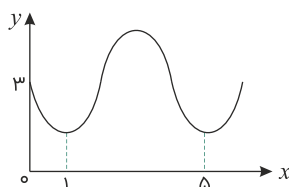




۱ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ می‌باشد. مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟



(۱) ۲

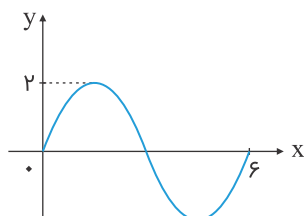
(۲) ۲/۵

(۳) ۳

(۴) ۳/۵

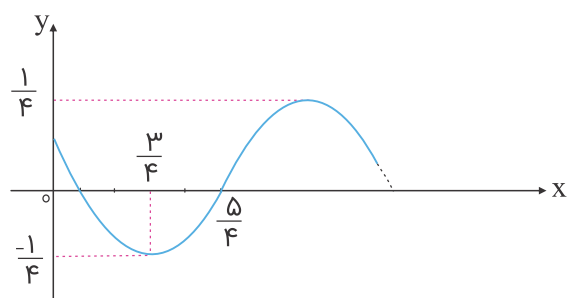
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۲ شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{16}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{1}{4\pi}$

(۴) π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

فرض کنید تابع f به‌ازای هر $x \in \mathbb{R}$ نسبت به خطوط $x = 1$ و $x = 3$ متقارن باشد و خط تقارن دیگری به‌صورت $x = a$ در بازه $(1, 3)$ نداشته باشد. کدام عبارت زیر درست است؟ (با تغییر)

(۲) f تابعی متناوب با دوره تناوب ۱ است.

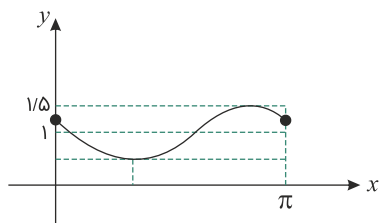
(۱) f تابعی غیرمتناوب است.

(۴) f تابعی متناوب با دوره تناوب ۴ است.

(۳) f تابعی متناوب با دوره تناوب ۲ است.

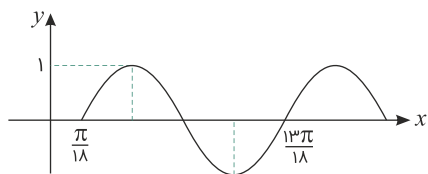
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6})$ است. $a + b$ کدام است؟



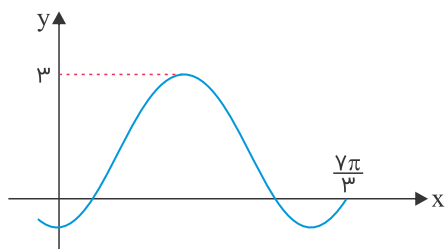
- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) ۱
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) ۲

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{4})$ است. $a + b$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) 1
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) 2

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ است. مقدار b ، کدام است؟



(۱) ۲

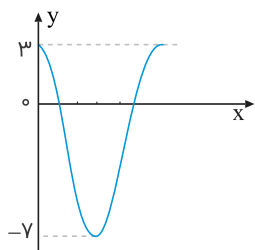
(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) -۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ را نشان می‌دهد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



(۱) $-\frac{1}{2}$

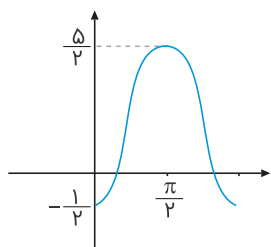
(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می‌دهد. مقدار ac کدام است؟



(۱) -۵

(۲) -۳

(۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

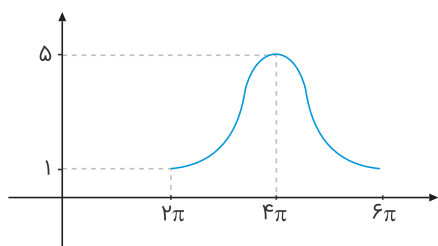
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1-m}{2+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

(۲) $(-2, 1]$ (۱) $(-2, 1)$ (۴) $(-1, 2)$ (۳) $(-1, 2]$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار c کدام است؟



(۱) ۵

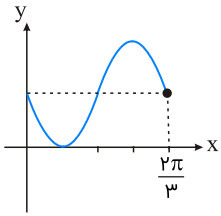
(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟



(۱) صفر

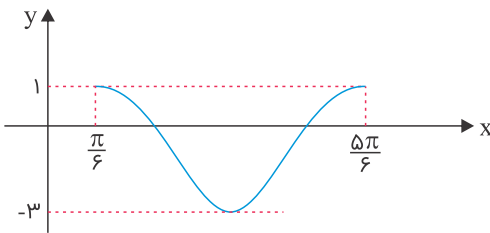
(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ ، در یک بازه تناوب است. مقادیر b و c ، کدام‌اند؟



(۱) $b = 3, c = -1$

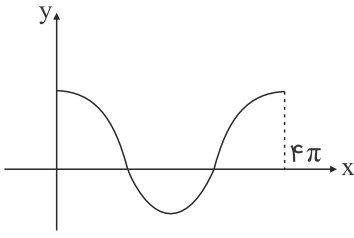
(۲) $b = 3, c = -2$

(۳) $b = \frac{3}{4}, c = -2$

(۴) $b = \frac{3}{4}, c = -1$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{16\pi}{3}$ کدام است؟



(۱) $-\frac{1}{2}$

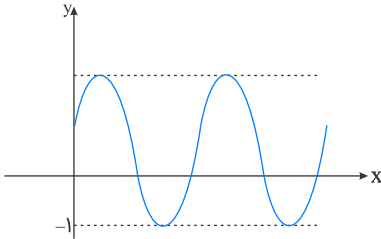
(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) صفر

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $(0, \frac{4}{3})$ است. $a + b$ کدام است؟



(۱) ۳

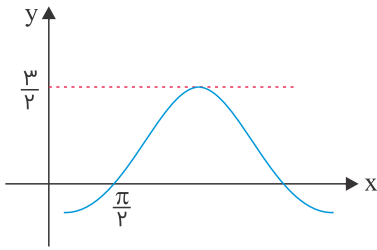
(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. مقدار a ، کدام است؟



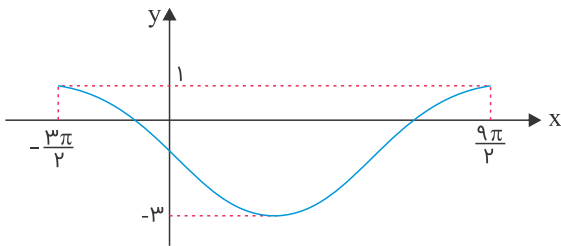
(۱) -۱

(۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



(۱) -۲

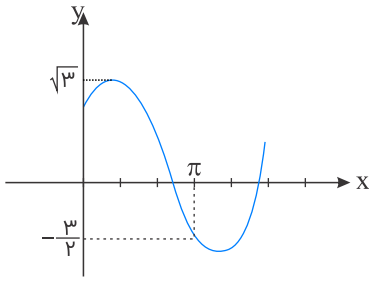
(۲) -۳

(۳) -۴

(۴) -۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

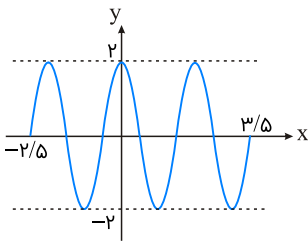
شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. کدام است b ؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) $\sqrt{3}$
 (۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{p} + bx)$ است. کدام است $a.b$ ؟



- (۱) ۲
 (۲) $2/5$
 (۳) ۳
 (۴) $3/5$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۲۰

نمودار تابع $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$ روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

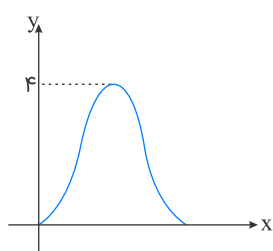
(۴) ۴

(۳) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۲۱

شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{p}x\right)$ در بازه $(0, 4)$ است. b کدام است؟



(۱) -۲

(۲) -۱

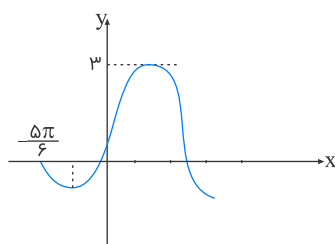
(۳) ۱

(۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۲۲

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{p} - x\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟



(۱) ۱/۵

(۲) ۲

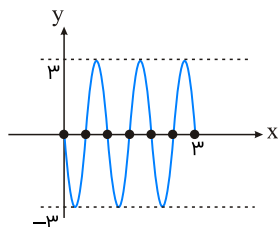
(۳) ۲/۵

(۴) $1 + \sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۳

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. ab کدام است؟



(۱) -۶

(۲) -۳

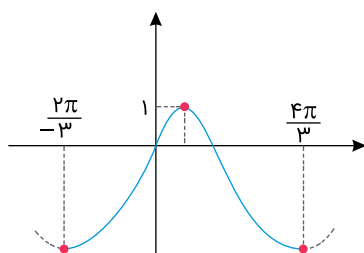
(۳) ۴/۵

(۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۲۴

شکل زیر، قسمتی از نمودار $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{3})$ را نشان می‌دهد. مقدار $b(c - a)$ کدام است؟ (با تغییر)



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۲۵

مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ در بازهٔ $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ کدام است؟

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۴) $\frac{\pi}{4}$

(۱) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{2\pi}{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۲۶

کمترین فاصلهٔ بین دو مقدار از جواب‌های معادلهٔ $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ کدام است؟

(۲) π

(۴) $\frac{\pi}{3}$

(۱) 2π

(۳) $\frac{\pi}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۲۷

جواب‌های کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x = \sin x$ به صورت $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6}$ بیان شده است. مجموعهٔ مقادیر i کدام است؟

(۲) $\{1, 3, 5\}$

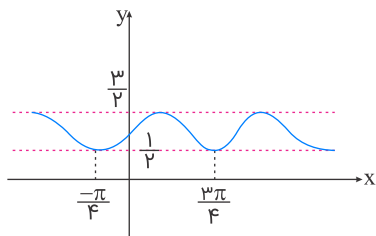
(۴) $\{1, 5, 9\}$

(۱) $\{7, 9\}$

(۳) $\{1, 4, 7\}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

(۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

خلاصه شدهٔ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha)$ کدام است؟

(۲) $\sin 2\alpha$

(۴) صفر

(۱) $-\sin 2\alpha$ (۳) $\cos 2\alpha$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

اگر $1 = \tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2}$ باشد، مقدار $\tan 2x$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \cos(x + \frac{\pi}{4})$ ، با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

(۱) $\frac{k\pi}{3}$

(۳) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$

(۲) $\frac{2k\pi}{3}$

(۴) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $1 = \frac{\sin^3 x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)}$ به کدام صورت است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$2k\pi \pm \frac{3\pi}{4} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda} \quad (2)$$

$$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{\lambda} \quad (1)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{\lambda} \quad (4)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{\lambda} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

زاویه $\widehat{Oy}$ و نقطه M داخل زاویه با شرط $\widehat{OM} = \widehat{My}$ ، مفروض است. از نقطه M عمودهای MN و MP را به ترتیب بر نیم‌خطهای Ox و Oy رسم می‌کنیم. نسبت $\frac{MN}{MP}$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{OP}{OM} \quad (۲) \\ & \frac{۲OP}{OM} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{OP}{ON} \quad (۱) \\ & \frac{۲OP}{ON} \quad (۳) \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

اگر زاویه α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\tan(\alpha) = \frac{۳}{۴}$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\alpha - \frac{\pi}{۲}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(\alpha)}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{۱۰۵۶}{۱۷۵} \quad (۲) \\ & -\frac{۱۰۵۶}{۱۷۵} \quad (۴) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\frac{۹۶}{۱۷۵} \quad (۱) \\ & \frac{۹۶}{۱۷۵} \quad (۳) \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

مجموع تمام جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^4 x = \cos^4 x$ ، در بازهٔ $[0, \pi]$ ، برابر کدام است؟

(۱) $\frac{7\pi}{4}$

(۲) $\frac{9\pi}{4}$

(۳) $\frac{5\pi}{2}$

(۴) $\frac{11\pi}{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

اگر $6\sqrt{5} = (\sin x + \cos x)$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می‌تواند باشد؟

(۱) $-\frac{1}{3}$

(۲) -2

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) 3

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۳۹

تعداد جواب‌های معادله $\sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۴۰

مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۴۱

تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\lambda \cos x - \tan^2 x = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۵

(۴) ۲

(۳) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \tan^2 x}{\cos 2x} & ; 0 \leq x < \frac{\pi}{4} \\ a \cos 3x & ; \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a ، در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) -1
(۳) $\sqrt{2}$ (۴) 2

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

اگر $f(x) = 32 \cos^2(x) \cos^2(2x) \cos^2(4x) \cos^2(8x) \cos^2(16x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{6 + \sqrt{27}}{32}$ (۲) $\frac{6 + \sqrt{27}}{16}$
(۳) $\frac{6 - \sqrt{27}}{16}$ (۴) $\frac{6 - \sqrt{27}}{32}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۴۴

فرض کنید A مجموعه جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\frac{1}{\lambda} = (1 + \cos(\lambda\alpha))(1 + \cos(3\alpha))(1 + \cos(5\alpha))$ ، در بازهٔ $[0, \pi]$ باشد. ماکزیمم عضو مجموعهٔ A ، کدام است؟

$$(1) \quad \frac{5}{7}\pi$$

$$(3) \quad \frac{7}{9}\pi$$

$$(2) \quad \frac{6}{7}\pi$$

$$(4) \quad \frac{8}{9}\pi$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۴۵

مجموع جواب‌های معادلهٔ $2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ در بازهٔ $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{8\pi}{3}$$

$$(3) \quad 3\pi$$

$$(2) \quad \frac{10\pi}{3}$$

$$(4) \quad \frac{11\pi}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

در معادله مثلثاتی $2\cos^2 x + \cos x = 1$ ، نقاط پایانی تمام جواب‌ها بر دایره مثلثاتی، رأس‌های کدام شکل هندسی است؟

(۲) مثلث قائم‌الزاویه

(۱) مثلث متساوی‌الاضلاع

(۴) مستطیل

(۳) دوزنقه

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

(۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

(۱) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۴) $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

(۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۲

جواب کلی معادله مثلثاتی $(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{4\pi}{3}$ ، کدام است؟

(۲) $k\pi + \frac{\pi}{3}$

(۱) $k\pi - \frac{\pi}{6}$

(۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

(۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin(x + \pi) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$ کدام است؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (2)$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin^2 x = 3 \cos x$ به کدام صورت است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (4)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ به کدام صورت است؟

$$\frac{2k\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (1)$$

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۵۲

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\circ \quad {}^3 \cot x \sin(\pi + x) = {}^2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{{}^3 \pi}{2} + x\right)$ کدام است؟

$${}^2 k\pi + \frac{{}^2 \pi}{3} \quad (۲) \qquad {}^2 k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

$${}^2 k\pi \pm \frac{{}^2 \pi}{3} \quad (۴) \qquad {}^2 k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۵۳

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $1 = {}^2 \tan x \cdot \cos^2 x$ به کدام صورت است؟

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۲) \qquad k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

$${}^2 k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴) \qquad {}^2 k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۵۴

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\circ \quad \frac{\sin {}^3 x + \sin {}^2 x}{1 + \cos x} =$ کدام است؟

$$\frac{{}^2 k\pi}{5} \quad (۲) \qquad \frac{k\pi}{5} \quad (۱)$$

$$\frac{({}^2 k + 1)\pi}{5} \quad (۴) \qquad k\pi + \frac{\pi}{5} \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۵۵

مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۲) 4π

(۱) $\frac{14\pi}{3}$

(۴) 5π

(۳) $\frac{9\pi}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۵۶

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ کدام است؟

(۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

(۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

(۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۵۷

مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin\left(x + \frac{\pi}{\lambda}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{\lambda}\right) = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ برابر کدام است؟

(۲) $\frac{5\pi}{4}$

(۱) $\frac{3\pi}{4}$

(۴) $\frac{7\pi}{4}$

(۳) $\frac{3\pi}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$ کدام است؟

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (2)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (4)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{2}$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$3\pi \quad (2)$$

$$4\pi \quad (4)$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7\pi}{2} \quad (3)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$3\pi \quad (2)$$

$$5\pi \quad (4)$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad (1)$$

$$4\pi \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

نمودار تابع $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ ، روی بازهٔ $\left[-\pi, \frac{3\pi}{4}\right]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می‌کند؟

$$۳ \quad (۲)$$

$$۵ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۱)$$

$$۴ \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

در تابع با ضابطهٔ $f(x) = [x] + [-x] + \sqrt{\sin \pi x - 1}$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{4}f(x)\right)$ کدام است؟

$$۱ \quad (۲)$$

$$\text{تعریف نشده} \quad (۴)$$

$$-۱ \quad (۱)$$

$$\text{صفر} \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

۶۴

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x = 3\sin^2 x - 4\sin^4 x$ کدام است؟ (با تغییر)

$$\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

$$\frac{k\pi}{3} \quad (۴)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۶۵

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos^2 x + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0$ به کدام صورت است؟

$$2k\pi \quad (۲)$$

$$k\pi \quad (۱)$$

$$(2k+1)\pi \quad (۴)$$

$$\frac{k\pi}{2} \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

۶۶

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x = \cot x(4 \sin x + \tan x)$ ، کدام است؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin^f x - \cos^f x = \sin^{\frac{5\pi}{4}}$ به کدام صورت است؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲)$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

معادلهٔ $x \sin x - ۱ = ۰$ در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ ، چند ریشهٔ حقیقی دارد؟

$$۴ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

$$۶ \quad (۴)$$

$$۵ \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\sin^2 x + \sin 2x \sin 4x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) $k\pi + \frac{\pi}{6}$
- (۲) $(2k + 1)\frac{\pi}{6}$
- (۳) $k\pi - \frac{\pi}{6}$
- (۴) $\frac{k\pi}{6}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $5\sin^2(x) + 2\cos(3x) = -2$ در فاصلهٔ $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۵
- (۴) ۷

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۱

تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\frac{1}{8} = (1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))$ ، در فاصلهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (با تغییر)

(۱) ۷

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۲

تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$ ، در فاصلهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۳

(۳) ۵

(۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۷۳

تعداد جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$ ، در بازهٔ $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ، کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۷۴

اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{36}\right)$ کدام است؟

$$\frac{6 - \sqrt{3}}{16} \quad (2)$$

$$\frac{6 + 3\sqrt{3}}{16} \quad (4)$$

$$\frac{6 - 3\sqrt{3}}{16} \quad (1)$$

$$\frac{6 + \sqrt{3}}{16} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۷۵

ساده شده عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ کدام است؟

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2)$$

$$2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (4)$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$2 \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۶

اگر $\tan \frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

$$\frac{-1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{-2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^f x$ باشند، ضابطه تابع fog کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \sin^2 x \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 x \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \sin^2 x \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \cos^2 x \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (4)$$

$$-2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

ساده‌شده کسر $\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$ کدام است؟

- (۱) $8 \cos^{-2} 2\theta$ (۲) $8 \sin^{-2} 2\theta$
 (۳) $16 \cos^{-4} 2\theta$ (۴) $16 \sin^{-4} 2\theta$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱
 (۳) ۲ (۴) π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟

(۲) $-\frac{3}{8}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۱) $-\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{8}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

اگر $a + b = \frac{\pi}{4}$ باشد، حاصل $\cos(\frac{\pi}{4} - a) \cos(\frac{\pi}{4} - b) \cos a \cos b$ کدام است؟

(۲) $\cos 4a$

(۱) $\sin 4a$

(۴) $\cos^2 2a$

(۳) $\sin^2 2a$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

یکی از جواب‌های معادله $\cos 3x + \sin x = 0$ کدام است؟

(۲) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

(۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

(۴) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۰ ۱۴۰۱

یکی از جواب‌های معادله $\cos 3x = \sin 2x$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

$$2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2k\pi}{5} - \frac{\pi}{10} \quad (4)$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

حاصل عبارت $\frac{\cos 2\alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ به ازای $\alpha = \frac{\pi}{16}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{8} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{8} \quad (3)$$

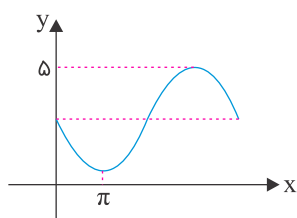
نمودار زیر، مربوط به کدام یک از توابع زیر می‌تواند باشد؟

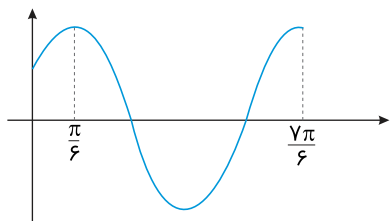
$$y = 4 - 3 \sin \frac{x}{2} \quad (1)$$

$$y = 3 - 2 \sin \frac{x}{2} \quad (2)$$

$$y = 4 - \sin 2x \quad (3)$$

$$y = 3 - 2 \sin 2x \quad (4)$$





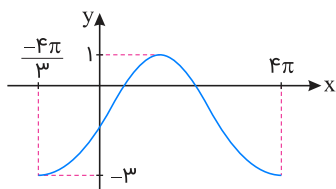
$$y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \quad (۱)$$

$$y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \quad (۲)$$

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \quad (۳)$$

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \quad (۴)$$

شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = b \sin(ax) + c$ در یک دوره تناوب می‌باشد. مقدار abc کدام است؟



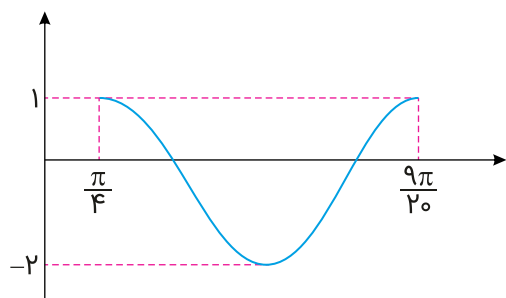
$$۱/۵ \quad (۱)$$

$$-۱/۵ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$-۳ \quad (۴)$$

شکل زیر، نمودار تابع $y = a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{4}\right) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



(۱) ۱۵

(۲) -۱۵

(۳) ۷/۵

(۴) -۷/۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

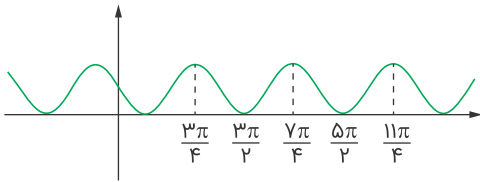
اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi + 4x}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi + 4x}{2}\right)} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$ کدام

است؟

(۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\sqrt{3}$ (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos\left(\frac{x}{a}\right)$ کدام است؟



(۱) 4π

(۲) 6π

(۳) 3π

(۴) 2π

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

معادله مثلثاتی $\sin^2 x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

(۲) ۵

(۱) ۴

(۴) ۷

(۳) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

مجموع جوابهای معادله $\cos^2 x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

(۲) $-\pi$

(۱) صفر

(۴) -4π

(۳) -3π

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 7 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 7 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\cos 2\alpha$
(۴) $\sin 2\alpha$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

- (۱) 3π
(۲) 4π
(۳) 6π
(۴) 12π

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

اختلاف جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازهٔ $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{6}$
(۲) $\frac{\pi}{3}$
(۳) $\frac{\pi}{6}$
(۴) $\frac{2\pi}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

تعداد جواب‌های معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x = \sin x + 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

مجموع جواب‌های معادله $\cos(x - \frac{\pi}{3}) + \cos(\frac{\pi}{6} - x) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{2}$
(۲) $\frac{5\pi}{2}$
(۳) $\frac{7\pi}{4}$
(۴) $\frac{9\pi}{4}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - 3 \sin \frac{\pi}{a}x$ ، برابر $\frac{\pi}{4}$ است. دوره تناوب تابع $f(2x)$ ، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) π

(۴) $\frac{\pi}{4}$



گزینه ۲

۱

در $x = 0$ مقدار تابع برابر است با $y = 3$ ؛ لذا با جایگذاری در تابع خواهیم داشت $a = 3$. به سادگی نتیجه می شود که به ازای $x = \frac{25}{3}$ مقدار تابع برابر است با $y = 2/5$.

$$T = \frac{2\pi}{|\pi b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{6} \Rightarrow b = -\frac{1}{6} \checkmark, \quad b = \frac{1}{6} \times, \quad y = 3 + \sin\left(\frac{-\pi}{6}x\right)$$

$$\xrightarrow{x=\frac{25}{3}} y = 3 + \sin\left(\frac{-25}{6}\pi\right) \Rightarrow y = 3 + \sin\left(-4\pi - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow y = 3 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} = 2/5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

گزینه ۳

۲

دوره تناوب تابع به معادله $y = a \sin(bx) + c$ برابر است با $\frac{2\pi}{|b|}$ ، پس:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \quad (*)$$

همچنین باتوجه به نمودار $T = 6$ است، پس:

$$\xrightarrow{(*)} \frac{2}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \quad (1)$$

با فرض $b = \frac{1}{3}$ و اگر a عددی مثبت باشد، آنگاه بیشترین مقدار تابع به معادله $y = a \sin(bx) + c$ برابر با $a + c$ است، پس:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow \text{Max}(y) = a \quad (**)$$

همچنین باتوجه به نمودار $\text{Max}(y) = 2$ ، پس:

$$\xrightarrow{(**)} a = 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

توجه: مقادیر a و b می توانند هر دو منفی باشند و جواب $a + b = -\frac{7}{3}$ نیز قابل قبول است که در گزینه ها وجود ندارد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

باتوجه به نمودار داریم:

$$T = 2\left(\frac{\omega}{\varphi} - \frac{1}{\varphi}\right) = 2, \quad T = \frac{2\pi}{|b|} = 2$$

$$\Rightarrow |b| = \pi \xrightarrow{b > 0} b = \pi$$

$$f\left(\frac{1}{\varphi}\right) = 0 \Rightarrow a \cos\left(\frac{\pi}{\varphi} + c\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{\varphi} + c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{\varphi}$$

ماکزیمم تابع برابر $\frac{1}{\varphi}$ است:

$$|a| = \frac{1}{\varphi} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{\varphi}$$

$$f(x) = \pm \frac{1}{\varphi} \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{\varphi}\right)$$

$$x = 0 : f(0) = \pm \frac{1}{\varphi} \cos \frac{\pi}{\varphi} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\lambda}$$

باتوجه به نمودار $f(0)$ باید مثبت باشد، پس:

$$\frac{ac}{b} = \frac{\frac{1}{\varphi} \times \frac{\pi}{\varphi}}{\pi} = \frac{1}{16}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

اگر تابعی نسبت به خط $x = x_0$ متقارن باشد، آنگاه: $f(x) = f(2x_0 - x)$

$f(x) = f(2 - x)$: تابع نسبت به خط $x = 1$ متقارن است

$f(x) = f(6 - x)$: تابع نسبت به خط $x = 3$ متقارن است

$$f(x) = f(6 - x) \xrightarrow{x = x + 4} f(x + 4) = f(6 - (x + 4)) = f(2 - x)$$

پس $f(x) = f(4 + x)$ ، پس f تابعی متناوب با دوره تناوب ۴ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

دوره تناوب تابع برابر π و ماکزیمم مقدار آن $1/5$ است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2 \quad (\text{I})$$

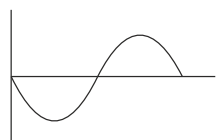
$$\text{ماکزیمم تابع} = 1 + |a| = 1/5 \Rightarrow |a| = \frac{1}{5} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{5} \quad (\text{II})$$

از طرفی عرض نقطه تماس نمودار با محور y ها بزرگتر از یک است.

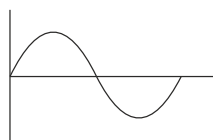
$$x = 0 : y = 1 + a \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) = 1 - \frac{a}{2} > 1 \Rightarrow \frac{a}{2} < 0 \Rightarrow a < 0 \xrightarrow{(\text{II})} a = -\frac{1}{5}$$

باتوجه به اینکه ضریب $\sin$ در تابع منفی است و باتوجه به شکل زیر، نتیجه می‌گیریم باید b (ضریب x) مثبت باشد (حالت اول)؛ یعنی $b = 2$ قابل قبول است.

$$a + b = 2 - \frac{1}{5} = \frac{9}{5}$$



نمودار $y = -\sin x$



نمودار $y = -\sin(-x)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

الف) تابع در بازه بین $\frac{\pi}{18}$ و $\frac{13\pi}{18}$ یک دوره تناوب کامل را طی می‌کند.
 ب) دوره تناوب تابع $y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right)$ از رابطه $T = \frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید.
 ج) داریم:

$$y = a - 2 \cos\left(bx + \frac{\pi}{2}\right) = a + 2 \sin bx$$

باتوجه به نمودار b باید مثبت باشد زیرا در غیر این صورت نمودار تابع قرینه نمودار رسم شده خواهد بود.
 د) نقطه به مختصات $\left(\frac{\pi}{18}, 0\right)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند.

گام دوم

باتوجه به قسمت الف از گام اول، دوره تناوب تابع برابر است با:

$$T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18} = \frac{2\pi}{3}$$

همچنین باتوجه به قسمت ب و ج از گام اول می‌توان نوشت:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |b| = 3 \xrightarrow{b>0} b = 3$$

اکنون با توجه به اینکه $f\left(\frac{\pi}{18}\right) = 0$ است، مقدار a را محاسبه می‌کنیم:

$$0 = a - 2 \cos\left(3 \times \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{2}\right) = a - 2 \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = a + 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = a + 2 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

پس حاصل $a + b$ برابر است با:

$$a + b = -1 + 3 = 2$$

$$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{\nu} + x\right) = a + b \cos x$$

باتوجه به نمودار ماکزیمم تابع برابر ۳ است، پس:

$$a + |b| = 3 \xrightarrow[b < 0]{\text{باتوجه به نمودار}} a - b = 3 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\nu\pi}{3}, 0\right) : 0 = a + b \cos\left(\frac{\nu\pi}{3}\right) = a + b \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = a + b\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\Rightarrow a + \frac{b}{3} = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} a - b = 3 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \xrightarrow{+} 4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow b = -\frac{9}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

اختلاف max و min تابع ۱۰ واحد است. پس $|a| = 5$ خواهد بود. حال چون تابع از $x = 0$ نزولی شده، پس $a = -5$ است. همچنین تابع دو واحد پایین آمده است، پس $b = -2$ است.

$$f(x) = 5 \cos x - 2 \xrightarrow{x=\frac{\pi}{3}} f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5 \cos \frac{\pi}{3} - 2 = 5\left(\frac{1}{2}\right) - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c = \frac{5}{2} \\ y_{\min} = -|a| + c = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2}, \quad c = 1$$

$$\Rightarrow y = 1 + a \cos bx ; \quad y(0) = 1 + a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

پس تابع به صورت $y = 1 - \frac{3}{2} \cos bx$ می‌باشد و حاصل ac برابر است با:

$$ac = \frac{-3}{2} \times 1 = \frac{-3}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow -\frac{\pi}{4} < -x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) > 0 \Rightarrow \frac{1-m}{2+m} > 0$$

m	-۲		۱	
۱-m	+	+	○	-
۲+m	-	○	+	+
$\frac{1-m}{2+m}$	-	○	+	-

$$\Rightarrow -2 < m < 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\begin{cases} \max = |a| + c = 5 \\ \min = -|a| + c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = 3$$

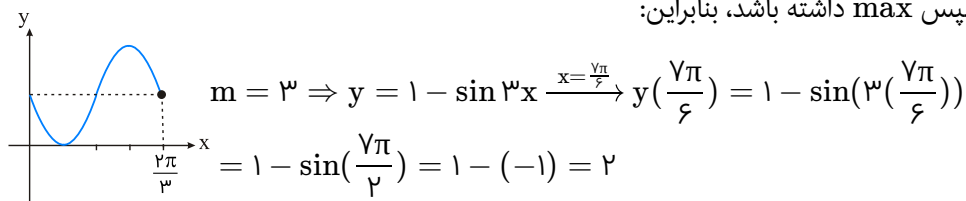
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$T = \frac{2\pi}{3} \text{ : طبق نمودار}$$

$$T = \frac{2\pi}{|m|} \text{ : از روی ضابطه}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \Rightarrow |m| = 3 \Rightarrow m = \pm 3$$

چون باتوجه به نمودار تابع باید ابتدا min و سپس max داشته باشد، بنابراین:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

دوره تناوب را باتوجه به نمودار به دست می آوریم:

$$\begin{cases} T = \frac{6\pi}{\omega} - \frac{\pi}{\omega} = \frac{5\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3} \\ T = \frac{2\pi}{|b|} \end{cases} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3$$

طبق نمودار داریم:

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \min : -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -3, c = -1 \\ b = 3, c = -1 \end{cases}$$

فقط حالت $b = 3, c = -1$ را در گزینه ها داریم، پس گزینه ۱ صحیح است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

گام اول

باتوجه به نمودار رسم شده مشخص است دوره تناوب تابع برابر با 4π است. دوره تناوب تابع $y = \frac{1}{\varphi} + 2 \cos mx$ از رابطه $T = \frac{2\pi}{|m|}$ به دست می آید.

گام دوم

$$\frac{2\pi}{|m|} = 4\pi \Rightarrow |m| = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \frac{1}{2}$$

با فرض $m = \frac{1}{2}$ تست را حل می کنیم (اگر $m = -\frac{1}{2}$ هم فرض شود تأثیری در جواب تست ندارد).

$$m = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{x}{2} \Rightarrow f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{8\pi}{3}$$

$$= \frac{1}{2} + 2 \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

کمترین مقدار تابع ۱- است؛ پس:

$$1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

تابع در دو دوره تناوب رسم شده است، پس:

$$2T = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{3} \Rightarrow |b| = 3$$

باتوجه به نمودار a و b هم علامت است؛ پس:

$$a + b = 5 \text{ یا } -5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

$$\text{ماکزیمم} = a + |b| = \frac{3}{2} \xrightarrow[b < 0]{\text{باتوجه به نمودار}} a - b = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) : f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + \frac{1}{2}b = 0$$

$$\Rightarrow 2a + b = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 3a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

دوره تناوب را باتوجه به نمودار به دست می آوریم:

$$T = \frac{9\pi}{\gamma} - \left(-\frac{3\pi}{\gamma}\right) = \frac{12\pi}{\gamma} = 6\pi$$

$$\Rightarrow T = 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

طبق نمودار داریم:

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \min : -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

طبق نمودار، تابع در حوالی $x = 0$ نزولی است، بنابراین $ab < 0$ پس داریم:

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = -6$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

باتوجه به نمودار $f(\pi) = -\frac{3}{\gamma}$ است، پس:

$$-\frac{3}{\gamma} = a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow a + b\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3}{\gamma}$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2a - b\sqrt{3} = -3 \quad (1)$$

باتوجه به نمودار تابع $b > 0$ است و همچنین چون ماکزیمم تابع $\sqrt{3}$ است، پس:

$$a + |b| = \sqrt{3} \xrightarrow{b>0} a + b = \sqrt{3} \quad (2)$$

با حل دستگاه داریم:

$$-2 \begin{cases} a + b = \sqrt{3} \\ 2a - b\sqrt{3} = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = -2\sqrt{3} \\ 2a - b\sqrt{3} = -3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} -b(2 + \sqrt{3}) = -(3 + 2\sqrt{3}) \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})}{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

تابع را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{\varphi} + b\pi x\right) = a \cos b\pi x$$

ماکزیمم تابع برابر با ۲ است؛ بنابراین: $|a| = 2$
از طرفی $y(0) = 2$ پس:

$$y(0) = a \times \cos 0 = a \Rightarrow a = 2$$

همچنین نمودار تابع در بازه $[-2/5, 3/5]$ سه بار تکرار شده است، در نتیجه:

$$3T = 3/5 - (-2/5) = 6 \Rightarrow T = 2$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

که هر دو مقدار قابل قبول است. باتوجه به گزینه‌ها، $a.b = 2$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

اگر $x \in [-1, 1]$ ، آنگاه:

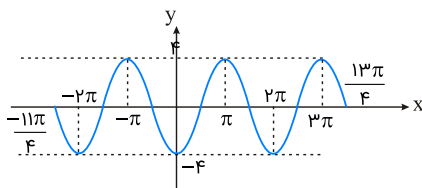
$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow -3\pi \leq -3\pi x \leq 3\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{\pi}{4} + 3\pi \Rightarrow \frac{-11\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{13\pi}{4}$$

حال با در نظر گرفتن $\theta = \frac{\pi}{4} - 3\pi x$ ، ضابطه تابع مفروض سؤال، به صورت زیر درمی‌آید:

$$y = -4 \cos \theta ; \quad \frac{-11\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{13\pi}{4}$$

که شکل آن به صورت زیر است:



ملاحظه می‌کنید که این تابع در سه نقطه با طول‌های $\theta = -\pi$ ، $\theta = \pi$ و $\theta = 3\pi$ ، بیشترین مقدار خود را دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

ماکزیمم برابر ۴ است.

$$f(0) = 0 \Rightarrow a + b = 0, \quad f(\pi) = 4 \Rightarrow a + b \cos \pi = 4 \Rightarrow a - b = 4$$

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{\varphi} - x\right) = a + b \sin x$$

مقدار تابع در $-\frac{5\pi}{6}$ صفر است. پس:

$$y\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = a + b \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = a + b\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow b = 2a$$

بنابراین: $y = a + 2a \sin x$. به علاوه باتوجه به اینکه $y(0) > 0$ می باشد، پس $a > 0$ است و ماکزیمم تابع زمانی رخ می دهد که $\sin x = 1$ باشد.

$$\max = 3 \Rightarrow a + 2a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow y = 1 + 2 \sin x$$

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول

الف) دوره تناوب تابع $y = \sin ax$ از رابطه $T = \frac{2\pi}{|a|}$ به دست می‌آید.
 ب) به ازای هر مقدار دلخواه x و a همواره داریم: $-1 \leq \sin ax \leq 1$

گام دوم

تابع $y = a \sin(b\pi x)$ در بازه $[0, 3]$ سه نوسان کامل انجام داده است؛ بنابراین طول این بازه سه برابر دوره تناوب تابع است، پس:

$$3T = 3 - 0 \Rightarrow 3T = 3 \Rightarrow T = 1$$

بنابراین طبق قسمت (الف) از گام اول، داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} \Rightarrow 1 = \frac{2}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

باتوجه به قسمت (ب) از گام اول، داریم:

$$-1 \leq \sin(b\pi x) \leq 1 \Rightarrow -a \leq a \sin(b\pi x) \leq a \Rightarrow -a \leq y \leq a$$

طبق نمودار تابع $y_{\max} = 3$ و $y_{\min} = -3$ و نمودار تابع ابتدا نزولی و سپس صعودی است بنابراین $a = -3$ خواهد بود.
 ازطرفی، به ازای مقادیر کوچک بزرگتر از صفر، حاصل تابع باید منفی شود و چون $a = -3$ شد پس مقدار $\sin b\pi x$ باید مثبت باشد؛
 بنابراین داریم: $b = 2$
 درنتیجه:

$$ab = (-3) \times 2 = -6$$

اولاً توجه کنید که باتوجه به نمودار، b و c هم‌علامت هستند. حال داریم:

$$T = \frac{4\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = 2\pi = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow c = \pm 1 \Rightarrow c = 1$$

$$y_{\max} = 1 \Rightarrow |b| + a = 1 \xrightarrow{b > 0} b + a = 1$$

$$O \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow 0 = a + b \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow a = -1, b = 2$$

$$b(c - a) = 2(1 + 1) = 4$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{16\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{\lambda} + x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) &= \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} + x\right) \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{\lambda} - x\right) &= \frac{1}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} + x\right) = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{\lambda}\right) &= \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \\ 2x + \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2\lambda} \Rightarrow x_1 &= -\frac{\pi}{2\lambda} \\ 2x + \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{6\lambda} \Rightarrow x_2 &= \frac{5\pi}{6\lambda} \Rightarrow S = \frac{5\pi}{2\lambda} - \frac{\pi}{2\lambda} = \frac{\pi}{\lambda} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$\begin{aligned} \frac{\cos x}{1 + \sin x} &= \frac{1 + \sin x}{\cos x} \Rightarrow \cos^2 x = 1 + 2\sin x + \sin^2 x \\ \Rightarrow 1 - \sin^2 x &= 1 + 2\sin x + \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x + \sin x = 0 \\ \Rightarrow \sin x(\sin x + 1) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi, \dots \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \dots \end{cases} \quad \text{غ ق ق} \end{aligned}$$

کمترین فاصله بین جوابها π واحد است.
نکته: ریشه‌های مخرج غیر قابل قبول است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گام اول

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \text{ می‌دانیم:}$$

گام دوم

باتوجه به گام اول، معادله را برحسب $\sin x$ نوشته و حل می‌کنیم. جواب معادله را با $x = 2k\pi + \frac{i\pi}{6}$ مطابقت داده و مقادیر i را مشخص می‌کنیم.

$$\cos 2x = \sin x \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \sin x$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow (2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = -1 \Rightarrow \sin x = \sin \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} = 2k\pi + \frac{9\pi}{6} \end{cases}$$

باتوجه به جواب‌های به‌دست‌آمده مقادیر i برابر است با:

$$i = \{1, 5, 9\}$$

تابع را کمی ساده می‌کنیم. از رابطه $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ استفاده می‌کنیم:

$$y = 1 + a \sin bx \cos bx = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$$

باتوجه به نمودار داده‌شده، ماکزیمم تابع $\frac{3}{2}$ ، مینیمم تابع $\frac{1}{2}$ و دوره تناوب $\pi = \frac{3\pi}{4} - (-\frac{\pi}{4})$ است. پس:

$$\begin{cases} 1 + \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{3}{2} \\ 1 - \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{|a|}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = 1$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1$$

باتوجه به اینکه تابع داده‌شده در سمت راست محور y صعودی است، پس $\frac{a}{2}$ و $2b$ باید هم‌علامت باشند. پس مسئله دو دسته جواب $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$

یا $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$ دارد، در نتیجه $a + b = 2$ یا $a + b = -2$ صحیح است.

گام اول

الف) معادلهٔ مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ را به معادلهٔ مثلثاتی $\cos 3x = -\cos x$ تبدیل می‌کنیم.
 ب) به جای $-\cos x$ عبارت $\cos(\pi - x)$ را قرار داده و جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی را تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$\cos 3x = \cos(\pi - x) \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm (\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

به ازای $x = k\pi - \frac{\pi}{2}$ ، $\cos x = 0$ پس این دسته جواب قابل قبول نیست و جواب موردنظر به صورت $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ است.

ابتدا با استفاده از اتحادهای مثلثاتی عبارت داده شده را خلاصه کرده و سپس با استفاده از فرمول کمان های 2α ، حاصل تست را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha) &= \cos \alpha (-\sin \alpha) - \sin \alpha \cos \alpha \\ &= -\sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = -2 \sin \alpha \cos \alpha = -\sin 2\alpha \end{aligned}$$

گام اول

الف) با در نظر گرفتن $\cot \frac{x}{2} = \frac{1}{\tan \frac{x}{2}}$ معادله را برحسب $\tan \frac{x}{2}$ به دست می‌آوریم. معادله به یک معادله درجه دو برحسب $\tan \frac{x}{2}$ تبدیل و با حل معادله درجه دو، حاصل $\tan \frac{x}{2}$ را تعیین می‌کنیم.

ب) با استفاده از فرمول کمان $\tan 2x$ ، ابتدا $\tan x$ و سپس $\tan 2x$ را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم

$$\begin{aligned}\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} &= 1 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} - \frac{1}{\tan \frac{x}{2}} = 1 \\ \Rightarrow \frac{\tan^2 \frac{x}{2} - 1}{\tan \frac{x}{2}} &= 1 \Rightarrow \tan^2 \frac{x}{2} - 1 = \tan \frac{x}{2} \\ \Rightarrow \tan^2 \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} - 1 &= 0 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}\end{aligned}$$

محاسبه $\tan x$:

$$\tan x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right)}{1 - \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right)^2} = -2$$

محاسبه $\tan 2x$:

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(-2)}{1 - (-2)^2} = \frac{-4}{1-4} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned}\sin(2x - \frac{\pi}{4}) &= \cos(x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4} - (x + \frac{\pi}{4})) \\ \Rightarrow \sin(2x - \frac{\pi}{4}) &= \sin(\frac{\pi}{4} - x)\end{aligned}$$

حال این معادله را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \quad (x \neq k\pi \text{ زیرا } x \neq k\pi) \end{cases}$$

نکته:

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{4} + x)} = 1 \xrightarrow{\cos(\frac{3\pi}{4} + x) = \sin x} \frac{\sin 3x}{\sin x} = 1$$

$$\Rightarrow \sin 3x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \\ 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

چون $\sin x \neq 0$ ، بنابراین جواب $x = k\pi$ غیرقابل قبول است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

به فرمول های 2α توجه کنید:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = -2 \sin x \cos x \Rightarrow \cos 2x = -\sin 2x$$

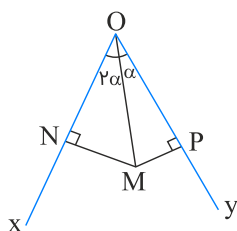
$$\xrightarrow[\cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)]{-\sin \alpha = \sin(-\alpha)} \sin(\frac{\pi}{2} - 2x) = \sin(-2x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2x = 2k\pi - 2x \Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2k\pi \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ \frac{\pi}{2} - 2x = 2k\pi + \pi - (-2x) \Rightarrow -4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div(-4)} x = \frac{-k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

نکته: چون $k \in \mathbb{Z}$ است پس $-k$ را همان k در نظر می گیریم. بنابراین گزینه "۱" صحیح است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

فرض کنیم $\alpha = \widehat{MOy}$. پس $\widehat{xOM} = 2\alpha$ و داریم:

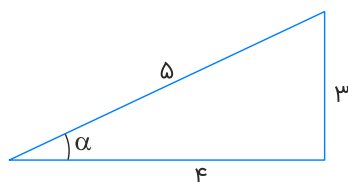


$$\left. \begin{array}{l} \triangle ONM : \sin 2\alpha = \frac{MN}{OM} \\ \triangle OPM : \sin \alpha = \frac{MP}{OM} \end{array} \right\}$$

رابطه اول را بر رابطه دوم تقسیم می‌کنیم $\rightarrow \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} = \frac{MN}{MP}$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{MN}{MP} \Rightarrow \frac{MN}{MP} = 2 \cos \alpha = 2 \left(\frac{OP}{OM} \right) = \frac{2OP}{OM}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰



$$\tan \alpha = \frac{3}{4}, \quad \cot \alpha = \frac{4}{3}, \quad \sin \alpha = -\frac{3}{5}, \quad \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos \left(2\alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos (\alpha + \pi)}{\cot 2\alpha} &= \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha - \cos \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} \\ &= \frac{2 \left(-\frac{3}{5} \right) \left(-\frac{4}{5} \right) + \frac{4}{5}}{\frac{4}{3} - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4}{5} \left(\frac{6}{5} + 1 \right)}{\frac{16-9}{12}} = \frac{\frac{4}{5} \left(\frac{11}{5} \right)}{\frac{7}{12}} = \frac{4(11)(24)}{5(5)(7)} = \frac{1056}{175} \end{aligned}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\begin{aligned}\sin^2 x - \cos^2 x &= (\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 \\ &= \sin^2 x - \cos^2 x = -(\cos^2 x - \sin^2 x) = -\cos 2x\end{aligned}$$

همچنین با استفاده از فرمول کمان‌های 2α داریم:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

بنابراین معادلهٔ مثلثاتی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$2 \sin x \cos x = -\cos 2x \Rightarrow 2 \sin x \cos x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x (2 \sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \end{cases} \end{cases}$$

حالا جواب‌های معادله را در بازهٔ $[0, \pi]$ به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \\ k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \xrightarrow{k=0} x = \frac{7\pi}{12}$$

$$x = k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{k=1} x = \pi - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$$

بنابراین مجموع تمام جواب‌های معادله در بازهٔ $[0, \pi]$ برابر است با:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} = \pi + \frac{18\pi}{12} = 2\pi + \frac{6\pi}{12} = 2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{6\sqrt{5}}{10} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \xrightarrow{\text{به توان } 2} \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow 1 + \sin 2x = \frac{9}{5} \Rightarrow \sin 2x = \frac{4}{5}$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\Rightarrow 4 + 4 \tan^2 x = 5 \tan x \Rightarrow 4(1 + \tan^2 x) = 5 \tan x$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{5}{4} \tan x \xrightarrow{\times 4} 4 \tan^2 x - 5 \tan x + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=9} \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

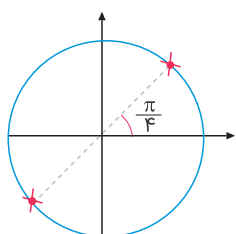
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - \left(\frac{\pi}{3} - x\right)\right) = 1$$

$$\sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

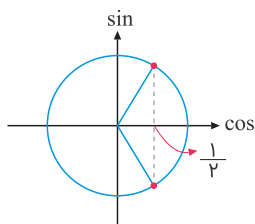
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{aligned} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) &= 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - \left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right) = 1 \\ \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= 1 \Rightarrow \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \\ \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} &= k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \Rightarrow \text{جواب ها} : \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} &\xrightarrow{\text{مجموع}} \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{aligned} \lambda \cos x - \tan^2 x &= 1 \Rightarrow \lambda \cos x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \\ \Rightarrow \cos^3 x &= \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{aligned}$$



$x \in [0, 2\pi] \Rightarrow$ دو جواب دارد

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

گام اول

تابع $f(x)$ در نقطه $x = x_0$ پیوسته است هرگاه حد چپ و راست تابع در این نقطه برابر با مقدار تابع در این نقطه باشد؛ به عبارت دیگر داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$$

گام دوم

ابتدا حد چپ و راست تابع $f(x)$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} a \cos^3 x = a \cos^3 \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} a$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = a \cos^3 \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} a$$

با بررسی شرط پیوستگی در $x = \frac{\pi}{4}$ ، مقدار a را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} a = 2 \Rightarrow \sqrt{2} a = -4 \Rightarrow a = -\frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = -2\sqrt{2}$$

طرفین تابع را در $\sin^2 x$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) \sin^2 x &= 3^2 \sin^2 x \cos^2 x \cos^2(2x) \cos^2(3x) \cos^2(4x) \cos^2(5x) \\ &= 3 \sin^2(2x) \cos^2(2x) \cos^2(3x) \cos^2(4x) \cos^2(5x) \\ &= 2 \sin^2(3x) \cos^2(3x) \cos^2(4x) \cos^2(5x) \\ &= \frac{1}{3^2} \sin^2(3^2 x) \Rightarrow f(x) = \frac{\sin^2(3^2 x)}{3^2 \sin^2 x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{12}\right) &= \frac{\sin^2 \frac{3^2 \pi}{12}}{3^2 \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}{3^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)} \\ \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) &= \frac{\frac{3}{4}}{3^2 \times \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2}} = \frac{\frac{3}{4}}{16 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{3}{4}}{8(2 - \sqrt{3})} = \frac{3}{32(2 - \sqrt{3})} = \frac{3(2 + \sqrt{3})}{32} = \frac{6 + \sqrt{27}}{32} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

در هر سه پرانتز از اتحاد $1 + \cos A = 2 \cos^2 \frac{A}{2}$ استفاده می‌کنیم:

$$(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha)(1 + \cos 8\alpha) = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow (2 \cos^2 \alpha)(2 \cos^2 2\alpha)(2 \cos^2 4\alpha) = \frac{1}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha \cos^2 2\alpha \cos^2 4\alpha = \frac{1}{8\lambda} \Rightarrow |\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha| = \frac{1}{\lambda}$$

دو طرف معادله بالا را در $|\sin \alpha|$ ضرب می‌کنیم:

$$|\sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha| = \frac{1}{\lambda} |\sin \alpha|$$

حالا از اتحاد $\sin A \cos A = \frac{1}{2} \sin 2A$ سه بار استفاده می‌کنیم:

$$\underbrace{|\sin \alpha \cos \alpha|}_{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \underbrace{\cos 2\alpha \cos 4\alpha}_{\frac{1}{2} \sin 4\alpha} = \frac{1}{\lambda} |\sin \alpha| \Rightarrow |\sin 4\alpha| = |\sin \alpha| \Rightarrow \begin{cases} \sin 4\alpha = \sin \alpha \\ \sin 4\alpha = \sin(-\alpha) \end{cases}$$

هر دو معادله را حل می‌کنیم و بزرگ‌ترین جواب هر کدام در بازه $[0, \pi]$ را می‌نویسیم:

$$1) \sin 4\alpha = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha = 2k\pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{2\pi}{3} \\ 4\alpha = 2k\pi + \pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi + \pi}{5} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{\pi}{5} \end{cases}$$

$$2) \sin 4\alpha = \sin(-\alpha) \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha = 2k\pi - \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi}{5} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{2\pi}{5} \\ 4\alpha = 2k\pi + \pi + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2k\pi + \pi}{3} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

تذکر: در جواب‌ها $\alpha = \pi$ را به خاطر ضرب طرفین در $\sin \alpha$ در نظر نگرفتیم. بنابراین بزرگ‌ترین جواب، $\frac{2\pi}{3}$ است.

گام اول

داریم: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

گام دوم

با استفاده از رابطه گام اول، معادله مثلثاتی داده شده را برحسب $\cos x$ مرتب می کنیم:

$$2\sin^2 x - \cos x - 1 = 0 \xrightarrow{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x} 2 - 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

چون $-1 \leq \cos x \leq 1$ است پس هر دو مقدار به دست آمده، قابل قبول است. باتوجه به آن ها جواب های معادله را در بازه $[\pi, 2\pi]$ تعیین می کنیم:

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} x_1 = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow \cos x = \cos \pi \Rightarrow x_2 = \pi$$

بنابراین مجموع جواب های معادله برابر است با:

$$x_1 + x_2 = \frac{5\pi}{3} + \pi = \frac{8\pi}{3}$$

گام اول

مجموعه جواب‌های معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ است.

گام دوم

جواب‌های معادله مثلثاتی را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست می‌آوریم:

$$2\cos^2 x + \cos x = 1 \Rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

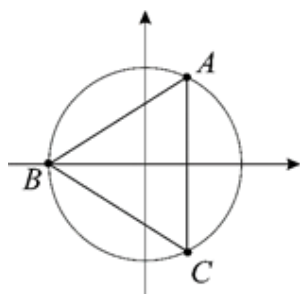
$$\Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x_1 = \frac{\pi}{3}, x_2 = \frac{5\pi}{3}$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow \cos x = \cos \pi \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x_3 = \pi$$

جواب‌ها را بر روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم:

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} = \widehat{BC} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$



بنابراین مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است.

گام اول

می‌دانیم:

$$\sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}, \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \cos x, \sin(\pi + x) = -\sin x$$

گام دوم

باتوجه به گام اول، معادله را ساده کرده سپس حل می‌کنیم:

$$\sin \frac{5\pi}{6} + \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \sin(\pi + x) = \frac{1}{2} - \cos x \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cos x \sin x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

برای حل معادله مثلثاتی از روابط زیر کمک می‌گیریم:

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = \cot x$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = \cos \frac{3\pi}{4}$$

$$(\sin x - \tan x) \cot x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin x \cot x - \tan x \cot x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin x \times \frac{\cos x}{\sin x} - 1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos x - 1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

جواب های معادله $\cos x = \cos \alpha$ از رابطه $x = 2k\pi \pm \alpha$ به دست می‌آید.

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

ظاهر سؤال ممکن است کمی سخت به نظر برسد، ولی با انجام تغییرات زیر حل آن بسیار ساده می شود:

$$\sin(\pi + x) = -\sin x, \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x, \sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2\sin(\pi - x) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (-\sin x)(-\sin x) - 2\sin x + 1 = 0 \Rightarrow \sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

در این گونه سؤال ها ابتدا تمام نسبت های مثلثاتی را به یک نسبت تبدیل می کنیم. با توجه به رابطه $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ ، معادله مثلثاتی را برحسب $\cos x$ مرتب می کنیم.

$$2\sin^2 x = 3\cos x \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) = 3\cos x$$

$$\Rightarrow 2 - 2\cos^2 x = 3\cos x \Rightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -2 \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

معادله $\cos x = \cos \alpha$ دارای جواب $x = 2k\pi \pm \alpha$ است. هم چنین توجه کنید که معادله $\cos x = A$ به ازای $A > 1$ و $A < -1$ فاقد جواب است.

پس جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos x = \frac{1}{2}$ برابر است با:

$$\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

برای حل سؤال به دو رابطه زیر توجه کنید:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\cos x, \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \Rightarrow -\cos 2x = -\cos x \Rightarrow \cos 2x = \cos x$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - x \Rightarrow 3x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

جواب کلی که هر دو جواب $x = 2k\pi$ و $x = \frac{2k\pi}{3}$ را شامل شود به صورت $x = \frac{2k\pi}{3}$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

برای ساده تر شدن معادله مثلثاتی از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$\sin(\pi - x) = \sin x, \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) = \sin x, \sin(\pi + x) = -\sin x$$

اگر در حل معادله مثلثاتی دو نسبت مثلثاتی متفاوت داشتیم، آن ها را به یک نسبت تبدیل می کنیم. با استفاده از رابطه $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ ، معادله مثلثاتی را برحسب $\cos x$ بازنویسی می کنیم.

$$2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{4} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \sin x + 3 \cot x (-\sin x) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0 \xrightarrow{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x} 2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0$$

$$\Rightarrow 2 - 2 \cos^2 x - 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0 \Rightarrow (2 \cos x - 1)(\cos x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = -2 \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

با توجه به رابطه $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ معادله را ساده می کنیم. هم چنین می دانیم $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ است.

$$2 \tan x \cos^2 x = 1 \Rightarrow 2 \frac{\sin x}{\cos x} \times \cos^2 x = 1 \xrightarrow{\cos x \neq 0} 2 \sin x \cos x = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 \xrightarrow{\sin \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2}} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div 2} x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

$$\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} = 0$$

برای آنکه کسر صفر شود باید صورت آن صفر باشد.

$$\sin 3x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 3x = -\sin 2x \Rightarrow \sin 3x = \sin(-2x)$$

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi - 2x \Rightarrow 5x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} & \checkmark \\ 3x = 2k\pi + \pi - (-2x) \Rightarrow x = 2k\pi + \pi & \times \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $x = 2k\pi + \pi$ x مخرج یعنی $1 + \cos x$ صفر می شود؛ بنابراین جواب کلی همان $x = \frac{2k\pi}{5}$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

$$\sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در اینجا نیازی به محاسبه جوابهای کلی معادله مثلثاتی نیست، فقط کافی است جوابها را در فاصله داده شده، مشخص کنیم.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

$$2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0 \xrightarrow{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x} 2 - 2 \cos^2 x + 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ غ ق } \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{\lambda}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{\lambda}\right) = 1$$

باتوجه به اینکه $\sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ است، داریم:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{\lambda}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{\lambda}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{\lambda}\right)$$

$$= 2 \cos\left(x - \frac{3\pi}{\lambda}\right) = 1 \Rightarrow \cos\left(x - \frac{3\pi}{\lambda}\right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x - \frac{3\pi}{\lambda} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{\lambda} \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x \in \left\{ \frac{3\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{3} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جوابها} = \frac{3\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{3} = \frac{6\pi}{\lambda}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

با استفاده از فرمول $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ عبارت داده شده را ساده کرده و معادله را حل می‌کنیم.

گام دوم

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow 4\cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

می‌دانیم:

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 1 = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$$

حال از رابطه $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$ کمک می‌گیریم:

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \pm 1 \Rightarrow 2x = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4}$$

جواب‌های موجود در بازه $[0, 2\pi]$ برابر $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$ می‌باشد که مجموع آن‌ها 4π است.

$$f \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1 \Rightarrow f \sin x (-\cos x) = 1$$

$$\Rightarrow -f \times \frac{1}{4} \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{f} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi - \frac{\pi}{12} & (1) \\ x = k\pi + \frac{7\pi}{12} & (2) \end{cases}$$

تعداد جواب‌ها را در دسته‌های مختلف به دست می‌آوریم:

$$\begin{array}{c|c|c} k & 1 & 2 \\ \hline x & \pi - \frac{\pi}{12} & 2\pi - \frac{\pi}{12} \end{array} \quad (1)$$

$$\begin{array}{c|c|c} k & 0 & 1 \\ \hline x & \frac{7\pi}{12} & \pi + \frac{7\pi}{12} \end{array} \quad (2)$$

مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$\pi - \frac{\pi}{12} + 2\pi - \frac{\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \pi + \frac{7\pi}{12} = 4\pi + \pi = 5\pi$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cos x \neq 0} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول

الف) وقتی تعداد نقاط برخورد نمودار یک تابع با محور x ها خواسته شده است، درواقع باید تعداد ریشه‌های معادله $y = 0$ را تعیین کنیم. پس باید تعداد ریشه‌های معادله $y = 0$ را در بازه $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$ به دست آوریم.

ب) معادله $\sin \alpha = 0$ یک معادله خاص بوده و در آن $\alpha = k\pi$ است.

ج) مقادیر k را به نحوی تعیین می‌کنیم که ریشه‌های معادله حتماً در بازه $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$ قرار بگیرند.

گام دوم

$$y = 0 \Rightarrow 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \xrightarrow[\alpha = k\pi]{\sin \alpha = 0} \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} - k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$k = -2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \pi = \frac{9\pi}{8}$$

$$k = -1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{8}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{8}$$

$$k = 2 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \pi = -\frac{7\pi}{8}$$

توجه داشته باشید که به ازای $k \geq 3$ یا $k \leq -3$ مقادیری که برای x به دست می‌آید در بازه $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$ نیست. پس پنج مقدار برای x به دست آمده و نمودار تابع در پنج نقطه محور x ها را قطع می‌کند.

گزینه ۱

گام اول

تابع $\sqrt{\sin \pi x - 1}$ در صورتی تعریف شده است که $\sin \pi x - 1 \geq 0$ باشد و چون همواره $\sin \pi x \leq 1$ برقرار است پس باید $\sin \pi x = 1$ باشد. در این حالت $x = 2k + \frac{1}{2}$ می‌شود که یک عدد غیر صحیح است، بنابراین حاصل $[x] + [-x]$ برابر عدد -1 می‌شود.

گام دوم

حالا سراغ محاسبه مقدار $f(x)$ و هم چنین مقدار $f(-\frac{1}{2}f(x))$ می‌رویم:

$$f(x) = [x] + [-x] + \sqrt{\sin \pi x - 1} = -1 + 0 = -1$$

$$f\left(-\frac{1}{2}f(x)\right) = f\left(-\frac{1}{2}(-1)\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left[\frac{1}{2}\right] + \left[-\frac{1}{2}\right] + \sqrt{\sin \frac{\pi}{2} - 1}$$

$$= 0 - 1 + \sqrt{1 - 1} = -1 + 0 = -1$$

گام اول

با استفاده از رابطه $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ معادله مثلثاتی داده شده را به یک معادله مثلثاتی برحسب $\sin x$ تبدیل می‌کنیم.

گام دوم

$$3\sin^2 x - 5\sin^2 x = \cos 2x \Rightarrow 3\sin^2 x - 5\sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\Rightarrow 5\sin^2 x - 3\sin^2 x + 1 = 0 \xrightarrow{\sin^2 x = t} 2t^2 - 5t + 1 = 0$$

$$t = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$t = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$(1) \cup (2) : x = \frac{k\pi}{\sqrt{5}} + \frac{\pi}{\sqrt{5}}$$

با استفاده از رابطه $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ معادله مثلثاتی را ساده می‌کنیم و جواب کلی معادله مثلثاتی را به دست می‌آوریم.

$$\cos^2 x + 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0 \Rightarrow \cos^2 x + 3\cos x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (\cos x + 1)(\cos x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k + 1)\pi \\ \cos x = -2 \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

ابتدا معادله مثلثاتی داده شده را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$2\cos 2x = \cot x(4\sin x + \tan x) \Rightarrow 2(2\cos^2 x - 1) = 4\cot x \sin x + \cot x \tan x$$

$$\Rightarrow 4\cos^2 x - 2 = 4\cos x + 1 \Rightarrow 4\cos^2 x - 4\cos x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{4 + \sqrt{64}}{4} = \frac{4 + 8}{4} = \frac{12}{4} = \frac{3}{1} \Rightarrow \cos x = \frac{3}{1} \quad \text{غ.ق.ق} \\ \cos x = \frac{4 - \sqrt{64}}{4} = \frac{4 - 8}{4} = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

گام اول

الف) با استفاده از اتحاد مزدوج سمت چپ معادله مثلثاتی را ساده می‌کنیم:

$$\sin^2 x - \cos^2 x = (\sin^2 x - \cos^2 x) \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 = \sin^2 x - \cos^2 x$$

ب) با دانستن رابطه $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ و $\sin \frac{\omega\pi}{\varphi} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ معادله را حل کرده و جواب کلی آن را به دست می‌آوریم.

گام دوم

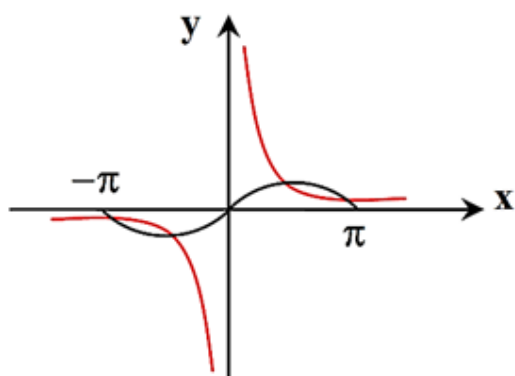
$$\sin^2 x - \cos^2 x = -(\cos^2 x - \sin^2 x) = -\cos 2x$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x = \sin^2 \frac{\omega\pi}{\varphi} \xrightarrow{\sin \frac{\omega\pi}{\varphi} = -\frac{\sqrt{2}}{2}} -\cos 2x = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\div 2} x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x \sin x - 1 = 0 \Rightarrow x \sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{x}$$

کافی است تعداد نقاط تلاقی نمودارهای $y = \sin x$ و $y = \frac{1}{x}$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ به دست بیاوریم. برای این منظور هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



باتوجه به شکل، واضح است که معادله داده شده در بازه $[-\pi, \pi]$ دارای ۴ ریشه حقیقی است.

راه حل اول:

$$\begin{aligned}
\sin 2x \sin 3x + \sin^2 x &= 1 \Rightarrow \sin 2x \sin 3x = 1 - \sin^2 x \\
&\Rightarrow (\sin x \cos x)(\sin 2x \cos 2x) = \cos^2 x \\
&\Rightarrow (\sin x \cos x)(2 \sin x \cos x \cos 2x) = \cos^2 x \\
&\Rightarrow (\cos^2 x)(\sin^2 x \cos 2x - 1) = 0 \\
&\Rightarrow (\cos^2 x)(\sin^2 x(1 - 2 \sin^2 x) - 1) = 0 \\
&\Rightarrow (\cos^2 x)(-1 \cos^2 x + \sin^2 x - 1) = 0 \\
&\Rightarrow (\cos^2 x)(-(\cos^2 x - 1)^2) = 0 \\
&\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} & (1) \\ \cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{2} & (2) \end{cases} \\
\stackrel{(1) \cup (2)}{\rightarrow} x &= (2k+1)\frac{\pi}{2}
\end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned}
\sin 2x \sin 3x &= 1 - \sin^2 x \Rightarrow \frac{1}{2}(\cos(-2x) - \cos 4x) = \cos^2 x \\
&\Rightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \cos 4x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \Rightarrow \cos 4x = -1 \\
&\Rightarrow 4x = (2k+1)\pi \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{4}
\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

$$2 \cos(3x) = -2 - 5 \sin^2 x$$

اگر برد دو طرف تساوی را حساب کنیم خواهیم داشت:

$$-2 \leq 2 \cos(3x) \leq 2, \quad -7 \leq -2 - 5 \sin^2 x \leq -2$$

پس دو طرف تساوی فقط به ازای -2 برقرار خواهد بود.

$$\begin{cases} 2 \cos(3x) = -2 \Rightarrow \cos(3x) = -1 \Rightarrow 3x = (2k-1)\pi \Rightarrow x = (2k-1)\frac{\pi}{3}, & k \in \mathbb{Z} \\ -2 - 5 \sin^2 x = -2 \Rightarrow \sin^2 x = 0 \Rightarrow x = k'\pi, & k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

جوابهای مشترک دو معادله را پیدا می‌کنیم:

$$\left\{-\pi, \frac{-\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \pi\right\} \cap \{-\pi, 0, \pi\} = \{-\pi, \pi\}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

به کمک رابطه $1 + \cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2}$ زیر تبدیل می شود:

$$6\cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \alpha \cos^2 2\alpha = 1$$

حال طرفین رابطه را در $\sin^2 \frac{\alpha}{2}$ ضرب می کنیم:

$$6\sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \alpha \cos^2 2\alpha = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$16\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 2\alpha = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$8\sin^2 2\alpha \cos^2 2\alpha = \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin^2 4\alpha = \sin^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 4\alpha = k\pi \pm \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2k\pi}{7} \\ \alpha = \frac{2k\pi}{9} \end{cases}$$

فقط توجه داشته باشید که $k\pi$ ها قابل قبول نیستند.

در بازه $[0, 2\pi]$ تعداد جوابهای $\alpha = \frac{2k\pi}{7}$ برابر ۶ تا و تعداد جوابهای $\alpha = \frac{2k\pi}{9}$ برابر ۸ است. معادله مجموعاً ۱۴ ریشه دارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

$$(1 - \cos^3 x) + \sin^3 x \cos^3 x = 0 \Rightarrow \sin^3 x (1 + \cos^3 x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos^3 x = -1 \Rightarrow 3x = (2k+1)\pi \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

جوابهای بازه $[0, 2\pi]$ برابر $\{0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$ است که تعداد آنها ۵ تا است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

راه حل اول:

$$۲ \sin(۳x) \cos(۳x) = ۱ \Rightarrow ۲ \sin(۳x) \cos(۳x) = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \sin(۶x) = \frac{۱}{۲} = \sin\left(\frac{\pi}{۶}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۶x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳۶} \Rightarrow \begin{cases} k = ۰ \Rightarrow x = \frac{\pi}{۳۶} \\ k = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱۳\pi}{۳۶} \end{cases} \\ ۶x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۳} + \frac{۵\pi}{۳۶} \Rightarrow \begin{cases} k = ۰ \Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۳۶} \\ k = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱۷\pi}{۳۶} \end{cases} \end{cases}$$

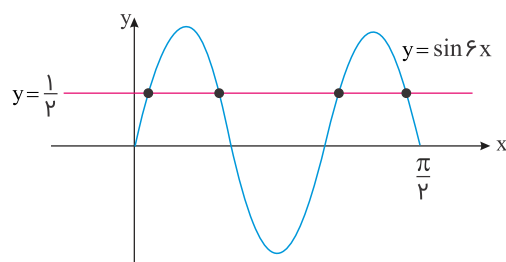
بنابراین معادله چهار جواب دارد.

راه حل دوم:

$$۲ \sin(۳x) \cos(۳x) = ۱ \Rightarrow \sin(۶x) = \frac{۱}{۲}$$

$$۰ \leq x \leq \frac{\pi}{۲} \Rightarrow ۰ \leq ۶x \leq ۳\pi$$

باتوجه به شکل معادله چهار جواب دارد:



طرفین رابطه را در $\sin^2 3x$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) \sin^2 3x &= 16 \sin^2 3x \cos^2 3x \cos^2 6x \cos^2 12x \cos^2 24x \\ \Rightarrow f(x) \sin^2 3x &= 16 \sin^2 6x \cos^2 6x \cos^2 12x \cos^2 24x \\ &= \sin^2 12x \cos^2 12x \cos^2 24x \\ &= \frac{1}{16} \sin^2 24x \cos^2 24x = \frac{1}{16} \sin^2 48x \\ \Rightarrow f(x) &= \frac{\sin^2 48x}{16 \sin^2 3x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{36}\right) &= \frac{\sin^2 \frac{48\pi}{36}}{16 \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}{16 \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{\frac{3}{4}}{16 \left(1 - \cos \frac{\pi}{6}\right)} \\ &= \frac{3}{4 \times 16 \times \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{3}{16(2 - \sqrt{3})} = \frac{3(2 + \sqrt{3})}{16} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} + \frac{2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

می‌دانیم $\tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$ و $\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = -\cos x$ از رابطه داده‌شده مقدار $\cos x$ را حساب کرده و با استفاده از فرمول $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ حاصل $\cos 2x$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\tan \frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow (-\sqrt{3})(-\cos x) = 1 \Rightarrow \sqrt{3} \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

حالا حاصل $\cos 2x$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 = 2\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

برای یافتن ضابطه تابع $f \circ g(x)$ یا همان $f(g(x))$ ، کافی است در ضابطه تابع $f(x)$ به جای متغیر x ، ضابطه $g(x)$ را قرار دهیم.

$$\begin{aligned} f \circ g(x) &= f(g(x)) = g(x) - \sqrt{g(x)} = \sin^2 x - \sqrt{\sin^2 x} = \sin^2 x - \sin x \\ &= \sin^2 x (\sin^2 x - 1) = \sin^2 x (-\cos^2 x) = -\sin^2 x \cos^2 x \end{aligned}$$

با توجه به فرمول $\sin 2x$ ، داریم:

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

پس ضابطه تابع $f \circ g$ به صورت زیر درمی آید:

$$f \circ g(x) = -\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = -\frac{1}{4} \sin^2 2x$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2} \quad \text{می‌دانیم:}$$

گام دوم

با استفاده از فرمول‌های کمان 2α ، رابطه $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ را ساده کرده و مقدار خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} &= \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \cot \frac{\alpha}{2} &= \frac{1}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2} = -2 \end{aligned}$$

راه حل اول:

ابتدا حاصل $1 + \tan^2 \theta$ و $1 + \cot^2 \theta$ را بر حسب $\sin \theta$ و $\cos \theta$ به دست می آوریم:

$$1 + \tan^2 \theta = 1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$1 + \cot^2 \theta = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

می دانیم $1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$ و $1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$ است پس:

$$\begin{aligned} \frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta} &= \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta}}{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta}}{\cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta}}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} \\ &= \frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} = \frac{1}{(\cos \theta \sin \theta)^2} \end{aligned}$$

می دانیم:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

بنابراین:

$$\frac{1}{(\cos \theta \sin \theta)^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2} \sin 2\theta\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{4} \sin^2 2\theta} = 4 \sin^{-2} 2\theta$$

راه حل دوم: (عددگذاری)

در صورتی که $\theta = \frac{\pi}{4}$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta} = \frac{(1 + (\tan \frac{\pi}{4})^2)(1 + (\cot \frac{\pi}{4})^2)}{1 - \sin^2 \frac{\pi}{4} - \cos^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{(1 + 1)(1 + 1)}{1 - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = 4$$

با جایگذاری $\theta = \frac{\pi}{4}$ در گزینه ها، نتیجه می گیریم که تنها در گزینه "۴" صدق می کند:

$$4 \sin^{-2} 2\theta = 4 \left(\sin \left(2 \times \frac{\pi}{4} \right) \right)^{-2} = 4$$

داریم:

$$\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{-\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = -2 \cot 2\alpha$$

بنابراین $\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$ پس:

$$f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x) = -2 \cot(2\pi x)$$

دوره تناوب تابع $\tan(ax)$ و $\cot(ax)$ برابر $\frac{\pi}{|a|}$ است، پس دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر $\frac{\pi}{|2\pi|}$ است، یعنی $\frac{1}{2}$.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha - \cos \alpha &= \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4} \\ \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}{2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha} &\rightarrow -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4} \xrightarrow{\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha} \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha\right) = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

گام اول

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = \sin \theta \text{ می‌دانیم:}$$

گام دوم

باتوجه به گام اول و باتوجه به اینکه $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ است عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$2 \cos a \cos b \cos\left(\frac{\pi}{4} - a\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - b\right) = 2 \cos a \cos b \sin a \sin b$$

$$= 2(2 \sin a \cos a)(2 \sin b \cos b) = 2 \sin 2a \sin 2b$$

داریم:

$$a + b = \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\times 2} 2a + 2b = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2b = \frac{\pi}{2} - 2a$$

بنابراین:

$$\sin 2b = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2a\right) = \cos 2a$$

پس می‌توان نوشت:

$$2 \sin 2a \sin 2b = 2 \sin 2a \cos 2a = \sin 2(2a) = \sin 4a$$

$$\cos 3x = -\sin x \Rightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۰ ۱۴۰۱

$$\cos 3x = \sin 2x \Rightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \\ 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

یادآوری:

$$\begin{aligned} \tan \alpha + \cot \alpha &= \frac{2}{\sin 2\alpha} \\ \frac{\cos 2\alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} &= \frac{\cos 2\alpha}{\frac{2}{\sin 2\alpha}} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 4\alpha \right) = \frac{1}{4} \sin 4\alpha \\ \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{16}} \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{4} &= \frac{\sqrt{2}}{8} \end{aligned}$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱

نمودار تابع در یک دوره تناوب رسم شده است و نقطه $x = \pi$ مشخص شده در نمودار برابر است با $\frac{T}{4}$. بنابراین:

$$\frac{T}{4} = \pi \Rightarrow T = 4\pi$$

بنابراین گزینه‌های "۳" و "۴" حذف می‌شوند، زیرا دوره تناوبشان π است. همچنین باتوجه به اینکه ماکزیمم تابع برابر است با ۵، پس گزینه "۱" هم حذف می‌شود، زیرا ماکزیمم مقدار تابع گزینه "۱"، ۷ است. پس تنها گزینه ممکن گزینه "۲" می‌باشد.

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۹

باتوجه به نمودار دوره تناوب تابع برابر است با:

$$T = \frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \pi$$

بنابراین گزینه‌های "۳" و "۴" رد می‌شوند. در گزینه "۱"، به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ داریم $y = 1$ و در گزینه "۲" به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ داریم $y = -\frac{1}{2}$. بنابراین گزینه "۲" هم رد می‌شود و تنها گزینه ممکن گزینه "۱" است.

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۹

مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع به ترتیب ۱ و -۳ است، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} y_{\max} &= |b| + c = 1 \\ y_{\min} &= -|b| + c = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |b| = 2, \quad c = -1$$

باتوجه به اینکه نمودار تابع سینوسی $y = b \sin(ax) + c$ در سمت راست محور y ها، به صورت صعودی شروع شده، پس $a > 0$ است.

ازطرفی دوره تناوب تابع $T = 4\pi - \left(\frac{-4\pi}{3}\right) = \frac{16\pi}{3}$ است، پس داریم:

$$\frac{2\pi}{|a|} = \frac{16\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{3}{8}$$

پس باتوجه به اینکه $ab > 0$ است، داریم:

$$f_{abc} = f\left(\frac{3}{8} \times 2 \times (-1)\right) = -3$$

$$T = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{\omega}, \quad T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \omega \Rightarrow b = \pm\omega$$

اگر $b = \omega$ باشد:

$$x = \frac{\pi}{8} : y = a \cos\left(\frac{\omega\pi}{8} - \frac{\pi}{8}\right) + c \Rightarrow a + c = 1$$

$$x = \frac{9\pi}{20} : y = a \cos\left(\frac{9\pi}{8} - \frac{\pi}{8}\right) + c \Rightarrow 0 + c = -2 \Rightarrow c = -2$$

$$\xrightarrow{c=-2} a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3$$

$$a.b = 3 \times \omega = 1\omega$$

اگر $b = -\omega$ باشد:

$$x = \frac{\pi}{8} : y = a \cos\left(-\frac{\omega\pi}{8} - \frac{\pi}{8}\right) + c \Rightarrow c = 1$$

$$x = \frac{9\pi}{20} : y = a \cos\left(-\frac{9\pi}{8} - \frac{\pi}{8}\right) + c \Rightarrow a + c = -2 \Rightarrow a = -3$$

$$a.b = 3 \times \omega = 1\omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\sin\left(\frac{\pi + 7x}{9}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{9} + 7x\right) = \cos 7x$$

$$\cos\left(\frac{\pi + 11x}{9}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{9} + 11x\right) = -\sin 11x$$

$$\frac{1}{\cos 7x} - \frac{1}{\sin 11x} = 0 \Rightarrow \cos 7x = \sin 11x$$

$$\Rightarrow 7 \sin 7x \cos 7x = \cos 7x \xrightarrow{\cos 7x=0} 7 \sin 7x = 1 \Rightarrow \sin 7x = \frac{1}{7}$$

$$\xrightarrow{[0,\pi]} 7x = \frac{\pi}{7}, \frac{\omega\pi}{7} \Rightarrow x = \frac{\pi}{11}, \frac{\omega\pi}{11}$$

$$\alpha = \frac{\omega\pi}{11} - \frac{\pi}{11} = \frac{\pi}{11} \Rightarrow \tan 7\alpha = \tan \frac{7\pi}{11} = -\sqrt{7}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$T_{1+\sin ax} = \frac{Y\pi}{f} - \frac{y\pi}{f} = \pi \Rightarrow \frac{Y\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = Y$$

$$y = Y \cos\left(\frac{x}{a}\right) \Rightarrow T = \frac{Y\pi}{\left|\frac{1}{a}\right|} = Y\pi|a| = f\pi$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\sin 2x - 3\sin^2 x \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x - 2\sin x \sin 2x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x(1 - 2\sin x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

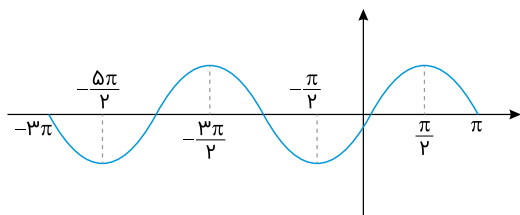
جوابهایی که در بازه $(-\pi, \pi)$ قرار دارند عبارتند از: $\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

به جای $\cos 2x$ عبارت برحسب $\sin x$ را قرار می‌دهیم:

$$1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = -\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$$



بنابراین:

$$S = -\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = -4\pi$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

به جای $\sin^F \alpha$ و $\cos^F \alpha$ به ترتیب زیر قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} & \frac{(1 - \cos^F \alpha)^F + F \cos^F \alpha}{1 + \cos^F \alpha} - \frac{(1 - \sin^F \alpha)^F + F \sin^F \alpha}{1 + \sin^F \alpha} \\ &= \frac{1 + \cos^F \alpha - F \cos^F \alpha + F \cos^F \alpha}{1 + \cos^F \alpha} - \frac{1 + \sin^F \alpha - F \sin^F \alpha + F \sin^F \alpha}{1 + \sin^F \alpha} \\ &= \frac{(1 + \cos^F \alpha)^F}{1 + \cos^F \alpha} - \frac{(1 + \sin^F \alpha)^F}{1 + \sin^F \alpha} = 1 + \cos^F \alpha - 1 - \sin^F \alpha = \cos^F \alpha \end{aligned}$$

البته دقت شود از روش عددگذاری می‌توانستیم به جای x ها عدد مثلاً $\frac{\pi}{F}$ را قرار دهیم و سریع‌تر به جواب برسیم.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

$$\frac{2\pi}{\left|\frac{2}{a}\right|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \pi|a| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$y = \cos ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\cos^F x = 3 \sin x - 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^F x = 3 \sin x - 1$$

$$\Rightarrow 2 \sin^F x + 3 \sin x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \\ \sin x = -2 \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

اختلاف جواب‌های به دست آمده، برابر است با:

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \\ 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

جواب‌های موجود در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ عبارتند از: $\left\{-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right\}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

$$2 \cos^2 x - 1 = \sin x \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

جواب‌های مربوط به این دسته جواب‌ها، $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\right\}$ می‌باشند.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3} + x\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3} + x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} + x \\ x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} - x \end{cases} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

مجموع دو جواب به‌دست‌آمده $\frac{5\pi}{3}$ خواهد بود.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

$$T = \frac{\vartheta \pi}{\left|\frac{\pi}{a}\right|} = \frac{\pi}{\vartheta} \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{\varphi}$$

$$f(x) = \frac{1}{\vartheta} - \vartheta \sin \frac{\pi}{a} x \Rightarrow -\vartheta f(\vartheta x) = -\frac{\vartheta}{\vartheta} + \vartheta \sin \frac{\vartheta \pi}{a} x$$

دورهٔ تناوب تابع $-\vartheta f(\vartheta x)$ ، برابر است با:

$$T' = \frac{\vartheta \pi}{\left|\frac{\vartheta \pi}{a}\right|} = |a| = \frac{\pi}{\varphi}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳



۱	○●○○○	۱۱	○○●○○	۲۱	●○○○○	۳۱	○○●○○	۴۱	○○○○●
۲	○○●○○	۱۲	○○○○●	۲۲	○●○○○	۳۲	○○○○●	۴۲	●○○○○
۳	●○○○○	۱۳	●○○○○	۲۳	●○○○○	۳۳	○○○○●	۴۳	●○○○○
۴	○○○○●	۱۴	●○○○○	۲۴	○○●○○	۳۴	●○○○○	۴۴	○○○○●
۵	○○●○○	۱۵	○○●○○	۲۵	○○○○●	۳۵	○○○○●	۴۵	●○○○○
۶	○○○○●	۱۶	○○●○○	۲۶	○●○○○	۳۶	○●○○○	۴۶	●○○○○
۷	○○○○●	۱۷	○○○○●	۲۷	○○○○●	۳۷	○○○○●	۴۷	●○○○○
۸	●○○○○	۱۸	○○●○○	۲۸	○○●○○	۳۸	○○●○○	۴۸	○○●○○
۹	○○○○●	۱۹	●○○○○	۲۹	●○○○○	۳۹	○●○○○	۴۹	○○●○○
۱۰	●○○○○	۲۰	○○●○○	۳۰	●○○○○	۴۰	○●○○○	۵۰	○○○○●
۵۱	○●○○○	۶۱	○●○○○	۷۱	○○○○●	۸۱	●○○○○	۹۱	●○○○○
۵۲	○○●○○	۶۲	○○○○●	۷۲	○○○○●	۸۲	●○○○○	۹۲	○●○○○
۵۳	○●○○○	۶۳	●○○○○	۷۳	○○○○●	۸۳	○●○○○	۹۳	○○○○●
۵۴	○●○○○	۶۴	○●○○○	۷۴	○○○○●	۸۴	○○●○○	۹۴	○○●○○
۵۵	○○○○●	۶۵	○○○○●	۷۵	○○○○●	۸۵	○○○○●	۹۵	○○●○○
۵۶	●○○○○	۶۶	○○●○○	۷۶	○●○○○	۸۶	○●○○○	۹۶	○○○○●
۵۷	●○○○○	۶۷	○○○○●	۷۷	●○○○○	۸۷	●○○○○	۹۷	○○●○○
۵۸	○○●○○	۶۸	○●○○○	۷۸	●○○○○	۸۸	○○○○●	۹۸	○●○○○
۵۹	○○○○●	۶۹	○●○○○	۷۹	○○○○●	۸۹	●○○○○	۹۹	○●○○○
۶۰	○○○○●	۷۰	○●○○○	۸۰	●○○○○	۹۰	○○○○●	۱۰۰	○○○○●