

نوید پورزکی

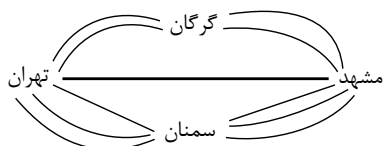
۱- بین ۴ شهر A, B, C و D مطابق شکل زیر راه‌های ارتباطی وجود دارد. به چند طریق می‌توانیم از شهر A به شهر D سفر کنیم به طوری که از هر شهر دقیقاً یک بار عبور کنیم؟
منتا- ۱۳۹۸



۱۶ (۲)
۸ (۴)

۶ (۱)
۲۴ (۳)

۲- شخصی قصد دارد از شهر تهران به شهر مشهد سفر کرده و سپس به شهر تهران بازگردد. اگر مطابق شکل زیر بین این دو شهر راه‌هایی وجود داشته باشد، اما یکی از مسیرهای میان شهر تهران و سمنان مسدود شده باشد و نتوان از آن عبور و مرور کرد، در این صورت به چند طریق این عمل امکان‌پذیر است؟
smart- ۱۳۹۸

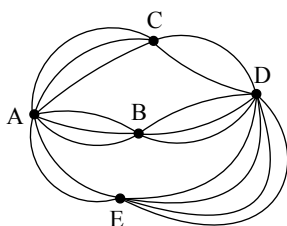


۱۴ (۲)
۱۲۱ (۴)

۱۱ (۱)
۲۸ (۳)

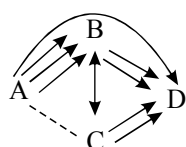
۳-

در شکل زیر به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت و برگشت؟ (در برگشت، از کل مسیر رفت استفاده نکنیم ولی از همان شهر قبلی بگذریم).
منتا- ۱۴۰۱



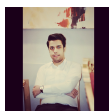
۶۰ (۱)
۴۵ (۲)
۷۲ (۳)
۱۲۰ (۴)

۴- بین ۴ شهر A, B, C و D مطابق شکل زیر راه‌هایی مفروض است. اگر بتوان به ۲۹ طریق از شهر A به شهر D سفر کرد؛ تعداد راه‌هایی که از شهر A به شهر C وجود دارد، کدام است؟ (راه B به C دو طرفه و بقیه راه‌ها یک‌طرفه‌اند).
smart- ۱۳۹۸

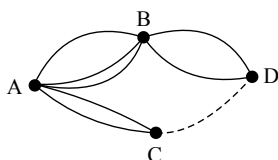


۵ (۲)
۹ (۴)

۴ (۱)
۳ (۳)



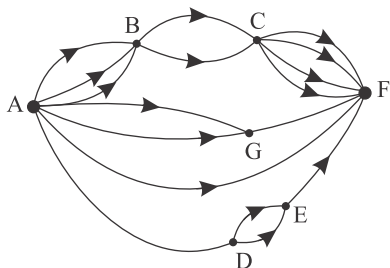
۵- با توجه به جاده‌های بین شهرهای شکل زیر، بین C و D چند جاده وجود داشته باشد تا برای آنکه از شهر A به شهر D سفر کنیم و به شهر A برگردیم، ۶۴ راه رفت و برگشت وجود داشته باشد؟ (در هر رفت و برگشت دقیقاً دو جاده طی می‌شود).
منتا- ۱۳۹۸



۲ (۲)
۴ (۴)

۱ (۱)
۳ (۳)

۶- با توجه به نقشه راه‌ها در شکل زیر به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر F سفر کرد به‌طوری که حداقل از یک شهر دیگر عبور کنیم؟
smart- ۱۴۰۰



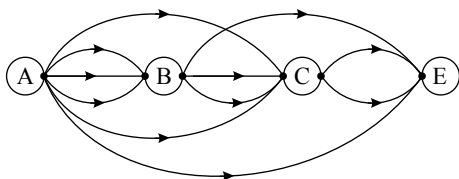
۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۶ (۲)

۲۴ (۱)

۷- اگر راه رسیدن از شهر A به شهر E مطابق شکل باشد، به چند طریق این کار امکان‌پذیر است؟
smart- ۱۴۰۰



۲۰ (۱)
۱۸ (۲)
۱۶ (۳)
۲۴ (۴)

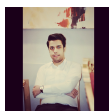
۸- چند عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۵ و متشکل از رقم‌های فرد وجود دارد؟
خارج از کشور- ۱۳۹۱

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)



منتأزمون- ۱۴۰۱

۹- با حروف کلمه (جمهوری) چند کلمه ۵ حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت که با حروف نقطه دار آغاز نشود؟

- ۱) ۲۴۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۶۰۰ ۴) ۷۲۰

smart- ۱۳۹۸

۱۰- با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد ۵ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

- ۱) ۳۶ ۲) ۱۲۰ ۳) ۳۱۲ ۴) ۱۹۲

۱۱- در یک لیگ فوتبال که بازی ها به صورت رفت و برگشت برگزار می شود ۹۰ بازی باید انجام شود. یک تیم در این لیگ حداکثر چند امتیاز

منتأزمون- ۱۴۰۱

می تواند کسب کند؟ (هر پیروزی ۳ امتیاز دارد.)

- ۱) ۵۴ ۲) ۴۸ ۳) ۷۲ ۴) ۶۴

۱۲- با حروف کلمه «عاطفی» چند کلمه پنج حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت، به طوری که حروف «ع» و «ی» کنار هم نباشند؟

منتأ- ۱۳۹۸

- ۱) ۵۸ ۲) ۶۶ ۳) ۷۲ ۴) ۸۴

منتأ- ۱۳۹۸

۱۳- خانواده ای دارای ۵ فرزند است. پیشامد آنکه چهارمین فرزند، دومین پسر خانواده باشد، دارای چند عضو است؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۳

منتأ- ۱۳۹۸

۱۴- چند عدد طبیعی چهاررقمی فرد وجود دارد که دهگان و صدگان آن، رقمی فرد نباشد؟

- ۱) ۱۲۵۰ ۲) ۷۲۰ ۳) ۱۱۲۵ ۴) ۶۲۵



سراسری- ۱۳۹۹

۱۵- در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به طوری که ۳ نفر آن‌ها، مجاز به رانندگی باشند؟

- ① ۶۰ ② ۷۲ ③ ۷۵ ④ ۸۴

منتا- ۱۳۹۸

۱۶- مجموعه‌ای دارای ۲۸ زیرمجموعهٔ دو عضوی است. این مجموعه چند زیرمجموعهٔ چهار عضوی دارد؟

- ① ۵۸ ② ۶۵ ③ ۷۰ ④ ۸۲

۱۷- سه مداد قرمز، مشکی، زرد و ۵ خودکار و ۳ روان‌نویس متفاوت داریم به چند طریق می‌توان یک مداد یا یک خودکار یا یک روان‌نویس انتخاب کرد؟

منتا- ۱۳۹۸

- ① ۸ ② ۱۰ ③ ۱۱ ④ ۴۵

۱۸- در یک دوره بازی ۱۰ تیم شرکت کرده‌اند. اگر بازی‌ها رفت و برگشت باشد و همهٔ تیم‌ها با هم بازی داشته باشند، در پایان دور رفت چند بازی انجام شده است؟

منتا- ۱۳۹۸

- ① ۹۰ ② ۱۰۰ ③ ۱۸۰ ④ ۴۵

smart- ۱۴۰۰

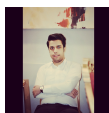
۱۹- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد چهار رقمی بزرگتر از ۴۰۰۰ می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

- ① ۱۸۰ ② ۳۶۰ ③ ۷۲۰ ④ ۳۲۰

۲۰- در یک دوره بازی ۵ تیم شرکت کرده‌اند. اگر بازی‌ها به صورت رفت و برگشت انجام شود و همهٔ تیم‌ها با هم بازی داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام می‌شود؟

منتا- ۱۳۹۸

- ① ۲۰ ② ۴۰ ③ ۱۲ ④ ۶۰



منا- ۱۳۹۸

۲۱- تعداد جایگشت‌های ۴ حرفی کلمه $SANTOR$ که دو حرف T و S حتماً در آن‌ها وجود داشته باشد، کدام است؟

- ۱۴۴ ① ۴۶۲ ② ۱۲۲ ③ ۷۲ ④

smart- ۱۴۰۰

۲۲- به ۱۵ سؤال ۳ گزینه‌ای به چند طریق می‌توان جواب داد به طوری که جواب دادن به همهٔ سؤالات اجباری باشد؟

- ۳۱۵ ① ۱۵۳ ② ۳۱۵ - ۱ ③ ۱۵۳ - ۱ ④

smart- ۱۴۰۰

۲۳- چند عدد چهار رقمی با ارقام غیر تکراری وجود دارد؟

- ۴۵۳۶ ① ۵۳۸۱ ② ۶۵۶۱ ③ ۳۰۲۴ ④

smart- ۱۴۰۰

۲۴- با ارقام ۸ تا ۱ چند عدد دو رقمی فرد می‌توان نوشت به طوری که تکرار ارقام مجاز نباشد؟

- ۴۴ ① ۲۸ ② ۱۶ ③ ۳۵ ④

smart- ۱۴۰۰

۲۵- چند عدد چهار رقمی بزرگتر از ۵۰۰۰ وجود دارد؟ (بدون تکرار ارقام)

- ۲۵۰۰ ① ۲۵۲۰ ② ۵۰۰۰ ③ ۳۶۰۰ ④

smart- ۱۴۰۰

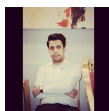
۲۶- با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند عدد ۴ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۲۶۸۸ ① ۲۸۶۸ ② ۲۶۸۶ ③ ۲۴۸۲ ④

smart- ۱۴۰۰

۲۷- با ارقام ۰ تا ۹ چند عدد زوج سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- ۲۵۶ ① ۳۲۸ ② ۷۱۲ ③ ۷۲۹ ④



۲۸- با استفاده از ارقام $\{1, 2, 4, 8, 5\}$ چند عدد دو رقمی کوچکتر از ۵۰ می‌توان نوشت به طوری که حتما زوج باشد؟ (تکرار مجاز است).

- smart- ۱۴۰۰ ۹ ① ۱۲ ② ۱۸ ③ ۶ ④

۲۹- در فرم نظرسنجی یک شرکت مخابراتی، ۴ سؤال ۲ گزینه‌ای داریم. شرکت‌کنندگان می‌توانند به همه یا برخی سؤالات جواب ندهند. چند حالت برای ۱۴۰۰ پرسش وجود دارد؟

متنا- ۱۴۰۰

- ۸۱ ① ۱۶ ② ۲۷ ③ ۶۴ ④

۳۰- در یک جدول ۵ ستون داریم که باید هر کدام سفید یا قرمز یا آبی شوند. به چند طریق می‌توان رنگ‌هایی را انتخاب کرد که هیچ دو ستون متوالی هم‌رنگ نباشند؟

متنا- ۱۴۰۰

- ۲۴۳ ① ۹۶ ② ۲۴ ③ ۴۸ ④

۳۱- مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ چند زیرمجموعه شامل a, b و فاقد c دارد؟

متنا- ۱۴۰۰

- ۸ ① ۱۶ ② ۴ ③ ۱۰ ④

۳۲- تعداد راه‌های ممکن برای پاسخگویی به ۵ تست ۳ گزینه‌ای با شرط آنکه اجباری در پاسخگویی نباشد، کدام است؟

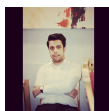
smart- ۱۴۰۰

- ۱۲۸ ① ۲۵۶ ② ۵۱۲ ③ ۱۰۲۴ ④

۳۳- یک پارکینگ دارای ۴ درب است. وقتی از یک درب وارد می‌شوید باید از درب دیگری خارج شوید. به چند طریق حسن و علی می‌توانند از این پارکینگ استفاده کنند به طوری که آنها درب ورودی و خروجی یکسانی نداشته باشند؟

سراسری- ۱۴۰۲

- ۱۶۸ ① ۱۰۸ ② ۸۴ ③ ۵۴ ④



۳۴- از ۱۲ نفر دانش‌آموز نمونه، به چند راه می‌توان سه نفر را جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه، انتخاب کرد؟ خارج از کشور- ۱۳۹۱

- ① ۱۳۲۰ ② ۶۶۰ ③ ۳۳۰ ④ ۲۲۰

۳۵- سه معلم و دو معاون مدرسه‌ای می‌خواهند عکس یادگاری بگیرند. به چند طریق می‌توانند این کار را انجام دهند به طوری که معلمین در کنار هم و معاونین نیز در کنار هم باشند؟ منتهی- ۱۳۹۷

- ① ۱۲ ② ۱۸ ③ ۲۴ ④ ۳۶

۳۶- به چند طریق می‌توان ۸ عدد اسباب‌بازی متمایز را بین ۴ بچه با تعداد یکسان تقسیم کرد؟ متنازمن- ۱۴۰۱

- ① ۵۴۴ ② ۷۲۰ ③ ۱۵۲۰ ④ ۲۵۲۰

۳۷- از بین ۹ کارمند می‌خواهیم ۵ نفر را برای اعزام به خارج انتخاب کنیم. اگر ۳ فرد به‌خصوص از میان آنها از قبل برای اعزام انتخاب شده باشند، تکمیل افراد اعزامی به چند طریق امکان‌پذیر است؟ منتهی- ۱۳۹۶

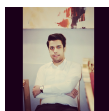
- ① ۱۵ ② ۲۵ ③ ۳۵ ④ ۴۵

۳۸- با حروف کلمه *DANESH*، چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت. به طوری که حرف *S* در هر رمز باشد؟ سراسری- ۱۳۹۷

- ① ۲۴۰ ② ۲۵۰ ③ ۲۶۰ ④ ۲۷۰

۳۹- ۵ کتاب ریاضی متمایز و ۴ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان یک در میان کنار هم قرار داد؟ متنازمن- ۱۴۰۱

- ① ۹! ② $۲ \times ۴! \times ۵!$ ③ $۵! \times ۴!$ ④ $۲ \times ۶!$



منتا- ۱۳۹۷

۴۰- با ارقام ۲, ۳, ۴, ۷, ۸ چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به طوری که دو رقم فرد کنار هم نباشند؟

- ① ۴۸ ② ۵۶ ③ ۷۲ ④ ۸۴

۴۱- روی ۹ گوی یکسان ارقام ۱ تا ۹ را نوشته‌ایم، به چند طریق می‌توان ۲ گوی با هم برداشت به طوری که جمع اعداد روی آن‌ها عددی زوج باشد؟

منتا- ۱۳۹۷

- ① ۱۰ ② ۶ ③ ۹ ④ ۱۶

۴۲- از بین ۴ دانش‌آموز کلاس اول و ۲ دانش‌آموز کلاس دوم و ۵ دانش‌آموز کلاس سوم، به چند طریق می‌توان سه نفر را انتخاب نمود به طوری که در این انتخاب، دانش‌آموزی از کلاس دوم وجود نداشته باشد؟

منتا- ۱۳۹۷

- ① ۶۲ ② ۷۸ ③ ۸۴ ④ ۹۶

۴۳- در یک جعبه ۵ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سفید داریم. تعداد حالت‌هایی که ۳ مهره با هم انتخاب شود به طوری که ۲ مهره سیاه و یک مهره سفید باشد، چند تا است؟

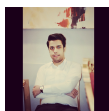
منتا- ۱۳۹۶

- ① ۲۰ ② ۳۶ ③ ۴۰ ④ ۴۸

متأزمون- ۱۴۰۱

۴۴- اگر $(n - 3)! = 2$ و $(m + 4)! = 24$ باشد، حاصل $C(n, m)$ کدام است؟

- ① ۵ ② ۶ ③ ۱ ④ صفر



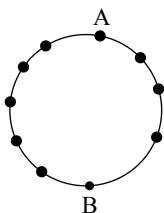
منتآزمون - ۱۴۰۱

۴۵- با ۱۰ نقطه روی دایره زیر، می‌خواهیم در ۲ حالت چهارضلعی بسازیم و تعداد هر کدام را محاسبه کنیم:

الف) چهارضلعی شامل ضلع AB و تعداد آن‌ها را k بنامیم.

ب) چهارضلعی شامل قطر AB و تعداد آن‌ها را m بنامیم.

مجموع k و m کدام است؟



۱۳۰ (۲)

۲۸ (۴)

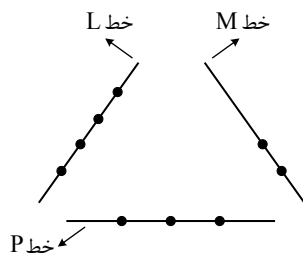
۱۵ (۱)

۲۵ (۳)

۴۶- با نقاط مشخص شده روی سه خط M ، L و P ، چند چهارضلعی محدب می‌توان ساخت به‌طوری که هر خط شامل حداقل یک رأس باشد؟

منتآزمون - ۱۴۰۱

(نقاط رئوس چهار ضلعی‌اند.)



۷۲ (۱)

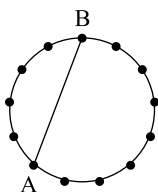
۸۴ (۲)

۹۶ (۳)

۱۱۰ (۴)

۴۷- ۱۳ نقطه روی محیط یک دایره به صورت مقابل قرار دارند. وتر AB را رسم می‌کنیم. به چند حالت می‌توان یک مثلث در یک طرف و یک

چهارضلعی در طرف دیگر وتر ساخت که رأس‌های آن‌ها از نقاط مشخص شده انتخاب شوند؟ (مثلث و چهارضلعی شامل نقاط A و B نباشند.)



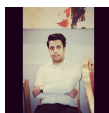
منتآزمون - ۱۴۰۱

۱۷۵ (۱)

۱۸۰ (۲)

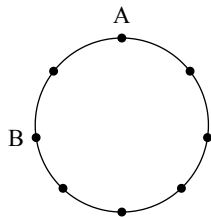
۱۶۵ (۳)

۱۸۵ (۴)



smart- ۱۴۰۰

۴۸- روی محیط یک دایره ۸ نقطه را گذاشته‌ایم. چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که AB یک ضلع مثلث باشد؟

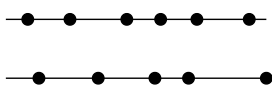


- ۸ (۲)
۴ (۴)

- ۶ (۱)
۱۲ (۳)

smart- ۱۳۹۹

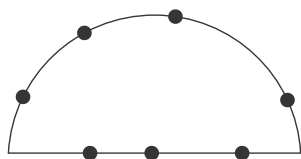
۴۹- مطابق شکل زیر، روی دو خط موازی ۱۱ نقطه مشخص شده است. با این نقاط حداکثر چند مثلث می‌توان رسم کرد؟



- ۱۳۵ (۲)
۱۷۵ (۴)

- ۱۲۵ (۱)
۱۶۵ (۳)

منتا- ۱۳۹۸



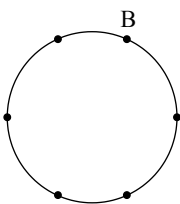
۵۰- با هفت نقطه شکل زیر چند مثلث می‌توان تشکیل داد؟

- ۳۳ (۲)
۳۵ (۴)

- ۳۴ (۱)
۳۶ (۳)

smart- ۱۴۰۰

۵۱- در دایره مقابل چند مثلث با نقاط داده شده می‌توان رسم کرد به طوری که رأس B در مثلث حضور نداشته باشد؟



- ۱۰ (۲)
۳۰ (۴)

- ۱۲ (۱)
۱۵ (۳)

منتازمون- ۱۴۰۱

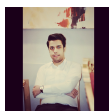
۵۲- با اعداد اول یک رقمی چند عدد ۴ رقمی زوج و بزرگتر از ۴۰۰۰ بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

- ۱۲ (۴)

- ۸ (۳)

- ۶ (۲)

- ۴ (۱)



smart- ۱۳۹۸

۵۳- حاصل عبارت $\frac{6!}{3!} - \frac{12!}{8! \times 4!}$ کدام است؟

- ① ۳۷۵ ② ۴۹۵ ③ ۲۷۰ ④ ۴۸۰

منتأزمون- ۱۴۰۱

۵۴- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ چند زیر مجموعه ۴ عضوی دارد که شامل ۷ و ۵ باشد؟

- ① ۶ ② ۸ ③ ۱۰ ④ ۱۲

۵۵- از بین ۵ کتاب ریاضی متفاوت و ۴ کتاب فیزیک متفاوت، می‌خواهیم ۳ کتاب انتخاب کنیم به طوری که حداقل یک کتاب ریاضی انتخاب شود، چند حالت ممکن است؟

منتأ- ۱۳۹۸

- ① ۴۰ ② ۵۰ ③ ۸۰ ④ ۹۰

۵۶- به چند طریق می‌توانیم از بین ۶ دانش‌آموز پایه دهم و ۷ دانش‌آموز پایه یازدهم یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم، به طوری که حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش‌آموز یازدهم باشند؟

منتأ- ۱۳۹۸

- ① ۶۵۸ ② ۵۲۵ ③ ۶۵۱ ④ ۵۳۲

منتأ- ۱۳۹۸

۵۷- اگر $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ باشد، A چند زیرمجموعه دو عضوی دارد که شامل ۷ نباشد؟

- ① ۶ ② ۴ ③ ۲۰ ④ ۱۰

smart- ۱۳۹۸

۵۸- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ چند عدد ۶ رقمی مضرب ۵ بزرگ‌تر از ۴۰۰ هزار می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام جایز نیست.)

- ① ۱۴۴۰ ② ۲۸۸۰ ③ ۲۱۶۰ ④ ۲۵۲۰



منّا- ۱۳۹۶

۵۹- یک مجموعه n عضوی دارای ۱۰ زیرمجموعه ۲ عضوی است. این مجموعه دارای چند زیرمجموعه ۳ عضوی است؟

- ① ۱۸ ② ۱۴ ③ ۱۲ ④ ۱۰

۶۰- ۲ کتاب منطق، ۲ کتاب اقتصاد و ۳ کتاب ریاضی را به چند طریق می‌توانیم در کتاب‌خانه قرار دهیم به طوری که ۲ کتاب اقتصاد کنار هم و

منّا- ۱۳۹۸

۳ کتاب ریاضی نیز در کنار هم قرار بگیرند؟

- ① ۲۴ ② ۲۸۸ ③ ۱۴۴ ④ ۱۲

۶۱- با حروف کلمه «ستایشگر» چند کلمه ۵ حرفی بدون تکرار حروف و بدون توجه به معنای کلمه می‌توان نوشت که حرف «ی» اولین حرف

منّا- ۱۳۹۸

کلمه باشد و دقیقاً شامل ۳ حرف بی‌نقطه باشد؟

- ① ۴۸ ② ۹۶ ③ ۱۴۶ ④ ۱۹۲

منّا- ۱۳۹۸

۶۲- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند زیرمجموعه سه عضوی دارد که قطعاً شامل عدد ۴ باشد؟

- ① ۱۰ ② ۲۰ ③ ۶ ④ ۷

۶۳- چند جایگشت ۶ حرفی از حروف کلمه *honest* می‌توانیم بسازیم که دو حرف o و h در کنار هم و حروف e ، s و t نیز همواره در کنار هم

منّا- ۱۳۹۸

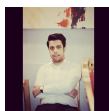
قرار داشته باشند؟

- ① ۱۸ ② ۳۶ ③ ۷۲ ④ ۱۲

منّا- ۱۳۹۸

۶۴- معادله $(x-2)! = \frac{\sqrt{25}}{5}$ چند جواب دارد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳



۶۵- با ارقام موجود در مجموعه $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ ، چند عدد پنج رقمی فرد، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

خارج از کشور- ۱۳۹۸

- ① ۱۲۰ ② ۱۸۰ ③ ۲۴۰ ④ ۳۰۰

۶۶- با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ چند عدد چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

سراسری- ۱۳۹۸

- ① ۷۲ ② ۹۶ ③ ۱۰۸ ④ ۱۲۰

۶۷- با حروف کلمه «کارگر» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که از «ک» شروع و به «ر» ختم شود؟

ممتاز- ۱۳۹۸

- ① ۶ ② ۵ ③ ۱۲۰ ④ ۱۷

۶۸- از بین ۶ دانش آموز انسانی و ۵ دانش آموز تجربی به چند طریق می‌توان یک تیم شش نفره انتخاب کرد به طوری که حداقل ۴ نفر انسانی باشند؟

ممتاز- ۱۳۹۸

- ① ۱۴۷ ② ۱۷۰ ③ ۱۲۶ ④ ۱۸۱

۶۹- با ارقام ۶، ۵، ۹، ۳ و ۱ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت به طوری که هم شامل ۵ و ۶ و هم کنار هم باشند؟ (بدون تکرار رقم) smart- ۱۴۰۰

- ① ۱۲ ② ۲۴ ③ ۱۸ ④ ۲۷

۷۰- با حروف کلمه *puppeteer* چند کلمه ۹ حرفی می‌توان نوشت که همواره *p* ها در کنار هم و *e* ها نیز در کنار هم قرار داشته باشند؟

ممتاز- ۱۳۹۸

- ① ۷۲۰ ② ۱۲۰ ③ ۵۰۴ ④ ۳۶۰



smart- ۱۴۰۰

۷۱- می‌خواهیم ۷ زن و ۵ مرد را در یک صف قرار دهیم به چند طریق مردها کنار هم و زن‌ها کنار هم قرار می‌گیرند؟

- ① $۵! \times ۷! \times ۲!$ ② $۱۲!$ ③ $۵! \times ۷!$ ④ $\frac{۵! \times ۷!}{۲}$

۷۲- دور یک میز گرد، ۶ نفر به چند طریق می‌توانند قرار گیرند، به طوری که ۲ فرد موردنظر از آنان، همواره کنار یکدیگر باشند؟ خارج از کشور- ۱۳۹۹

- ① ۳۶ ② ۴۸ ③ ۹۶ ④ ۱۲۰

منا- ۱۳۹۸

۷۳- به چند طریق می‌توان سه کتاب از میان ۶ کتاب مختلف برای هدیه به دوستان انتخاب کنیم؟

- ① ۲۰ ② ۲۴ ③ ۱۸ ④ ۱۹

smart- ۱۴۰۰

۷۴- با حروف کلمه «مهری» چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت به طوری که «م و ه» کنار هم نباشد؟

- ① ۱۶ ② ۱۸ ③ ۱۲ ④ ۹

منا- ۱۳۹۸

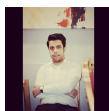
۷۵- روی محیط یک دایره ۸ نقطه وجود دارد. مجموع تعداد مثلث‌ها و وترهایی که با این ۸ نقطه می‌توان تشکیل داد، کدام است؟

- ① ۲۸ ② ۵۶ ③ ۸۲ ④ ۸۴

۷۶- درون یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۴ مهره آبی وجود دارد. به چند طریق می‌توان ۲ مهره برداشت به طوری که حداقل یکی از ۲ مهره سفید باشد؟

smart- ۱۴۰۰

- ① ۲۸ ② ۳۱ ③ ۳۵ ④ ۳۰



smart- ۱۴۰۰

۷۷- حاصل عبارت $\frac{10!}{4! \times 6!} + \frac{8!}{5!}$ کدام است؟

- ۱) ۶۰۰ ۲) ۶۱۰ ۳) ۵۴۶ ۴) ۵۸۱

smart- ۱۴۰۰

۷۸- با حروف کلمه «مرضیه» چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت به‌طوری که «م» در آخر باشد؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۱۶ ۴) ۳۶

smart- ۱۴۰۰

۷۹- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد که قطعاً شامل $\{2, 3\}$ هستند؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۳

smart- ۱۴۰۰

۸۰- با حروف کلمه *MAHDI* چند کلمه ۴ حرفی و بدون تکرار حروف می‌توان ساخت به‌طوری که حرف *D* را داشته باشد؟

- ۱) ۹۰ ۲) ۸۱ ۳) ۹۶ ۴) ۷۲

منتا- ۱۳۹۸

۸۱- به چند طریق می‌توان از بین ۱۰ نفر، یک تیم ۷ نفره تشکیل داد؟

- ۱) ۱۰۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۷۲

smart- ۱۴۰۰

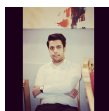
۸۲- ۵ دختر و ۳ پسر می‌خواهند در یک ردیف قرار گیرند به چند طریق دخترها کنار هم و پسرها کنار هم می‌ایستند؟

- ۱) ۹۴۰ ۲) ۷۲۰ ۳) ۱۴۴۰ ۴) ۳۶۰

منتا- ۱۳۹۸

۸۳- با حروف کلمه «دوستان» چند کلمه شش حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت که به «ان» ختم شود؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۱۲۰ ۳) ۳! ۴) ۶!



smart- ۱۴۰۰

۸۴- با حروف $ABCDEF$ چند کلمه ۵ حرفی متمایز می‌توان نوشت؟

۷۲۰ (۴)

۱۸۸۰ (۳)

۹۰۲ (۲)

۱۰۸۰ (۱)

۸۵- در یک مدرسه که ۱۰ دانش‌آموز دارد می‌خواهیم پنج دانش‌آموز را به اردو بفرستیم. اگر ۱ نفر از قبل انتخاب شده باشد، آنگاه برای این کار

smart- ۱۴۰۰

چند حالت موجود است؟

۱۲۱ (۴)

۱۲۶ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۲۸ (۱)

۸۶- از بین ۵ مرد و ۸ زن که در یک شرکت کار می‌کنند، به ۴ نفر نیاز داریم. چگونه ۴ نفر را انتخاب کنیم که حداقل یک نفر از آن‌ها مرد باشد؟

smart- ۱۴۰۰

۷۱۵ (۴)

۵۱۲ (۳)

۶۴۵ (۲)

۶۳۰ (۱)

smart- ۱۴۰۰

۸۷- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد، به طوری که عضو $\{2\}$ در آن‌ها نباشد؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۳۶ (۲)

۴۸ (۱)

smart- ۱۴۰۰

۸۸- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه $BAGABAWD$ به طوری که تمام حروف یکسان کنار هم باشند؟

۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

smart- ۱۴۰۰

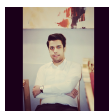
۸۹- معادله $(8x^2 - x)! = 1$ چند جواب دارد؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

بدون جواب (۱)



منتا- ۱۳۹۸

۹۰- اگر $۱ \times ۲ \times x \times ۲۰ = ۵!$ باشد x کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

منتا- ۱۳۹۸

۹۱- اگر مجموعه A دارای ۳۲ زیرمجموعه باشد چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

- ① ۶ ② ۸ ③ ۷ ④ ۱۰

۹۲- در یک کیسه ۳ مهره‌ی آبی، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سیاه قرار دارد. به چند طریق می‌توان ۳ مهره انتخاب کرد به طوری که حداقل دو مهره سیاه باشد؟

منتا- ۱۳۹۴

- ① ۲۰ ② ۲۱ ③ ۲۲ ④ ۲۴

۹۳- ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق، اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم، در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق این افراد در اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند، به طوری که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

سراسری- ۱۴۰۲

- ① ۸ ② ۲۴ ③ ۳۶ ④ ۷۲

منتا- ۱۴۰۰

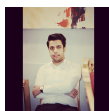
۹۴- با کیانا، فائزه و ۳ نفر دیگر به چند طریق می‌توانیم صف تشکیل دهیم به طوری که فائزه و کیانا کنار هم نباشند؟

- ① ۸۴ ② ۷۲ ③ ۶۰ ④ ۴۸

۹۵- ۳ زن، ۴ مرد و ۲ بچه را می‌خواهیم در یک ردیف قرار دهیم. تعداد حالتی که هر بچه کنار مادر خود قرار گیرد کدام است؟ (بچه‌ها از یک مادر نیستند و ۲ تا از زن‌ها مادر بچه‌ها هستند).

smart- ۱۴۰۰

- ① ۲۰۱۶۰ ② ۱۸۰۰۰ ③ ۲۱۰۰۰ ④ ۲۱۴۰۰



smart- ۱۴۰۰

۹۶- یک مجموعه، ۵۶ زیر مجموعه ۳ عضو دارد. تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضو آن کدام است؟

- ① ۳۶ ② ۱۰۸ ③ ۴۸ ④ ۵۶

smart- ۱۴۰۰

۹۷- با حروف کلمه *singel* چند کلمه ۶ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت که حروف «*sin*» کنار هم باشند؟

- ① ۱۴۴ ② ۱۲۰ ③ ۷۲ ④ ۳۶

۹۸- از بین ۸ نفر دوست که دو نفر آنها برادر هستند می‌خواهیم ۵ نفر را در یک صف قرار دهیم. در چند حالت حداقل یکی از این دو برادر در

smart- ۱۴۰۰

صف قرار می‌گیرند؟

- ① ۶۰۰۰ ② ۶۲۰۰ ③ ۷۲۰ ④ ۳۷۲۰

۹۹- با حروف کلمه «همخوانی» چند کلمه ۶ حرفی بدون تکرار حروف و بدون توجه به معنا می‌توان نوشت به‌طوری که با «هم» شروع شود؟

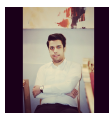
smart- ۱۴۰۰

- ① ۲۴ ② ۴۸ ③ ۶۰ ④ ۱۲۰

smart- ۱۴۰۰

۱۰۰- اگر $\frac{P(n+1, 2)}{7} = 3!$ باشد، حاصل $P(n-1, 3)$ کدام است؟

- ① ۲۰ ② ۶۰ ③ ۵۶ ④ ۱۲۰



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۲ طبق اصل ضرب برای عبور از شهر A به $D \leftarrow ۱۶$ طریق وجود دارد.

$$۲ \times ۴ \times ۲ = ۱۶$$

منتا- ۱۳۹۸

۲- گزینه ۴

توجه کنید در این سؤال یکی از مسیرهای میان شهر تهران و سمنان مسدود است. در نتیجه تنها دو مسیر بین شهر تهران و سمنان قابل تردد است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{به تهران (مسیر رفت)} \rightarrow \text{مشهد} = \underbrace{۲ \times ۳}_{\text{از سمنان}} + ۱ + \underbrace{۲ \times ۲}_{\text{از گرگان}} = ۶ + ۴ + ۱ = ۱۱ \\ \text{به تهران (مسیر برگشت)} \rightarrow \text{مشهد} = \underbrace{۳ \times ۲}_{\text{از سمنان}} + ۱ + \underbrace{۲ \times ۲}_{\text{از گرگان}} = ۱۱ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{مسیر رفت و برگشت} = ۱۱ \times ۱۱ = \boxed{۱۲۱}$$

smart- ۱۳۹۸

۳- گزینه ۳ برای رفتن از شهر A به شهر D می‌توانیم از شهر C یا از شهر B یا از شهر E به‌عنوان شهرهای واسطه استفاده کنیم و در برگشت هم، از همان شهر بگذریم (در برگشت، مسیر رفت را استفاده نمی‌کنیم و از سایر مسیرها استفاده می‌کنیم)

$$\overbrace{(A \rightarrow C, C \rightarrow D)}^{\text{رفت}} \quad , \quad \overbrace{(D \rightarrow C, C \rightarrow A)}^{(\text{برگشت})} = ۱۲$$

$$(۳ \times ۲) \quad \times \quad (۱ \times ۲)$$

یا

$$\overbrace{(A \rightarrow B, B \rightarrow D)} \quad , \quad \overbrace{(D \rightarrow B, B \rightarrow A)} = ۳۶$$

$$(۳ \times ۳) \quad \times \quad (۲ \times ۲)$$

یا

$$\overbrace{(A \rightarrow E, E \rightarrow D)} \quad , \quad \overbrace{(D \rightarrow E, E \rightarrow A)} = ۲۴$$

$$(۲ \times ۴) \quad \times \quad (۳ \times ۱)$$

اصل جمع

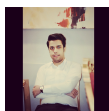
$$\longrightarrow ۲۴ + ۳۶ + ۱۲ = ۷۲$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۴- گزینه ۱ اگر از A به C ، x راه داشته باشیم؛ داریم:

راه‌های A به D عبارت‌اند از:

$$(A \longrightarrow D) + (A \longrightarrow B \longrightarrow D) + (A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D) + (A \longrightarrow C \longrightarrow B \longrightarrow D) + (A \longrightarrow C \longrightarrow D) = ۲۹$$



$$\Rightarrow 1 + 3 \times 2 + 3 \times 1 \times 2 + x \times 1 \times 2 + x \times 2 = 29$$

$$1 + 6 + 6 + 2x + 2x = 29 \rightarrow 4x = 29 - 13 = 16 \rightarrow x = 4$$

smart- ۱۳۹۸

۵- گزینه ۱ فرض کنیم از شهر C به شهر D ، x راه وجود دارد.

$$3 \times 2 + 2 \times x = 6 + 2x$$

تعداد راه‌های رفت برابر است با:

به همین اندازه راه برگشت نیز وجود دارد. بنابراین تعداد راه‌های رفت و برگشت برابر است با:

$$(6 + 2x)^2 = 64 \xrightarrow{x > 0} 6 + 2x = 8 \Rightarrow x = 1$$

منتا- ۱۳۹۸

۶- گزینه ۳ با توجه به اینکه حداقل از یک شهر دیگر باید عبور کنیم، پس راه مستقیم A به F را در نظر نمی‌گیریم. با توجه به اصل ضرب، تعداد راه‌های ممکن برای سفر را به دست می‌آوریم:

$$A \xrightarrow{3} B \xrightarrow{2} C \xrightarrow{4} F \Rightarrow 3 \times 2 \times 4 = 24$$

$$A \xrightarrow{2} G \xrightarrow{1} F \Rightarrow 2 \times 1 = 2$$

$$A \xrightarrow{1} D \xrightarrow{2} E \xrightarrow{1} F \Rightarrow 1 \times 2 \times 1 = 2$$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} 24 + 2 + 2 = 28$$

smart- ۱۴۰۰

۷- گزینه ۱ مطابق با اصل ضرب و جمع داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 2 \times 2 = 12 \\ 3 \times 1 = 3 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 1 \text{ راه مستقیم} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اصل جمع}} 12 + 3 + 4 + 1 = 20$$

اگر از مسیر $ABCE$ عبور کنیم.

اگر از مسیر ABE برویم.

اگر از مسیر ACE برویم.

اگر از مسیر AE برویم.

smart- ۱۴۰۰

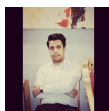
۸- گزینه ۴ چون قرار است اعداد متشکل از ارقام فرد باشند، بنابراین باید از ارقام ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ استفاده کنیم.

$$\boxed{5} \times \boxed{5} \times \boxed{1} = 25$$

توجه کنید برای جایگاه یکان فقط می‌توانیم عدد ۵ را قرار دهیم (اعداد حاصل باید بر ۵ بخش‌پذیر باشند و می‌دانیم تنها اعدادی که رقم یکان آنها صفر یا ۵ باشند بر ۵ بخش‌پذیرند). برای بقیه خانه‌ها شرط خاصی نداریم پس هر کدام به پنج حالت (همه ارقام موجود) پُر می‌شوند.

خارج از کشور- ۱۳۹۱

۹- گزینه ۲ می‌دانیم که حروف (ج) و (ی) زمانی که در اولین حرف کلمه باشند، نقطه‌دار محسوب می‌شوند؛ در حروف بعدی کلمه باید شرط غیرتکراری بودن را رعایت کنیم، پس داریم:



$$۴۸۰ = ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۴ = \text{تعداد کلماتی که با حروف نقطه‌دار شروع نمی‌شوند}$$

م

ه

و

ر

حرف اول از حروف (م، ه، و، ر) و چون تکرار حرف مجاز نیست، در حرف‌های بعدی می‌توانیم از سایر حروف باقی‌مانده استفاده کنیم.

منتآزمون- ۱۴۰۱

۱۰- گزینه ۳ برای حل این مسئله باید دو حالت را در نظر بگیریم و آن‌ها را طبق اصل جمع، جمع کنیم:

$$\text{یکان صفر نباشد} + \text{صفر در یکان باشد} = \text{حالت مطلوب}$$

حالت (۲) حالت (۱)

$$((۵) \times (۴) \times (۳) \times (۲) \times (۱)) + ((۴) \times (۴) \times (۳) \times (۲) \times (۲))$$

$\downarrow$ همه اعداد به جز صفر $\downarrow$ فقط صفر $\downarrow$ صفر نباشد $\downarrow$ زوج‌های غیر صفر

$$= ۱۲۰ + ۱۹۲ = ۳۱۲ \checkmark$$

طبق اصل جمع

smart- ۱۳۹۸

۱۱- گزینه ۱ فرض کنیم در این لیگ n تیم وجود دارد.

چون بازی‌ها به صورت رفت و برگشت است هر تیم، بازی با یک تیم دیگر را ۲ بار (یکبار میزبان و یکبار میهمان) انجام می‌دهد. از طرفی هر بازی بین ۲ تیم برگزار می‌شود که باید یکبار شمرده شود، پس:

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (n)(n-1) = 90 \Rightarrow n(n-1) = 10 \times 9 \Rightarrow n = 10$$

در لیگ ۱۰ تیمی هر تیم ۹ بازی رفت و ۹ بازی برگشت انجام می‌دهد، پس حداکثر امتیاز برابر است با:

$$3 \times (9 + 9) = 3 \times 18 = 54$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

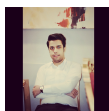
۱۲- گزینه ۳ اگر حروف را به طور مجزا در نظر بگیریم خواهیم داشت: «ع ا ط ف ی»

پس انگار ۵ نفر می‌خواهند کنار هم قرار گیرند ولی «ع» و «ی» نباید کنار هم باشند. پس تعداد حالت‌هایی که دو حرف «ع» و «ی» کنار هم هستند را از تعداد کل حالات کم می‌کنیم:

$$۷۲ = ۴۸ - ۱۲۰ = ۲! \times ۴! - ۵! = \text{«ع» و «ی» کنار هم باشند} - \text{کل حالات}$$

منتآ- ۱۳۹۸

۱۳- گزینه ۳ وقتی چهارمین فرزند، دومین پسر است یعنی در ۳ فرزند قبلی یک پسر وجود دارد که به $\binom{3}{1}$ حالت امکان پذیر



است. از طرفی فرزند پنجم هم پسر و هم دختر می تواند باشد، پس کلاً این پیشامد دارای $2 \times \binom{3}{1}$ عضو است.

$$3 \times 2 = 6$$

منتا- ۱۳۹۸

۱۴- گزینه ۳ مطابق سؤال رقم دهگان و صدگان باید زوج باشد و از آن جایی که عدد فرد است رقم یکان آن باید فرد باشد. مقدار ارقام فرد ۵ تا و تعداد ارقام زوج نیز ۵ تا است.

بنابراین طبق اصل ضرب داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{همه اعداد} & & \text{اعداد زوج} & & \text{اعداد فرد} & & \\ \uparrow & & \nearrow & \nwarrow & \uparrow & & \\ 9 & \times & 5 & \times & 5 & \times & 5 \\ \text{هزارگان} & & \text{صدگان} & & \text{دهگان} & & \text{یکان} \end{array} = \boxed{1125}$$

(توجه: سؤال محدودیتی برای تکراری بودن اعداد ایجاد نکرده است.)

منتا- ۱۳۹۸

۱۵- گزینه ۲ ابتدا یکی از ۳ نفر مجاز به رانندگی را انتخاب می کنیم، سپس از چهار نفر بعدی یکی و به همین ترتیب نفرات بعدی انتخاب می شوند.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 3 \times 4! = 72 \text{ : حالات مطلوب}$$

↓
انتخاب راننده

سراسری- ۱۳۹۹

۱۶- گزینه ۳ می دانیم تعداد زیرمجموعه های k عضوی یک مجموعه n عضوی برابر است با $\binom{n}{k}$ بنابراین:

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 28 \Rightarrow \underbrace{n(n-1)}_{=8 \times 7} = 56 \Rightarrow n = 8$$

بنابراین تعداد زیرمجموعه های ۴ عضوی برابر است با:

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{\cancel{8} \times 7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4}!}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}!} = 70$$

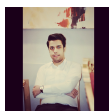
منتا- ۱۳۹۸

۱۷- گزینه ۳

$$\begin{array}{ccccc} & \uparrow & & \uparrow & \\ 3 & + & 5 & + & 3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{سه مداد} & & \text{پنج خودکار} & & \text{سه روان نویس} \end{array} = 11$$

منتا- ۱۳۹۸

۱۸- گزینه ۴ چون همه تیم ها با هم بازی می کنند و ۱۰ تیم داریم پس هر تیم ۹ بازی انجام می دهد.



هر تیم ۹ بازی می‌کند

$$I \quad \frac{1}{2} \times 10 \times 9 \times 1 = 45$$

تعداد کل بازی‌ها: $\frac{1}{2} \times 10 \times 9 \times 1 = 45$

↓ تیم ۱۰ ↓ بازی رفت

(I): توجه کنید که در شمارش عادی تعداد کل بازی‌ها، چون هر بازی بین دو تیم برگزار می‌شود پس هر بازی ۲ بار شمارش می‌شود، در نتیجه حاصل کل عبارت را در $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم.

منتا- ۱۳۹۸

۱۹- گزینه ۲ برای آن که عدد چهاررقمی بزرگتر از ۴۰۰۰ باشد، رقم هزارگان آن باید ۴ یا ۵ یا ۶ باشد. داریم:

$$\boxed{3} \times \boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} = 360$$

$\underbrace{\{4, 5, 6\}}$

smart- ۱۴۰۰

۲۰- گزینه ۱ همه تیم‌ها با هم بازی می‌کنند و ۵ تیم داریم، پس هر تیم ۴ بازی می‌کند. چون هر بازی بین دو تیم برگزار می‌شود، پس هر بازی دو بار شمارش شده و حاصل ضرب را در $\frac{1}{2}$ ضرب کرده‌ایم.

هر تیم ۴ بازی می‌کند

$$\text{تعداد کل بازی‌ها} = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times 2 = 20$$

↓ تیم ۵ ↓ بازی رفت و برگشت

منتا- ۱۳۹۸

۲۱- گزینه ۱ توجه: چون صورت سؤال، خود ۲ حرف را انتخاب کرده است، پس باید ابتدا ۲ حرف دیگر را از بین ۴ حرف باقی مانده انتخاب کنیم و در آخر تعداد جایگشت‌ها را به دست آوریم.

$$C_2^4 = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6 \text{ و } 4! = 24 \Rightarrow 24 \times 6 = 144$$

منتا- ۱۳۹۸

۲۲- گزینه ۱ برای هر سؤال ۳ حالت وجود دارد، پس داریم:

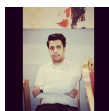
$$\underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{15 \text{ تا}} = 3^{15}$$

smart- ۱۴۰۰

۲۳- گزینه ۱

تعداد اعداد چهار رقمی بدون تکرار ارقام برابر است با:

صفر در هزارگان بی‌معنی است پس هزارگان ۹ انتخاب داریم.



$$\begin{array}{ccccccc} 9 & \times & 9 & \times & 8 & \times & 7 = 4536 \\ \hline & & & & & & \end{array}$$

↓ ↓
۹ تا ۱ ۹ تا ۰

یکی در صدگان
استفاده شده

smart- ۱۴۰۰

۲۴- گزینه ۲ چون گفته شده فرد پس یکان یکی از ارقام ۷, ۵, ۳, ۱ می باشد. از ۸ عدد چون گفته شده تکرار مجاز نیست برای دهگان ۷ عدد می توانیم قرار دهیم.

$$\begin{array}{ccc} 7 & \times & 4 = 28 \\ \hline & & \end{array}$$

smart- ۱۴۰۰

۲۵- گزینه ۲ تعداد حالت های هر جایگاه را تعیین می کنیم. طبق اصل ضرب داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & \times & 9 & \times & 8 & \times & 7 = 2520 \\ \hline & & & & & & \end{array}$$

{۵,۶,۷,۸,۹}

smart- ۱۴۰۰

۲۶- گزینه ۱ طبق اصل ضرب و مطابق با حالات گفته شده در سؤال پیش می رویم. (اولین رقم سمت چپ صفر نمی تواند باشد).

$$\begin{array}{ccccccc} 8 & \times & 8 & \times & 7 & \times & 6 = 2688 \\ \hline & & & & & & \end{array}$$

smart- ۱۴۰۰

۲۷- گزینه ۲

به شمارش تعداد حالت های هر کدام می پردازیم. اگر یکان صفر باشد یا یکان صفر نباشد، حالت های مختلفی به وجود می آید که داریم:

$$\begin{array}{ccc} \frac{9}{9 \text{ تا } 1} \times \frac{8}{1} \times \frac{\text{صفر}}{1} = 72 \\ \Rightarrow 72 + 256 = 328 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{8}{1} \times \frac{8}{1} \times \frac{4}{\text{زوج غیر صفر}} = 256 \end{array}$$

با استفاده از اصل جمع جواب برابر ۳۲۸ است.

smart- ۱۴۰۰

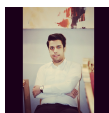
۲۸- گزینه ۱ چون گفته شده زوج ۳ حالت برای یکان و چون لزوماً باید کمتر از ۵۰ باشد، پس دهگان نیز ۳ حالت دارد و طبق اصل ضرب داریم.

$$\begin{array}{ccc} 3 & \times & 3 = 9 \\ \hline & & \end{array}$$

smart- ۱۴۰۰

۲۹- گزینه ۱ در هر سؤال گزینه (۱) یا گزینه (۲) یا نزده پاسخ سفید را می توانیم انتخاب کنیم. پس برای هر سؤال ۳ انتخاب داریم. تعداد حالات می شود:

$$\underbrace{3}_{\text{سوال ۱}} \times \underbrace{3}_{\text{سوال ۲}} \times \underbrace{3}_{\text{سوال ۳}} \times \underbrace{3}_{\text{سوال ۴}} = 81$$



منتا- ۱۴۰۰

۳- گزینه ۴ از ستون اول شروع می‌کنیم که ۳ رنگ مختلف قابل انتخاب است. ستون دوم نباید با آن هم‌رنگ باشد، پس ۲ رنگ را می‌توانیم انتخاب کنیم. حالا در ستون سوم نمی‌توانیم با ستون دوم هم‌رنگ انتخاب کنیم. (اما می‌توانیم هم‌رنگ ستون اول برداریم) پس باز هم دو انتخاب داریم. در ستون‌های بعدی هم دو انتخاب داریم.

$$\underbrace{3}_{\text{اول}} \times \underbrace{2}_{\text{دوم}} \times \underbrace{2}_{\text{سوم}} \times \underbrace{2}_{\text{چهارم}} \times \underbrace{2}_{\text{پنجم}} = 48$$

منتا- ۱۴۰۰

۳۱- گزینه ۱ سؤال گفته a, b باشند و c نیست. پس برای این ۳ عضو ۱ حالت وجود دارد. اما عضوهای d, e, f هر کدام ۲ حالت دارند (در زیرمجموعه باشند یا نباشند). پس جواب برابر است با:

$$\underbrace{1}_{a} \times \underbrace{1}_{b} \times \underbrace{1}_{c} \times \underbrace{2}_{d} \times \underbrace{2}_{e} \times \underbrace{2}_{f} = 8$$

منتا- ۱۴۰۰

۳۲- گزینه ۴ هر تست ۳ گزینه دارد و یک حالت جواب ندادن که برابر ۴ حالت می‌شود و چون ۵ تست است پس:

$$\underbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}_{5 \text{ تا}} = 4^5 = 2^{10} = 1024$$

smart- ۱۴۰۰

۳۳- گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{\text{ورودی علی}} \times \frac{3}{\text{خروجی علی}} \times \frac{2}{\text{ورودی حسن}} \times \frac{2}{\text{خروجی حسن}} = 48 \\ \frac{4}{\text{ورودی علی}} \times \frac{3}{\text{خروجی علی}} \times \frac{1}{\text{ورودی حسن}} \times \frac{3}{\text{خروجی حسن}} = 36 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع}} 48 + 36 = 84$$

حسن از ورودی که علی وارد شده نمی‌تواند وارد شود همچنین از خروجی که علی خارج شده نمی‌تواند خارج شود پس دو حالت برای ورود حسن در نظر می‌گیریم حالتی که حسن از دری غیر از خروجی علی وارد شود که ۲ حالت می‌شود و حالتی که حسن دقیقاً از خروجی علی وارد شود که یک حالت می‌شود. سپس به کمک اصل جمع داریم:

$$48 + 36 = 84$$

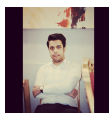
سراسری- ۱۴۰۲

۳۴- گزینه ۱ انتخاب ۳ نفر از ۱۲ نفر، مورد سؤال است و چون قرار است این سه نفر جهت مشارکت در سه مورد متمایز در امور مدرسه انتخاب شوند، پس ترتیب انتخاب آن‌ها اهمیت دارد. بنابراین از فرمول ترتیب استفاده می‌کنیم:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow P(12, 3) = \frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!} = 1320$$

خارج از کشور- ۱۳۹۱

۳۵- گزینه ۳ معلمین و معاونین به ترتیب به ۳! و ۲! حالت می‌توانند در کنار هم جایگشت داشته باشند. از طرفی معلمین



می‌توانند در ابتدا قرار گیرند و معاونین به دنبال آن‌ها و برعکس، پس در دو حالت نیز ترتیب آن‌ها را داریم؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۲۴ = (۲ \times ۱) \times (۳ \times ۲ \times ۱) \times ۲ = ۲ \times ۳! \times ۲! = ۲ \times ۶ \times ۲ = ۲۴$$

منتأ- ۱۳۹۷

۳۶- گزینه ۴ به هر بچه به تعداد یکسان اسباب‌بازی می‌رسد. ۸ اسباب‌بازی داریم. پس به هر بچه ۲ اسباب‌بازی می‌رسد.

$$\binom{۸}{۲} \times \binom{۶}{۲} \times \binom{۴}{۲} \times \binom{۲}{۲} = ۲۸ \times ۱۵ \times ۶ \times ۱ = ۲۵۲۰$$

بچه چهارم بچه سوم بچه دوم بچه اول

منتأزمون- ۱۴۰۱

۳۷- گزینه ۱ ۳ نفر خاص، قبلاً انتخاب شده‌اند، پس باید ۲ نفر دیگر را از بین ۶، $(۹ - ۳ = ۶)$ نفر باقی‌مانده انتخاب کنیم. چون ترتیب انتخاب‌ها مهم نیست به کمک فرمول ترکیب محاسبه می‌کنیم:

$$\text{تعداد حالت‌های انتخاب} = \binom{۶}{۲} = \frac{۶!}{(۶-۲)! \times ۲!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴!}{۴! \times ۲ \times ۱} = ۱۵$$

منتأ- ۱۳۹۶

۳۸- گزینه ۱

ابتدا حرف S را حذف کرده تعداد دسته‌های سه‌حرفی بدون S که ترتیب مهم نباشد را می‌نویسیم.

$D A N E \setminus S H$

پس از ۵ حرف باقی‌مانده سه حرف انتخاب می‌کنیم (ترتیب مهم نیست)

$$\binom{۵}{۳} = \binom{۵}{۲} = \frac{۵ \times ۴}{۲} = ۱۰$$

پس به ۱۰ طریق سه حرف غیر S انتخاب می‌کنیم حال با S ، ۴ حرف می‌شوند و ۴! ترتیب جابه‌جایی آنها است. پس:

$$\text{جواب} : ۱۰ \times ۴! = ۱۰ \times ۲۴ = ۲۴۰$$

↓ ↓
انتخاب‌های دسته‌های جابه‌جایی ۴ عضو
سه تایی بدون S

سراسری- ۱۳۹۷

۳۹- گزینه ۳ اگر ۹ جایگاه در نظر بگیریم چون تعداد کتاب‌های ریاضی بیشتر است باید چیدن کتاب‌ها را با کتاب ریاضی شروع کنیم. بنابراین:

$$\frac{۵}{۱} \times \frac{۴}{۱} \times \frac{۴}{۱} \times \frac{۳}{۱} \times \frac{۳}{۱} \times \frac{۲}{۱} \times \frac{۲}{۱} \times \frac{۱}{۱} \times \frac{۱}{۱} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌ها} = ۵! \times ۴!$$

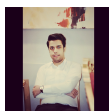
منتأزمون- ۱۴۰۱

۴۰- گزینه ۳ از روش متمم استفاده می‌کنیم. ابتدا تعداد کل حالات اعداد ۵ رقمی را می‌یابیم و سپس تعداد حالت‌هایی را که دو رقم فرد کنار هم باشند را از آن کم می‌کنیم:

$$\text{تعداد کل حالات عدد ۵ رقمی با ارقام داده شده} = ۵! = ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$$

$$۲, ۴, ۸, \boxed{۳, ۷} = ۴! \times ۲! = ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۲ \times ۱ = ۴۸$$

۴ شی



باشند.

$$72 = 120 - 48 = \text{تعداد حالات مطلوب}$$

منتا- ۱۳۹۷

۴۱- گزینه ۴ برای این که حاصل جمع دو عدد، عددی زوج شود، باید هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد باشند:

$$\begin{aligned} \text{هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد} &= \binom{5}{2} + \binom{4}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{4!}{2! \times 2!} \\ &= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} + \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} = 10 + 6 = 16 \end{aligned}$$

منتا- ۱۳۹۷

۴۲- گزینه ۳ چون دانش‌آموزان کلاس دوم حق حضور در این انتخاب را ندارند. در واقع باید سه نفر از بین ۹ نفر دیگر را انتخاب نمود.

$$C(9, 3) = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2 \times 1} = 84$$

منتا- ۱۳۹۷

۴۳- گزینه ۳

$$\underbrace{\binom{5}{2}}_{\text{دو سیاه}} \times \underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{یک سفید}} = \frac{5!}{2!(5-2)!} \times \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 1 \times 3!} \times \frac{4 \times 3!}{1 \times 3!} = 10 \times 4 = 40$$

منتا- ۱۳۹۶

۴۴- گزینه ۳

$$(n - 3)! = 2 = 2 \times 1 = 2! \Rightarrow n - 3 = 2 \Rightarrow n = 5$$

$$(m + 4)! = 24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! \Rightarrow m + 4 = 4 \Rightarrow m = 0$$

$$\Rightarrow C(n, m) = C(5, 0) = \frac{5!}{5! \times 0!} = 1$$

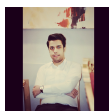
منتآزمون- ۱۴۰۱

۴۵- گزینه ۴ الف) برای ساخت چهارضلعی شامل ضلع AB ، باید دو رأس دیگر را از بین نقاط سمت چپ ضلع یا سمت راست ضلع انتخاب کنیم.

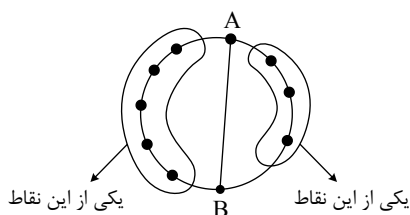
$$\Rightarrow \binom{3}{2} + \binom{5}{2} = 3 + 10 = 13 = k$$

یا

ب) برای ساخت چهارضلعی شامل قطر AB ، باید ۱ نقطه از سمت چپ وتر AB و یک نقطه از سمت راست آن انتخاب کنیم.



$$\Rightarrow \binom{3}{1} \times \binom{5}{1} = 3 \times 5 = 15 = m$$



$$\Rightarrow m + k = 15 + 13 = 28$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۴۶- گزینه ۱ چون می‌خواهیم روی هر خط حداقل یک رأس قرار بگیرد و چهارضلعی بسازیم، پس قطعاً باید از یکی از خط‌ها ۲ نقطه را انتخاب کنیم و از خط‌های دیگر، هر کدام ۱ نقطه. لذا داریم:

= تعداد چهارضلعی

$$\begin{aligned} & \text{خط } L \quad \text{خط } M \quad \text{خط } P \quad \text{خط } M \quad \text{خط } P \quad \text{خط } L \quad \text{خط } P \quad \text{خط } L \quad \text{خط } M \\ & \binom{4}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} + \binom{2}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \\ & = 6 \times 2 \times 3 + 1 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 2 = 36 + 12 + 24 = 72 \end{aligned}$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۴۷- گزینه ۱ ۲ حالت داریم:

(۱) مثلث سمت چپ AB و چهارضلعی سمت راست AB باشند.

(۲) مثلث سمت راست AB و چهارضلعی سمت چپ AB باشند.

$$\binom{4}{3} \times \binom{7}{4} + \binom{4}{4} \times \binom{7}{3} = 4 \times 35 + 1 \times 35 = 175$$

منتآزمون- ۱۴۰۱

۴۸- گزینه ۱ هر مثلث شامل سه رأس می‌باشد و چون دو رأس انتخاب شده فقط باید یک رأس دیگر را از بین ۶ رأس موجود انتخاب کنیم.

$$\binom{6}{1} = 6 \text{ حالت}$$

smart- ۱۴۰۰

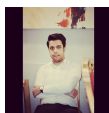
۴۹- گزینه ۲ چون در رسم مثلث سه نقطه نمی‌تواند روی یک خط راست باشند، بنابراین:

$$\binom{6}{2} \binom{5}{1} + \binom{5}{2} \binom{6}{1} = 15 \times 5 + 10 \times 6 = 135$$

smart- ۱۳۹۹

۵۰- گزینه ۱

$$\begin{aligned} & \text{تعداد مثلث‌ها} : \quad \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{4}{1} \times \binom{3}{2} + \binom{4}{3} \\ & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ & \text{دو تا روی نیم دایره} \quad \text{یکی روی پاره‌خط} \quad \text{یکی روی نیم دایره} \quad \text{دو تا روی پاره‌خط} \quad \text{هر سه روی نیم دایره} \\ & = 6 \times 3 + 4 \times 3 + 4 = 18 + 12 + 4 = 34 \end{aligned}$$



روش دوم: کلاً ۷ نقطه داریم، پس انتخاب‌های سه تایی برابر $\binom{7}{3}$ می‌شود.

ولی در یک مورد که هر سه روی پاره خط باشند، مثلث تشکیل نمی‌شود.

$$\text{تعداد مثلث‌ها} : \binom{7}{3} - 1 = 35 - 1 = 34$$

منتأ- ۱۳۹۸

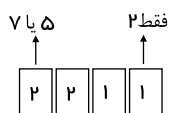
۵۱- گزینه ۲ چون گفته شده نقطه B نباشد پس ما ۵ نقطه داریم که برای رسم مثلث کافیست ۳ نقطه را انتخاب کنیم.

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

smart- ۱۴۰۰

۵۲- گزینه ۱ اعداد اول یک رقمی عبارتند از: ۲, ۳, ۵, ۷، پس باید از این ارقام استفاده کنیم. ضمناً عدد ۴ رقمی مطلوب باید

زوج باشد، پس یکان فقط ۲ می‌تواند باشد. از طرفی عدد حاصل باید بزرگ‌تر از ۴۰۰۰ باشد، بنابراین یکان هزار، باید ۵ یا ۷ باشد:



$$\Rightarrow \text{جواب} = 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 4$$

منتأزمون- ۱۴۰۱

۵۳- گزینه ۱

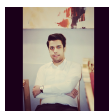
$$\left. \begin{aligned} \frac{12!}{8! \times 4!} &= \frac{\cancel{12} \times \cancel{11} \times \overset{5}{\cancel{10}} \times 9 \times \cancel{8!}}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1!}} \xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} = 495 \\ \frac{6!}{3!} &= \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} \xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} = 120 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{عبارت} = 495 - 120 = 375$$

smart- ۱۳۹۸

۵۴- گزینه ۳ تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی را می‌خواهیم به دست آوریم که ۲ عضو آن $\{5, 7\}$ قبلاً انتخاب شده است، پس ما باید ۲ عضو از ۵ عضو باقیمانده انتخاب کنیم؛ یعنی $C(5, 2)$ که برابر است با:

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2 \times \cancel{3!}} = 10$$

منتأزمون- ۱۴۰۱



$$\underbrace{C_1^5 \times C_2^4}_{\text{یک ریاضی و دو فیزیک}} + \underbrace{C_2^5 \times C_1^4}_{\text{دو ریاضی و یک فیزیک}} + \underbrace{C_3^5 \times C_0^4}_{\text{هر سه ریاضی}}$$

$$\binom{5}{1} \times \binom{4}{2} + \binom{5}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{3}$$

$$= 5 \times 6 + 10 \times 4 + 10 \times 1 = 80$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۶- گزینه ۱ توجه: حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، یعنی ۴ یا ۵ یا ۶ نفر دانش آموز یازدهم می باشند.

بنابراین:

الف) اگر ۴ نفر دانش آموز یازدهم باشند:

$$C_4^7 \times C_2^6 = \frac{7!}{4! \times 3!} \times \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} \Rightarrow 35 \times 15 = 525$$

ب) اگر ۵ نفر دانش آموز یازدهم باشند:

$$C_5^7 \times C_1^6 = \frac{7!}{5! \times 2!} \times 6 = 21 \times 6 = 126$$

ج) اگر هر ۶ نفر دانش آموز یازدهم باشند:

$$C_6^7 = \frac{7!}{6! \times 1!} = 7$$

درنتیجه طبق اصل جمع داریم: $525 + 126 + 7 = 658$

منتا- ۱۳۹۸

۵۷- گزینه ۱ مجموعه A به جز ۷ دارای ۴ عضو است تعداد زیرمجموعه های ۲ عضوی از بین ۴ عضو بصورت $\binom{4}{2}$ می باشد.

$$\binom{4}{2} = \frac{\cancel{4} \times 3}{\cancel{2}} = 6$$

منتا- ۱۳۹۸

۵۸- گزینه ۴ اعدادی مضرب ۵ هستند که یکان آن ها ۰ یا ۵ باشد. برای حل این مسئله باید دو حالت را در نظر بگیریم:

$$\underbrace{\text{۵ در یکان باشد}}_{\text{حالت (۲)}} + \underbrace{\text{۰ یکان صفر باشد}}_{\text{حالت (۱)}} = \text{حالت مطلوب}$$

توجه: اعداد باید بزرگ تر از ۴۰۰ هزار باشند.

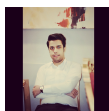
$$\text{حالت ۱: } (1) \times (3) \times (4) \times (5) \times (6) \times (4) = 1440$$

فقط صفر
اعداد ۷, ۶, ۵, ۴

$$\text{حالت ۲: } (1) \times (3) \times (4) \times (5) \times (6) \times (3) = 1080$$

فقط ۵
اعداد ۷, ۶, ۴

$$\rightarrow 1440 + 1080 = 2520 \text{ طبق اصل جمع}$$



$$\begin{aligned} \text{تعداد زیرمجموعه‌های } r \text{ عضوی یک مجموعه } n \text{ عضوی} &= \binom{n}{r} \\ \Rightarrow \binom{n}{2} = 10 &\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} = 10 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!} = 10 \rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 10 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 20 \Rightarrow n^2 - n - 20 = 0 \Rightarrow (n-5)(n+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n-5=0 \Rightarrow n=5 & \text{ق ق} \\ n+4=0 \Rightarrow n=-4 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 3 \text{ عضوی مجموعه } 5 \text{ عضوی} = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

منتا- ۱۳۹۶

۶۰- گزینه ۲ طبق خواست سؤال باید، ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب اقتصاد در کنار هم باشند.

پس با ۴ دسته کتاب مطابق شکل زیر مواجه ایم:

۱ کتاب منطق	۱ کتاب منطق	۳ کتاب ریاضی	۲ کتاب اقتصاد
-------------	-------------	--------------	---------------

در نتیجه داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} 3! & \times & 2! & \times & 4! & = & 6 \times 2 \times 24 = 288 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{جایگشت بسته ریاضی} & & \text{جایگشت بسته اقتصاد} & & \text{کل بسته‌ها} & & \end{array}$$

منتا- ۱۳۹۸

۶۱- گزینه ۴ کلمه «ستایشگر» دارای حروف (س، ت، ا، ی، ش، گ، ر) است. برای ساخت یک کلمه ۵ حرفی هنگامی که قرار است حرف اول «ی» باشد، پس به ۴ حرف نیاز است که از این ۴ حرف ۳ تا باید بی‌نقطه باشند و ۱ حرف نقطه‌دار.

از طرفی در میان حروف کلمه «ستایشگر» هم ۴ حرف بی‌نقطه و ۲ حرف نقطه‌دار داریم.

$$\begin{aligned} \text{پس انتخاب‌های ما به صورت مقابل است:} \\ \text{انتخاب حروف بی‌نقطه: } \binom{4}{3} \\ \text{انتخاب حروف نقطه‌دار: } \binom{2}{1} \end{aligned}$$

به علاوه اینکه جایگاه حرف «ی» در ابتدای واژه ثابت است ولی ۴ حرف دیگر با جایگشت ۴! جابه‌جا می‌شوند.

$$\binom{4}{3} \times \binom{2}{1} \times 4! = 4 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 192$$

منتا- ۱۳۹۸

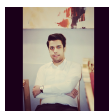
۶۲- گزینه ۳ توجه: چون صورت سؤال از سه عضو، یکی را انتخاب کرده است پس ما باید ۲ عضو باقی‌مانده را از میان ۴ عضو انتخاب کنیم.

$$C_2^4 = \frac{4!}{2! \times 2!} = \boxed{6}$$

منتا- ۱۳۹۸

ابتدا دسته‌بندی می‌کنیم؛ داریم:

ho	est	n
----	-----	---



توجه:

$$3! \times 2! \times 3! = 72$$

در هر بسته نیز با جابه جایی اعضاء، حالت های مختلفی به وجود می آیند.

منتا- ۱۳۹۸

۶۴- گزینه ۳

$$(x-2)! = \frac{\sqrt{5^2}}{5} = \frac{5}{5} \Rightarrow (x-2)! = 1 \Rightarrow \begin{cases} (x-2)! = 1! \Rightarrow x-2 = 1 \Rightarrow \boxed{x=3} \\ (x-2)! = 0! \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow \boxed{x=2} \end{cases}$$

پس معادله دو جواب دارد.

منتا- ۱۳۹۸

۶۵- گزینه ۳

$$\frac{5}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} = 240$$

از ۶ رقم یکی در یکان است.

رقم فرد
۱ یا ۷

خارج از کشور- ۱۳۹۸

۶۶- گزینه ۳ حالت اول رقم یکان صفر باشد:

			صفر
--	--	--	-----

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$$

حالت دوم رقم یکان ۵ باشد:

			۵
--	--	--	---

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$$

$$60 + 48 = 108 = \text{تعداد حالت ها} : \text{طبق اصل جمع}$$

سراسری- ۱۳۹۸

۶۷- گزینه ۱

حروف «ارگ»

$$\boxed{1} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 6$$

ک ر

منتا- ۱۳۹۸

۶۸- گزینه ۴

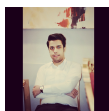
هر شش تا انسانی یا ۵ انسانی و یک تجربی یا ۴ انسانی و ۲ تجربی = حداقل ۴ نفر انسانی

$$\text{تعداد حالات} : \binom{5}{2} \times \binom{6}{4} + \binom{5}{1} \times \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$$

$$= 10 \times 15 + 5 \times 6 + 1 = 181$$

منتا- ۱۳۹۸

۶۹- گزینه ۱ و ۵ و ۶ حضور دارند.



$$\boxed{6} \mid \boxed{5}$$

$$\binom{3}{1} \times 2! \times 2! = 12$$

smart- ۱۴۰۰

۷۰- گزینه ۲

$$\boxed{ppp} \mid \boxed{eee} \mid \boxed{t} \mid \boxed{u} \mid \boxed{r}$$

دسته بندی می کنیم؛ داریم:

توجه: به علت اینکه در بسته ها، با جای گشت اعضای آن مجموعه جدید به دست نمی آوریم؛ پس دسته ها را شمرده و فاکتوریل می گیریم.

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

منتا- ۱۳۹۸

۷۱- گزینه ۱ مردها و زن ها را به صورت بسته کنار هم قرار می دهیم.

A B

$$\boxed{7 \text{ زن}}$$

$$\boxed{5 \text{ مرد}}$$

$$7! \times 5! \times \underbrace{2!}_{\text{جایگشت } A, B}$$

smart- ۱۴۰۰

۷۲- گزینه ۲ می دانیم جایگشت های دایره ای n شخص دور یک میز گرد برابر است با: $(n - 1)!$

دو نفری که می خواهند کنار هم قرار بگیرند در یک بسته قرار می دهیم؛ پس حالا ۵ شیء داریم که می خواهند دور یک میز گرد قرار گیرند؛ داریم:

$$5! \times 2 = 4! \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

جابه جایی دو شخص
که در یک بسته
قرار داریم

خارج از کشور- ۱۳۹۹

۷۳- گزینه ۱ چون ترتیب سه کتاب مهم نیست پس جواب $\binom{6}{3}$ می باشد.

$$\binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

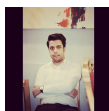
منتا- ۱۳۹۸

۷۴- گزینه ۳

از اصل متمم استفاده می کنیم؛ داریم:

$$\boxed{م \text{ ه}}$$

برای حالت نامطلوب «م و ه» یک بسته به هم چسبیده در نظر می گیریم و جایگشت را می نویسیم.



$$\left. \begin{array}{l} 24 = 4! : \text{تعداد کل حالات} \\ 12 = 2 \times 3! : \text{تعداد حالات نامطلوب} \\ \quad \downarrow \\ \quad \text{جایگشت} \\ \quad \text{درون بسته} \end{array} \right\} \rightarrow 24 - 12 = 12 = \text{حالت‌های مطلوب}$$

smart- ۱۴۰۰

گزینه ۴ - ۷۵

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{3} \times 2} = 56 : \text{تعداد مثلث‌ها}$$

$$\binom{8}{2} = \frac{\cancel{8}^4 \times 7}{\cancel{2}} = 28 : \text{تعداد وترها}$$

$$56 + 28 = 84 : \text{مجموع مثلث‌ها و وترها}$$

منا- ۱۳۹۸

۷۶- گزینه ۴ بنابر اصل متمم داریم:

$$\binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 6 \times 11 = 66 : \text{کل حالات}$$

$$\binom{8}{2} = \frac{8 \times 9}{2} = 4 \times 9 = 36 : \text{حالات نامطلوب (هیچ مهره‌ای سفید نباشد)}$$

$$66 - 36 = 30 = \text{تعداد حالت‌های مطلوب}$$

smart- ۱۴۰۰

۷۷- گزینه ۳ ابتدا سعی می‌کنیم تا جای ممکن ساده کنیم.

$$\frac{10!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6}!}{\cancel{6}! \times 4!} = \frac{10 \times \cancel{9}^3 \times \cancel{8}^2 \times 7}{4 \times \cancel{4}^3 \times 2 \times 1} = 210$$

$$\frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5}!}{\cancel{5}!} = 336$$

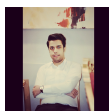
در نتیجه داریم:

$$210 + 336 = 546$$

smart- ۱۴۰۰

۷۸- گزینه ۲ چون یک حرف و جایگاه آن انتخاب شده پس باید سه حرف دیگر را انتخاب کنیم، سپس جایگشت دهیم.

شماره



$$\binom{4}{3} \times 3! = 4 \times 3! = 4! = 24$$

$\downarrow$ انتخاب ۳ حرف $\downarrow$ جایگشت ۳ حرف

smart- ۱۴۰۰

۷۹- گزینه ۳ چون ۲ عضو انتخاب شده کفایت فقط دو عضو دیگر از ۴ عضو باقی مانده را انتخاب کنیم. پس:

$$\binom{6-2}{4-2} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2}{2! \times 2!} = 6$$

smart- ۱۴۰۰

۸۰- گزینه ۳ چون حرف D باید انتخاب شود، پس ۱ حرف را داریم و باید ۳ حرف دیگر را از بین ۴ حرف دیگر انتخاب کنیم که به $\binom{4}{3}$ صورت انجام می گیرد و سپس جایگشت ۴! را داریم پس:

$$\binom{4}{3} \times 4! = 4 \times 4! = 96$$

smart- ۱۴۰۰

۸۱- گزینه ۳ در انتخاب ۷ نفر از ۱۰ نفر برای تیم ترتیب مهم نمی باشد پس جواب $\binom{10}{7}$ می باشد.

$$\binom{10}{7} = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

منتا- ۱۳۹۸

۸۲- گزینه ۳ پسرها و دخترها را هر کدام یک بسته در نظر می گیریم چون دو بسته هستند به ۲ طریق چیده می شوند و درون هر بسته نیز جایگشت دارند. پس داریم:

$$6 \times 3! \times 5! = 1440$$

۶ پسرها ۱۲۰ دخترها

smart- ۱۴۰۰

۸۳- گزینه ۱ اگر «ان» را یک بسته در نظر بگیریم داریم: د، و، س، ت، ان

که روی هم ۵ شی هستند ولی «ان» در جای ثابتی قرار دارد پس فقط جایگشت برای حروف «د، و، س، ت» می باشد یعنی $4! = 24$.

منتا- ۱۳۹۸

۸۴- گزینه ۴ ابتدا ۵ حرف از ۶ حرف انتخاب می کنیم، سپس جایگشت های آن را می نویسیم:

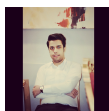
$$\binom{6}{5} \times 5! = 6 \times 5! = 720$$

smart- ۱۴۰۰

۸۵- گزینه ۳

(نفرات به غیر از ۱ نفر انتخاب شده) $10 - 1 = 9$

(تعداد نفراتی که باید انتخاب کنیم) $5 - 1 = 4$



$$\binom{9}{4} = \frac{9 \times \cancel{8}^2 \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5}!}{\cancel{4}! \times \cancel{5}!} = 126$$

چون ۱ نفر از قبل انتخاب شده است. کفایت ۴ نفر از بین ۹ نفر را انتخاب کنیم.

smart- ۱۴۰۰

۸۶- گزینه ۲ طبق اصل متمم داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{حالات کلی: } \binom{13}{4} &= \frac{13 \times \cancel{12} \times 11 \times \cancel{10}^5}{\cancel{4} \times 3 \times \cancel{2} \times 1} = 715 \\ \text{حالات نامطلوب: } \binom{8}{4} &= \frac{\cancel{8}^2 \times 7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4}!}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1 \times \cancel{4}!} = 70 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 715 - 70 = 645$$

smart- ۱۴۰۰

۸۷- گزینه ۳ برای انتخاب زیرمجموعه مذکور کفایت ۳ عضو از هفت عضو مجموعه را انتخاب کنیم ولی چون گفته شده ۲ نباشد پس ۳ عضو از ۶ عضو دیگر را باید انتخاب کنیم.

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} = 5 \times 4 = 20$$

smart- ۱۴۰۰

۸۸- گزینه ۳ حروف یکسان شامل AAA و BB هستند و ما این حروف را دو بسته در نظر می‌گیریم پس:

$$\boxed{AAA}, \boxed{BB}, G, W, D$$

حال جایگشت این ۵ حرف را می‌نویسیم که شامل ۵! است که برابر ۱۲۰ است.

smart- ۱۴۰۰

۸۹- گزینه ۳ می‌دانیم ۱! = ۱ و ۰! = ۱ پس داریم:

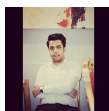
$$8x^2 - x = x(8x - 1) = \begin{cases} = 0 & (1) \\ = 1 & (2) \end{cases}$$

$$1) x(8x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } 8x - 1 = 0 \Rightarrow x = +\frac{1}{8}$$

$$2) 8x^2 - x = 1 \Rightarrow 8x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4(a)(c) = 1 + 32 = 33 \Rightarrow 2 \text{ جواب گنگ دارد.}$$

smart- ۱۴۰۰



۹۰- گزینه ۲

$$5! = 20 \times x \times 2 \times 1$$

$$\Rightarrow \cancel{5}^{20} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 20 \times x \times 2 \times 1$$

$$\Rightarrow 20 \times 3 \times 2 \times 1 = 20 \times x \times 2 \times 1 \Rightarrow x = 3$$

منتا- ۱۳۹۸

۹۱- گزینه ۴ هر مجموعه n عضوی 2^n زیرمجموعه دارد پس اگر A دارای n عضو باشد داریم:

$$2^n = 32 \Rightarrow 2^n = 2^5 \Rightarrow n = 5 \rightarrow A \text{ ۵ عضوی است}$$

$$A \text{ ۵ عضوی سه زیرمجموعه‌های سه عضوی} = \binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times \cancel{4}^2}{\cancel{2}} = 10$$

منتا- ۱۳۹۸

۹۲- گزینه ۳

از ترکیب استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{دو مهره سیاه باشد: } \binom{3}{2} \times \binom{7}{1} &= 3 \times 7 = 21 \\ \Rightarrow 21 + 1 &= 22 \end{aligned}$$

$$\text{سه مهره سیاه باشد: } \binom{3}{3} \times \binom{7}{0} = 1 \times 1 = 1$$

منتا- ۱۳۹۴

۹۳- گزینه ۳ اتاق‌های راهرو را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

A: ۱ ۲ ۳

B: ۴ ۵

الف) حسن و علی در سمت A باشند:

$$2! \times 2! \times 3! \neq 2 \times 2 \times 6 = 24$$

ب) حسن و علی در سمت B باشند:

$$2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$$

پس کل حالات برابر $24 + 12 = 36$ است.

سراسری- ۱۴۰۲

۹۴- گزینه ۲ تعداد کل حالات که با ۵ نفر صف تشکیل می‌دهیم $5! = 120$ است.

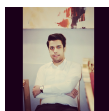
حالا حالت‌هایی که فائزه و کیانا در صف کنار هم هستند را حساب می‌کنیم:

$$\boxed{\text{فائزه و کیانا}}, a, b, c \Rightarrow 4! \times 2! = 48$$

$$4! \times 2!$$

الان کافی است تعداد کل حالات را منهای حالت‌هایی کنیم که فائزه و کیانا کنار هم هستند.

$$120 - 48 = 72$$



۹۵- گزینه ۱ هر بچه با مادر خودش را درون یک بسته قرار می دهیم و جایگشت را انجام می دهیم.

دقت کنید درون هر بسته جایگشت ۲! بین مادر و بچه برقرار است.

مرد، مرد، مرد، زن، زن، بچه، زن، بچه

$$7! \times 2! \times 2! = 20160$$

smart- ۱۴۰۰

۹۶- گزینه ۴ برای محاسبه تعداد زیرمجموعه های سه عضوی یک مجموعه n عضوی کافیست $\binom{n}{3}$ را محاسبه کنیم.

داریم:

$$\binom{n}{3} = 56 \Rightarrow \frac{n \times (n-1)(n-2)}{6} = 56 \Rightarrow$$

$$n \times (n-1) \times (n-2) = 8 \times 7 \times 6 \Rightarrow n = 8$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه های ۵ عضوی} = \binom{8}{5} = \frac{8!}{5! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5}!}{\cancel{5}! \times \cancel{3} \times 2} = 56$$

smart- ۱۴۰۰

۹۷- گزینه ۱ حروف «sin» را یک بسته در نظر می گیریم که با ۳ حرف دیگر به ۴! جایگشت دارند. از طرفی حروف sin در کنارهم درون بسته به ۳! جابه جا می شوند، بنابراین تعداد کل کلمه ها با شرایط داده شده برابر است با:

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$$

smart- ۱۴۰۰

۹۸- گزینه ۱ ابتدا حالتی را در نظر می گیریم که هیچ کدام از این دو برادر در صف نباشند، پس از بین ۶ نفر دیگر می خواهیم یک صف ۵ نفره درست کنیم که تعداد آن برابر است با:

$$\underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} = 720$$

حال تعداد کل حالات ممکن را به دست می آوریم:

$$\underline{8} \times \underline{7} \times \underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} = 6720 \Rightarrow \text{حالات مطلوب} = 6720 - 720 = 6000$$

smart- ۱۴۰۰

۹۹- گزینه ۴ چون ابتدای کلمه ۶ حرفی با «هم» شروع می شود. پس جایگشت های ۴ حرف دیگر را از بین بقیه حروف باید حساب کنیم:

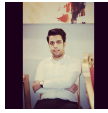
$$\underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} = 120$$

smart- ۱۴۰۰

۱۰۰- گزینه ۴ با توجه به فرمول ترتیب داریم:

$$\frac{P(n+1, 2)}{2} = 3! \Rightarrow P(n+1, 2) = 7 \times 6$$

$$\Rightarrow \frac{(n+1)!}{(n+1-2)!} = 42 \Rightarrow \frac{(n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} = 42$$



$$\Rightarrow n(n+1) = 7 \times 6 \Rightarrow n = 7$$

$$\Rightarrow P(n-1, 3) = P(6, 3) = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

smart- ۱۴۰۰

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۱۸ - ۴	۳۵ - ۳	۵۲ - ۱	۶۹ - ۱	۸۶ - ۲
۲ - ۴	۱۹ - ۲	۳۶ - ۴	۵۳ - ۱	۷۰ - ۲	۸۷ - ۳
۳ - ۳	۲۰ - ۱	۳۷ - ۱	۵۴ - ۳	۷۱ - ۱	۸۸ - ۳
۴ - ۱	۲۱ - ۱	۳۸ - ۱	۵۵ - ۳	۷۲ - ۲	۸۹ - ۳
۵ - ۱	۲۲ - ۱	۳۹ - ۳	۵۶ - ۱	۷۳ - ۱	۹۰ - ۲
۶ - ۳	۲۳ - ۱	۴۰ - ۳	۵۷ - ۱	۷۴ - ۳	۹۱ - ۴
۷ - ۱	۲۴ - ۲	۴۱ - ۴	۵۸ - ۴	۷۵ - ۴	۹۲ - ۳
۸ - ۴	۲۵ - ۲	۴۲ - ۳	۵۹ - ۴	۷۶ - ۴	۹۳ - ۳
۹ - ۲	۲۶ - ۱	۴۳ - ۳	۶۰ - ۲	۷۷ - ۳	۹۴ - ۲
۱۰ - ۳	۲۷ - ۲	۴۴ - ۳	۶۱ - ۴	۷۸ - ۲	۹۵ - ۱
۱۱ - ۱	۲۸ - ۱	۴۵ - ۴	۶۲ - ۳	۷۹ - ۳	۹۶ - ۴
۱۲ - ۳	۲۹ - ۱	۴۶ - ۱	۶۳ - ۳	۸۰ - ۳	۹۷ - ۱
۱۳ - ۳	۳۰ - ۴	۴۷ - ۱	۶۴ - ۳	۸۱ - ۳	۹۸ - ۱
۱۴ - ۳	۳۱ - ۱	۴۸ - ۱	۶۵ - ۳	۸۲ - ۳	۹۹ - ۴
۱۵ - ۲	۳۲ - ۴	۴۹ - ۲	۶۶ - ۳	۸۳ - ۱	۱۰۰ - ۴
۱۶ - ۳	۳۳ - ۳	۵۰ - ۱	۶۷ - ۱	۸۴ - ۴	
۱۷ - ۳	۳۴ - ۱	۵۱ - ۲	۶۸ - ۴	۸۵ - ۳	