۶



۷۴- مجموع اعداد صحیحی که در مجموعه جواب‌های نامعادله $|x - 1| - 3 < 4$ قرار دارند، کدام است؟

- ① ۱۳ ② ۷ ③ ۶ ④ صفر

۷۵- مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{|x|(x^2 - 5x - 6)}{|x - 1| + 2} \geq 0$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- ① ۴ ② ۵ ③ ۶ ④ ۷

۷۶- مجموعه جواب نامعادله $\frac{5 - 4x^2}{|x| + 3} > 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ① ۳ ② ۱ ③ ۴ ④ صفر

۷۷- مجموعه جواب نامعادله $|2x - 3| < 3x - 1$ کدام است؟

- ① $(\frac{13}{5}, +\infty)$ ② $(\frac{13}{5}, 7)$ ③ $(7, +\infty)$ ④ $(\frac{1}{3}, 7)$



۷۸- چند عدد صحیح در بازه‌ی جواب‌های معادله‌ی $|x| + 3 \leq 2$ قرار دارد؟

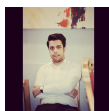
- ① ∞ ② صفر ③ ۱ ④ ۲

۷۹- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x^2 - 2x| < x$ کدام بازه است؟

- ① $(0, 1)$ ② $(0, 2)$ ③ $(1, 2)$ ④ $(1, 3)$

۸۰- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x - 1| < |x - 3|$ کدام است؟

- ① $x \leq 2$ ② $x > 2$ ③ $1 < x < 3$ ④ $x < 2$



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۱

$$+c=0 \xrightarrow{b=c+1} x^2 + (c+1)x + c = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x+1)(x+c) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x+c=0 \Rightarrow x=-c \end{cases}$$

۲- گزینه ۳ وقتی $\Delta < 0$ آنگاه معادله جواب حقیقی ندارد، پس:

$$(-m)^2 - 4(2)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 8m < 0$$

$$m(m+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m+8 = 0 \Rightarrow m = -8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & -8 & 0 & & \\ \hline m^2+8m & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow \boxed{-8 < m < 0}$$

۳- گزینه ۱ می دانیم اگر $u^2 = k$. $u = \pm\sqrt{k}$ ($k \geq 0$) آنگاه

$$(x-2)^2 = 5 \Rightarrow x-2 = \pm\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

حاصل ضرب جواب های معادله به صورت زیر است:

$$(2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

عدد ۱- در بازه $(-\frac{3}{2}, \frac{-1}{2})$ قرار دارد.

۴- گزینه ۳

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} = 3 + \sqrt{2}$$

این عدد در معادله $x^2 - 6x + c = 0$ صدق می کند:

$$(3 + \sqrt{2})^2 - 6(3 + \sqrt{2}) + c = 0 \Rightarrow 11 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2} + c = 0 \Rightarrow c = 7$$

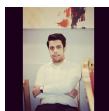
۵- گزینه ۲

$$\underbrace{x^2 + 3x - 2 = 0}_{\text{بخشی از اتحاد مربع دو جمله ای}} \Rightarrow x^2 + 3x = 2$$

بخشی از اتحاد مربع دو جمله ای

$$x^2 + 3x = 2 \xrightarrow[\text{معادله اضافه می کنیم}]{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \text{ را به دو طرف}} x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 2 + \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{17}{4}}$$



۶- گزینه ۳ می‌دانیم شرط آنکه معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، آن است که: $\Delta < 0$.

بنابراین داریم:

$$mx^2 + (2m - 1)x + m = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2m - 1)^2 - 4m \times m < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 < 0$$

$$\Rightarrow -4m + 1 < 0 \Rightarrow 4m > 1 \Rightarrow m > \frac{1}{4}$$

حداقل مقدار صحیح m برابر عدد ۱ است.

۷- گزینه ۲ نکته: برای حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به روش فرمول کلی یا « Δ » از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{معادله ریشه حقیقی ندارد} \end{cases}$$

$$3x^2 - 5 = x(x + 4) \Rightarrow 3x^2 - 5 = x^2 + 4x \Rightarrow 2x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$a = 2 \quad b = -4 \quad c = -5$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(2)(-5) \Rightarrow \Delta = 56$$

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{56}}{4}, \quad x_2 = \frac{4 + \sqrt{56}}{4} \Rightarrow x_2 > x_1$$

$$x_2 = \frac{4 + 2\sqrt{14}}{4} = 1 + \frac{\sqrt{14}}{2}$$

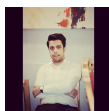
۸- گزینه ۲ دو ریشه معادله $ax^2 + bx + c = 0$ اعداد $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ و $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ هستند. اگر یکی از این دو ریشه، از دیگری یک واحد بیشتر باشد، قدرمطلق تفاضل این دو عدد برابر یک است:

$$\left| \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right| = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 1 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = |a| \Rightarrow \Delta = a^2$$

۹- گزینه ۳

$$S = 40 \Rightarrow (16 - 2x)(10 - 2x) = 40 \Rightarrow (8 - x)(5 - x) = 10 \Rightarrow x^2 - 13x + 40 = 10$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x + 30 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 10 \text{ یا } x = 3$$



مطابق شکل مقدار x نمی‌تواند برابر ۱۰ باشد، پس $x = ۳$ تنها جواب قابل قبول برای مسأله است.

۱۰- گزینه ۴ توان‌های x همگی زوج‌اند پس حاصل $۳x^{۱۰} + ۲x^۴ + ۳x^۲$ همواره بزرگتر یا مساوی صفر است.

پس حاصل $۳x^{۱۰} + ۲x^۴ + ۳x^۲ + ۲$ به ازای تمام مقادیر x همواره بزرگتر یا مساوی ۲ است.

بنابراین به ازای هیچ مقداری از x معادله $۳x^{۱۰} + ۲x^۴ + ۳x^۲ + ۲ = ۰$ برقرار نیست.

۱۱- گزینه ۲

در معادله درجه دو $Sx + P = ۰$ می‌دانیم:

P حاصل ضرب ریشه‌هاست.

S حاصل جمع ریشه‌هاست.

همچنین می‌دانیم اختلاف ریشه‌ها برابر است با $|x_۲ - x_۱| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$$S = ۲۴, P = ۱۴۳ \Rightarrow x^۲ - Sx + P = ۰ \rightarrow x^۲ - ۲۴x + ۱۴۳ = ۰$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(-۲۴)^۲ - ۴ \times ۱ \times ۱۴۳} = \sqrt{۵۷۶ - ۵۷۲} = \sqrt{۴} = ۲$$

$$\text{اختلاف ریشه‌ها: } |x_۲ - x_۱| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{۴}}{|۱|} = ۲$$

۱۲- گزینه ۲

$$۱ - \frac{۴}{x} + \frac{۴}{x^۲} = ۰ \Rightarrow ۱^۲ - ۲ \times \frac{۲}{x} + \left(\frac{۲}{x}\right)^۲ = ۰ \Rightarrow \left(۱ - \frac{۲}{x}\right)^۲ = ۰ \Rightarrow ۱ - \frac{۲}{x} = ۰ \Rightarrow \frac{۲}{x} = ۱$$

۱۳- گزینه ۱

$$\frac{۲x^۲ - ۱۰x}{x^۲ - ۵x} = x - ۳ \Rightarrow \frac{۲(x^۲ - ۵x)}{x^۲ - ۵x} = x - ۳ \Rightarrow ۲ = x - ۳ \Rightarrow x = ۵$$

این جواب مخرج را صفر می‌کند؛ بنابراین معادله ریشه ندارد.

۱۴- گزینه ۴

$$x(۶x + ۵) = ۴ \Rightarrow ۶x^۲ + ۵x = ۴ \Rightarrow ۶x^۲ + ۵x - ۴ = ۰ \xrightarrow{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

$$x_۱, x_۲ = \frac{-۵ \pm \sqrt{۵^۲ - (۴ \times ۶ \times -۴)}}{۲ \times ۶} = \frac{-۵ \pm \sqrt{۱۲۱}}{۱۲} = \frac{-۵ \pm ۱۱}{۱۲}$$

$$\text{جواب کوچک: } \frac{-۵ - ۱۱}{۱۲} = \frac{-۱۶}{۱۲} = -\frac{۴}{۳}$$



$$4x^5 - 4x = 0 \xrightarrow{\text{فاکتور } 4x} 4x(x^4 - 1) = 0 \Rightarrow 4x(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$4x(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

۱۶- گزینه ۴ معادله درجه دومی که ریشه مضاعف دارد، دلتای آن صفر است. بنابراین:

$$mx^2 - mx + 1 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = m^2 - (4 \times m \times 1) = 0$$

$$m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m(m - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \times \text{ معادله به ازای } m = 0 \text{ درجه دو نیست.} \\ m - 4 = 0 \Rightarrow m = 4 \checkmark \end{cases}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow (2x - 1)^2 = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۱۷- گزینه ۳ تفاضل دو ریشه صفر است پس دو ریشه با هم برابرند یعنی معادله ریشه‌ی مضاعف دارد و Δ برابر صفر است.

$$\Delta = 0 \rightarrow (-12)^2 - (4 \times a \times 9) = 0 \Rightarrow 144 - 36a = 0 \Rightarrow 144 = 36a \Rightarrow a = 4$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times 4} \xrightarrow{\Delta=0} x = \frac{12}{2 \times 4} = \frac{3}{2}$$

$$2x = \frac{x^2}{3} - 9 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2x - 9 = 0 \xrightarrow{\times 3} x^2 - 6x - 27 = 0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x - 9)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x - 9) = 0 \rightarrow x = 9 \checkmark \\ (x + 3) = 0 \rightarrow x = -3 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

۱۹- گزینه ۲ برای داشتن ریشه‌ی مضاعف باید $\Delta = 0$ باشد، بنابراین:

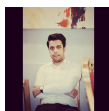
$$3x(3x - 4) = a \Rightarrow 9x^2 - 12x = a \Rightarrow 9x^2 - 12x - a = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow 144 - (4 \times 9 \times (-a)) = 0 \Rightarrow 144 = -36a \Rightarrow a = \frac{-144}{36} = -4$$

$$y = -x^2 + 6x - 4$$

ابتدا رأس سهمی را می‌یابیم:

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(-1)} = 3$$



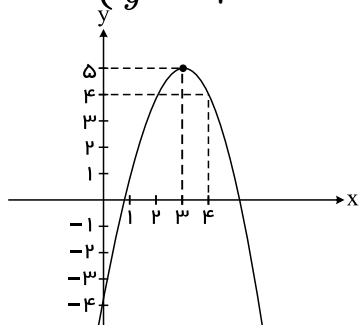
$$y = -9 + 18 - 4 = 5 \text{ رأس}$$

دو نقطه کمکی در طرفین رأس سهمی و همچنین نقطه برخورد سهمی با محور y ها را مشخص می‌کنیم:

$$x = 2 \Rightarrow y = -4 + 12 - 4 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$x = 4 \Rightarrow y = -16 + 24 - 4 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -4 \end{cases}$$



بنابراین نمودار سهمی به صورت مقابل است:

همانطور که مشخص است، سهمی از ناحیه دوم عبور نمی‌کند.

۲۱- گزینه ۳ در سهمی $y = ax^2 - bx + c$ اگر $S(x_s, y_s)$ رأس سهمی باشد، آنگاه $x_s = -\frac{b}{2a}$ است و y_s با

جایگذاری x_s در معادله سهمی یا با استفاده از رابطه $y_s = -\frac{\Delta}{4a}$ محاسبه می‌شود.

$$-6x + m - 2 \Rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow y_s = 9 - 18 + m - 2 \Rightarrow y_s = m - 11 \Rightarrow S(3, m - 11)$$

چون رأس سهمی روی خط $y = 2x - 10$ قرار دارد، بنابراین:

$$m - 11 = 2(3) - 10 \Rightarrow m - 11 = -4 \Rightarrow m = 7 \Rightarrow y = x^2 - 6x + 5$$

برای محاسبه محل برخورد سهمی با محور x ها کافی است معادله $y = 0$ را حل کنیم:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 5$$

۲۲- گزینه ۳ گزینه‌ها به صورت جداگانه بررسی می‌کنیم:

در گزینه «۱»:

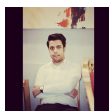
$$a < 0, b > 0, c > 0 \Rightarrow abc < 0$$

در گزینه «۲»:

$$a > 0, b > 0, c = 0 \Rightarrow abc = 0$$

در گزینه «۳»:

$$a < 0, b > 0, c < 0 \Rightarrow abc > 0$$



در گزینه «۴»:

$$a > 0, b < 0, c > 0 \Rightarrow abc < 0$$

۲۳- گزینه ۲ سهمی مورد نظر از دو نقطه $(4, 0)$ و $(-5, 0)$ می‌گذرد. با توجه به مقدار $a = -3 < 0$ تنها گزینه ۲ می‌تواند نمودار این سهمی باشد.

۲۴- گزینه ۳ با توجه به نقطه رأس و $(0, 4)$ داریم:

$$\left. \begin{aligned} y = 2x^2 + bx + c \xrightarrow{(0,4)} 4 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 4 \\ \text{طول رأس: } \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{4} = -3 \Rightarrow -b = -12 \Rightarrow b = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b + c = 16$$

۲۵- گزینه ۲ با توجه به شکل، دو نقطه $(2, 0)$ ، $(0, 0)$ روی سهمی قرار دارند:

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \xrightarrow{(0,0)} 0 &= 0 + 0 + c \Rightarrow \boxed{c = 0} \\ \xrightarrow{(2,0)} 0 &= 4a + 2b + c \xrightarrow{c=0} 4a = -2b \Rightarrow 2a = -b \end{aligned} \right.$$

۲۶- گزینه ۱ می‌دانیم سهمی متقارن است و طول رأس سهمی در وسط ریشه‌ها قرار دارد و محور تقارن نیز از رأس می‌گذرد:

$$S = (x, y) \Rightarrow x = \frac{-7 + 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \Rightarrow x = -2$$

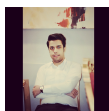
۲۷- گزینه ۴ با توجه به شکل در می‌یابیم که طول رأس سهمی عددی مثبت و عرض آن صفر است.

$$S \left| \begin{aligned} \frac{-b}{2a} &> 0 \\ f\left(\frac{-b}{2a}\right) &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$۱) \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{4} = -1 < 0 \quad \times$$

$$۲) \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2} < 0 \quad \times$$

$$۳) \left\{ \begin{aligned} \frac{-b}{2a} &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} > 0 \quad \checkmark \\ f\left(\frac{2}{3}\right) &= 3 \times \frac{4}{9} - 4 \times \frac{2}{3} + 8 \neq 0 \quad \times \end{aligned} \right.$$



$$۴) \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4 > 0 \quad \checkmark \\ f(4) = 16 - 32 + 16 = 0 \quad \checkmark \end{cases}$$

۲۸- گزینه ۳ در تابع $f(x) = \frac{3}{2x^2 + 3x + 2}$ ، مخرج ریشه ندارد ($\Delta < 0$)، لذا ماکسیمم مقدار تابع زمانی اتفاق می‌افتد که مخرج کمترین مقدار خود را اختیار کند. کمترین مقدار سهمی $2x^2 + 3x + 2$ در رأس سهمی اتفاق می‌افتد: در نتیجه:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{4} \Rightarrow f\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{2\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 3\left(-\frac{3}{4}\right) + 2} = \frac{24}{7}$$

۲۹- گزینه ۲ دو نقطه محل برخورد سهمی با محور x ها نسبت به محور تقارن قرینه‌اند؛ پس اگر طول نقطه دیگر را x فرض کنیم باید میانگین طول دو نقطه ۳ باشد:

$$\frac{x+8}{2} = 3 \Rightarrow x+8=6 \Rightarrow x=-2$$

پس مختصات نقطه دیگر $(-2, 0)$ است.

۳۰- گزینه ۴

$$\text{طول رأس سهمی} = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow -b = -2a \Rightarrow b = 2a \Rightarrow 2a - b = 0$$

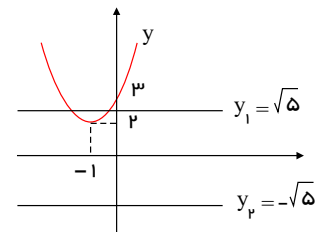
۳۱- گزینه ۲ سهمی به معادله $y = x^2 + 8x$ را در نظر می‌گیریم. ضریب x^2 مثبت است پس عرض رأس سهمی مقدار می‌نیم این عبارت خواهد بود:

$$\text{طول رأس} : -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \times 1} = -4$$

$$\text{مقدار مینیمم تابع} : (-4)^2 + 8 \times (-4) = 16 - 32 = -16$$

۳۲- گزینه ۴ فاصله‌ی خطوط $y_1 = \sqrt{5}$ و $y_2 = -\sqrt{5}$ از محور x ها $\sqrt{5}$ است.

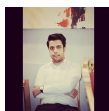
با رسم منحنی y و $y_1 = \sqrt{5}$ و $y_2 = -\sqrt{5}$ داریم:



$$y = x^2 + 2x + 3 \rightarrow S = \begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ f\left(\frac{-b}{2a}\right) = 2 \end{cases}$$

باتوجه به شکل می‌بینیم که در دو نقطه منحنی y از محور x ها به فاصله $\sqrt{5}$ است.

۳۳- گزینه ۲ سهمی $y = ax^2 + 20x - 120$ وقتی نقطه‌ی ماکسیمم دارد که a منفی باشد. عرض رأس سهمی برابر است با:



$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{4a(-120) - 20^2}{4a} = 180 \Rightarrow -480a - 400 = 720a \Rightarrow 1200a = -400 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

۳۴- گزینه ۳ مختصات نقطه‌ی رأس $(-1, -4)$ است، پس خط $x = -1$ محور تقارن آن است.

$$y = 3x^2 + ax + b \Rightarrow \text{محور تقارن: } x = -\frac{a}{2 \times 3} = -\frac{a}{6} \xrightarrow{x=-1} -\frac{a}{6} = -1 \Rightarrow a = 6$$

$$y = 3x^2 + 6x + b \xrightarrow{(-1, -4)} -4 = 3 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) + b \Rightarrow -4 = 3 - 6 + b \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow y = 3x^2 + 6x - 1 \xrightarrow{x=0} y = 3 \times 0^2 + 6 \times 0 - 1 \Rightarrow y = -1$$

۳۵- گزینه ۱ هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & & -1 & & 4 & & +\infty \\ \hline & & + & & \text{ن} & - & & 0 & + \end{array}$$

$$\rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4 \text{ (I)}$$

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & & -6 & & -1 & & +\infty \\ \hline & & - & & 0 & + & & \text{ن} & - \end{array}$$

$$\rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \text{ (II)}$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $x > 4$ یا $x < -6$ می‌رسیم که همان $\mathbb{R} - [-6, 4]$ است.

۳۶- گزینه ۲ می‌دانیم جدول تعیین علامت عبارت $ax + b$ به صورت زیر است:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
ax + b	مخالف علامت a	موافق a	

با توجه به جدول تعیین علامت داده‌شده، $x = -2$ ریشه عبارت $P(x) = (a-1)x + 3a$ است. همچنین باید $a-1$ منفی باشد.

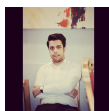
$$(a-1) \times (-2) + 3a = 0 \Rightarrow -2a + 2 + 3a = 0 \Rightarrow a = -2$$

حال عبارت $(3-a)x - 20$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$a = -2 \Rightarrow 5x - 20 = 0 \Rightarrow x = 4$$

x		4	
5x - 20	-	0	+

بنابراین علامت عبارت $5x - 20$ در بازه $(2, 6)$ ابتدا منفی و سپس مثبت است.



۳۷- گزینه ۳ ریشه عبارت A برابر ۲ بوده و علامت ضریب جمله درجه اول، مطابق علامت سمت راست ریشه در جدول منفی می باشد، پس $A = -x + 2$ می تواند صحیح باشد.

۳۸- گزینه ۲ ضریب جمله درجه اول باید منفی باشد، پس:

$$2a - 3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2} \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a = 1$$

ضمناً عدد یک ریشه این عبارت است:

$$(2a - 3) \times 1 + b - 3 = 0 \Rightarrow 2a + b = 6 \xrightarrow{a=1} b = 4 \Rightarrow a - b = -3$$

۳۹- گزینه ۴

ابتدا ریشه ها را بدست می آوریم.

$$\frac{x^2 - 4x + 5}{(x-1)(x^2+1)}$$

ریشه ندارد : $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16 - 20 = -4 \Rightarrow \Delta < 0$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16 - 20 = -4 \Rightarrow \Delta < 0 \\ (x-1)(x^2+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 + 1 = 0 : \text{ریشه ندارد} \end{cases} \end{cases}$$

x	1
$x^2 - 4x + 5$	+
$(x-1)(x^2+1)$	- 0 +
کل	- 0 +

$$\Rightarrow x \in (1, +\infty)$$

۴۰- گزینه ۴

$$3 - \frac{2}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{3x - 2}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

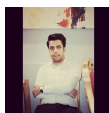
x	0	$\frac{2}{3}$
$(3x-2)$	-	- 0 +
x	-	- 0 +
$\frac{(3x-2)}{x}$	+ 0 -	- 0 +

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$$

۴۱- گزینه ۳ روش اول:

$$\frac{7x - 8}{x^2 - x - 2} > \frac{x}{x - 2} \rightarrow \frac{7x - 8}{(x - 2)(x + 1)} - \frac{x}{x - 2} > 0$$

$$\rightarrow \frac{7x - 8 - x^2 - x}{(x - 2)(x + 1)} > 0 \rightarrow \frac{-x^2 + 6x - 8}{(x - 2)(x + 1)} > 0$$



$$\rightarrow \frac{x^2 - 6x + 8}{(x-2)(x+1)} < 0 \rightarrow \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x+1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|cccccc} x & -\infty & -1 & 2 & 4 & +\infty \\ \hline & + & - & - & + & + \end{array}$$

توجه کنید $x=2$ مخرج را صفر می‌کند.

$$\rightarrow -1 < x < 2 \text{ یا } 2 < x < 4 \rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

روش دوم:

به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$$x = 0 \rightarrow \frac{-8}{-2} > 0 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه دوم حذف می‌شود}$$

$$x = 3 \rightarrow \frac{13}{4} > 3 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه‌های اول و چهارم حذف می‌شوند}$$

۴۲- گزینه ۴ روش اول:

چون یک چندجمله‌ای در زیررادیكال با فرجه فرد قرار دارد، بنابراین رادیكال با فرجه فرد به ازای تمام مقادیر x تعریف شده است و فقط باید عبارت زیر رادیكال با فرجه‌ی زوج را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهید.

$$\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2} \geq 0 \rightarrow \frac{4 - 9x^2}{2x^2} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} \text{صورت} = 0 \rightarrow 9x^2 = 4 \rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \rightarrow x = \pm \frac{2}{3} \\ \text{مخرج} = 0 \rightarrow 2x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccccc} x & -\infty & -\frac{2}{3} & 0 & \frac{2}{3} & +\infty \\ \hline \text{عبارت} \geq 0 & - & + & - & + & - \end{array} \rightarrow x \in \left[-\frac{2}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{2}{3}\right]$$

روش دوم:

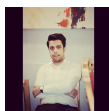
اگر $x = 1$ باشد زیر رادیكال با فرجه‌ی زوج منفی می‌شود بنابراین گزینه‌های اول و سوم که شامل $x = 1$ هستند حذف می‌شوند در ضمن $x = 0$ مخرج را صفر می‌کند و گزینه دوم که شامل $x = 0$ است نیز حذف می‌شود.

۴۳- گزینه ۴ هر کدام از عبارات درجه دوم را تعیین علامت می‌کنیم:

$$-x^2 + 3x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(-1)(-6) = 9 - 24 = -15 < 0$$

چون $\Delta < 0$ و ضریب x^2 منفی است، پس عبارت $-x^2 + 3x - 6$ ، عبارتی همواره منفی است.

$$2x^2 - 7x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 4 \times 2 \times 5 = 9$$



$$x = \frac{7 \pm 3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$-x^2 + 3x - 6$	-	-	-	-
$2x^2 - 7x + 5$	+	○	-	+
P	-	○	+	-

عبارت $P(x)$ در بازه $(1, \frac{5}{2})$ و زیر مجموعه‌های آن مثبت است. ولی چون در بازه (a, b) حداکثر مقدار $b - a$ را می‌خواهیم، پس بازه (a, b) را بزرگ‌ترین بازه یعنی همان $(1, \frac{5}{2})$ در نظر می‌گیریم.

$$\max(b - a) = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2} = 1,5$$

۴۴- گزینه ۱ با توجه به جدول تعیین علامت، a ریشه کوچک‌تر معادله $y = 0$ است و با توجه به نمودار سهمی، این مقدار برابر ۱- می‌باشد. ضمناً از آن‌جا که ریشه بزرگ‌تر در جدول برابر ۵ است، پس به علت تقارن سهمی b میانگین ۵ و ۱- است، یعنی:

$$b = \frac{5 - 1}{2} = 2 \Rightarrow a + b = 2 - 1 = 1$$

۴۵- گزینه ۲ برای این که عبارت درجه دوم همواره منفی باشد، باید ضریب x^2 منفی و Δ هم منفی باشد. پس:

$$6m < 0 \Rightarrow m < 0$$

$$\Delta = 4 + 24m < 0 \Rightarrow 24m < -4 \Rightarrow m < -\frac{1}{6}$$

بنابراین به ازای $m < -\frac{1}{6}$ عبارت موردنظر همواره منفی است.

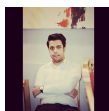
۴۶- گزینه ۱ طبق جدول، عبارت p در $x = 2$ تغییر علامت نداده است، پس عبارت p شامل $(x - 2)^2$ است. همچنین p در $x = -1$ تغییر علامت داده و برای $x < -1$ علامت p منفی و برای $x > -1$ علامت p مثبت است، پس عبارت p شامل $x + 1$ است و داریم:

$$p = (x + 1)(x - 2)^2 = (x + 1)(x^2 - 4x + 4) = x^3 - 4x^2 + 4x + x^2 - 4x + 4$$

$$p = x^3 - 3x^2 + 4$$

۴۷- گزینه ۴ با تجزیه صورت و مخرج کسر داده شده، نامعادله $p < 0$ را حل می‌کنیم.

$$p = \frac{x(x^2 - 10x + 25)}{-(x^2 + 2x - 3)} < 0 \Rightarrow \frac{x(x - 5)^2}{-(x - 1)(x + 3)} < 0 \xrightarrow{\times(-1)} \frac{x(x - 5)^2}{(x - 1)(x + 3)} > 0$$



توجه کنید که عبارت $(x - 5)^2$ همواره نامنفی است.

$$\text{ریشه‌ها} \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-3	0	1	5	$+\infty$
x	-	-	0	+	+	+
$(x-5)^2$	+	+	+	+	0	+
$(x-1)(x+3)$	+	0	-	-	0	+
P	-	+	0	-	+	+

در بازه (a, b) چون $a < 0$ ، پس این بازه همان بازه $(-3, 0)$ است.

$$a = -3, b = 0 \Rightarrow b - a = 0 - (-3) = 3$$

۴۸- گزینه ۳ وقتی نمودار بالای محور x ها و بر آن مماس است یعنی ریشه‌ی مضاعف دارد، بنابراین:

$$y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2 \geq 0$$

$$\begin{cases} \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 9 - 4(m - 2)(m + 2) = 0 \\ a \geq 0 \Rightarrow m - 2 \geq 0 \Rightarrow m \geq 2 \quad (I) \end{cases}$$

$$9 - 4(m - 2)(m + 2) = 0 \Rightarrow 9 - 4(m^2 - 4) = 0 \Rightarrow 9 - 4m^2 + 16 = 0$$

$$\Rightarrow -4m^2 + 25 = 0 \Rightarrow -4m^2 = -25 \Rightarrow 4m^2 = 25 \Rightarrow m^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases} \xrightarrow[m \geq 2]{(I)} m = \frac{5}{2}$$

۴۹- گزینه ۴

معادله دارای ۲ ریشه متمایز : $\Delta > 0$

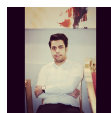
$$(m + 2)x^2 + 4x + (m - 1) = 0 \Rightarrow \Delta = 4^2 - 4(m + 2)(m - 1) \\ = 16 - 4m^2 - 4m + 8 = -4m^2 - 4m + 24$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow -4m^2 - 4m + 24 > 0 \xrightarrow{\div (-4)} m^2 + m - 6 < 0 \rightarrow (m - 2)(m + 3) < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 3 = 0 \Rightarrow m = -3 \\ m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

m	-۳	۲
$(m-۲)(m+۳)$	$+$	$-$

<



اما به ازای $m = -2$ معادله دیگر درجه دو نخواهد بود، پس مجموعه m ها عبارت است از: $(-3, -2) \cup (-2, 2)$

۵۰- گزینه ۱ (-6) عددی منفی است. اگر دو طرف نامساوی را در -6 ضرب کنیم جهت نامساوی عوض می شود.

$$-\frac{1}{2} < x \leq \frac{2}{3} \xrightarrow{\times(-6)} -\frac{1}{2}(-6) > -6x \geq \frac{2}{3}(-6) \Rightarrow 3 > -6x \geq -4 \xrightarrow{+1} 4 > 1 - 6x \geq -3$$

$$\Rightarrow 1 - 6x \in [-3, 4)$$

۵۱- گزینه ۱

$$f(x) > -1 \Rightarrow 2x^2 + (m-1)x + 1 > -1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (m-1)x + 1 + 1 > 0$$

$$2x^2 + (m-1)x + 2 > 0$$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(2)(2) < 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0 \\ a > 0 \Rightarrow 2 > 0 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \Rightarrow \boxed{-3 < m < 5}$$

m	-3	5
m-5	-	- 0 +
m+3	- 0 +	+
(m-5)(m+3)	+ 0 -	0 +

۵۲- گزینه ۳

$$3x - 3 < 2x - 2 < x - 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 3 < 2x - 2 \Rightarrow x < 1 \\ 2x - 2 < x - 1 \Rightarrow x < 1 \end{cases} \Rightarrow x < 1$$

۵۳- گزینه ۱ اگر یک معادله درجه ۲ ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد آنگاه $\Delta < 0$ است.

$$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0 \rightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4 \times \frac{1}{2}m + 2$$

$$= m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 = m^2 - 2m - 15$$

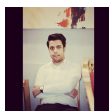
$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m+3)(m-5) < 0 \Rightarrow \begin{cases} m+3 = 0 \Rightarrow m = -3 \\ m-5 = 0 \Rightarrow m = 5 \end{cases}$$

m	-3	5
(m+3)(m-5)	+ 0 -	0 +

$$\Rightarrow -3 < m < 5$$

۵۴- گزینه ۳

روش اول: هر نامعادله را جداگانه حل کرده و سپس از جواب‌ها اشتراک می گیریم.



$$\frac{2x-1}{x+1} > -1 \rightarrow \frac{2x-1}{x+1} + \frac{1}{1} > 0 \rightarrow \frac{2x-1+x+1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{3x}{x+1} > 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & 0 & +\infty \\ \hline & + & - & 0 & + \end{array} \rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \quad (I)$$

$$\frac{2x-1}{x+1} < 3 \rightarrow \frac{2x-1}{x+1} - \frac{3}{1} < 0 \rightarrow \frac{2x-1-3x-3}{x+1} < 0 \rightarrow \frac{-x-4}{x+1} > 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -4 & -1 & +\infty \\ \hline & - & 0 & + & - \end{array} \rightarrow x < -4 \text{ یا } x > -1 \quad (II)$$

اشتراک I, II

$$\rightarrow \begin{array}{c} \text{---} \circ \text{---} \quad \text{---} \circ \text{---} \\ \text{---} \circ \text{---} \quad \text{---} \circ \text{---} \end{array}$$

$$\rightarrow x < -4 \text{ یا } x > 0 \rightarrow x \in \mathbb{R} - [-4, 0]$$

روش دوم: تست را به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

نامعادله

$$x = -5 \rightarrow -1 < \frac{11}{4} < 3 \text{ : درست} \rightarrow \text{گزینه‌های اول و دوم حذف می‌شوند.}$$

نامعادله

$$x = 0 \rightarrow -1 < -1 < 3 \text{ : نادرست} \rightarrow \text{گزینه چهارم حذف می‌شود.}$$

۵۵- گزینه ۴ روش اول: هر نامعادله را جداگانه حل کرده و سپس از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{x+1}{2x-1} > 1 \rightarrow \frac{x+1}{2x-1} - \frac{1}{1} > 0 \rightarrow \frac{x+1-2x+1}{2x-1} > 0 \rightarrow \frac{-x+2}{2x-1} > 0$$

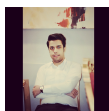
$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & \frac{1}{2} & 2 & +\infty \\ \hline & - & 0 & + & - \end{array} \rightarrow \frac{1}{2} < x < 2 \quad (I)$$

$$\frac{x+1}{2x-1} < 3 \rightarrow \frac{x+1}{2x-1} - \frac{3}{1} < 0 \rightarrow \frac{x+1-6x+3}{2x-1} < 0$$

$$\rightarrow \frac{-5x+4}{2x-1} < 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & \frac{1}{2} & \frac{4}{5} & +\infty \\ \hline & - & 0 & + & - \end{array} \rightarrow x < \frac{1}{2} \text{ یا } x > \frac{4}{5} \quad (II)$$

از اشتراک I و II به جواب $\frac{4}{5} < x < 2$ می‌رسیم ($0.8 < x < 2$)

روش دوم: تست را به روش عددگذاری حل می‌کنیم



نامعادله
 $x = 1,5 \rightarrow 1 < \frac{2,5}{2} < 3$: درست $\rightarrow$ گزینه‌های اول و دوم حذف می‌شوند

نامعادله
 $x = 1 \rightarrow 1 < 2 < 3$: درست $\rightarrow$ گزینه سوم حذف می‌شود

۵۶- گزینه ۲ نکته:

$$|u| \geq K \xrightarrow{k > 0} \begin{cases} u \geq K \\ \text{یا} \\ u \leq -K \end{cases}$$

$$|2x - 3| \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 \geq 5 \Rightarrow x \geq 4 \\ 2x - 3 \leq -5 \Rightarrow x \leq -1 \end{cases} \xrightarrow{U} A = (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$$

$$\frac{9 - x^2}{x^2 + 1} > 0$$

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
$9 - x^2$	$-$	$\circ$	$+$	$\circ$	$-$
$x^2 + 1$	$+$		$+$		$+$
y	$-$	$\circ$	$+$	$\circ$	$-$

$\rightarrow B = (-3, 3)$

$$\rightarrow B = (-3, 3)$$

$$9 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

$$A \cap B = (-3, -1] \Rightarrow \text{شامل ۲ عدد صحیح است}$$

۵۷- گزینه ۳ نکته: برای حل نامعادله به فرم $P(x) \geq 0$ یا $P(x) \leq 0$ ، ابتدا تک تک عبارات تشکیل دهنده $P(x)$ را ریشه یابی کرده و سپس تمام عبارات را در یک جدول تعیین علامت می‌کنیم:

$$2x^2 + 5x - 7 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -\frac{7}{2}$$

$$x - x^2 = 0 \Rightarrow x(1 - x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$$

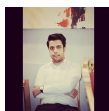
x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	o	1	$+\infty$	
$2x^2 + 5x - 7$	+	o	-	-	o	+
$x - x^2$	-	-	o	+	o	-
P(x)	-	+	-	-	-	-

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{7}{2}] \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

پس در جواب نامعادله اعداد صحیح $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$ وجود ندارد.

۵۸- گزینه ۱ نامعادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$3x^2 - 4x \leq -2 + x \Rightarrow 3x^2 - 4x + 2 - x \leq 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 \leq 0$$



با توجه به جدول تعیین علامت مقابل مجموعه جواب‌های نامعادله، بازه $[\frac{2}{3}, 1]$ است که فقط شامل یک عدد صحیح است.

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$	
$3x^2 - 5x + 2$	$+$	$\circ$	$-$	$\circ$	$+$

۵۹- گزینه ۳

باتوجه به مجموعه جواب نامعادله، می‌توان فهمید که تعیین علامت عبارت

$$\frac{3x + 12}{x^2 + mx - n} \text{ به صورت مقابل است.}$$

x	$-\infty$	-7	-4	5	$+\infty$	
$3x + 12$	-	-	o	+	+	
$x^2 + mx - n$	+	o	-	-	o	+
$3x + 12$	-	-	+	o	-	+
$x^2 + mx - n$		o	o	o		

پس -7 و 5 ریشه‌های $x^2 + mx - n = 0$ هستند.

$$x^2 + mx - n = (x + 7)(x - 5) = x^2 + 2x - 35 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 35 \end{cases} \Rightarrow m + n = 37$$

۶۰- گزینه ۲ برای این که نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ بالای محور طول‌ها قرار بگیرد، باید شرایط $a < 0$ و $\Delta \leq 0$ برقرار باشد. پس:

$$a = 2 - k < 0 \Rightarrow k > 2 \quad (1)$$

$$\Delta = 8 - 4(2 - k)(1 - k) \leq 0 \Rightarrow -4k^2 + 12k \leq 0$$

$$4k(k - 3) \geq 0 \Rightarrow k \geq 3 \text{ یا } k \leq 0 \quad (2)$$

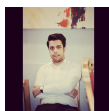
اشتراک شرایط (۱) و (۲) بازه $[3, +\infty)$ است.

۶۱- گزینه ۲ برای این که نمودار تابع درجه دوم f بالای محور طول‌ها قرار گیرد، باید در معادله $mx^2 - \frac{2}{3}mx + 1 = 0$ ضریب x^2 مثبت و Δ منفی باشد. پس:

$$m > 0, \Delta = \frac{4}{9}m^2 - 4m < 0 \Rightarrow 4m(\frac{1}{9}m - 1) < 0 \Rightarrow 0 < m < 9$$

از طرف دیگر اگر $m = 0$ ، آن‌گاه $f(x) = 1$ و نمودار f بالای محور طول‌ها قرار دارد.

پس مجموعه مقادیر ممکن m بازه $[0, 9)$ است.



با توجه به این که عبارت $(x+1)^2$ همواره نامنفی است، پس کافی است نامعادله $\frac{x(x-2)}{x+4} < 0$ را حل کنیم که

$$\text{معادل } \frac{x^2 - 2x}{x+4} < 0 \text{ است.}$$

دقت کنید ریشه $(x+1)^2$ عبارت را صفر می‌کند.

x	$-\infty$	-4	0	2	$+\infty$
$x^2 - 2x$	+	+	0	-	+
$x+4$	-	0	+	+	+
$\frac{x^2 - 2x}{x+4}$	-	+	0	-	+

بنابراین $p(x)$ به ازای تمام مقادیر واقع در بازه‌های $(-\infty, -4)$, $(0, 2)$ منفی است که بازه $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ زیرمجموعه بازه $(0, 2)$ و جواب است.

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x - 10} - 2 \geq 0 \rightarrow \frac{x^2 - x - 6 - 2x^2 + 6x + 20}{x^2 - 3x - 10} \geq 0 \rightarrow \frac{-x^2 + 5x + 14}{x^2 - 3x - 10} \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{-(x-7)(x+2)}{(x+2)(x-5)} \geq 0$$

$$\frac{x-7}{x-5} \leq 0, \quad x \neq -2$$

x	-2	5	7
$\frac{x-7}{x-5}$	+	+	-

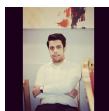
با توجه به جدول تعیین علامت مقابل مجموعه جواب‌های نامعادله به صورت $(5, 7]$ است. پس $a = 5$ و $b = 7$ و در نتیجه $a + b = 12$

۶۴- گزینه ۴ جواب نامعادله $4x + 5 < 3x + 2 \leq 5x + k$ به صورت زیر است.

$$4x + 5 < 3x + 2 \Rightarrow x < -3$$

$$3x + 2 \leq 5x + k \Rightarrow 2 - k \leq 2x \Rightarrow x \geq 1 - \frac{k}{2}$$

اشتراک جوابهای فوق به صورت $1 - \frac{k}{2} \leq x < -3$ است و چون نامعادله بازه $[-7, -3)$ است، پس داریم:



$$1 - \frac{k}{2} = -7 \Rightarrow 8 = \frac{k}{2} \Rightarrow k = 16$$

۶۵- گزینه ۲ تعیین علامت عبارت p به صورت زیر است:

$$p = \frac{(2x-1)(x-4)}{(-x+3)(x^2+9)}$$

$$2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$x-4=0 \rightarrow x=4$$

$$-x+3=0 \rightarrow x=3$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	۳	۴	$+\infty$
$2x-1$	-	○	+	+	+
$x-4$	-	-	-	○	+
$-x+3$	+	+	○	-	-
x^2+9	+	+	+	+	+
P	+	○	-	+	○
		$\frac{1}{2}$	۳	۴	

عبارت در بازه‌های $(\frac{1}{2}, 3)$ و $(4, +\infty)$ یا زیرمجموعه‌های آن‌ها منفی است. پس عبارت p در بازه $(5, +\infty)$ منفی است و گزینه ۲ صحیح است.

۶۶- گزینه ۴

$$\frac{x^3-9x}{-x^2+2x-5} \geq 0 \Rightarrow \frac{x(x^2-9)}{-x^2+2x-5} \geq 0$$

$$x(x^2-9)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 3 \end{cases}$$

$$-x^2+2x-5=0 \rightarrow \Delta=4-20=-16<0$$

$$x^2+2x-5=-1<0 \Rightarrow \text{همواره منفی است.}$$

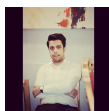
x	$-\infty$	-۳	۰	۳	$+\infty$
x	-	-	○	+	+
x^2-9	+	○	-	-	○
$-x^2+2x-5$	-	-	-	-	-
$\frac{x^3-9x}{-x^2+2x-5}$	+	○	-	○	+
		۳	۰	۳	

$$\Rightarrow x \leq -3 \text{ یا } 0 \leq x \leq 3$$

۶۷- گزینه ۳ ابتدا هریک از پرانتزها را تعیین علامت می‌کنیم، برای این کار ریشه‌های آنها را بررسی می‌کنیم.

$$x+4=0 \Rightarrow x=-4$$

$$-x^2+x-2=0 \Rightarrow \Delta=1-4(-1)(-2)=1-8=-7<0$$



عبارت همواره منفی است. $\Rightarrow -1 < 0 \Rightarrow$ ضریب x^2

$$2x^2 + 3x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4 \times 2 \times 5 = 9 - 40 = -31 < 0$$

عبارت همواره مثبت است. $\Rightarrow 2 > 0 \Rightarrow$ ضریب x^2

x	-4	
$x+4$	-	+
$-x^2+x-2$	-	-
$2x^2+3x+5$	+	+
$\frac{(x+4)(-x^2+x-2)}{2x^2+3x+5}$	+	-

طبق جدول جواب نامعادله، $x > -4$ است که شامل اعداد صحیح منفی ۱ و ۲ و ۳- است.

۶۸- گزینه ۱

$$\frac{x}{x-1} > 2 \Rightarrow \frac{x}{x-1} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{x}{x-1} - \frac{2(x-1)}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{x-2(x-1)}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{2-x}{x-1} > 0$$

x	1	2	
$2-x$	+	-	-
$x-1$	-	+	+
$\frac{2-x}{x-1}$	-	+	-

$\Rightarrow 1 < x < 2$

۶۹- گزینه ۳

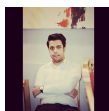
$$\frac{5x^2 - 12x}{x^2 - 9} < 1 \Rightarrow \frac{5x^2 - 12x}{x^2 - 9} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{4x^2 - 12x + 9}{x^2 - 9} < 0 \Rightarrow \frac{(2x-3)^2}{(x-3)(x+3)} < 0$$

x	-3	$\frac{3}{2}$	3	
$(2x-3)^2$	+	+	+	+
$(x-3)(x+3)$	+	-	-	+
$\frac{(2x-3)^2}{(x-3)(x+3)}$	+	-	-	+

$\Rightarrow x \in (-3, 3) - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

۷۰- گزینه ۴

$$\frac{(x^2+1)(1-x)}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} (x^2+1)(1-x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2+1=0 : \text{ریشه ندارد} \\ 1-x=0 \Rightarrow x=1 \end{cases} \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$



x	-1	1
$(x^2+1)(1-x)$	+	+
$x+1$	-	+
کل	-	-

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

۷۱- گزینه ۱ روش اول: باید نامعادله $|2x^2 - 4| < 2x$ را حل کنیم می‌دانیم که ریشه‌های داخل قدرمطلق $\pm\sqrt{2}$ هستند.

$$x < -\sqrt{2}: 2x^2 - 4 < 2x \rightarrow 2x^2 - 2x - 4 < 0 \rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0$$

تعیین علامت اشتراک با شرط

$$\rightarrow -1 < x < 2 \rightarrow \emptyset$$

$$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}: -2x^2 + 4 < 2x \rightarrow 2x^2 + 2x - 4 > 0 \rightarrow x^2 + x - 2 > 0$$

$$\rightarrow (x+2)(x-1) > 0$$

تعیین علامت اشتراک با شرط

$$\rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 1 \rightarrow 1 < x < \sqrt{2}$$

$$x > \sqrt{2}: 2x^2 - 4 < 2x \rightarrow 2x^2 - 2x - 4 < 0 \rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0$$

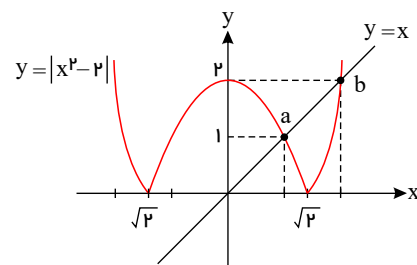
تعیین علامت اشتراک با شرط

$$\rightarrow -1 < x < 2 \rightarrow \sqrt{2} < x < 2$$

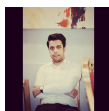
از اجتماع جواب‌های بدست آمده به جواب $x \in (1, 2)$ می‌رسیم بنابراین $b - a = 1$ است.

روش دوم: تابع $y = |2x^2 - 4|$ و $y = 2x$ را رسم کرده و مشخص می‌کنیم در چه بازه‌ای تابع $y = |2x^2 - 4|$ زیر تابع $y = 2x$ قرار دارد.

$$|2x^2 - 4| < 2x \rightarrow |2(x^2 - 2)| < 2x \rightarrow |x^2 - 2| < x$$



برای این منظور باید نقاط a, b را پیدا کنیم.



$$|x^2 - 2| = x \rightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 & b \\ x=-1 & \text{غ ق} \end{cases} \\ x^2 - 2 = -x \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=-2 & \text{غ ق} \\ x=1 & a \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین جواب مسأله بازه (۱, ۲) است و $b - a = 1$ است.

۷۲- گزینه ۲ باید نامعادله $(x - 1)^2 > 4x^2$ را حل کنیم.

$$(x - 1)^2 > 4x^2 \rightarrow \sqrt{(x - 1)^2} > \sqrt{4x^2} \rightarrow |x - 1| > 2x^2$$

$$x \geq 1 : x - 1 > 2x^2 \rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \xrightarrow[\text{همواره مثبت}]{a > 0, \Delta < 0} \emptyset \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \emptyset \quad (I)$$

$$x < 1 : -x + 1 > 2x^2 \rightarrow 2x^2 + x - 1 < 0 \rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & \frac{1}{2} & +\infty \\ \hline & & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$$\rightarrow -1 < x < \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} -1 < x < \frac{1}{2} \quad (II)$$

از اجتماع I و II به جواب $x \in (-1, \frac{1}{2})$ می‌رسیم و بیش‌ترین مقدار $b - a$ برابر $\frac{3}{2} - (-1) = \frac{5}{2}$ است.

۷۳- گزینه ۲

$$|u| < k \xrightarrow{k > 0} -k < u < k$$

طبق نکته فوق داریم:

$$|2x - a| < b \Rightarrow -b < 2x - a < b \Rightarrow a - b < 2x < a + b \Rightarrow \frac{a - b}{2} < x < \frac{a + b}{2}$$

بنابراین $\frac{a + b}{2} = 7$ و $\frac{a - b}{2} = -4$ داریم:

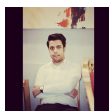
$$\begin{cases} a - b = -8 \\ a + b = 14 \end{cases} \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3, b = 14 - 3 = 11$$

$$\Rightarrow a \cdot b = 3 \times 11 = 33$$

۷۴- گزینه ۱

$$||x - 1| - 3| < 4 \Rightarrow -4 < |x - 1| - 3 < 4$$

$$-1 < |x - 1| < 7 \Rightarrow |x - 1| < 7 \Rightarrow -7 < x - 1 < 7$$



$$-6 < x < 8$$

بنابراین اعداد صحیح $5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0, 6$ و 7 در نامعادله صدق می‌کنند که مجموع آنها 13 است.

۷۵- گزینه ۲ توجه کنید که عبارت $|x-1|+2$ همواره مثبت است. پس نامعادله را می‌توانیم به صورت $|x|(x^2-5x-6)$ بنویسیم. با توجه به جدول تعیین علامت مقابل مجموعه جواب‌های نامعادله به صورت $(-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [6, +\infty)$ است که شامل پنج عدد صحیح $1, 2, 3, 4$ و 5 نیست.

x	$-\infty$	-1	0	6	$+\infty$
$ x $	+	+	+	+	+
x^2-5x-6	+	0	-	-	+
	+	0	-	0	+

۷۶- گزینه ۱

$$\frac{5-4x^2}{|x|+3} \Rightarrow 5-4x^2 > 0 \Rightarrow 4x^2 < 5 \Rightarrow x^2 < \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{x^2} < \sqrt{\frac{5}{4}} \Rightarrow |x| < \frac{\sqrt{5}}{2}$$

همواره مثبت

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{5}}{2} < x < \frac{\sqrt{5}}{2}$$

اعداد صحیح واقع در بازه $(-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2})$ عبارتند از: $1, 0, -1$

۷۷- گزینه ۳ عبارت $3x-10$ باید مثبت باشد، یعنی:

$$3x-10 > 0 \Rightarrow x > \frac{10}{3} \quad \boxed{1}$$

حال طبق نکته بالا داریم:

$$|2x-3| < 3x-10 \Rightarrow -(3x-10) < 2x-3 < 3x-10$$

$$-3x+10 < 2x-3 \Rightarrow 13 < 5x \Rightarrow x > \frac{13}{5} \quad \boxed{2}$$

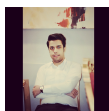
$$2x-3 < 3x-10 \Rightarrow 10-3 < 3x-2x \Rightarrow x > 7 \quad \boxed{3}$$

$$\boxed{1} \cap \boxed{2} \cap \boxed{3} : x > 7 \Rightarrow \text{جواب} : (7, +\infty)$$

۷۸- گزینه ۲

$$||x|+3| \leq 2 \rightarrow -2 \leq |x|+3 \leq 2 \xrightarrow{-3} -5 \leq |x| \leq -1$$

از آنجایی که $|x|$ هرگز منفی نمی‌شود، معادله بالا جواب ندارد.



$$|x^2 - 2x| < x \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x^2 - 2x)^2 < x^2 \Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 < x^2$$

$$\Rightarrow x^2(x^2 - 4x + 4) < 0 \Rightarrow x^2(x - 1)(x - 3) < 0$$

x	۰	۱	۳
x^2	۰	+	+
$(x-1)(x-3)$	+	۰	-
کل	۰	+	-

$\Rightarrow x \in (1, 3)$

۸۰-گزینه ۴ دو طرف نامعادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$-1 < |x-3| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x-1)^2 < (x-3)^2 \Rightarrow \cancel{x^2} + 1 - 2x < \cancel{x^2} + 9 - 6x \rightarrow 4x < 8 \Rightarrow x < 2$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۱۵ - ۲	۲۹ - ۲	۴۳ - ۴	۵۷ - ۳	۷۱ - ۱
۲ - ۳	۱۶ - ۴	۳۰ - ۴	۴۴ - ۱	۵۸ - ۱	۷۲ - ۲
۳ - ۱	۱۷ - ۳	۳۱ - ۲	۴۵ - ۲	۵۹ - ۳	۷۳ - ۲
۴ - ۳	۱۸ - ۱	۳۲ - ۴	۴۶ - ۱	۶۰ - ۲	۷۴ - ۱
۵ - ۲	۱۹ - ۲	۳۳ - ۲	۴۷ - ۴	۶۱ - ۲	۷۵ - ۲
۶ - ۳	۲۰ - ۲	۳۴ - ۳	۴۸ - ۳	۶۲ - ۱	۷۶ - ۱
۷ - ۲	۲۱ - ۳	۳۵ - ۱	۴۹ - ۴	۶۳ - ۲	۷۷ - ۳
۸ - ۲	۲۲ - ۳	۳۶ - ۲	۵۰ - ۱	۶۴ - ۴	۷۸ - ۲
۹ - ۳	۲۳ - ۲	۳۷ - ۳	۵۱ - ۱	۶۵ - ۲	۷۹ - ۴
۱۰ - ۴	۲۴ - ۳	۳۸ - ۲	۵۲ - ۳	۶۶ - ۴	۸۰ - ۴
۱۱ - ۲	۲۵ - ۲	۳۹ - ۴	۵۳ - ۱	۶۷ - ۳	
۱۲ - ۲	۲۶ - ۱	۴۰ - ۴	۵۴ - ۳	۶۸ - ۱	
۱۳ - ۱	۲۷ - ۴	۴۱ - ۳	۵۵ - ۴	۶۹ - ۳	
۱۴ - ۴	۲۸ - ۳	۴۲ - ۴	۵۶ - ۲	۷۰ - ۴	