

به نام او که وجودم ز وجودش ز وجودش پر وجود آمده است

سه چیز را با احتیاط برداریم : قدم , قلم , قسم
سه چیز را پاک نگه داریم: جسم , خیال , لباس
از سه چیز کار بگیریم: عقل , همت , صبر
سه چیز را نشکنیم : دل , قسم , پیمان
سه چیز را هرگز نخوریم : حسرت , افسوس , غصه
خود را به سه چیز آلوده نکنیم: خیانت , قمار , اعتیاد
از سه چیز خود را دور نگه داریم: حسادت , حماقت , غرور
با سه چیز کار انجام ندهیم : ترس , ریا , غضب
از سه چیز فرار کنیم : تنبلی , شک , تعصب
سه چیز را راحت نریزیم: اشک , خون , آبرو
به سه چیز عادت نکنیم : دوست , تلویزیون , اینترنت
از سه چیز نون نخوریم : دزدی , قرض , تملق
سه کار را زیاد انجام دهیم: زیارت , عبادت , سیاحت

این مجموعه به جز درسنامه و نکات، دربردارنده‌ی حدود 600 سوال تشریحی و تستی از کل کتاب می‌باشد. این سوالات به صورت فصل به فصل تفکیک شده‌اند. همچنین مجموعه‌ی مذکور شامل 1 نمونه سوال پایش (آذر) و 2 نمونه سوال دی‌ماه و 2 نمونه سوال شبه نهایی (اردیبهشت) و 1 نمونه سوال نهایی (خرداد) می‌باشد.

امید است دانش آموزان عزیز با بهره‌گیری از مطالب عنوان شده موجبات سرافرازی اینجانب و خود را فراهم آورند.

موفق و پیروز باشید

نوید پورزکی

تابستان 1403

فهرست مطالب

درسنامه فصل 1 1

سوالات تشریحی فصل 1 39

درسنامه فصل 2 59

سوالات تشریحی فصل 2 82

درسنامه فصل 3 96

سوالات تشریحی فصل 3 122

درسنامه فصل 4 139

سوالات تشریحی فصل 4 174

نمونه سوال پایش-آذر 1402 194

نمونه سوال دی (1) 196

نمونه سوال دی (2) 198

201..... درسنامه فصل 5

232..... سوالات تشریحی فصل 5

254..... درسنامه فصل 6

281 سوالات تشریحی فصل 6

295..... درسنامه فصل 7

317 سوالات تشریحی فصل 7

333..... نمونه سوال (شبه نهایی-اردیبهشت -1403-صبح)

335..... نمونه سوال (شبه نهایی-اردیبهشت -1403-عصر)

338..... نمونه سوال (نهایی-خرداد-1403-صبح)



درس اول: مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌ی اعداد:

$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$: مجموعه اعداد طبیعی

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} = N \cup \{0\}$, $W - N = \{0\}$: مجموعه اعداد حسابی

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$: مجموعه اعداد صحیح

$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\} \rightarrow 0, -\frac{2}{3}, -1.3$ $\frac{1}{5}$: مجموعه اعداد گویا

اعداد گنک: مجموعه اعدادی را که نتوان به صورت عدد صحیح نشان داد.

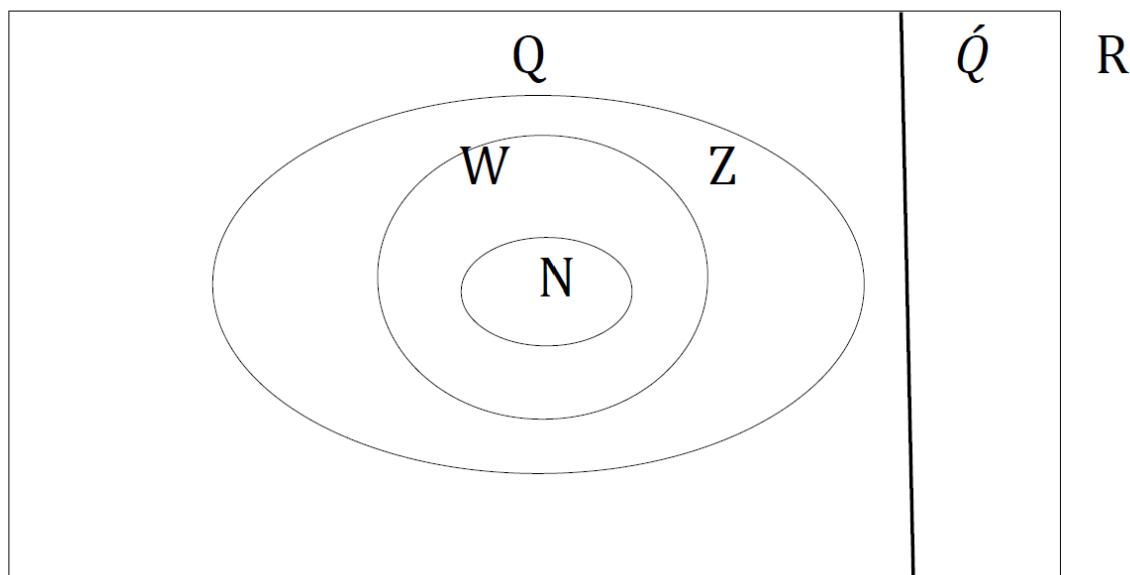
$$\dot{Q} = R - Q \rightarrow \sqrt{2} = 1.4142 \dots$$

اعداد حقیقی: هر نقطه روی محور اعداد، یک عدد حقیقی و هر عدد حقیقی، یک نقطه روی

محور اعداد را نشان می‌دهد.

$$Q \cap \dot{Q} = \emptyset , \quad Q \cup \dot{Q} = R$$

$$\dot{Q} \subseteq R , \quad N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$





بازه‌ها (فاصله‌ها):

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	(a,b) $(۲,۷)$	$\{x \in R a < x < b\}$	
بسته	$[a,b]$ $[۲,۷]$	$\{x \in R a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$[a,b)$	$\{x \in R a \leq x < b\}$	
نیم باز	$(a,b]$	$\{x \in R a < x \leq b\}$	

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in R x > a\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in R x \geq a\}$	
نیم باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in R x \leq a\}$	
باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in R x < a\}$	
باز	$(-\infty, +\infty)$	R	





$$(2, -\infty) \quad [2, 1]$$

مثال: درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $-2 \in (-2, 0]$ ✗

ب) $0 \in (-2, 0]$ ✓

پ) $\frac{4}{3} \in [\frac{1}{2}, 2)$ ✓

ت) $-2 \in \{-2, 0\}$ ✓

ث) $-1 \in \{-2, 0\}$ ✗

ج) $[-1, 2] \subseteq (-1, 2)$ ✗

چ) $(-1, 2) \subseteq [-1, 2]$ ✓

ح) $Q \subseteq (-17, 0]$ ✗

خ) $(-17, 0] \subseteq Q$ ✗

د) $6.022 \times 10^{23} \in [3, +\infty)$ ✓

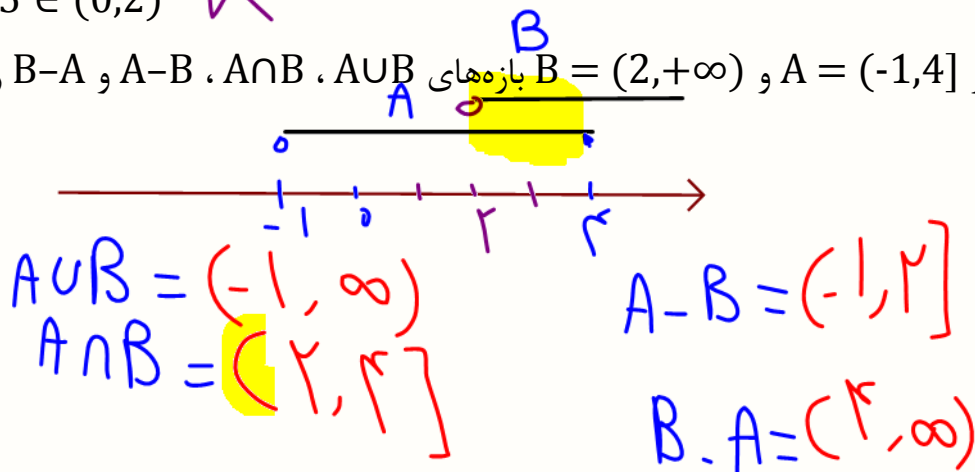
ذ) $\{0, 1\} \subseteq [-1, 2)$ ✓

ر) $[2, 5] \subseteq (2, 5)$ ✗

ز) $(2, 5) = [2, 5]$ ✗

س) $\sqrt{5} \in (0, 2)$ ✗

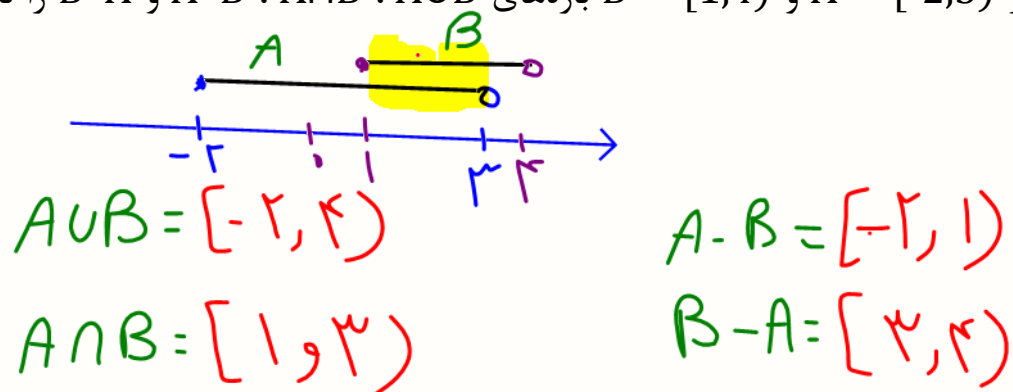
مثال: اگر $A = (-1, 4]$ و $B = (2, +\infty)$ بازه‌های $A \cap B$ ، $A \cup B$ ، $A - B$ و $B - A$ را نشان دهید.





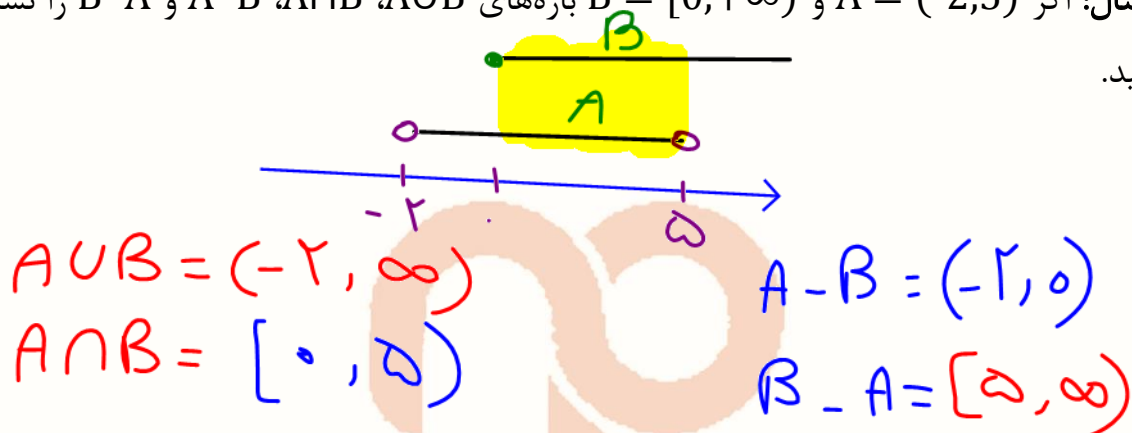
مثال: اگر $A = [-2, 3)$ و $B = [1, 4)$ بازه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را نشان

دهید.



مثال: اگر $A = (-2, 5)$ و $B = [0, +\infty)$ بازه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را نشان

دهید.



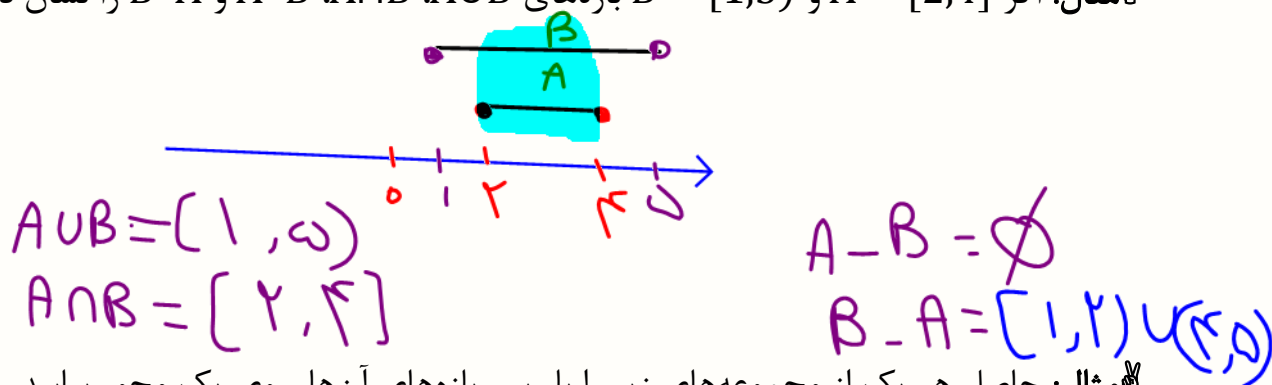
مثال: اگر $A = (3, 6]$ و $B = (2, 5)$ بازه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را نشان دهید.

مثال: اگر $A = [0, 3]$ و $B = (-2, 1]$ بازه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را نشان دهید.





مثال: اگر $A = [2, 4]$ و $B = [1, 5]$ بازه‌های $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را نشان دهید.



مثال: حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آن‌ها، روی یک محور بیابید.

الف) $(-3, 0] \cup (-2, 6]$

ب) $(-\infty, 6] \cap (1, 7)$

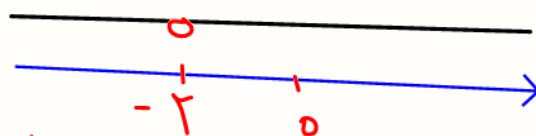
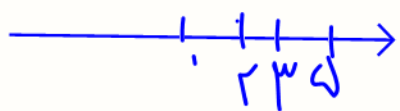
پ) $(3, +\infty) \cap (5, 10]$

ت) $(-\infty, 2) \cup [2, +\infty)$

ث) $(3, +\infty) - [1, 4] = [4, +\infty)$

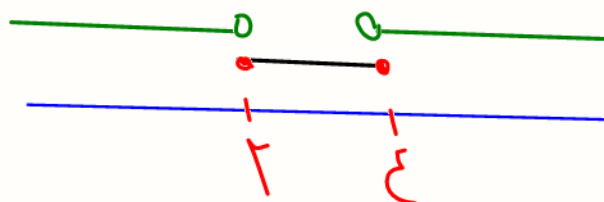
ج) $[2, 5] - (3, +\infty) = [2, 3]$

مثال: مجموعه‌ی $R - \{-2\}$ را روی محور نشان دهید و به صورت اجتماع دو مجموعه بنویسید.



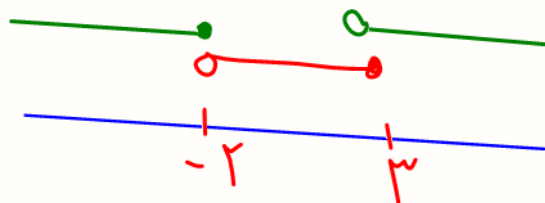
$R - \{-2\} = (-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

مثال: مجموعه‌ی $R - [2, 4]$ را روی محور نشان دهید و به صورت اجتماع دو مجموعه بنویسید.



$R - [2, 4] = (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

مثال: مجموعه‌ی $R - (-2, 3]$ را روی محور نشان دهید و به صورت اجتماع دو مجموعه بنویسید.



$R - (-2, 3] = (-\infty, -2] \cup (3, \infty)$





مثال: اگر $A = \{x \in R | x \leq -1\}$ و $B = \{x \in R | -2 \leq x \leq 3\}$ و

$C = \{x \in R | \frac{-x+3}{2} \leq 1\}$ باشند، مجموعه‌های زیر را به کمک بازه نمایش دهید.

$$\frac{-x+3}{2} \leq 1 \rightarrow -x+3 \leq 2 \quad 1 \leq x$$

$$A = (-\infty, -1] \\ B = [-2, 3]$$

الف) $C = [1, \infty)$

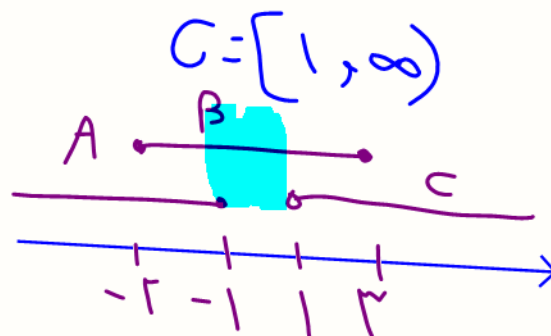
ب) $A \cup B = (-\infty, 3]$

پ) $B \cap C = (1, 3]$

ت) $A - B = (-\infty, -2)$

ث) $B - (A \cup C) = (-1, 1)$

ج) $(A \cap B) \cup C = [-2, -1] \cup (1, \infty)$



مجموعه‌های متناهی و نامتناهی:

مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است، مجموعه‌ی متناهی و مجموعه‌هایی که نتوانیم تعداد اعضای آن را با یک عدد حسابی بیان کنیم، مجموعه‌های نامتناهی می‌نامیم. مجموعه‌ی اعداد طبیعی کم‌تر از 4 متناهی (مجموعه A) و مجموعه‌ی اعداد صحیح کم‌تر از 4 نامتناهی است (مجموعه B).

$$A = \{1, 2, 3\} \quad , \quad B = \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3\}$$





مثال: وضعیت مجموعه‌های زیر را بررسی کنید.

مجموعه	نامتناهی	متناهی	تعداد اعضا (در مورد مجموعه‌های متناهی)
مجموعه اعداد اول 1 رقمی		✓	4 عضو دارد {2 و 3 و 5 و 7}
مجموعه انسان‌های روی زمین		✓	7/500/000/000
مجموعه اعداد طبیعی	✓		
مجموعه سلول‌های عصبی مغز یک انسان		✓	530/000/000/000
مجموعه تمام دایره‌های به مرکز مبدأ مختصات	✓		
مجموعه دانش آموزان مدرسه مدنی		✓	320
مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی		✓	$10^{10} - 10^9$
مجموعه درخت‌های جنگل‌های شمال		✓	390/000/000/000
مجموعه کسرهای مثبت با صورت دو	✓		$\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{11}, \dots$
مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد 6	✓		
بازه (1,2) $[1,2)$	✓		
مجموعه مولکول‌های موجود در یک مول مشخص از آب		✓	$6/022 \times 10^{23}$





مثال: دو مجموعه‌ی متناهی مثال بزنید که یکی از آن‌ها زیرمجموعه‌ی دیگری باشد.

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{1, 2, 3\} \quad A \subseteq B$$

مثال: دو مجموعه‌ی نامتناهی مثل A و B مثال بزنید که $A \subseteq B$ بوده و $B - A$ تک عضوی باشد.

$$A = \{1, 2, 3, \dots\} \quad B = \{1, 2, 3, \dots\} \quad A \subseteq B \quad B - A = \{0\}$$

مثال: الف) $\frac{1}{5}$ عددی بین 0 و 1 است. چهار عدد گویای دیگر از بازه‌ی (0 و 1) بنویسید.

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$$

ب) آیا می‌توان بین 0 و 1 به هر تعداد دلخواه عدد گویا ارائه کرد؟
پ) در مورد متناهی یا نامتناهی بودن اعداد گویای موجود در بازه‌ی (0 و 1) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

نامتناهی

ت) در مورد متناهی یا نامتناهی بودن Q چه می‌توان گفت؟

ث) اگر A دارای یک زیرمجموعه‌ی نامتناهی باشد، آن گاه A یک مجموعه‌ی نامتناهی خواهد بود و اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آن گاه A یک مجموعه‌ی متناهی است.

متناهی

مثال: فرض کنید U مجموعه‌ی تمام مضرب‌های طبیعی عدد 3 باشد.

$$U = \{3, 6, 9, \dots\}$$

الف) U را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ب) U متناهی است یا نامتناهی؟ نامتناهی

$$A = \{3, 6\}$$

پ) یک زیرمجموعه‌ی متناهی از U بنویسید.

ت) دو زیرمجموعه‌ی نامتناهی مانند C و D از U بنویسید؛ به طوری که $C \subseteq D$.

$$C \subseteq D$$

$$C = \{6, 9, \dots\} \quad D = \{3, 6, 9, \dots\}$$

مثال: چه تعداد از مجموعه‌های زیر نامتناهی هستند؟

الف) مجموعه‌ی اعداد حسابی نامتناهی

ب) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد 24 متناهی

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x < 5\}$$

$$A = \{\}$$

ث) مجموعه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد 15 نامتناهی

2 (4)

3 (3)

4 (2)

5 (1)





مثال: کدام مورد زیر نادرست است؟

(1) $(a, a) = \emptyset$ ص $(2, 2) = \emptyset$
 (2) $[a, a] = \{a\}$ $[2, 2] = \{2\}$

(3) هیچ دو مجموعه‌ی نامتناهی وجود ندارد که اشتراک آن‌ها تک عضوی باشد.

(4) $R - \{3\} = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$



مثال: اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد و B مجموعه‌ی اعداد اول باشند، کدام مجموعه

متناهی و غیر تهی است؟
 (1) $A - B$ (2) $B - A$ (3) $A \cap B$ (4) $A - (A \cup B)$

$A = \{1, 3, 5, \dots\}$

$B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$

$B - A = \{2\}$

$A - B = \{1, 9, 15, \dots\}$

درس دوم: متمم یک مجموعه

هرگاه U مجموعه مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی $U - A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با نماد A' نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضوهای U است که در A نیستند.

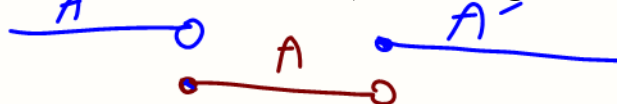
مثال: اگر $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ و $A = \{1, 3\}$ ، آن‌گاه A' را بیابید.

$A' = \{5, 7, 9\}$

نکته: اگر U مجموعه مرجع و A زیر مجموعه‌ی دلخواهی از آن باشد.

$\emptyset = U$, $U = \emptyset$, $A \cup A' = U$, $A \cap A' = \emptyset$
 $A - A' = A$, $A' - A = A'$, $A - U = \emptyset$, $U - A = A'$
 $U - A' = A$

مثال: R مجموعه‌ی مرجع است. متمم مجموعه‌های زیر را به صورت بازه‌ای و روی محور نشان



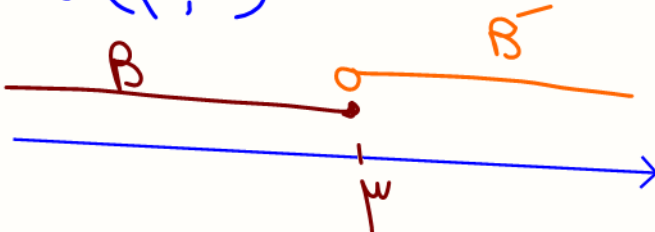
دهید.

الف) $A = [-3, 4]$

$A' = (-\infty, -3) \cup (4, \infty)$

ب) $B = (-\infty, 3]$

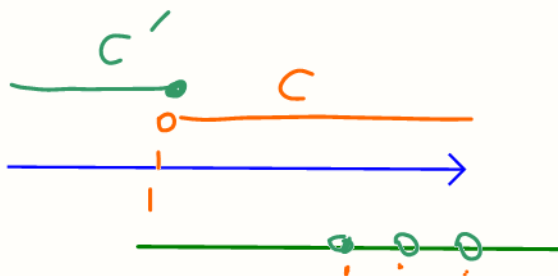
$B' = (3, \infty)$





پ) $C = (1, +\infty)$

$C' = (-\infty, 1]$



ت) $D = \{1, 2, 3, \dots\}$

$D' = (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup \dots$

لأمثال:

(1) اگر $U = \mathbb{Z}$ و $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$ ، آن گاه: $F' = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

(2) اگر $U = \mathbb{R}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$ ، آن گاه: $B' = (-\infty, -3] \cup (2, \infty)$

$N' = \{0\}$

(3) اگر $U = W$ ، آن گاه:

(4) اگر $U = \mathbb{R}$ ، آن گاه: $W' = (-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup \dots$

$W = \{0, 1, 2, \dots\}$

$N = \{1, 2, \dots\}$

$A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

$N \cap W = \{1, 2, 3, \dots\}$

لأمثال: کدام گزینه درست است؟

(1) اشتراک دو مجموعه‌ی نامتناهی، همواره متناهی است.

(2) اشتراک دو مجموعه‌ی متناهی، همواره متناهی است.

(3) متمم یک مجموعه‌ی نامتناهی، همواره متناهی است.

(4) اگر دو مجموعه‌ی A و B متناهی باشند، قطعاً اجتماع A و B غیر تهی است.

$A = \emptyset$
 $B = \emptyset$

$A \cup B = \emptyset$

نکته: ☺

1) $(A')' = A$

2) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

3) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

$B' \subseteq A'$

نکته: ☺ اگر $A \subseteq B$ آن گاه:





تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه‌ی متناهی:

حتما یادتون هست (😊) که برای نشان دادن تعداد اعضای مجموعه‌ی A از علامت $n(A)$ استفاده می‌کردیم. امسال می‌خواهیم رابطه‌ای برای $n(A \cup B)$ به دست آوریم.

اگر A و B دو مجموعه‌ی متناهی دلخواه باشند:

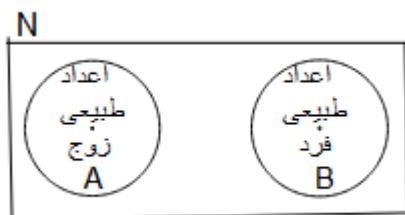
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

و اگر A و B مجزا باشند ($A \cap B = \emptyset$):

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

نکته: 😊 به هر دو مجموعه‌ی A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه‌ی جدا از هم یا مجزا می‌گوییم.

$$A \cap B = \emptyset$$



مثال: اگر $n(A) = 15$ ، $n(A \cap B) = 5$ و $n(A \cup B) = 30$ ، آن‌گاه $n(B)$ کدام است:

10 (4

15 (3

25 (2

20 (1)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 15 + n(B) - 5 \rightarrow 20 = n(B)$$

یعنی عضوهایی که در A یا B یا در هر دو آن‌ها است. (حداقل یا دست کم عضو یکی باشد).		AUB (1
--	--	--------

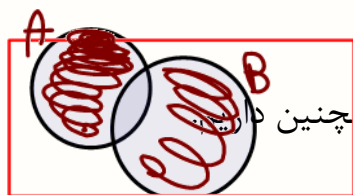


یعنی عضوهایی که هم در A و هم در B هستند.		$A \cap B$ (2)
یعنی عضوهایی که در A هستند ولی در B نیستند (فقط در A هستند).		$A - B = A \cap B'$ (3)
یعنی عضوهایی که در B هستند ولی در A نیستند (فقط در B هستند).		$B - A = B \cap A'$ (4)
یعنی عضوهایی که نه در A هستند و نه در B (اشتراک آن‌ها نیستند).		$(A \cup B)' = A' \cap B'$ (5)
یعنی عضوهایی که در هر دو آن‌ها (اشتراک آن‌ها) نیستند. (حداکثر در یکی عضو هستند).		$(A \cap B)' = A' \cup B'$ (6)



تفاضل مجموعه‌ها: تعداد اعضای که فقط در مجموعه A قرار دارند را با $n(A - B)$ نمایش می‌دهند که می‌توان از رابطه‌ی زیر مقدار آن را محاسبه نمود:

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$



و همچنین داریم:

$$n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

مثال: فرض کنیم A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع باشند، به طوری که

$$n(A \cap B) = 10 \text{ و } n(B) = 65, n(A) = 80, n(U) = 140 \text{ ، مطلوب است:}$$

الف) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 80 + 65 - 10 = 135$

ب) $n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 80 - 10 = 70$

پ) $n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - n(B \cap A) = 65 - 10 = 55$

ت) $n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 140 - 135 = 5$

ث) $n(A' \cup B') = n(A \cap B)' = n(U) - n(A \cap B) = 140 - 10 = 130$

ج) $n((A \cup B) - (A \cap B)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 135 - 10 = 125$

مثال: فرض کنیم A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع U باشد به طوری که

$$n(A \cap B) = 12 \text{ و } n(B) = 35 \text{ و } n(A) = 21 \text{ و } n(U) = 80 \text{ ، مطلوب است:}$$

الف) $n(B') = n(U) - n(B) = 80 - 35 = 45$

ب) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 21 + 35 - 12 = 44$

پ) $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 21 - 12 = 9$

ت) $n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - n(B \cap A) = 35 - 12 = 23$

ث) $n(A' \cup B') = n(A \cap B)' = n(U) - n(A \cap B) = 80 - 12 = 68$

ج) $n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 80 - 44 = 36$





$$\text{چ) } n((A - B) \cup (B - A)) = n(A - B) + n(B - A) = 9 + 13 = 22$$

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 44 - 22 = 22$$

مثال: در یک نظرسنجی از 120 مشتری یک فروشگاه زنجیره‌ای، مشخص شد که 65 نفر

آن‌ها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و 59 نفرشان از محصولات شرکت B خرید

کرده‌اند. هم چنین 32 نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت خرید کرده

اند. چه تعداد از این 120 نفر در یک ماه گذشته: (مشابه تمرین 6- صفحه 13 کتاب درسی)

الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 65 + 59 - 32 = 92$$

ب) فقط از شرکت A خرید کرده‌اند.

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 65 - 32 = 33$$

پ) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده‌اند.

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 92 - 32 = 60$$



ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده‌اند.

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 120 - 92 = 28$$

مثال: در کلاسی که 28 نفر دانش آموز دارد، 21 نفر حداقل به یکی از رشته‌های فوتبال یا

والیبال علاقه دارند. اگر 17 نفر به فوتبال و 9 نفر به والیبال علاقه داشته باشند، چند نفر فقط

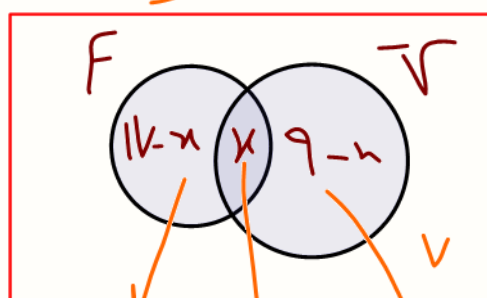
به یکی از این دو رشته علاقه دارند؟

17 (4)

16 (3)

14 (2)

13 (1)



$$17 - x + x + 9 - x = 21$$

$$26 - x = 21$$

$$5 = x$$



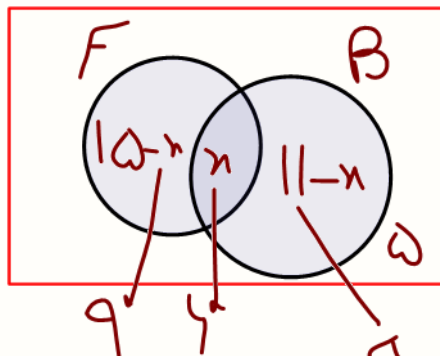
مثال: در یک کلاس 25 نفری، تعداد 15 نفر عضو تیم فوتبال و 11 نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر 5 نفر عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، چند نفر از آن‌ها عضو هر دو تیم هستند؟

10 (4)

20 (3)

6 (2) ✓

5 (1)



$$15 - x + x + 11 - x = 5$$

$$26 - x = 5$$

$$x = 21$$

مثال: در یک کلاس 35 نفری، 27 نفر به فوتبال و 21 نفر به والیبال علاقه‌مند هستند. اگر 6 نفر به هیچ یک از دو ورزش علاقه‌ای نداشته باشند، چند نفر فقط به والیبال علاقه‌مند هستند؟

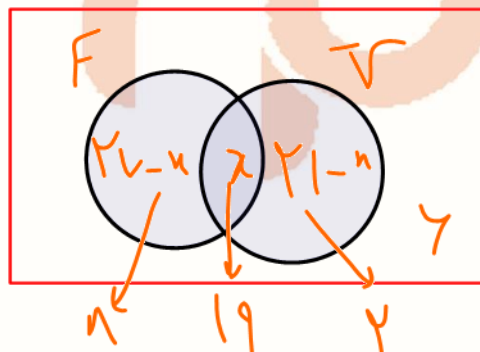
(گزینه 2-1402)

9 (4)

2 (3) ✓

12 (2)

6 (1)



$$26 - x + x + 21 - x = 19$$

$$47 - x = 19$$

$$x = 28$$

مثال: در یک کلاس 22 نفری، 1 نفر هم به فوتبال و هم به والیبال علاقه‌مند است. اگر 9 نفر به والیبال علاقه‌مند باشند، چند نفر به فوتبال علاقه‌مندند؟ (3 نفر به هیچ کدام از دو رشته

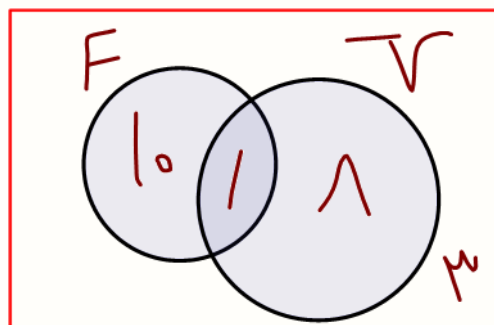
علاقه‌ای ندارند.) (گاج-1402)

12 (4)

9 (3)

11 (2)

10 (1) ✗



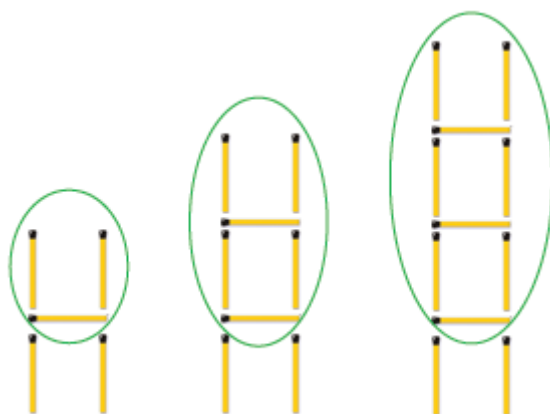


درس سوم: الگو و دنباله

الگو: ساختاری منظم از اشکال یا اعداد است و همهی سعی ما پیدا کردن نظم می‌باشد که در نتیجه بتوانیم جمله‌ی عمومی الگو را به دست آوریم و از آن جا به تمام جملات آن الگو، دسترسی پیدا کنیم.

مثال: با توجه به شکل‌های زیر و تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته، جمله عمومی الگو را به دست آورید.

برای به دست آوردن جمله‌ی عمومی (t_n) شکل‌های الگو را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



$$t_1 = 1(3) + 2, \quad t_2 = 2(3) + 2, \quad t_3 = 3(3) + 2, \quad t_4 = 4(3) + 2$$

$$\dots \Rightarrow t_n = n \times 3 + 2 = 3n + 2$$

الگوی خطی: وقتی جمله عمومی یک الگو $t_n = an + b$ (a و b حقیقی و ثابت) باشد،

الگو را خطی می‌نامیم. در این الگوها، اختلاف مقدار هر دو جمله متوالی ثابت و برابر a (ضریب n) است.

در الگوی خطی نقاط (t_n و n) بر روی خط $y = ax + b$ قرار می‌گیرند.





مثال: در یک کلاس 25 نفری، تعداد 15 نفر عضو تیم فوتبال و 11 نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر 5 نفر عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، چند نفر از آن‌ها عضو هر دو تیم هستند؟

- 5 (1) 6 (2) 20 (3) 10 (4)

مثال: در یک کلاس 35 نفری، 27 نفر به فوتبال و 21 نفر به والیبال علاقه‌مند هستند. اگر 6 نفر به هیچ یک از دو ورزش علاقه‌ای نداشته باشند چند نفر فقط به والیبال علاقه‌مند هستند؟
(گزینه 2-1402)

- 6 (1) 12 (2) 2 (3) 9 (4)

مثال: در یک کلاس 22 نفری، 1 نفر هم به فوتبال و هم به والیبال علاقه‌مند است. اگر 9 نفر به والیبال علاقه‌مند باشند، چند نفر به فوتبال علاقه‌مندند؟ (3 نفر به هیچ کدام از دو رشته علاقه‌ای ندارند.) (گاج-1402)

- 10 (1) 11 (2) 9 (3) 12 (4)

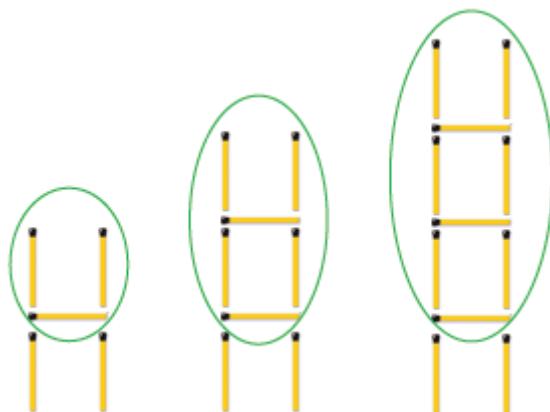


درس سوم: الگو و دنباله

الگو: ساختاری منظم از اشکال یا اعداد است و همه‌ی سعی ما پیدا کردن نظم می‌باشد که در نتیجه بتوانیم جمله‌ی عمومی الگو را به دست آوریم و از آن جا به تمام جملات آن الگو، دسترسی پیدا کنیم.

لأمثال: با توجه به شکل‌های زیر و تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته، جمله عمومی الگو را به دست آورید.

برای به دست آوردن جمله‌ی عمومی (t_n) شکل‌های الگو را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



$$t_1 = 1(3) + 2, \quad t_2 = 2(3) + 2, \quad t_3 = 3(3) + 2, \quad t_4 = 4(3) + 2$$

$$\dots \Rightarrow t_n = n \times 3 + 2 = 3n + 2$$

الگوی خطی: وقتی جمله عمومی یک الگو $t_n = an + b$ (a و b حقیقی و ثابت) باشد،

الگو را خطی می‌نامیم. در این الگوها، اختلاف مقدار هر دو جمله متوالی ثابت و برابر a (ضریب n) است.

در الگوی خطی نقاط (n و t_n) بر روی خط $y = ax + b$ قرار می‌گیرند.



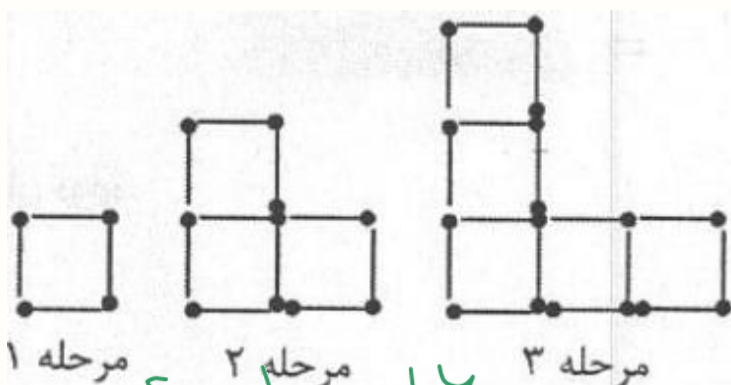
مثال: تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی دهم کدام است؟

76 (4)

70 (3)

64 (2)

58 (1)



$$t_n = 4n - 2$$

$$t_{10} = 4(10) - 2 = 38$$

مثال: در شکل، چیدمان صندلی‌ها در یک سالن تئاتر مشخص شده است. تعداد صندلی‌ها در

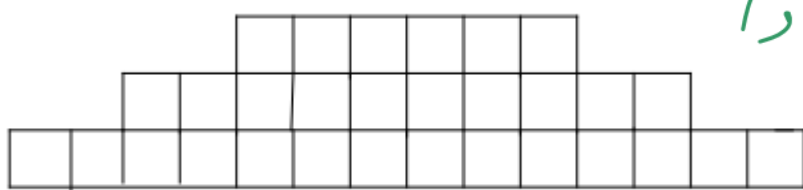
ردیف هفتم چقدر است؟

50 (4)

40 (3)

30 (2)

20 (1)



$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots$$

$$t_n = 2n + 2$$

$$t_7 = 2(7) + 2 = 16$$

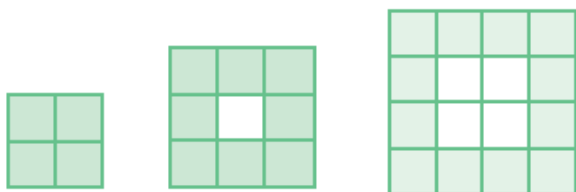
مثال: در الگوی زیر در چه مرحله‌ای تعداد مربع‌های رنگی برابر 144 است؟

11 (4)

46 (3)

36 (2)

32 (1)



$$2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$$

$$t_n = 2n \rightarrow 144 = 2n \rightarrow n = 72$$

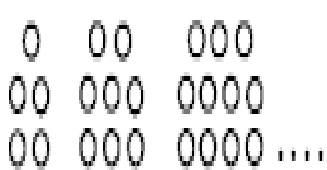
مثال: در شکل زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل دوازدهم، کدام است؟ (س.خ. 98)

40 (4)

38 (3)

36 (2)

34 (1)



$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$$

$$t_n = 2n - 1$$

$$t_{12} = 2(12) - 1 = 23$$

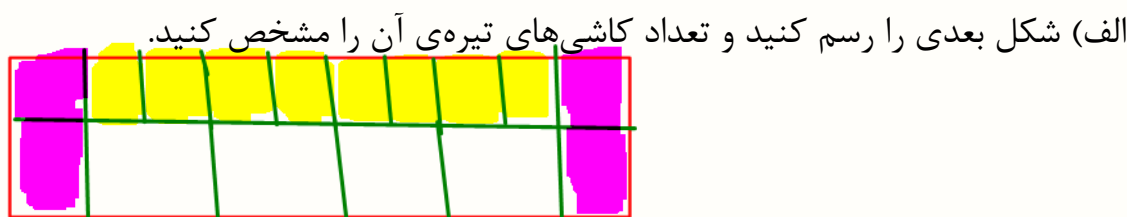
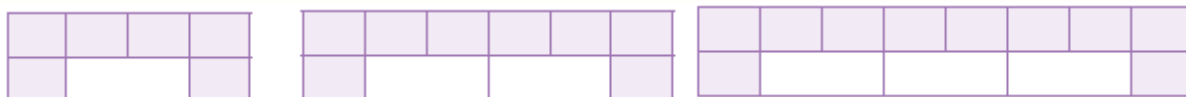




مثال: به الگوی زیر توجه کنید. (تمرین 1- صفحه 20 کتاب درسی)

$t_n = 2n + 4 \rightarrow t_6 = 12$

4 و 8 و 10 و ...



الف) شکل بعدی را رسم کنید و تعداد کاشی‌های تیره‌ی آن را مشخص کنید.

ب) تعداد کاشی‌های تیره در هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله‌ی هفتم آن بنویسید.

2, 8, 10, 12, 14, 16, 18

پ) اگر n تعداد کاشی‌های سفید و t_n تعداد کاشی‌های تیره باشد، مقدار t_n را بر حسب n بنویسید.

$$t_n = 2n + 4$$

$$t_{100} = 2(100) + 4$$

$$t_{100} = 204$$

ت) برای 100 کاشی سفید، چند کاشی تیره لازم است؟

$n = 100$

ث) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل 50 کاشی تیره باشد؟ اگر هست، تعداد کاشی‌های

$$t_n = 2n + 4$$

$$50 = 2n + 4$$

$$46 = 2n \rightarrow n = 23$$

سفید آن چند تا است؟

لامثال: در یک الگوی خطی جملات چهارم و نهم به ترتیب 18 و 43 است. جمله بیستم این

$$t_n = an + b$$

الگو را به دست آورید.

$$t_9 = 43$$

$$t_4 = 18$$

$$\begin{cases} 9a + b = 43 \\ 4a + b = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a + b = 43 \\ -4a - b = -18 \end{cases}$$

$$5a = 25$$

$$a = 5$$

$$20 + b = 18$$

$$b = -2$$

$$t_n = 5n - 2$$

$$t_{20} = 5(20) - 2 = 98$$



$$t_n = an + b$$

مثال: در یک الگوی خطی جملات پنجم و دهم به ترتیب 14 و 29 است. جمله بیست و

پنجم این الگو را به دست آورید.

$$\begin{aligned} t_1 = 29 &\rightarrow \begin{cases} 1a + b = 29 \\ 5a + b = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1a + b = 29 \\ -4a - b = -14 \end{cases} \\ t_5 = 14 &\rightarrow \end{aligned}$$

$$5a = 15 \rightarrow a = 3$$

$$b = -1$$

$$t_n = 3n - 1$$

$$t_{20} = 3(20) - 1 = 59$$

مثال: در یک الگوی خطی جملات سوم و نهم به ترتیب 13 و 37 است. جمله چهل و یکم این الگو را به دست آورید.

مثال: در یک الگوی خطی جمله سوم برابر 3 و جمله هفتم برابر 11 می باشد، جمله ی

چندم این الگو برابر 21 است؟ $n = ?$

$$t_n = an + b$$

(1) دهم (2) یازدهم (3) دوازدهم (4) سیزدهم

$$\begin{aligned} t_9 = 11 &\rightarrow \begin{cases} 9a + b = 11 \\ 12a + b = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9a + b = 11 \\ -3a - b = -8 \end{cases} \\ t_{12} = 3 &\rightarrow \end{aligned}$$

$$12a = 19 \rightarrow a = \frac{19}{12}$$

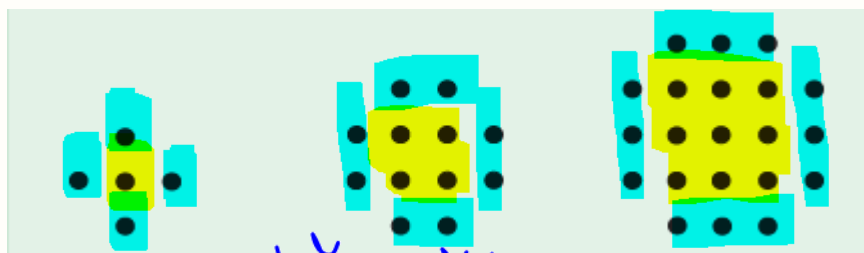
$$b = -\frac{19}{4}$$

$$t_n = \frac{19}{12}n - \frac{19}{4}$$

الگوی غیر خطی: الگوهایی هستند که اختلاف هر دو جمله متوالی آنها، مقدار ثابتی نیست.

$$21 = \frac{19}{12}n - \frac{19}{4} \rightarrow 21 = \frac{19}{12}n - \frac{19}{4} \rightarrow n = 12$$

مثال: با توجه به شکل های زیر، جمله ی عمومی الگو را به دست آورید.



5, 12, 21, ...

$$t_n = n^2 + 1n$$

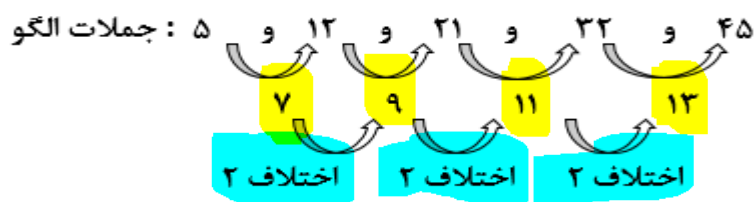




$$t_n = an + b$$

الگوی درجه دوم: هر الگو با جمله عمومی $t_n = an^2 + bn + c$ را یک الگوی درجه دوم می‌نامیم. در این الگو اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی، خود، یک الگوی خطی تشکیل می‌دهد.

در مثال قبل:



نکته: الگوهای درجه دوم معروف:

دنباله مثلثی: $1, 3, 6, 10, 15, \dots \rightarrow a_n = \frac{n(n+1)}{2}$



دنباله مربعی: $1, 4, 9, 16, 25, \dots \rightarrow a_n = n^2$



مثال: با توجه به الگوی زیر، a_6 کدام است؟

39 (4)

37 (3)

42 (2)

50 (1)



$$a_n = n^2 + 1$$

$$a_4 = (4)^2 + 1 = 17$$





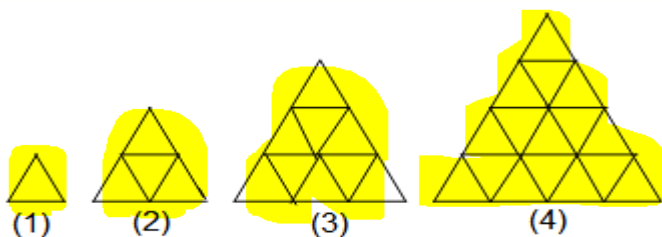
مثال: در الگوی هندسی زیر در کدام مرحله، 81 مثلث داریم؟ $n = ?$

10 (4)

9 (3)

8 (2)

7 (1)



1, 4, 9, 16, ...

$t_n = n^2 \rightarrow 81 = n^2 \rightarrow n = 9$

مثال: الگوی زیر را در نظر بگیرید. (تمرین 2- صفحه 20 کتاب درسی)

1, 3, 6, 10, ...

شکل (1)

شکل (2)

شکل (3)

شکل (4)



الف) شکل بعدی را رسم کنید، سپس تعداد نقاط هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله‌ی ششم آن بنویسید.

1, 4, 9, 16, 25, 36

$t_n = \frac{n(n-1)}{2}$ مثلثات

ب) جمله‌ی عمومی الگو را بنویسید.

$t_n = n^2 + \frac{n(n-1)}{2}$

0, 1, 3, 6, 10, ...

پ) شکل دهم در این الگو چند نقطه دارد؟

$t_{10} = 2(10)^2 - 10 = 190$

$t_n = n^2 + n^2 - n = 2n^2 - n$

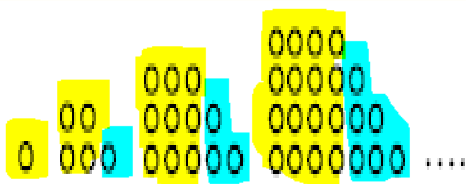
مثال: در شکل زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم، کدام است؟ (س.د. 98)

125 (4)

123 (3)

120 (2)

117 (1)



$t_n = n^2 + \frac{n(n-1)}{2}$

$t_4 = 4^2 + \frac{4(3)}{2} = 22$

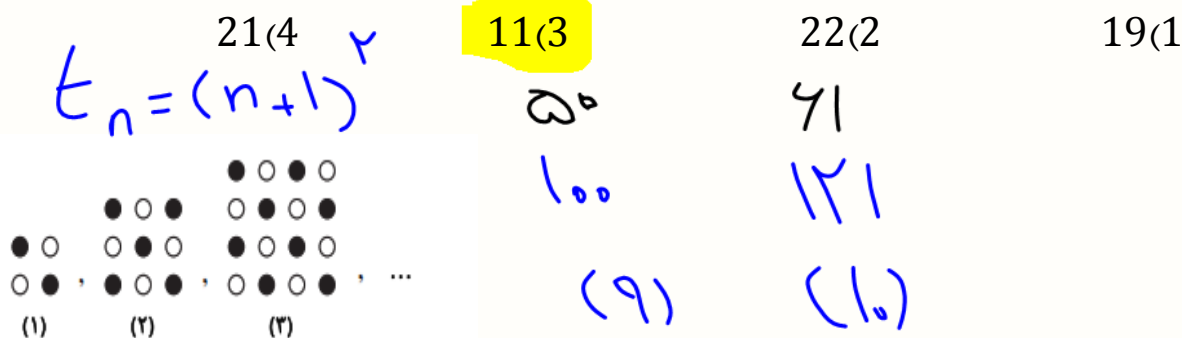
1, 4, 9, 16, 25, ...

$t_9 = 9^2 + \frac{9(8)}{2} = 81 + 36 = 117$





مثال: در الگوی زیر، تعداد نقاط توپر در مرحله ی دهم از تعداد نقاط توپر مرحله ی نهم چه تعداد بیشتر است؟ (گزینه 2-1402)



دنباله: هر تعداد عدد را که پشت سر هم قرار می گیرند، یک دنباله می نامیم. این اعداد، جملات دنباله نامیده می شوند. در ضمن ممکن است جملات یک دنباله فاقد الگو باشد مانند: اعداد اول

مثال: جمله ی عمومی دنباله ای به صورت $a_n = \frac{3n-1}{n}$ می باشد. سه جمله ی اول آن را بنویسید.

$$a_1 = \frac{3(1)-1}{1} = 2$$

$$a_2 = \frac{3(2)-1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$a_3 = \frac{3(3)-1}{3} = \frac{8}{3}$$

مثال: جمله ی عمومی دنباله ای به صورت $b_n = 2n^2 - 1$ می باشد. سه جمله ی اول آن را بنویسید.

$$b_1 = 2(1)^2 - 1 = 1$$

$$b_2 = 2(2)^2 - 1 = 7$$

$$b_3 = 2(3)^2 - 1 = 17$$

مثال: جمله ی عمومی دنباله ای به صورت $c_n = -n + n^2$ می باشد. سه جمله ی اول آن را بنویسید.

$$c_1 = -(1) + (1)^2 = 0$$

$$c_2 = -(2) + (2)^2 = 2$$

$$c_3 = -(3) + (3)^2 = 6$$

مثال: جمله ی عمومی دنباله ای به صورت $d_n = 2n - n^2$ می باشد. سه جمله ی اول آن را بنویسید.

$$d_1 = 2(1) - (1)^2 = 2 - 1 = 1$$

$$d_2 = 2(2) - (2)^2 = 4 - 4 = 0$$

$$d_3 = 2(3) - (3)^2 = 6 - 9 = -3$$





مثال: جمله‌ی عمومی چند دنباله داده شده است. در هر مورد جاهای خالی را پر کنید.

الف) $a_n = n^2 + 1$: 2, 5, 10, 17, 26, 37

ب) $b_n = -n^2 + 2$: 1, -2, -7, -14, -23, ...

ج) $c_n = -n - 3$: -4, -5, -6, -7, -8, ...

د) $c_n = -2 - 3n$: -5, -8, -11, -14, -17, ...

مثال: برای دنباله‌های درجه دو زیر، یک الگوی هندسی نظیر کنید و به کمک آن جمله‌ی

عمومی هر دنباله را بیابید.

$$t_n = n^2 + 4$$

$$t_n = an^2 + bn + c$$

الف) 5, 8, 13, 20, 29, ...

1 3 5 7 9
2 2 2 2

$$a = \frac{2}{2} = 1$$

$$c = 4$$

$$t_n = n^2 + n + 4$$

$$t_n = n^2 + n + 4$$

پ) 3, 9, 19, ...

2 4 6 8 10
2 2 2 2

$$t_n = 2n^2 + 5n + 1$$

$$t_n = 2n^2 + 1$$

ت) 2, 6, 12, ...

2 4 6 8 10
2 2 2 2

$$t_n = n^2 + n + 0$$

$$t_n = n^2 + n$$

ث) 5, 12, 22, 35, 51, ...

3 5 7 9 11
2 2 2 2

$$t_n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + 1$$

1 4 9 16 25, ...
1 2 3 4 5, ...





درس چهارم: دنباله‌های حسابی و هندسی

دنباله‌های حسابی: دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت

به جمله‌ی قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنباله‌ی حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد

ثابت، قدر نسبت دنباله می‌گویند. $2, 4, 6, 8, \dots$

$$t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, t_1 + 3d, \dots$$

نکته: جمله‌ی اول را با t_1 و قدر نسبت را با d نمایش می‌دهیم.

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$

$$t_v = t_1 + 4d$$

نکته: در دنباله‌ی حسابی، قدر نسبت از تفریق جمله جلویی و عقبی به دست می‌آید.

$$3, 6, 9, 12, \dots$$

$$t_1 = 3, \quad d = 6 - 3 = 3$$

نکته: جمله‌ی عمومی یک دنباله حسابی، یک دنباله‌ی خطی و به صورت $t_n = an + b$

$$t_1 = 5, \quad t_2 = 8, \quad d = 3$$

است که ضریب n همان d است

مثلاً: اگر $t_n = 20 + 30n$ جمله‌ی عمومی یک دنباله حسابی باشد، $d = 30$ است.

مثال: در دنباله‌های حسابی زیر با مشخص کردن قدر نسبت، سه جمله‌ی بعدی را بنویسید و

سپس جمله‌ی عمومی هر کدام را به دست آورید:

$$d = 10 - 5 = 5$$

$$5, 10, 15, \dots$$

$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)d \\ t_n &= 5 + (n-1)5 \\ t_n &= 5 + 5n - 5 \\ t_n &= 5n \end{aligned}$$

$$1, 3, 5, \dots$$

$$d = 3 - 1 = 2$$

$$\begin{aligned} t_n &= 1 + (n-1)2 \\ t_n &= 1 + 2n - 2 \\ t_n &= 2n - 1 \end{aligned}$$

$$5, 9, 13, \dots$$

$$d = 9 - 5 = 4$$

$$t_n = 5 + (n-1)4 \rightarrow t_n = 5 + 4n - 4$$

$$13, 7, 1, \dots$$

$$d = 7 - 13 = -6$$

$$t_n = 13 + 1$$

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$$

$$1, 2, 4, \dots$$

مثال: کدام یک از دنباله‌های زیر حسابی نیست؟

$$2, 2, 2, \dots$$

$$\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \dots$$

$$d = \frac{1}{5}$$

$$d = 0$$

$$d = \sqrt{3}$$





مثال: در دنباله‌ی حسابی $4, 11, 18, 25, \dots$ جمله‌ی شانزدهم چقدر است؟

109 (4)

107 (3)

105 (2)

103 (1)

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_{16} = 4 + 12(3) = 109$$

مثال: در دنباله‌ی حسابی $53, 47, 41, \dots$

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$d = 47 - 53 = -6$$

الف) جمله‌ی 17ام را مشخص کنید.

$$t_{17} = 53 + 16(-6) = -43$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

ب) کدام جمله‌ی دنباله برابر -67 است؟

$$-67 = 53 + (n-1)(-6)$$

$$-67 = 53 - 6n + 6$$

$$-67 = 59 - 6n$$

$$-67 - 59 = -6n$$

$$-126 = -6n$$

$$n = \frac{126}{6} = 21$$

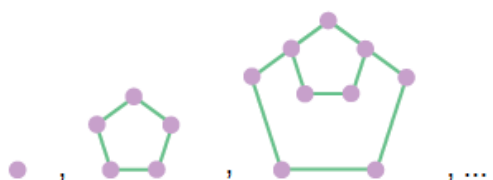
مثال: جمله‌ی چندم الگوی زیر 397 است؟

110 (4)

100 (3)

98 (2)

120 (1)



1, 5, 9, ...

$$d = 5 - 1 = 4$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$397 = 1 + (n-1)(4)$$

$$396 = 4n - 4$$

$$400 = 4n$$

$$100 = n$$

مثال: چندمین جمله‌ی دنباله‌ی حسابی مقابل برابر 89- می باشد؟

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

23, 16, 9, ...

$$d = 16 - 23 = -7$$

$$-89 = 23 + (n-1)(-7)$$

$$-89 = 23 - 7n + 7$$

$$-89 = 30 - 7n$$

$$-119 = -7n$$

$$17 = n$$

$$n = 17$$

$$n = 17$$





نکته: اگر t_m و t_n دو جمله‌ی دلخواه و مختلف یک دنباله‌ی حسابی باشند (غیر متوالی)،

آن‌گاه قدر نسبت از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید: (تستی)

$$d = \frac{t_m - t_n}{m - n}$$

$$d = \frac{92 - 52}{19 - 11} = \frac{40}{8} = 5$$

مثال: یازدهمین جمله‌ی یک دنباله‌ی حسابی برابر 52 و جمله‌ی نوزدهم آن برابر 92 است.

جمله‌ی بیست و ششم این دنباله‌ی حسابی را به دست آورید.

$$\begin{aligned} t_{11} = 52 &\rightarrow \begin{cases} t_1 + 10d = 52 \\ t_1 + 18d = 92 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -t_1 - 10d = -52 \\ t_1 + 18d = 92 \end{cases} \\ t_{19} = 92 &\rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{26} &= t_1 + 25d \\ t_{26} &= 2 + 25(5) = 127 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18d &= 40 \\ d &= 5 \quad t_1 = 2 \end{aligned}$$

مثال: در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی نهم برابر 61 و جمله‌ی شانزدهم برابر 96 است. قدر

نسبت و جمله‌ی سی‌ام این دنباله را به دست آورید.

$$\begin{aligned} t_9 = 61 &\rightarrow \begin{cases} t_1 + 8d = 61 \\ t_1 + 15d = 96 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -t_1 - 8d = -61 \\ t_1 + 15d = 96 \end{cases} \\ t_{16} = 96 &\rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{30} &= t_1 + 29d \\ t_{30} &= 21 + 29(5) = 146 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17d &= 35 \\ d &= 5 \quad t_1 = 21 \end{aligned}$$

مثال: در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب 20 و 56 است. در این دنباله

جمله‌ی دهم چه قدر است؟

$$\begin{aligned} t_{17} &= 20 \\ t_{17} &= 20 \end{aligned}$$

99 (3)

72 (2)

83 (1)

$$d = \frac{20 - 20}{17 - 17} = \frac{0}{0} = 9$$

$$\begin{aligned} t_1 + 16d &= 20 \\ t_1 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{10} &= t_1 + 9d \\ t_{10} &= 2 + 9(9) \\ t_{10} &= 83 \end{aligned}$$





مثال: اگر جمله‌ی اول و پنجم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب 3 و 11 باشد، جمله‌ی دهم این

دنباله کدام است؟ (س.د.ا.01)

$$21(1) \quad 22(2) \quad 23(3) \quad 24(4)$$

$$d = \frac{11 - 3}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

$$t_{10} = t_1 + 9d \rightarrow t_{10} = 3 + 9(2) = 21$$

$$10 \times 9 = 90$$

مثال: اگر 5 و 8 به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام

است؟ (س.د.ا.01)

$$t_{16} = t_1 + 15d \rightarrow t_{16} = 10 + 15(-1.4) = -11$$

$$1.4(4) \quad 2.4(3) \quad 9.6(2) \quad 11.6(1)$$

$$\begin{cases} t_5 = 10 \\ t_1 = 8 \end{cases} \rightarrow d = \frac{10 - 8}{5 - 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$t_1 + 15d = 10 \rightarrow t_1 + 15\left(\frac{1}{2}\right) = 10 \rightarrow t_1 = 10 - 7.5 = 2.5$$

مثال: جمله‌ی پنجم و نهم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب 30 و 58 است.

الف) دنباله را مشخص کنید.

$$\begin{cases} t_5 = 30 \\ t_9 = 58 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 + 4d = 30 \\ t_1 + 8d = 58 \end{cases}$$

$$4d = 28 \rightarrow d = 7$$

$$t_1 = 2$$

2, 9, 16, 23, ...

ب) جمله‌ی 25ام را به دست آورید؟

$$t_{25} = t_1 + 24d$$

$$t_{25} = 2 + 24(7) = 170$$

ج) جمله‌ی چندم عدد 100 است؟

$$t_n = 100$$

$$t_1 + (n-1)d = 100$$

$$2 + (n-1)(7) = 100 \rightarrow 7n - 5 = 100 \rightarrow 7n = 105 \rightarrow n = 15$$



مثال: در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله‌ی اول 3 و مجموع سه جمله‌ی بعدی آن 39 است. در این دنباله جمله‌ی اول چقدر است؟

$$\begin{aligned}
 & \text{(1) } 4 \quad t_1 + t_2 + t_3 = 3 \quad \text{(2) } -3 \quad t_1 + t_2 + d + t_1 + 2d = 3 \\
 & \text{(3) } -4 \quad t_2 + t_3 + t_4 = 39 \quad \text{(4) } 3 \quad t_2 + 2d + t_3 + 3d + t_4 + 4d = 39 \\
 & \begin{cases} 3t_1 - 3d = 3 \\ 3t_1 + 12d = 39 \end{cases} \rightarrow 9d = 36 \rightarrow d = 4 \\
 & 3t_1 + 12 = 39 \rightarrow 3t_1 = 27 \rightarrow t_1 = 9
 \end{aligned}$$

مثال: 100 قرص نان را بین 5 نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت شده، دنباله حسابی ساخته‌اند و همچنین یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر شده است. بزرگ‌ترین سهم چقدر است؟

$$\begin{aligned}
 & \text{(1) } 30 \quad t_1 + t_2 = 100 \quad \text{(2) } 35 \quad t_1 + 2d = 100 \rightarrow 5t_1 = 100 \\
 & \text{(3) } 27 \quad t_1 + d = 100 \quad \text{(4) } 42 \quad t_1 - 2d = 100 \\
 & \frac{1}{3}(t_1 + t_2 + d + t_1 + 2d) = t_1 - 2d + t_1 - d \\
 & t_1 = 20
 \end{aligned}$$

$$7, 9, 11, \dots$$

واسطه‌ی حسابی: اگر سه عدد a ، b و c تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، آن‌گاه $b = \frac{a+c}{2}$ یا $a + c = 2b$ را واسطه حسابی بین دو عدد a و c می‌گوییم.

$$3, 7, 11, \dots \rightarrow 3 + 11 = 2(7) \rightarrow 14 = 14$$

مثال: x را طوری بیابید که دنباله‌ی $12x-9$ ، $5x$ ، $2x+1$ تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند.

$$\begin{aligned}
 & 12x - 9 + 2x + 1 = 2(5x) \\
 & 14x - 8 = 10x \\
 & 4x = 8 \\
 & x = 2
 \end{aligned}$$





مثال: اعداد $2p + 3$, $3p + 4$, $5p - 1$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند.

قدر نسبت این دنباله کدام است؟

4 (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4)

$$2p + 3 + 5p - 1 = 2(3p + 4)$$

$$7p + 2 = 6p + 8 \rightarrow p = 6$$

نکته: اگر بین a و b تا واسطه‌ی حسابی درج کنیم:

$$d = \frac{b - a}{m + 1}$$

مثال: بین 18 و 62 سه عدد را چنان درج می‌کنیم که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی بدهند. مجموع این سه واسطه‌ی حسابی چقدر است؟

90 (1) 120 (2) 140 (3) 160 (4)

18 و 62

$$d = \frac{62 - 18}{4 + 1} = \frac{44}{5} = 8.8$$

مثال: اگر 2, b, c, d, 10 پنج جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند، حاصل

$b + c + d$ چقدر است؟

2, 4, 6, 8, 10

$$d = \frac{10 - 2}{4 + 1} = \frac{8}{5} = 1.6$$

مثال: بین 5 و 45 سه عدد را به گونه‌ای قرار دهید که تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند.

5 و 45

$$d = \frac{45 - 5}{3 + 1} = \frac{40}{4} = 10$$

مثال: بین 3 و 38 چهار عدد را به گونه‌ای قرار دهید که تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند.

3 و 38

$$d = \frac{38 - 3}{4 + 1} = \frac{35}{5} = 7$$





مثال: اگر بین دو عدد 12 و 40 سه عدد قرار دهیم، به طوری که تشکیل دنباله‌ی حسابی

دهند، در این صورت قدر نسبت را تعیین کنید. (12 جمله‌ی اول است.)

$$12, 19, 26, 33, 40$$

$$d = \frac{40 - 12}{3 + 1} = \frac{28}{4} = 7$$

نکته: اگر بین اندیس‌های چهار جمله دلخواه از یک دنباله‌ی حسابی، رابطه‌ی

$m + n = p + q$ برقرار باشد، اصطلاحاً می‌گوییم این جملات متساوی الفاصله هستند و

داریم: $2, 3, 4, 8, 10, 12, 14, \dots$

$$m + n = p + q \rightarrow t_m + t_n = t_p + t_q$$

مثال: مجموع جملات هفتم و دهم یک دنباله‌ی حسابی 18 می‌باشد. اگر جمله‌ی دوازدهم 6 باشد، جمله‌ی پنجم را بیابید.

$$t_7 + t_{10} = 18$$

$$t_5 + t_{12} = 18 \rightarrow t_5 = 12$$

مثال: در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات دهم و بیستم برابر 180 است. در این دنباله

حاصل $t_{13} + t_{17}$ کدام است؟

90 (1) 180 (2) 360 (3) 200 (4)

$$t_{10} + t_{20} = 180$$

$$t_{13} + t_{17} = 180$$

مثال: اگر در یک دنباله‌ی حسابی $t_3 + t_4 = 20$ باشد، حاصل

$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6$ کدام است؟

80 (4) 60 (3) 50 (2) 40 (1)





-- و ۲۵۶، ۱۲۸، ۶۴، ۳۲، ۱۶، ۸، ۴، ۲ و ۱

دنباله‌های هندسی: دنباله‌ای هندسی، دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت و غیر صفر به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدر نسبت دنباله می‌نامیم. (جمله اول را با t_1 و قدر نسبت را با r نمایش می‌دهیم).

جمله n ام دنباله‌ی هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله‌ی اول و r قدر نسبت می‌باشد. ($t_1, r \neq 0$)
 $t_1, t_1 r, t_1 r^2, t_1 r^3, \dots$

نکته: در دنباله‌ی هندسی، قدر نسبت از تقسیم هر جمله به جمله قبل از آن به دست می‌آید.

$$3, -6, 12, -24, \dots \quad t_1 = 3, \quad r = \frac{-6}{3} = -2$$

مثال: در دنباله‌های هندسی زیر با مشخص کردن قدر نسبت، دو جمله بعدی را بنویسید و سپس جمله عمومی هر کدام را به دست آورید:

الف) $2, 6, 18, 54, \dots$ و $1, 4, 9, 16, 25, \dots$
 $r = \frac{6}{2} = 3$ $\left\{ \begin{array}{l} t_n = t_1 r^{n-1} \\ \rightarrow t_n = 2 \times 3^{n-1} \end{array} \right.$

ب) $5, 10, 20, 40, \dots$ و $1, 5, 25, 125, \dots$
 $r = \frac{10}{5} = 2$ $\left\{ \begin{array}{l} t_n = t_1 r^{n-1} \\ \rightarrow t_n = 5 \times 2^{n-1} \end{array} \right.$

پ) $6, -60, 600, -6000, \dots$ و $1, -10, 100, -1000, \dots$
 $r = \frac{-60}{6} = -10$ $\left\{ \begin{array}{l} t_n = t_1 r^{n-1} \\ \rightarrow t_n = 6 \times (-10)^{n-1} \end{array} \right.$

ت) $4, 2, 1, \dots$ و $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$
 $r = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\left\{ \begin{array}{l} t_n = t_1 r^{n-1} \\ \rightarrow t_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \end{array} \right.$

مثال: کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی نیست؟

1) $2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, \dots$ 2) $7, 28, 112, \dots$ 3) $5, 5, 5, \dots$ 4) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

$$r = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$$

(2) نامحدود

مثال: چند دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت $\frac{4}{5}$ می‌توان ساخت؟

(1) محدود

(4) غیر قابل بررسی است.

(3) تعداد بستگی به جمله اول دارد.





مثال: چه تعداد گزاره‌های زیر درست است؟
۱۰، ۷، ۵، ۳ و ۲

الف) هر دنباله یا حسابی است یا هندسی.

ب) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.

ج) در دنباله‌های هندسی یا همه‌ی جملات مثبت و یا همه‌ی جملات منفی هستند.

۱ (3) 2 (2) 3 (1)
۲۹ - ۴۹ + ۸۹ - ۱۶۹ + ...

(4) صفر

مثال: با توجه به دنباله‌ی روبرو به سوالات زیر پاسخ دهید.

$$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$$

الف) نوع دنباله را مشخص کنید و قدر نسبت آن را به دست آورید.

$$r = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3}$$

هندسی

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

ب) جمله‌ی عمومی دنباله را مشخص کنید.

$$t_n = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

مثال: با توجه به دنباله‌ی هندسی $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ حاصل عبارت $\frac{t_{10}}{t_7}$ را به دست آورید.

$$\frac{t_1 r^9}{t_1 r^6} = r^3 \rightarrow r = \frac{1}{2} \rightarrow r^3 = \frac{1}{8}$$

مثال: در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی اول $\frac{1}{6}$ و قدرنسبت دنباله 6 است. چندمین جمله از

$$n = ?$$

این دنباله برابر 216 می‌باشد.

$$t_n = 216$$

$$t_1 r^{n-1} = 216$$

$$\frac{1}{6} \times 4^{n-1} = 216$$

$$4^{n-1} = 216 \times 6 = 1296$$

$$4^{n-1} = 6^4 \rightarrow 2^{2(n-1)} = 2^{12} \rightarrow 2(n-1) = 12 \rightarrow n-1 = 6 \rightarrow n = 7$$





مثال: در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی اول 1024 و قدر نسبت دنباله $\frac{1}{2}$ است، چندمین جمله‌ی دنباله برابر 64 می‌باشد.

$$n = ?$$

$$t_n = 64$$

$$t_1 r^{n-1} = 64$$

$$1024 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 64$$

مثال: علی دوچرخه‌ای را به قیمت A تومان خرید. فرض کنید دوچرخه‌ی دسته دوم، در هر سال 20 درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد. دوچرخه‌ی او 5 سال بعد چه قیمتی خواهد داشت؟ (مشابه تمرین 4 - صفحه 27 کتاب درسی)

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 A \quad (4)$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^5 A \quad (3)$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^4 A \quad (2)$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^5 A \quad (1)$$

$$A, 0.8A, 0.64A, 0.512A, 0.4096A$$

مثال: در یک دنباله‌ی هندسی، حاصل ضرب جملات سوم و هفتم، هشت برابر جمله‌ی چهارم است. جمله‌ی ششم این دنباله کدام است؟

$$10 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$\frac{t_3 \times t_7}{t_4} = 8 \rightarrow \frac{t_1 r^2 \times t_1 r^6}{t_1 r^3} = 8 \rightarrow \frac{t_1 r^5}{r^3} = 8 \rightarrow t_1 r^2 = 8$$

مثال: جمله‌ی بیستم از دنباله‌ی حسابی $3, 0, -3, \dots$ ، با جمله‌ی چندم از دنباله‌ی هندسی $2, 6, 18, \dots$ برابر است؟

$$(4) \text{ هشتم}$$

$$(3) \text{ هفتم}$$

$$(2) \text{ پنجم}$$

$$(1) \text{ چهارم}$$

$$t_{20} = t_1 + 19d$$

$$t_{20} = -3 + 19(3) = 54$$

$$t_n = 2r^{n-1}$$

$$t_{n-1} = 2r^{n-2}$$

$$2 \times 3^{n-2} = 54$$

$$3^{n-2} = 27$$

$$3^{n-2} = 3^3 \rightarrow n-2 = 3 \rightarrow n = 5$$





$$d = \frac{t_m - t_n}{m - n}$$

نکته: اگر t_m و t_n دو جمله‌ی دلخواه و مختلف یک دنباله‌ی هندسی باشند (غیر متوالی)،

آن‌گاه قدر نسبت از رابطه‌ی مقابل به دست می‌آید: (تستی)

$$r^{m-n} = \frac{t_m}{t_n}$$

مثال: جمله‌ی سوم یک دنباله‌ی هندسی 9 و جمله‌ی ششم آن 243 است. جمله‌ی دهم

این دنباله‌ی هندسی را به دست آورید.

$$\begin{aligned} t_3 &= 9 \rightarrow t_1 r^2 = 9 \\ t_6 &= 243 \rightarrow t_1 r^5 = 243 \end{aligned} \rightarrow \frac{t_1 r^5}{t_1 r^2} = \frac{243}{9} \rightarrow r^3 = 27 \rightarrow r = 3$$

$$t_1 \times 3^2 = 9 \rightarrow t_1 = 1$$

$$\begin{aligned} t_{10} &= t_1 r^9 \\ t_{10} &= 1 \times 3^9 = 3^9 \end{aligned}$$

مثال: جملات سوم و ششم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب 12 و 96 است. جمله‌ی دهم این

دنباله کدام است؟ (تمرین 6 - صفحه 27 کتاب درسی)

1536 (4)

2048 (3)

768 (2)

3072 (1)

$$\begin{aligned} t_3 &= 12 \rightarrow t_1 r^2 = 12 \\ t_6 &= 96 \rightarrow t_1 r^5 = 96 \end{aligned} \rightarrow \frac{t_1 r^5}{t_1 r^2} = \frac{96}{12} \rightarrow r^3 = 8 \rightarrow r = 2$$

$$t_1 \times 2^2 = 12 \rightarrow t_1 = 3$$

$$\begin{aligned} t_{10} &= t_1 r^9 \\ t_{10} &= 3 \times 2^9 = 1536 \end{aligned}$$

مثال: جمله‌ی سوم یک دنباله‌ی هندسی 6 و جمله‌ی ششم آن 48 است. جمله‌ی دهم این

دنباله‌ی هندسی را به دست آورید.

$$\begin{aligned} t_3 &= 6 \rightarrow t_1 r^2 = 6 \\ t_6 &= 48 \rightarrow t_1 r^5 = 48 \end{aligned} \rightarrow \frac{t_1 r^5}{t_1 r^2} = \frac{48}{6} \rightarrow r^3 = 8 \rightarrow r = 2$$

$$t_1 \times 2^2 = 6 \rightarrow t_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$t_{10} = t_1 r^9 = \frac{3}{2} \times (2)^9 = 3 \times 2^8 = 768$$





مثال: جمله ی پنجم یک دنباله ی هندسی برابر $\frac{16}{9}$ و جمله ی دوم آن برابر 6 می باشد. قدر

نسبت دنباله کدام است؟

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3}\right) (1) \quad \left(\frac{3}{4}\right) (2) \quad \left(\frac{3}{2}\right) (3) \quad \left(\frac{4}{3}\right) (4) \\ & t_5 = \frac{16}{9} \rightarrow t_{1r} = \frac{16}{9} \rightarrow \frac{t_{1r}}{t_{1r-1}} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{16}{9}} \rightarrow r = \frac{16}{9} = \frac{1}{\frac{9}{16}} \\ & t_2 = 6 \rightarrow t_{1r} = 6 \rightarrow \frac{t_{1r}}{t_{1r-1}} = \frac{6}{6} \rightarrow r = 1 \\ & a, b, c \rightarrow a + c = 2b \text{ صیغه واسطه ی هندسی: اگر سه عدد } a, b, c \text{ تشکیل دنباله هندسی دهند، آن گاه:} \\ & r = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$a, b, c \rightarrow b^2 = ac$$

$$3, 6, 12, \dots \rightarrow (\pm 6)^2 = 3 \times 12 \rightarrow 36 = 36$$

مثال: بین دو عدد 3 و 48 یک واسطه ی هندسی درج کنید؟ آیا جواب ها یکتاست؟

$$\begin{aligned} & 3 \text{ و } 48 \text{ و } x \\ & x^2 = 3 \times 48 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12 \end{aligned}$$

مثال: پنج عدد $\frac{5}{3}, a, b, c, \frac{5}{12}$ به ترتیب جمله های متوالی یک دنباله ی هندسی هستند. b

کدام است؟

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3}\right) (1) \quad \left(\frac{5}{6}\right) (2) \quad \left(\frac{3}{4}\right) (3) \quad \left(\frac{4}{5}\right) (4) \\ & b^2 = \frac{5}{12} \times \frac{5}{3} \rightarrow b^2 = \frac{25}{36} \rightarrow b = \pm \frac{5}{6} \end{aligned}$$

مثال: اگر سه جمله ی $x+4, x, x-2$ تشکیل یک دنباله ی هندسی بدهند، جمله ی

نخستین آن کدام است؟ ($x-2$ جمله ی اول است.)

$$\begin{aligned} & 2 (1) \quad 8 (2) \quad 4 (3) \quad 7 (4) \\ & x^2 = (x+4)(x-2) \rightarrow x^2 = x^2 + 2x - 8 \\ & -2x = -8 \\ & x = 4 \end{aligned}$$





مثال: اگر $x, x+2, x+3$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، x را بیابید.

$$(x+2)^2 = x(x+3)$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 3x$$

$$x = -4$$

مثال: عدد کدام گزینه، واسطه‌ی هندسی بین جمله‌های دهم و شانزدهم دنباله‌ی حسابی زیر

4, 8, 12, ...

$$16\sqrt{10} \quad (4)$$

$$8\sqrt{10} \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$4, 8, 12, \dots, x, \dots, 24$$

$$x = 4 \times 24 = 96 \rightarrow x = \sqrt{4 \times 16 \times 24} = 16\sqrt{10}$$

نکته: اگر بخواهیم بین دو عدد a و b تعداد m عدد دیگر، طوری قرار دهیم که با این دو عدد

تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند، این عمل را درج m واسطه‌ی هندسی بین دو عدد a و b

$$d = \frac{b-a}{m+1}$$

$$r^{m+1} = \frac{b}{a}$$

مثال: بین $\frac{1}{3}$ و 27 سه عدد مثبت قرار داده‌ایم به طوری که با آن دو عدد تشکیل دنباله‌ی

هندسی داده اند. مجموع این سه عدد چقدر است؟ (جمله‌ی اول $\frac{1}{3}$ است).

$$9 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$13 \quad (2)$$

$$11 \quad (1)$$

$$\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27$$

$$r = \frac{27}{\frac{1}{3}} = 81 \rightarrow r^4 = 81 \rightarrow r = 3$$





مثال: بین اعداد 8 و $\frac{81}{2}$ سه واسطه‌ی هندسی مثبت درج کرده‌ایم. جمله‌ی دوم این دنباله کدام است؟ (جمله‌ی اول 8 است.)

18 (4)

16 (3)

14 (2)

12 (1)

$$8, 12, 18, 27, \frac{81}{2}$$

$$r = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightarrow r = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \rightarrow r = \frac{27}{18} = \frac{3}{2} \rightarrow r = \frac{81}{27} = \frac{3}{2}$$

مثال: در دنباله‌ی هندسی $\dots, d, e, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, abc, \dots$ مقدار e کدام است؟ ($d > 0$) (س.خ.ا. 01)

$\frac{2}{3\sqrt{2}}$ (4)

$\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (3)

$\frac{1}{12}$ (2)

$\frac{1}{6}$ (1)

$$r = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{4} \rightarrow r = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{4} \rightarrow r = \frac{1}{4}$$

$$d = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} \quad | \quad e = \frac{1}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

نکته: اگر بین اندیس‌های چهار جمله از یک دنباله‌ی هندسی، رابطه‌ی $p + q = n + m$

برقرار باشد، آن گاه اصطلاحاً می‌گوییم جملات متساوی الفاصله هستند و داریم:

$$p + q = n + m \rightarrow t_p \times t_q = t_n \times t_m$$

2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

مثال: اگر در یک دنباله‌ی هندسی حاصل ضرب جملات دوم و هفتم برابر 6 باشد،

$$t_2 \times t_7 = 6$$

$$t_2 \times t_3 \times t_4 \times t_5 \times t_6 \times t_7 = 36$$

حاصل $t_3 \times t_4 \times t_5 \times t_6$ را بیابید.

$$t_2 = 4$$

$$t_3 = 8$$

$$t_4 = 16$$

$$t_1 = 2$$

$$t_5 = 32$$

مثال: در یک دنباله‌ی هندسی $t_2 t_4 = 2 t_5$ ، جمله‌ی اول کدام است؟ ($t_5 \neq 0$)

$2\sqrt{2}$ (4)

4 (3)

2 (2)

$\sqrt{2}$ (1)

$$t_2 \times t_4 = t_1 \times t_5$$





مثال: حاصل ضرب بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی ... 2, 4, 8, کدام است؟

(تمرین 5 - صفحه 27 کتاب درسی)

2^{210} (4)

2^{105} (3)

2^{420} (2)

2^{460} (1)

$$2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{20} = 2^{1+2+3+\dots+20} = 2^{210}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

مثال: حاصل ضرب سی جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی ... 5, 25, 125, کدام است؟

5^{300} (4)

5^{465} (3)

5^{450} (2)

5^{30} (1)

$$5^1 \times 5^2 \times 5^3 \times \dots \times 5^{30} = 5^{1+2+3+\dots+30} = 5^{465}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \frac{30 \times 31}{2} = 465$$

نکته: اگر t_l , t_m و t_n سه جمله از یک دنباله‌ی حسابی و نیز به ترتیب جملات متوالی

$$r = \frac{n-m}{m-l}$$

یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت r باشند، r برابر است با:

مثال: جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله‌ی حسابی، می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از

یک دنباله‌ی هندسی باشند، قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

$\frac{9}{4}$ (4)

$\frac{7}{3}$ (3)

$\frac{7}{4}$ (2)

$\frac{5}{3}$ (1)

$$r = \frac{12-5}{5-2} = \frac{7}{3}$$

مثال: جملات چهارم، ششم و چهاردهم از یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت، سه جمله‌ی متوالی از

دنباله‌ای هندسی می‌باشد. قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟ (گاج-01)

5 (4)

3 (3)

4 (2)

6 (1)

$$r = \frac{14-6}{6-4} = \frac{1}{2}$$

