

معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^3 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4}$ دارای چند جواب مثبت است؟

۳ (۲

(۱) صفر

1 (K

۲ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۲ معادله $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2-x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۲ (۲

۳ (۱)

(۴) صفر

۱ (۳)

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳ به ازای کدام مقدار a ، معادله $۱ - \frac{a+۲}{x-۱} = \frac{x-۲}{ax-۵}$ ، دارای جواب $x = ۳$ است؟

$$-\frac{1}{\mu}, \quad (2)$$
$$\frac{1}{\mu}, -\nu \quad (1)$$
$$\frac{\mu}{\omega} \ll 1 \quad (K)$$
$$-\frac{2}{3}, 1, (3)$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

۴

به ازای چند مقدار m ، $x = 2$ جواب معادله $\frac{x+1}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-3)}$ است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) هیچ مقداری از m

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

۵

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $2 = \frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3}$ کدام است؟

(۱) -۱۸

(۲) -۶/۵

(۳) -۳

(۴) -۱/۵

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

۶

به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$ ، دارای جواب $x = 1$ است؟

(۱) -۴، ۲

(۲) -۲، ۴

(۳) ۲، ۴

(۴) -۲، ۳

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

۷

قدر مطلق تفاضل ریشه‌های معادله $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$ ، کدام است؟

(۲) ۴/۵

(۱) ۴

(۴) ۵/۵

(۳) ۵

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۸

مجموع ریشه‌های معادله $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ ، کدام است؟

(۲) ۴

(۱) -۴

(۴) ۱۲

(۳) ۶

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

۹

اگر معادله $\frac{x^2-a}{x+3} = 2x-1$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، محدوده تغییرات a ، کدام می‌تواند باشد؟

(۲) $a > 9$

(۱) $a < 9$

(۴) $a > \frac{37}{4}$

(۳) $a < \frac{37}{4}$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، قدر مطلق تفاضل جواب‌های معادله $\frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$ کدام است؟

- (۲) ۱
۲
۳
۲
- (۴) ۱
۲
۳
۲

(۱) صفر

(۳) ۱

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x + \sqrt{-x^3 + 4x^2 + 25x - 100}} + \sqrt{x^2 + \sqrt{-x^2 + 6x - 8}} = x + 2$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) صفر

(۳) ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

فاصله نقطه تلاقی منحنی‌های $y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ با مبدأ مختصات، کدام است؟

(۲) $\sqrt{6}$

(۱) $\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{15}$

(۳) $2\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۱۳

اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادله $\frac{4x^2 - (2 - x)^2}{x + 2} - \frac{7}{x} = 2$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

۱۴

حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟

(۱) -۲

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۱۵

اگر $2 = 3a + \sqrt{2a^2 + 4a}$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟

(۱) ۱/۵

(۲) ۲/۵

(۳) ۳/۵

(۴) ۴/۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۱۶

اگر $1 = 2a + \sqrt{3a + 16}$ باشد، عدد $4a + 9$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۱۵

(۴) ۲۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۷

یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟

(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۵

(۳) ۰/۶

(۴) ۰/۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۱۸

پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۱۲/۵

(۳) ۱۳/۵

(۴) ۱۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

سرعت یک قایق موتوری در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۱۲

(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

جواب معادله $2x + 2 = \frac{1}{2x - 1} + 2x + 1$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{-1}{3}$

(۴) ۲

(۳) ۱

معادله $\sqrt{x - 5} + \sqrt{x + 1} \sqrt{x - 5} = 7$ چند ریشه حقیقی دارد؟

(۲) صفر

(۱) ۱

(۴) ۳

(۳) ۲

۲۲

معادله $\sqrt{x^2 - 2\sqrt{x}} - 5 = 1 - \sqrt{x}$ چند جواب دارد؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۲۳

فاصله بین دو شهر ۳۶۰ کیلومتر است. راننده‌ای با ماشین ۲۴ دقیقه زودتر از موتورسیکلت این مسیر را طی می‌کند چرا که سرعت ماشین ۱۰ کیلومتر بر ساعت بیشتر از موتورسیکلت است. سرعت ماشین چند کیلومتر بر ساعت است؟

(۲) ۹۵

(۱) ۹۰

(۴) ۱۰۵

(۳) ۱۰۰

۲۴

علی کاری را به تنهایی در ۱۵ ساعت انجام می‌دهد. اگر علی و محمد باهم بخواهند این کار را انجام دهند، ۴ ساعت زودتر از حالتی که محمد به تنهایی این کار را انجام می‌دهد، کار انجام می‌شود. محمد به تنهایی این کار را در چند ساعت انجام می‌دهد؟

(۲) ۸

(۱) ۶

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر $\frac{3}{4}$ است. مجموع دو عدد کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۱۰
(۳) ۱۴
(۴) ۸۰

قد مطلق اختلاف جوابهای معادله $\frac{3}{x-2} + \frac{x+3}{x+2} = \frac{45}{x^2-4}$ کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۱۴
(۴) ۱۵

دو کارگر کاری را در ۶ روز انجام می‌دهند، اگر کارگر اول به‌تنهایی کار کند دو برابر زمانی که کارگر دوم کار می‌کند طول می‌کشد تا کار را تمام کند. کارگر دوم به‌تنهایی کار را در چند روز تمام می‌کند؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۱۸

اگر $x = 1$ ریشه معادله $\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x+a} = \frac{1}{6}$ باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

(۲) $-2/7$

(۱) $2/3$

(۴) $-4/4$

(۳) $3/8$

سنجایی در مدت زمان معین، طنابی را به طور کامل می‌جود. اگر موش این عمل را انجام دهد، دو ساعت بیشتر طول می‌کشد. اگر موش از یک سر طناب و سنجاب هم‌زمان از سر دیگر شروع به جوییدن کنند، پس از ۱۴۴ دقیقه (۲/۴ ساعت) به یکدیگر می‌رسند. مدت زمانی که موش به تنهایی طناب را می‌جود چند ساعت است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۶

(۳) ۴

۳۰

در یک رودخانه در روزهای آرام سرعت وزش باد 10 km/h و در روزهای طوفانی 30 km/h می باشد. قایقی با سرعت ثابت مسافت 300 km را در یک روز آرام در جهت حرکت باد طی می کند و پس از آن در یک روز طوفانی در خلاف جهت باد این مسیر را برمی گردد. اگر اختلاف زمان رفت و برگشت ۱۰ ساعت باشد، سرعت ثابت قایق در مسیر رفت و برگشت چقدر بوده است؟

(۲) ۴۵

(۱) ۴۰

(۴) ۵۵

(۳) ۵۰

۳۱

دو چاپگر باهم فیش حقوق کارگران یک کارخانه را در ۲ ساعت چاپ می کنند. اگر چاپگر قدیمی تر به تنهایی برای این کار، ۳ ساعت زمان بیشتری نسبت به چاپگر جدیدتر نیاز داشته باشد، چاپگر قدیمی به تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می کند؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۸

(۳) ۶

۳۲

دو نقاش به ترتیب در ۲۴ و ۸ ساعت به تنهایی یک ساختمان را نقاشی می کنند. اگر هر دو باهم کار کنند، این ساختمان در چند ساعت کار نقاشی اش به اتمام می رسد؟

(۲) ۶

(۱) ۳۲

(۴) ۴

(۳) ۱۲

شیر A استخر را ۸ ساعت زودتر از شیر B پر می‌کند. اگر دو شیر باهم باز باشند، استخر در ۳ ساعت پر می‌شود. اگر شیر A به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

(۲) ۸

(۱) ۴

(۴) ۶

(۳) ۲

جواب معادله گویای $\frac{x+9}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 3$ کدام است؟

(۲) -۷

(۱) ۷

(۴) $-\frac{1}{7}$

(۳) $\frac{1}{7}$

ریشه معادله گویای $\frac{3x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} = 5$ کدام است؟

(۲) -۲

(۱) ۲

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

موتورسواری یک مسیر ۶۰ کیلومتری را به صورت رفت و برگشت می‌رود. اگر در مسیر برگشت، سرعتش 10 km/h کمتر از سرعت رفت باشد و نیم ساعت هم دیرتر مسیر را طی کند، سرعت برگشت، چندبرابر سرعت رفت است؟

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{4}{5}$

۳۷

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{x-3}{x+3} + \frac{x}{x-3} = \frac{18}{x^2-9}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{9}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) معادله فقط یک ریشه دارد.

۳۸

معادله $\frac{2}{x-5} = 5 + \frac{3}{\sqrt{x-5}}$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۳۹

جواب‌های معادله $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+4} = \frac{2x^2-3x}{x^2+3x-4}$ چگونه‌اند؟

(۱) دو جواب قابل قبول متمایز

(۲) یک جواب قابل قبول

(۳) معادله جواب ندارد.

(۴) دو جواب قابل قبول مساوی

۴۰

ریشه‌های معادله $\frac{2}{x-1} + \frac{3x-1}{x-4} = -1$ چگونه‌اند؟

(۲) دو جواب متمایز مورد قبول

(۱) یک جواب مورد قبول

(۴) دو جواب مساوی

(۳) جواب ندارد.

۴۱

معادله $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+2} = 2$ چند ریشه دارد؟

(۲) ۳

(۱) صفر

(۴) ۱

(۳) ۲

۴۲

تعداد ریشه‌های معادله $\frac{x}{2-x} + \frac{2}{x} = \frac{-3}{2}$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) بدون ریشه

(۳) ۳

۴۳

معادله $\sqrt{4 - \sqrt{x-1}} + \frac{1}{x + \sqrt{1-x}} = \frac{1}{2}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر
(۲) یک
(۳) دو
(۴) سه

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱

۴۴

بهر روز یک مجله را به‌تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو باهم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. به‌تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟

- (۱) ۳۲
(۲) ۳۳
(۳) ۳۵
(۴) ۳۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱

۴۵

معادله $\sqrt{x^3 - x} + \sqrt{x + 2} = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) بدون ریشه حقیقی

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱

دو برادر تکلیف درس ریاضی را باهم در ۲ ساعت انجام می‌دهند. اگر برادر بزرگ‌تر ۳ برابر برادر کوچک‌تر تکلیف ریاضی را انجام دهد، برادر بزرگ‌تر به تنهایی این تکلیف درس ریاضی را در چند ساعت انجام می‌دهد؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{16}{3}$

(۲) ۸

(۴) $\frac{8}{3}$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

اگر یکی از جواب‌های معادله $\frac{12-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} + \frac{A}{x}$ برابر با ۱ باشد، جواب دیگر کدام است؟

(۱) ۷

(۳) -۱

(۲) -۷

(۴) ریشه دیگری ندارد.

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

معادله $\sqrt{3-x} + \sqrt{16+\sqrt{x-3}} = 4$ چند جواب دارد؟

(۱) ۳

(۳) ۱

(۲) ۲

(۴) بدون جواب

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۱

ریشه‌های معادله $۲ - x + \sqrt{۲x^۲ - ۵x + ۲} = ۰$ چگونه هستند؟

- (۱) فقط یک ریشه منفی دارد.
- (۲) یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت دارد.
- (۳) فقط یک ریشه مثبت دارد.
- (۴) معادله ریشه حقیقی ندارد.

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

مجموع ریشه‌های معادله $\frac{۱}{x^۲} + \frac{۱}{(۱-x)^۲} = \frac{۱۶۰}{۹}$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۱/۷۵
- (۳) ۲
- (۴) ۲/۲۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟

(۲) ۲/۵

(۱) ۲

(۴) ۴/۵

(۳) ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

(۲) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

(۱) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

(۴) $\frac{2}{3 + \sqrt{5}}$

(۳) $\frac{2}{1 + \sqrt{5}}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

۵۳

برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

۵۴

قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادله $\sqrt{3x^2 - 5x + 7} = 3x^2 - 5x + 1$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{7}{3}$

۵۵

اگر L و W به ترتیب طول و عرض مستطیل طلایی باشند، معادله $x + \frac{1}{x} = \frac{W+L}{L}$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

نسبت محیط به مساحت مستطیل طلایی $\sqrt{5} - 3$ است، اندازه ضلع کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5} - 2$ (۲) $2 + \sqrt{5}$
 (۳) $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\frac{7 + 3\sqrt{5}}{4}$

تعداد ریشه‌های معادله $\sqrt{x-3} + \sqrt{2x+3} + 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
 (۳) ۳ (۴) بدون ریشه

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

قدر مطلق تفاضل جواب‌های معادله $\frac{1}{x-1} = 1 - \frac{x-2}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴
 (۳) ۱ (۴) ۲

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} + \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = 5$ کدام است؟

(۲) $\frac{2}{3}$

(۴) ۱۰

(۱) $-\frac{2}{3}$

(۳) -۱۰

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2 - 2x + 1} + \frac{3}{x - 1} = 4$ کدام است؟

(۲) ۲

(۴) ۳

(۱) ۱/۵

(۳) ۲/۵



گزینه ۴

۱

$$\frac{x^2 - 2x + 4 - x^2 + 9x + 2}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4} \Rightarrow \frac{7x+6}{x+2} = 6x \Rightarrow 6x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{12} = \frac{-5 \pm 13}{12} \quad \text{یک جواب مثبت}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گزینه ۴

۲

دامنه معادله فقط $x = 2$ است، بنابراین جواب معادله یا $x = 2$ است و یا اینکه جواب حقیقی ندارد. $x = 2$ را امتحان می‌کنیم:

$$x = 2 \Rightarrow \sqrt{4-3} = \sqrt{2+0} - \sqrt{2-2} \Rightarrow 1 = \sqrt{2}$$

پس $x = 2$ جواب معادله نیست و در نتیجه معادله جواب حقیقی ندارد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گزینه ۲

۳

$x = 3$ جواب معادله است، پس در معادله به جای x ، مقدار ۳ را قرار می‌دهیم. داریم:

$$\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1 \xrightarrow{x=3} \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2}{2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a+2-2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3a-5} = \frac{a}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3a^2 - 5a = 2$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 5a - 2 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (a-2)(3a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۲

۴

$x = 2$ در معادله صدق می‌کند:

$$x = 2 \Rightarrow -3 - 1 = \frac{2m^2}{-2} \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

طرفین معادله را در $(x+3)(x-2)$ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x(x+3) - 3(x-2) &= 2(x-2)(x+3) \\ \Rightarrow x^2 + 3x - (3x - 6) &= 2(x^2 + x - 6) \\ \Rightarrow x^2 + 6 &= 2x^2 + 2x - 12 \Rightarrow x^2 + 2x - 18 = 0 \quad (*) \end{aligned}$$

جواب‌های این معادله نباید مخرج‌های معادله اولیه را صفر کند، یعنی $x = 2$ و $x = -3$ پذیرفته نیستند؛ آن‌ها را در معادله به‌دست‌آمده چک می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x = 2 &\Rightarrow 2^2 + 2 \times 2 - 18 \neq 0 \\ x = -3 &\Rightarrow (-3)^2 + 2(-3) - 18 \neq 0 \end{aligned}$$

حاصل‌ضرب جواب‌های $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ ، به‌صورت $P = \frac{c}{a}$ است. در معادله $(*)$ ، $\Delta > 0$ است، بنابراین دو ریشه دارد و هر دو قابل‌قبول هستند. داریم:

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-18}{1} = -18$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

جواب معادله باید در خود معادله صدق کند، پس مقدار $x = 1$ را در معادله جایگزین می‌کنیم و معادله به‌دست‌آمده برحسب a را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{x=1} \frac{4}{a-2 \times 1} + \frac{a}{1+1} &= \frac{a}{1} \\ \Rightarrow \frac{4}{a-2} + \frac{a}{2} &= a \Rightarrow \frac{4}{a-2} = a - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{4}{a-2} = \frac{a}{2} \\ \xrightarrow{\text{با فرض } a \neq 2 \text{ طرفین وسطین می‌کنیم}} a^2 - 2a &= 8 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-8) = 36$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{2+6}{2} = 4 \\ a_2 = \frac{2-6}{2} = -2 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

طرفین معادله را در $(x-4)(x-1)$ ضرب می‌کنیم:

$$6(x-4)(x-1) \times \left(\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3} \right)$$

$$\Rightarrow 6(x-1)(x-3) + 3(x-4) = 4(x-4)(x-1)$$

$$\Rightarrow 6(x^2 - 4x + 3) + 3x - 12 = 4(x^2 - 5x + 4)$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 24x + 18 + 3x - 12 = 4x^2 - 20x + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-10) = 1 + 80 = 81 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{81}}{4} = \frac{1+9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{81}}{4} = \frac{1-9}{4} = -2 \end{cases}$$

قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها:

$$\left| \frac{5}{2} - (-2) \right| = \left| \frac{5}{2} + 2 \right| = \left| \frac{9}{2} \right| = 4.5$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

ابتدا از طرف چپ معادله مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} &= \frac{(2x-1)(x-2) - (x-3)(x+2)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{(2x^2 - 5x + 2) - (x^2 - x - 6)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2 - 4x + 8}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

با فرض $x \neq \pm 2$ طرفین وسطین انجام می‌دهیم.

$$3x^2 - 12x + 24 = 2x^2 - 8 \Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = 12$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

معادله داده شده را طرفین وسطین می‌کنیم، معادله درجه دوم می‌سازیم و دلتای آن را بزرگ‌تر از صفر قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - a}{x + 3} &= 2x - 1 \Rightarrow (x + 3)(2x - 1) = x^2 - a \\ \Rightarrow 2x^2 - x + 6x - 3 &= x^2 - a \Rightarrow x^2 + 5x + a - 3 = 0 \\ \Delta = (5)^2 - 4(1)(a - 3) &> 0 \Rightarrow 25 - 4a + 12 > 0 \\ \Rightarrow 4a < 37 \Rightarrow a < \frac{37}{4}\end{aligned}$$

دقت کنید که به ازای $a = 9$ معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3} = 2x - 1 \Rightarrow \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3} = 2x - 1 \Rightarrow x - 3 = 2x - 1 \Rightarrow x = -2$$

ملاحظه می‌کنید که به ازای $a = 9$ معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز نمی‌باشد، پس جواب کامل این سوال $a \neq 9, a < \frac{37}{4}$ است. با این شرایط محدوده مشخص شده در گزینه "۱" می‌تواند محدوده تغییرات a باشد.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

$$\begin{aligned}\frac{9x^2 - (x + 3)^2}{2x - 3} - \frac{2}{x} &= 1 \Rightarrow \frac{(3x)^2 - (x + 3)^2}{2x - 3} - \frac{2}{x} = 1 \\ \Rightarrow \frac{(3x - (x + 3))(3x + x + 3)}{2x - 3} - \frac{2}{x} &= 1 \\ \Rightarrow \frac{(2x - 3)(4x + 3)}{2x - 3} - \frac{2}{x} &= 1 \\ \Rightarrow 4x + 3 - \frac{2}{x} &= 1 \xrightarrow{\times x} 4x^2 + 3x - 2 = x \\ \Rightarrow 4x^2 + 2x - 2 &= 0 \xrightarrow{\div 2} 2x^2 + x - 1 = 0\end{aligned}$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow |x_2 - x_1| = \left| \frac{1}{2} - (-1) \right| = \frac{3}{2}$$

پس از تشکیل معادله درجه دوم برای تعیین قدرمطلق تفاضل جواب‌ها، می‌توان از رابطه زیر هم استفاده کرد:

$$2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

زیر رادیکال‌ها نباید منفی شوند:

$$-x^3 + 4x^2 + 25x - 100 \geq 0 \Rightarrow -x^2(x-4) + 25(x-4) \geq 0 \\ \Rightarrow (x-4)(25-x^2) \geq 0$$

x	$-\infty$	$-\infty$	۴	۵	$+\infty$
p(x)		+ ۰ -	۰ + ۰ -		

$$p(x) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -5] \cup [4, 5] \quad (۱)$$

$$-x^2 + 6x - 8 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Rightarrow (x-2)(x-4) \leq 0 \\ \Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \quad (۲)$$

اشتراک (۱) و (۲) فقط عدد ۴ است و در نتیجه $x = 4$ را امتحان می‌کنیم:

$$\sqrt{4} + \sqrt{0} + \sqrt{16 + \sqrt{0}} = 2 + 4 \Rightarrow 6 = 6$$

$x = 4$ در معادله صدق می‌کند و تنها جواب معادله است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

$$x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3} \Rightarrow x^2 = y+3 + y-3 - 2\sqrt{y^2-9} \\ \xrightarrow{y=x^2} \sqrt{y^2-9} = 0 \xrightarrow{y \geq 3} y = 3 \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

نقطه تلاقی $A(\sqrt{6}, 3)$ است:

$$|AO| = \sqrt{6+9} = \sqrt{15}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\frac{4x^2 - (4 - 4x + x^2)}{x+2} - \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{3x^2 + 4x - 4}{x+2} - \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{(3x-2)(x+2)}{x+2} - \frac{y}{x} = 2$$

چون $x = -2$ مخرج کسر را صفر می‌کند، نمی‌تواند ریشه معادله باشد، بنابراین $x+2$ را از صورت و مخرج کسر ساده می‌کنیم.

$$(3x-2) - \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x - y}{x} = 2 \Rightarrow 3x^2 - 2x - y = 2x \\ \Rightarrow 3x^2 - 4x - y = 0 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

برای حل معادله داده شده از تغییر متغیر به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$x^2 + 4x + 3 = t$$

حالا معادله جدید بر حسب t به صورت زیر درمی آید:

$$x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 3 + 2} \Rightarrow t = \sqrt{t + 2}$$

با حل معادله به دست آمده، مقدار t و در ادامه حاصل ضرب ریشه های معادله اصلی را محاسبه می کنیم.

$$t = \sqrt{t + 2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} t^2 = t + 2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 2)(t + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2 \\ t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1 \end{cases}$$

اکنون معادله اصلی را حل می کنیم:

$$t = 2 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 2 \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = 1$$

$t = -1$ غیرقابل قبول است. چون حاصل رادیکال با فرجه زوج نباید منفی باشد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

$$3a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 \Rightarrow \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a$$

$$\begin{cases} 2 - 3a \geq 0 \Rightarrow a \leq \frac{2}{3} \\ 2a^2 + 4a \geq 0 \Rightarrow 2a(a + 2) \geq 0 \Rightarrow a \in [0, +\infty) \cup (-\infty, -2] \end{cases} \xrightarrow{n} (-\infty, -2] \cup [0, \frac{2}{3}]$$

$$\sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2a^2 + 4a = 4 - 12a + 9a^2 \Rightarrow 7a^2 - 16a + 4 = 0$$

$$\Delta = 16^2 - 4 \times 7 \times 4 = 16(16 - 7) = 16 \times 9$$

$$a = \frac{16 \pm 12}{14} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{16 + 12}{14} = 2 \\ a_2 = \frac{16 - 12}{14} = \frac{2}{7} \end{cases}$$

بنابراین $a = \frac{2}{7}$ قابل قبول است.

$$\frac{a+1}{a} = \frac{\frac{2}{7}+1}{\frac{2}{7}} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$\sqrt{3a+16} = 1-2a \xrightarrow{\text{توان}^2} 3a+16 = 1-4a+4a^2$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 7a - 15 = 0 \Rightarrow (4a+5)(a-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-\frac{5}{4} \end{cases}$$

همچنین داریم:

$$\begin{cases} 1-2a \geq 0 \Rightarrow a \leq \frac{1}{2} \\ 3a+16 \geq 0 \Rightarrow a \geq -\frac{16}{3} \end{cases} \xrightarrow{\cap} a \in \left[-\frac{16}{3}, \frac{1}{2}\right]$$

پس $a=3$ در معادله اولیه صدق نمی‌کند، بنابراین $a=-\frac{5}{4}$ است.

$$4a+9 = 4\left(-\frac{5}{4}\right) + 9 = -5 + 9 = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

فرض کنید x ، مقدار تبخیر برحسب کیلوگرم باشد. ابتدا محاسبه می‌کنیم که چند کیلوگرم رنگ خالص داریم:

$$\text{کیلوگرم رنگ خالص} = 11 \times 40\% + 4 \times 70\% = 7/2$$

بنابراین در $11 + 4 = 15$ کیلوگرم رنگ موجود، $7/2$ کیلوگرم رنگ خالص وجود دارد، اگر x میزان تبخیر باشد، آنگاه:

$$\frac{7/2}{15-x} = 50\% = \frac{50}{100}$$

$$\Rightarrow 720 = 750 - 50x \Rightarrow x = 0/6 \text{ کیلوگرم}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

فرض کنید سرعت پرواز پرونده v باشد. در این صورت سرعت رفت $v + 5$ و سرعت برگشت $v - 5$ خواهد بود و داریم:

$$t_1 = \frac{x_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{5+v}$$

$$t_2 = \frac{x_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{v-5}$$

$$t_1 + t_2 = 9 \text{ (min)} = \frac{9}{60} \text{ (h)} \Rightarrow \frac{9}{60} = \frac{1}{5+v} + \frac{1}{v-5}$$

$$\frac{3}{20} = \frac{1}{5+v} + \frac{1}{v-5} \xrightarrow{\times 20(v^2-25)} 3(v^2-25) = 20(v-5) + 20(v+5)$$

$$\Rightarrow 3v^2 - 75 = 20v - 100 + 20v + 100$$

$$\Rightarrow 3v^2 - 40v - 75 = 0 \Rightarrow (3v+5)(v-15) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = 15 & \checkmark \\ v = -\frac{5}{3} & \times \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

در مسیر رفت و برگشت، به خاطر حرکت آب رودخانه به اندازه سرعت آب (v) از سرعت قایق کم و به آن اضافه می‌شود، پس زمان رفت $\frac{1200}{100+v}$ و زمان برگشت $\frac{1200}{100-v}$ است و اختلاف آن‌ها باید ۵ باشد.

$$\frac{1200}{100-v} - \frac{1200}{100+v} = 5 \xrightarrow{\div 5} 240 \left(\frac{1}{100-v} - \frac{1}{100+v} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{240 \times 2v}{(100-v)(100+v)} = 1 \Rightarrow 100^2 - v^2 = 480v$$

$$\Rightarrow v^2 + 480v - 10000 = 0 \Rightarrow (v-20)(v+500) = 0 \xrightarrow{v>0} v = 20$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$2x + 1 + \frac{1}{2x-1} = 2x + 2 \Rightarrow \frac{1}{2x-1} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1-2x+1}{2x-1} = 0 \Rightarrow \frac{-2x+2}{2x-1} = 0$$

$$\Rightarrow -2x+2=0 \Rightarrow x=1$$

قرار می‌دهیم: $\sqrt{x-5} = t$ پس $x = t^2 + 5$ و معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$t + \sqrt{t^2 + 5 + 8t} = 7 \Rightarrow \sqrt{t^2 + 8t + 5} = 7 - t \Rightarrow t^2 + 8t + 5 = t^2 - 14t + 49 \Rightarrow 22t = 44 \Rightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-5} = 2 \Rightarrow x-5 = 4 \Rightarrow x = 9 \quad \text{ق ق}$$

طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{x^2 - 2\sqrt{x} - 5} = 1 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 - 2\sqrt{x} - 5 = 1 - 2\sqrt{x} + x$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 & \times \\ x=-2 & \times \end{cases}$$

هر دو جواب به‌دست‌آمده در معادله اصلی صدق نمی‌کند، پس معادله جوابی ندارد.

اگر سرعت موتورسیکلت را x فرض کنیم، فاصله را در زمان $\frac{360}{x}$ طی می‌کند. پس سرعت ماشین $x+10$ است که فاصله را در زمان $\frac{360}{x+10}$ طی می‌کند و ۲۴ دقیقه یا $\frac{2}{5}$ ساعت زودتر به مقصد می‌رسد.

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{360x + 3600 - 360x}{x(x+10)} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1800}{x^2 + 10x} = \frac{1}{5} \Rightarrow x^2 + 10x - 9000 = 0 \Rightarrow (x+100)(x-90) = 0 \Rightarrow x = 90$$

سرعت ماشین برابر $100 = x + 10$ کیلومتر بر ساعت است.

نکته: اگر شخص اول کاری را در A ساعت و شخص دوم همان کار را در B ساعت و هر دو باهم آن کار را در C ساعت انجام دهند، داریم:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{C}$$

در اینجا اگر فرض کنیم، محمد به تنهایی کار را در x ساعت انجام می‌دهد، هر دو آن‌ها باهم در $x - ۴$ ساعت کار را انجام می‌دهند و داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{15} + \frac{1}{x} &= \frac{1}{x-4} \Rightarrow \frac{x+15}{15x} = \frac{1}{x-4} \Rightarrow x^2 + 11x - 60 = 15x \\ \Rightarrow x^2 - 4x - 60 &= 0 \Rightarrow (x-10)(x+6) = 0 \Rightarrow x = 10 \end{aligned}$$

عدد زوج کوچک‌تر را x و عدد زوج بعدی را $x + ۲$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} &= \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x} &= \frac{3}{4} \Rightarrow 3x^2 + 6x = 4x + 8 \\ \Rightarrow 3x^2 - 2x - 8 &= 0, \Delta = 100 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{6} = 2, \frac{-8}{6}$$

در نتیجه دو عدد زوج ۲ و ۴ هستند:

$$\text{مجموع دو عدد} = ۲ + ۴ = ۶$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-2} + \frac{x+3}{x+2} &= \frac{45}{x^2-4} \Rightarrow \frac{3(x+2) + (x+3)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{45}{x^2-4} \\ \Rightarrow \frac{3x+6+x^2+x-6}{x^2-4} &= \frac{45}{x^2-4} \xrightarrow{x \neq \pm 2} x^2 + 4x = 45 \\ \Rightarrow x^2 + 4x - 45 &= 0 \Rightarrow (x-5)(x+9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -9 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{اختلاف جواب‌ها} = |5 - (-9)| = ۱۴$$

اگر فرض کنیم کارگر دوم به‌تنهایی کار را در x روز انجام دهد، کارگر اول $2x$ روز طول می‌کشد همان کار را به‌تنهایی انجام دهد، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{3}{2x} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2x = 18 \Rightarrow x = 9$$

بنابراین کارگر اول کار را در ۱۸ روز و کارگر دوم کار را در ۹ روز انجام می‌دهند.

$x = 1$ باید در معادله صدق کند.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} - \frac{1}{1+a} &= \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{1+a} \Rightarrow a = 5 \\ \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x+5} &= \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 5x - x - 2}{(x+2)(x+5)} = \frac{1}{6} \\ \Rightarrow \frac{x^2 + 4x - 2}{x^2 + 7x + 10} &= \frac{1}{6} \Rightarrow 6x^2 + 24x - 12 = x^2 + 7x + 10 \\ \Rightarrow 5x^2 + 17x - 22 &= 0 \Rightarrow (x-1)(5x+22) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-22}{5} = -4\frac{2}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

نکته: اگر شخصی کاری را در مدت زمان t_A و شخص دیگر همان کار را در مدت زمان t_B انجام دهد، هر دو باهم کار را در زمان t^* انجام می‌دهند، به طوری که: $\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B} = \frac{1}{t^*}$

در این مسئله مدت زمان سنجاب را t و مدت زمان موش را $t + ۲$ در نظر می‌گیریم. اگر موش از یک سر و سنجاب از سر دیگر این کار را انجام دهد، مانند این است که هر دو باهم این کار را انجام داده‌اند و زمانی که به یکدیگر رسیده‌اند، در واقع همان زمان پایان کار می‌باشد، بنابراین:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t+2} = \frac{1}{2/4} \Rightarrow \frac{2t+2}{t(t+2)} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow 24t + 24 = 5t^2 + 10t \Rightarrow 5t^2 - 14t - 24 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=676} t = \frac{14 \pm 26}{10} \Rightarrow \begin{cases} t = 4 \quad \checkmark \\ t = -1/2 \quad \times \end{cases}$$

بنابراین موش به تنهایی در زمان $t + 2 = 4 + 2 = 6$ ساعت این طناب را می‌جود.

فرض می‌کنیم سرعت ثابت قایق V باشد، بنابراین سرعت رفت $V + ۱۰$ و سرعت برگشت $V - ۳۰$ خواهد بود، بنابراین:

$$\text{زمان رفت: } \frac{۳۰۰}{V + ۱۰}$$

$$\text{زمان برگشت: } \frac{۳۰۰}{V - ۳۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۰۰}{V - ۳۰} - \frac{۳۰۰}{V + ۱۰} = ۱۰ \Rightarrow \frac{1}{V - ۳۰} - \frac{1}{V + ۱۰} = \frac{10}{300} = \frac{1}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{(V + ۱۰) - (V - ۳۰)}{(V - ۳۰)(V + ۱۰)} = \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{40}{(V - ۳۰)(V + ۱۰)} = \frac{1}{30}$$

$$۱۲۰۰ = V^2 - ۲۰V - ۳۰۰ \Rightarrow V^2 - ۲۰V - ۱۵۰۰ = 0$$

$$\xrightarrow{\text{بنابراین}} (V - ۵۰)(V + ۳۰) = 0 \Rightarrow \begin{cases} V = ۵۰ \quad \checkmark \\ V = -۳۰ \quad \times \end{cases}$$

فرض می‌کنیم چاپگر قدیمی به تنهایی در x ساعت کار را تکمیل می‌کند، پس چاپگر جدید در $x - ۳$ ساعت کار را تکمیل می‌کند.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2(x-3) + 2x - x(x-3)}{2x(x-3)} = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 6 + 2x - x^2 + 3x = 0 \Rightarrow -x^2 + 7x - 6 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$(x-1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

چاپگر قدیمی در ۶ ساعت کار را تکمیل می‌کند.

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{8} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1+3}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 6$$

فرض کنیم شیر A در x ساعت استخر را پر کند، آنگاه شیر A در یک ساعت $\frac{1}{x}$ استخر را پر می‌کند. شیر B در $x + 8$ ساعت استخر را پر می‌کند و در یک ساعت $\frac{1}{x+8}$ استخر را پر می‌کند.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+8} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3(x+8) + 3x - x(x+8)}{3x(x+8)} = 0$$

$$3x + 24 + 3x - x^2 - 8x = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 24 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 & \text{غ ق ق} \\ x = 4 & \text{ق ق} \end{cases}$$

شیر A به تنهایی در ۴ ساعت استخر را پر می‌کند.

$$\frac{1}{x-2} - \frac{x+9}{x-2} + 3 = 0 \Rightarrow \frac{1-x-9+3x-6}{x-2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x-14}{x-2} = 0 \Rightarrow 2x-14=0 \Rightarrow x=7$$

روش اول: معادله را حل می‌کنیم:

$$\text{مخرج مشترک: } \frac{(3x-2)(x+3) + (2x+5)x}{x(x+3)} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 + 9x - 2x - 6 + 2x^2 + 5x}{x^2 + 3x} = 5 \Rightarrow \frac{5x^2 + 12x - 6}{x^2 + 3x} = 5$$

$$\text{طرفین وسطین: } 5x^2 + 12x - 6 = 5x^2 + 15x \Rightarrow 12x - 6 = 15x$$

$$\Rightarrow 12x - 15x = 6 \Rightarrow -3x = 6 \Rightarrow x = -2$$

روش دوم: گزینه‌ها را در معادله جایگذاری می‌کنیم اگر طرفین تساوی، برابر شد، گزینه موردنظر، ریشه معادله است:

$$x=2 \Rightarrow \frac{3(2)-2}{2} + \frac{2(2)+5}{2+3} = 5 \Rightarrow 2 + \frac{9}{5} = 5 \Rightarrow \frac{19}{5} = 5$$

$$x=-2 \Rightarrow \frac{3(-2)-2}{-2} + \frac{2(-2)+5}{-2+3} = 5 \Rightarrow 4 + 1 = 5 \Rightarrow 5 = 5$$

در نتیجه $x = -2$ ریشه معادله است.

$$t_{\text{رفت}} - t_{\text{برگشت}} = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \frac{60}{\nu - 10} - \frac{60}{\nu} = \frac{1}{\nu}$$
$$\begin{aligned} 12 \circ v - 12 \circ (v - 1 \circ) &= v(v - 1 \circ) \Rightarrow 12 \circ \circ = v^r - 1 \circ v \Rightarrow v^r - 1 \circ v - 12 \circ \circ = \circ \\ &\Rightarrow v = \mathfrak{F} \circ, -12 \circ \end{aligned}$$
$$v_{\text{رفت}} = 40 \Rightarrow v_{\text{برگشت}} = 30 \Rightarrow \frac{v_{\text{برگشت}}}{v_{\text{رفت}}} = \frac{3}{4}$$
$$(x - 3)(x - 3) + x(x + 3) = 14 \Rightarrow (x^2 - 6x + 9) + (x^2 + 3x) = 14 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

اما دقت کنید که جواب‌های معادلهٔ اخیر، $x = 3$ و $x = -\frac{3}{2}$ هستند که چون $x = 3$ مخرج دوتا از کسرهای را در صورت معادله صفر می‌کند، غیرقابل قبول است و معادله فقط یک ریشهٔ $x = -\frac{3}{2}$ دارد.

$$\Rightarrow \frac{r}{t^r} = \omega + \frac{w}{t} \xrightarrow{\times t^r} r = \omega t^r + w t \Rightarrow \omega t^r + w t - r = 0$$
$$\begin{cases} t = -1 \Rightarrow \sqrt{x-5} = -1 \text{ غ.ق.ق} \\ t = \frac{2}{5} \Rightarrow \sqrt{x-5} = \frac{2}{5} \Rightarrow x-5 = \frac{4}{25} \Rightarrow x = \frac{129}{25} \Rightarrow \text{معادله دارای یک ریشه حقیقی است.} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+4} = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 3x - 4} \Rightarrow \frac{x+4-x+1}{(x-1)(x+4)} = \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 3x - 4} \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{با استفاده از } \Delta} \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(2)(-5) = 49, x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{هر دو جواب قابل قبولند.}$$

$$\frac{2}{x-1} + \frac{3x-1}{x-4} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{2(x-4) + (3x-1)(x-1) + (x-1)(x-4)}{(x-1)(x-4)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x - 8 + 3x^2 - 3x - x + 1 + x^2 - 5x + 4}{(x-1)(x-4)} = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 7x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{با استفاده از } \Delta} \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Rightarrow \Delta = 49 - 4(4)(-3) \Rightarrow \Delta = 97, x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{97}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{97}}{8} \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{97}}{8} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول اند چون مخرج را صفر نمی کند.

$$\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+2} = 2$$

مخرج مشترک:

$$\begin{aligned} \frac{x+2+x(x-1)-2(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{x+2+x^2-x-2(x^2+x-2)}{(x-1)(x+2)} &= 0 \\ \Rightarrow x+2+x^2-x-2x^2-2x+4 &= 0 \\ \Rightarrow -x^2-2x+6 &= 0 \Rightarrow x^2+2x-6 &= 0 \end{aligned}$$

از روش دلتا استفاده می‌کنیم

$$\Delta = 28 > 0$$

معادله دو ریشه دارد.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2 + \sqrt{28}}{2} = -1 + \sqrt{7} \\ x_2 = \frac{-2 - \sqrt{28}}{2} = -1 - \sqrt{7} \end{cases}$$

هر دو ریشه قابل قبول‌اند چون مخرج را صفر نمی‌کنند.

ک.م.م مخرج‌ها: $2x(2-x)$

$$2x(2-x) \times \left(\frac{x}{2-x} + \frac{2}{x} = \frac{-3}{2} \right) \Rightarrow 2x^2 + 4(2-x) = -3x(2-x)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 8 - 4x = -6x + 3x^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ ق.ق} \\ x=-2 \text{ ق.ق} \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد ریشه‌ها} = 2$$

زیر رادیکال‌ها نباید منفی باشند:

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ 1 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x = 1$$

فقط $x = 1$ می‌تواند جواب باشد، آن را امتحان می‌کنیم.

$$x = 1 \Rightarrow \sqrt{4 - 0} + \frac{1}{1 + 0} = \frac{1}{2}$$

صدق نمی‌کند؛ پس معادله فاقد جواب حقیقی است.

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱

اگر زمانی که بهروز برای تایپ مجله صرف می‌کند x ساعت فرض شود، آنگاه زمانی که فرهاد برای تایپ مجله صرف می‌کند $x + 9$ ساعت خواهد بود.

بهروز در یک ساعت $\frac{1}{x}$ کل کار را انجام می‌دهد و فرهاد در یک ساعت $\frac{1}{x+9}$ کل کار و هر دو باهم در یک ساعت $\frac{1}{90}$ کل کار را انجام می‌دهند.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} &= \frac{1}{90} \xrightarrow{\times 90x(x+9)} 90(x+9) + 90x = x(x+9) \\ \Rightarrow 90x + 810 + 90x &= x^2 + 9x \Rightarrow x^2 - 36x - 810 = 0 \\ \Rightarrow (x - 36)(x + 9) &= 0 \xrightarrow{x > 0} x = 36 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۲

توجه:

$$\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \text{ جواب مشترک}$$

$$\sqrt{x^3 - x} + \sqrt{x + 2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

ریشه مشترک وجود ندارد، پس معادله بدون ریشه حقیقی است.

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۳

t_1 : زمان انجام تکلیف برادر بزرگتر

t_2 : زمان انجام تکلیف برادر کوچکتر

چون سرعت انجام تکلیف برادر بزرگتر ۳ برابر سرعت انجام تکلیف برادر کوچکتر می‌باشد، پس:

$$t_1 = \frac{1}{3}t_2 \Rightarrow t_2 = 3t_1$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{t_1} + \frac{1}{3t_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3+1}{3t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3t_1 = 8 \Rightarrow t_1 = \frac{8}{3} \text{ ساعت}$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

صدق ریشه در معادله:

$$x = 1: \frac{12-x}{1+x} = \frac{1}{1+x} + \frac{A}{1} \Rightarrow \frac{11}{2} = \frac{1}{2} + A \Rightarrow A = 5$$

طرفین معادله را در $x(x+1)$ ضرب نماییم:

$$\frac{12-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} + \frac{5}{x} \Rightarrow 12-x = x^2 + 5(x+1)$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \checkmark \text{ ق.ق} \\ x=-7 \checkmark \text{ ق.ق} \end{cases}$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{3-x}: 3-x \geq 0 &\Rightarrow x \leq 3 \\ \sqrt{x-3}: x-3 \geq 0 &\Rightarrow x \geq 3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = \{3\}$$

امتحان دامنه:

$$x = 3 \Rightarrow 0 + \sqrt{16+0} = 4 \Rightarrow 4 = 4$$

معادله فقط یک جواب دارد.

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۱

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2$$

به توان ۲ برسانید:

$$2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (در معادله اولیه صدق نمی‌کند)} \\ x = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

برای معادله به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{(1-x)^2 + x^2}{x^2(1-x)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x + 1}{(x - x^2)^2} = \frac{160}{9}$$

فرض می‌کنیم $x^2 - x = t$ ، پس:

$$\frac{2t + 1}{t^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow 160t^2 = 18t + 9 \Rightarrow 160t^2 - 18t - 9 = 0$$

t را به دست می‌آوریم:

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{160} = \frac{9 \pm 39}{160}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{3}{16} \Rightarrow x^2 - x + \frac{3}{16} = 0 \Rightarrow S_1 = 1 \\ t = \frac{3}{10} \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{10} = 0 \Rightarrow S_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow S = S_1 + S_2 = 1 + 1 = 2$$

دقت شود Δ هر دو معادله مثبت است و جواب دارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

راه حل اول:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{f_0}{9} \Rightarrow \frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{f_0}{9} \Rightarrow \frac{2x^2 - 4x + 4}{x^2(2-x)^2} = \frac{f_0}{9}$$

$$f_0 x^2 (x-2)^2 - 18x(x-2) - 36 = 0 \xrightarrow{x(x-2)=t} f_0 t^2 - 18t - 36 = 0$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{18 \pm \sqrt{(18)^2 - 4(f_0)(-36)}}{2f_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{18 + \sqrt{6084}}{2f_0} = \frac{18 + 78}{2f_0} = \frac{96}{2f_0} = \frac{6}{f_0} \\ t_2 = \frac{18 - \sqrt{6084}}{2f_0} = \frac{18 - 78}{2f_0} = -\frac{60}{2f_0} = -\frac{3}{f_0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{6}{f_0} \Rightarrow x(x-2) = \frac{6}{f_0} \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{6}{f_0} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_1 = 2 \\ t_2 = -\frac{3}{f_0} \Rightarrow x(x-2) = -\frac{3}{f_0} \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{f_0} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_2 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = S_1 + S_2 = 4$$

راه حل دوم:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{f_0}{9} \Rightarrow \frac{(2-x)^2 + x^2}{(2x-x^2)^2} = \frac{f_0}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{4 + 2x^2 - 4x}{(2x-x^2)^2} = \frac{f_0}{9} \Rightarrow \frac{4 - 2(2x-x^2)}{(2x-x^2)^2} = \frac{f_0}{9}$$

$$\xrightarrow{t=(2x-x^2)} \frac{4-2t}{t^2} = \frac{f_0}{9} \Rightarrow 20t^2 + 9t - 18 = 0 \Rightarrow t = \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{40} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{4} \\ t = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_1 = 2 \\ 2x-x^2 = -\frac{6}{5} \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{6}{5} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S_2 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = S_1 + S_2 = 4$$

بنابراین مجموع ۴ ریشه برابر با ۴ است.

به $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ عدد طلایی می‌گوییم. در مستطیل به طول و عرض a و b ، قطر برابر $\sqrt{a^2+b^2}$ است.

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} &= \frac{1+\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \frac{a^2+b^2}{a^2} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} \\ \Rightarrow 1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 &= \frac{6+2\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{2+2\sqrt{5}}{4} \\ \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 &= \frac{4}{2+2\sqrt{5}} = \frac{2}{1+\sqrt{5}}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

اولین شرط روی a نشان می‌دهد که $a \geq 0$ پس:

$$\begin{aligned}\sqrt{x-a} &= a - \sqrt{x} \Rightarrow x-a = a^2 + x - 2a\sqrt{x} \\ \Rightarrow 2a\sqrt{x} &= a^2 + a \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a^2+a}{2a} \Rightarrow x = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2\end{aligned}$$

پس لازم است $a+1$ زوج باشد تا x صحیح به دست آید یعنی:

$$a = 1, 3, 5, 7, 9$$

اما دقت شود که $a=0$ نیز جواب است زیرا:

$$a=0 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x=0$$

پس برای ۶ مقدار صحیح a معادله جواب صحیح دارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

$$3x^2 - 5x + 1 = t \geq 0$$

$$t = \sqrt{t+6} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} t^2 = t+6 \Rightarrow t^2 - t - 6 = 0$$

$$\begin{cases} t=3 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 1 = 3 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \\ t=-2 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{3a} \text{ یا } \sqrt{S^2 - 4P}$$

$$S = \frac{5}{3}, P = -\frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: در مستطیل طلایی با طول L و عرض W داریم:

$$\frac{W+L}{L} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

روش اول:

$$x + \frac{1}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\times 2x} 2x^2 + 2 - (1+\sqrt{5})x = 0 \\ \Rightarrow 2x^2 - (1+\sqrt{5})x + 2 = 0$$

$$\Delta = (1+\sqrt{5})^2 - 4(2)(2) < 0 \Rightarrow \text{معادله ریشه ندارد}$$

روش دوم: با توجه به $\frac{W+L}{L} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1/618$ و اینکه مجموع هر عبارت و معکوسش از ۲ بیشتر و از ۲- کمتر است، پس $x + \frac{1}{x} = 1/618$ جواب ندارد.

چالش سؤال: نسبت طلایی $\frac{L+W}{L}$ همان $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ یا به طور تقریبی ۱/۶۱۸ می باشد.

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

می دانیم در مستطیل طلایی رابطه $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ برقرار است. بنا به فرض داریم:

$$\frac{2(x+y)}{xy} = 3 - \sqrt{5} \xrightarrow{\frac{x+y}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}} 2\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \times \frac{1}{y} = 3 - \sqrt{5} \\ \Rightarrow y = \frac{\sqrt{5}+1}{3-\sqrt{5}} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{8+4\sqrt{5}}{4} = 2 + \sqrt{5}$$

چالش سؤال: کاربرد ریاضیات در زندگی، مفهوم مستطیل طلایی

مدارس علوم تجربی البرز

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{2x+3} = -2$$

سمت چپ معادله همواره مثبت و سمت راست آن همواره منفی است، پس بدون ریشه حقیقی می باشد.

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۳

$$\frac{1}{x-1} = 1 - \frac{x-2}{2} \Rightarrow \frac{1}{x-1} = \frac{2-x+2}{2} \Rightarrow 2 = (x-1)(4-x)$$

$$\Rightarrow 2 = 4x - x^2 - 4 + x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} \begin{cases} x=3 & \checkmark \\ x=2 & \checkmark \end{cases} \Rightarrow |3-2| = 1$$

(هر دو جواب قابل قبول اند، چون مخرج را صفر نمی کند.)

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} + \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = 5$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد ادم زدوج}} \frac{x(x-3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+3} + \frac{x}{x+2} - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x(x+2) + x(x+3) - 5(x+2)(x+3)}{(x+3)(x+2)} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + x^2 + 3x - 5x^2 - 25x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x^2 - 20x - 30 = 0 \\ ax^2 + bx + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه ها} = \frac{c}{a} = \frac{-30}{-3} = 10$$

$$\frac{1}{x-1} = t \Rightarrow t^2 + 3t = 4 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow \frac{1}{x-1} = 1 \Rightarrow x=2 \\ t=-4 \Rightarrow \frac{1}{x-1} = -4 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه ها:

$$2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱	☐ ☐ ☒ ☐	۲۱	☒ ☐ ☐ ☐	۳۱	☐ ☐ ☒ ☐	۴۱	☐ ☐ ☒ ☐
۲	☐ ☐ ☐ ☒	۱۲	☐ ☐ ☐ ☒	۲۲	☒ ☐ ☐ ☐	۳۲	☐ ☒ ☐ ☐	۴۲	☐ ☒ ☐ ☐
۳	☐ ☒ ☐ ☐	۱۳	☐ ☐ ☒ ☐	۲۳	☐ ☐ ☒ ☐	۳۳	☒ ☐ ☐ ☐	۴۳	☒ ☐ ☐ ☐
۴	☐ ☒ ☐ ☐	۱۴	☐ ☒ ☐ ☐	۲۴	☐ ☐ ☒ ☐	۳۴	☒ ☐ ☐ ☐	۴۴	☐ ☐ ☐ ☒
۵	☒ ☐ ☐ ☐	۱۵	☐ ☐ ☐ ☒	۲۵	☒ ☐ ☐ ☐	۳۵	☐ ☒ ☐ ☐	۴۵	☐ ☐ ☐ ☒
۶	☐ ☒ ☐ ☐	۱۶	☒ ☐ ☐ ☐	۲۶	☐ ☐ ☒ ☐	۳۶	☐ ☒ ☐ ☐	۴۶	☐ ☐ ☐ ☒
۷	☐ ☒ ☐ ☐	۱۷	☐ ☐ ☒ ☐	۲۷	☒ ☐ ☐ ☐	۳۷	☐ ☐ ☐ ☒	۴۷	☐ ☒ ☐ ☐
۸	☐ ☐ ☐ ☒	۱۸	☐ ☐ ☐ ☒	۲۸	☐ ☐ ☐ ☒	۳۸	☐ ☒ ☐ ☐	۴۸	☐ ☐ ☒ ☐
۹	☒ ☐ ☐ ☐	۱۹	☐ ☐ ☒ ☐	۲۹	☐ ☐ ☐ ☒	۳۹	☒ ☐ ☐ ☐	۴۹	☐ ☐ ☒ ☐
۱۰	☐ ☐ ☐ ☒	۲۰	☐ ☐ ☒ ☐	۳۰	☐ ☐ ☒ ☐	۴۰	☐ ☒ ☐ ☐	۵۰	☐ ☐ ☒ ☐
۵۱	☐ ☐ ☒ ☐								
۵۲	☐ ☐ ☒ ☐								
۵۳	☐ ☐ ☒ ☐								
۵۴	☐ ☐ ☐ ☒								
۵۵	☒ ☐ ☐ ☐								
۵۶	☐ ☒ ☐ ☐								
۵۷	☐ ☐ ☐ ☒								
۵۸	☐ ☐ ☒ ☐								
۵۹	☐ ☐ ☐ ☒								
۶۰	☒ ☐ ☐ ☐								