



نوید پورزکی

درس اول : تابع نمایی و ویژگی های آن

۱) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $\frac{2^{-3} \times 5^4}{5^{-6} \times 2^7}$

ب) $3^{-4} \times 6^9 \times 2^{-4}$

پ) $\frac{2^{12} \times (0.75)^4}{3^4 \times (0.5)^{-2}}$

ت) $\frac{5^4 \times 25^3 \times 9^{-1}}{(0.008)^{-2} \times 15^{-2}}$

ث) $\frac{(\frac{9}{v})^6 \times (\frac{3}{v})^{-6}}{2^{-8} \times 4}$

ج) $\frac{(0.25)^3 \times 16^3 \times 3^{-8}}{27^{-1} \times (\frac{4}{3})^5}$



۲ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $8^{3y} = 16$

ب) $4 \times 2^{x+1} = (0.5)^x$

پ) $8^{2x} = 2 \times 4^{x+1} \times 2^{2x-1}$

ت) $8^{x^2} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} \times 16^x$

ث) $2^{3n-2} = \frac{1}{32^2}$

ج) $9^{3y-3} = 27^{y+1}$

چ) $4^{3x+3} = \frac{1}{64^3}$

۳ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $9^x = 3^{x^2-4x}$

ب) $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{25}{9}$

پ) $3^{5x+2} = 27\sqrt{3}$

ت) $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x+3} = \left(\frac{16}{81}\right)^x$

ث) $27^x - 3^{2x-5} = 0$

ج) $2^x + 2^{x+2} = 40$

ح) $3^{x+1} - 3^{x-1} = 72$

خ) $5^{2x+3y} = 7^{x+y+1}$

۴ اگر $2^x = 6$ ، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) 8^{x-1}

ب) $4^x + 8^x$

پ) 16^{x-2}

ت) $(0.25)^{2x} \times 64^{x-1}$



۵ هر دسته از اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

- الف) $5^{\sqrt{2}}, 5^{1.5}, 5^{\sqrt{3}}$
 ب) $3^2\sqrt{3}, 3^{\sqrt{10}}, 3^3\sqrt{2}, 3^4$
 پ) $(\frac{1}{3})^{\sqrt{8}}, 2^{-3}, (0.5)^{\sqrt{10}}$

۶ نمودار تابع $f(x) = 2^{x+2} - 16\sqrt{2}$ محور x ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

۷ فاصله نقطه تلاقی نمودارهای دو تابع $y = 4^x$ و $y = (\frac{1}{4})^{2x-3}$ از مبدأ مختصات چقدر است؟

۸ از تساوی $(0.5)^x = 4 \times 2^{x+1}$ مقدار x را بدست آورید.

۹ کدام یک از ضابطه‌های زیر مربوط به یک تابع نمایی است؟

- الف) $y = 2x^2 - 3x + 1$
 ب) $y = x^3$
 پ) $y = (0.1)^x$
 ت) $y = (\frac{3}{2})^x$
 ث) $y - 3x = 2$
 ج) $y = \sqrt{x-1}$

۱۰ کدام یک از نقاط زیر، روی نمودار تابع با ضابطه $y = 3^x$ قرار دارند؟

- الف) $(1, 0)$
 ب) $(3, 1)$
 پ) $(0, 1)$
 ت) $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$
 ث) $(1, 3)$
 ج) $(-1, \frac{1}{3})$



۱۱) کدام گزاره صحیح است؟

الف - نقطه $(\frac{1}{3}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع $y = 5^x$ قرار دارد.

ب - محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 1 \circ^x$ با محور y ها، نقطه $(0, 1 \circ)$ است.

پ - دامنه توابع با ضابطه های $y = x^2$ و $y = 2^x$ مساوی اند.

ت - محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 6^x$ با محور x ها، نقطه $(6, 0)$ است.

۱۲) معادلات نمایی زیر را حل کنید.

الف

$$2^{3n-2} = \frac{1}{32^2}$$

ب

$$9^{3y-3} = 27^{y+1}$$

پ

$$4^{3x+2} = \frac{1}{64^3}$$



ت

$$9^x = 3^{x^2 - 4x}$$

ث

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \frac{25}{9}$$

۱۳ فرض کنیم $f(x) = 3^x$ و $g(x) = \left(\frac{1}{16}\right)^x$ و $h(x) = 10^x$ ، مقادیر زیر را بدست آورید.

الف) $f(3)$

ب) $g(-1)$

پ) $h(-2)$

درس دوم : تابع لگاریتمی و ویژگی های آن

۱۴ رابطه های نمایی زیر را بصورت لگاریتمی بنویسید.

الف) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

ب) $8^{-3} = \frac{1}{512}$

پ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32$

ت) $(64)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$

ث) $3^5 = 243$

ج) $(81)^{\frac{1}{4}} = 3$



۱۵ رابطه‌های لگاریتمی زیر را بصورت نمایی بنویسید.

الف) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$

ب) $\log_{128} 2 = \frac{1}{7}$

پ) $\log_{1000} 10000 = \frac{3}{2}$

ت) $\log_{27} 81 = \frac{4}{3}$

ث) $\log_3 729 = 6$

ج) $\log_9 3 = \frac{1}{2}$

۱۶ مقدار x را بدست آورید.

الف) $\log_2 64 = 2x - 4$

ب) $\log_{16} x = \frac{5}{4}$

پ) $\log_3 (4x + 3) = 3$

ت) $\log_x (x^2 + 2x - 8) = 2$

۱۷ لگاریتم عدد x در مبنای ۱۶ برابر $\frac{1}{8}$ است، x را بدست آورید.

۱۸ اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ باشد، لگاریتم $(4a + 1)$ در پایه ۴ را بدست آورید.

۱۹ اگر $f(x) = \log_3 (x^2 + 3)$ باشد، حاصل $f(2\sqrt{6})$ را بدست آورید.



۲۰ دامنه توابع زیر را بدست آورید.

- الف) $y = \log_x(2x + 6)$
 ب) $f(x) = \log_{(x-1)}(12 - 2x)$
 پ) $f(x) = \log_{(x-2)}(25 - x^2)$
 ت) $f(x) = \log_{(x-5)}(x^2 - 16)$

۲۱ اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ و $\log 7 = c$ باشد، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

- الف) $\log 5$
 ب) $\log 18$
 پ) $\log 1.5$
 ت) $\log 75$
 ث) $\log 42$
 ج) $\log \frac{98}{45}$
 چ) $\log \sqrt{210}$
 ح) $\log \frac{\sqrt[3]{35}}{12}$
 خ) $\log(135\sqrt[4]{56})$

۲۲ اگر $\log 2 = a$, $\log 3 = b$ باشد، حاصل $\log_{72} 125$ را بر حسب a, b بدست آورید.



۲۳) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\log_5 150 - \log_5 6$

ب) $\log_7 \sqrt[3]{343}$

پ) $\log_5 625 + \log_7 \frac{1}{64} + \log_{10} 0.001$

ت) $5^{(\log_5 3 - 2)}$

ث) $6 \log_9 \sqrt[3]{81} - 3 \log_7 \frac{1}{8} + 4 \log_5 \frac{1}{125}$

ج) $\log_{27} 243$

چ) $\log_{\frac{1}{3}} 27 - 3 \log_7 \frac{1}{49} + 2 \log_{10} 0.001$

ح) $\log_5 (\sqrt{125})^3$

۲۴) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\log 35 + 2 \log 2 \sqrt{7} - \log 200 - 2 \log 7$

ب) $\log_5 200 - \log_5 40$

پ) $\log_6 12 \sqrt{3} + \log_6 3 \sqrt{12}$

ت) $7^{(2 \log_7 3 + 3 \log_7 2)}$

ث) $\sqrt[3]{10}^{(\log 32 + \log 8)}$

ج) $8^{(\log_7 \sqrt[3]{20} - \log_7 3)}$

چ) $\log 20 + 6 \log \sqrt[3]{5} - \log_7 \sqrt[3]{32}$

۲۵) اگر $\log_b a = \frac{3}{2}$ باشد، آنگاه مقدار $\log_{\sqrt{b}} ab^2$ را بدست آورید.

۲۶) اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 1000x + 10 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\log(\alpha + \beta) - \log \alpha - \log \beta$ را بدست

آورید.



۲۷) معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

- الف) $\log_5(x+6) = \log_5(2x-8)$
 ب) $\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1$
 پ) $\log_6(x+2) = \log_6 8$
 ت) $\log(x+1) - \log(x-3) = 3$
 ث) $\log_7(2x+1) = 3$
 ج) $\log(2x) - \log(x-3) = 1$
 چ) $\log_{\sqrt{7}} x = \log_7 64$
 ح) $\log_v(x-2) = \frac{1}{2}$

۲۸) معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

- الف) $\log_9(x^2 - 24) = \log_9 5x$
 ب) $\log_3(x^2 - 1) = 1 + \log_3(x+9)$
 پ) $\log_x(x^3 - 2x) = 2$
 ت) $\begin{cases} \log x = \log 2 + \log y \\ 2^x \times 8^y = 4 \end{cases}$
 ث) $\begin{cases} \log y = 2 \log 3 + \log x \\ 2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1 \end{cases}$

۲۹) معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

- الف) $\log_x(x^2 + x) = \log_x 6$
 ب) $\log_4 x^2 + 7x + 7 = 0$
 پ) $\log_x(x^3 + 3x - 6) = 3$
 ت) $\log_8(x+1)^3 + 2 \log_6 x = 1$
 ث) $\log_{12}(x-2) + \log_{12}(x+2) = 1$
 ج) $\log 3x - \log 4 = \log(7-x)$
 چ) $\log_3 \sqrt{3} + \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2} \log_7 x$



۳۰) از معادله لگاریتمی $\log_2(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$ مقدار $\log_8(2x - 1)$ را بیابید.

۳۱) معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log_2 x + \log_2(x - 2) = 3$

ب) $2 \log \sqrt{2x + 3} + \log(2x - 3) - \frac{1}{2} \log 49 = 0$

پ) $\begin{cases} 1 + \log \sqrt{x + 1} = \log y \\ 4\sqrt{2} = 4^x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log 10 + \log \sqrt{x + 1} = \log y \\ 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2x} \end{cases}$

۳۲) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\log_7 \sqrt[5]{49}$

ب) $\log_3 27^{\frac{1}{2}}$

پ) $-\log_5 125$

ت) $3 \log_1 \sqrt{1000}$

۳۳) اگر $f(x) = 3 - 2 \log_2\left(\frac{x}{2} - 5\right)$ مقدار $f(42)$ را بدست آورید.

۳۴) اگر $\log 2 = 0.3$ و $\log 3 = 0.48$ باشد، مقادیر تقریبی اعداد زیر را بدست آورید.



الف

$$\log 12$$

ب

$$\log 0.75$$

پ

$$\log \sqrt{5}$$

ت

$$\log \frac{25}{18}$$

ث

$$\log \sqrt[3]{6}$$

ج

$$\log \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[4]{5}}$$

۳۵) معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.



الف

$$\log_5 x = 3$$

ب

$$\log_7(2x + 1) = 3$$

پ

$$\log_7(x + 1) + \log_7(x + 4) = 2$$

ت

$$\log_3 243 = 2x + 1$$

ث

$$\log_3(x - 1) = 4$$

ج

$$\log(2x) - \log(x - 3) = 1$$



ج

$$2\log_4(x-1) = 3$$

۳۶ کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) اگر $y = \log_a x$ ، آنگاه $a^x = y$

ب) نمودار تابع با ضابطه $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$) از نقطه $(1, 0)$ عبور می‌کند.

پ) لگاریتم اعداد منفی تعریف نمیشود.

۳۷ الف - اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(2, 2)$ عبور کند، مقدار a را بدست آورید.

ب - اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{4}, -4)$ عبور کند، مقدار a چند است؟

درس سوم : نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی

۳۸ نمودار تابع‌های $y = 2^x$, $y = 2^x + 1$, $y = 2^{(x+3)}$, $y = 2^{(x-2)} - 2$, $y = 3 - 2^x$ و $y = 2^{-x} - 4$ را رسم کنید و دامنه و برد هریک را مشخص کنید.

۳۹ نمودار تابع $y = 2^x$ را ۳ واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. ضابطه تابع جدید را بنویسید.

۴۰ نمودار تابع $y = (\frac{1}{2})^x + 3$ را ۲ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. ضابطه تابع جدید را بنویسید.



۴۱) نقاط تلاقی نمودار تابع $y = 1 - 3^{x+2}$ را محورهای مختصات بنویسید.

۴۲) اگر تعداد باکتری موجود در یک نمونه از فرمول $P(t) = 600 \times 2^{\frac{t}{2}}$ بدست آید که t نشان دهنده زمان برحسب ساعت باشد مطلوبست:

الف) تعداد اولیه باکتری‌ها

ب) تعداد باکتری‌ها پس از ۸ ساعت

پ) پس از چند ساعت ۷۶۸۰۰ باکتری داریم؟

۴۳) بزرگی زمین‌لرزه از رابطه $\log E = 11.8 + 1.5M$ بدست می‌آید که در آن M بزرگی زمین‌لرزه برحسب ریشتر و E انرژی آزاد شده برحسب ارگ است. مقدار انرژی آزاد شده در هریک از زلزله‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) زلزله روز ۲۷ فوریه ۲۰۱۰ به شدت ۸٫۸ ریشتر در مائول شیلی

ب) زلزله روز ۲۶ دسامبر ۲۰۰۴ به شدت ۹٫۱ ریشتر در سوماترای اندونزی.

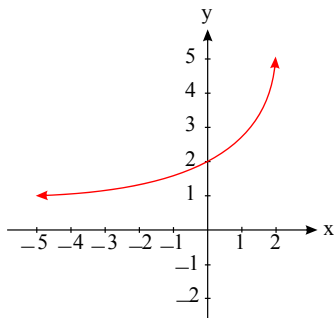
پ) زلزله روز ۲۲ می ۱۹۶۰ به شدت ۹٫۶ ریشتر در والدیویا شیلی. (بزرگ‌ترین زلزله ثبت شده در تاریخ)

۴۴) در زلزله روز ۲۱ آبان ۱۳۹۶ ازگله کرمانشاه، $10^{22.6} \text{ Erg}$ انرژی آزاد شده است. بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟

۴۵) جمعیت یک شهر هر سال ۴ درصد افزایش می‌یابد. اگر جمعیت اولیه ۱۰۰٫۰۰۰ باشد، تابعی بنویسید که جمعیت شهر را بعد از گذشت t سال نمایش می‌دهد.



۴۶ در دستگاه مختصات روبرو نمودار تابع با ضابطه $y = a + 2^{(x-b)}$ رسم شده است. a و b را بدست آورید.



۴۷ فرض می‌کنیم $g(x) = 4^x + 2$.

الف) $g(-1)$ را بدست آورید.

ب) اگر $g(x) = 66$ باشد، مقدار x چقدر است؟

۴۸ نمودار تابع با ضابطه $y = 4^x - 1$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید.

۴۹ نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف) $y = -2^x + 1$

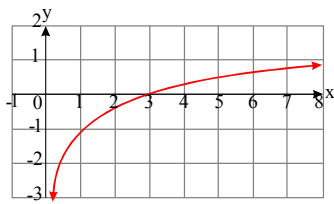
ب) $y = -\log_2(x - 1)$



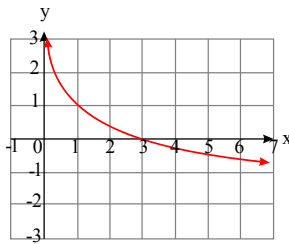
۵۰ کدام یک از ضابطه‌ها به کدام یک از نمودارها تعلق دارند.

۱) $y = \log_3(x - 1)$ ۲) $y = 3^x + 1$ ۳) $y = 1 - 3^x$

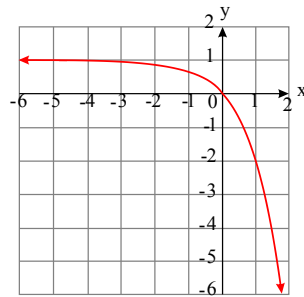
۴) $y = \log_3 x - 1$ ۵) $y = 1 - \log_3 x$ ۶) $y = 3^{(x-2)}$



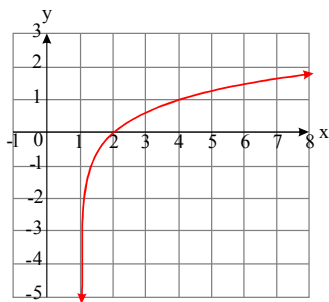
(الف)



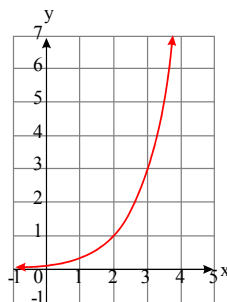
(ب)



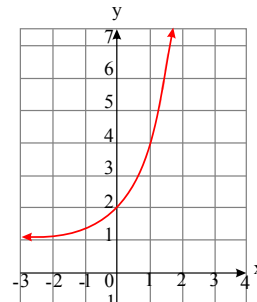
(پ)



(ت)



(ث)



(ج)



پاسخنامه تشریحی

۱

الف) $\frac{2^{-3} \times 5^4}{5^{-6} \times 2^7} = \frac{5^{10}}{2^{10}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{10}$

ب) $3^{-4} \times 6^9 \times 2^{-4} = 6^{-4} \times 6^9 = 6^5$

پ) $\frac{2^{12} \times (0.75)^4}{3^4 \times (0.5)^{-2}} = \frac{2^{12} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4}{3^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} = \frac{2^{12} \times \frac{3^4}{4^4}}{3^4 \times 2^2} = \frac{2^4 \times 3^4}{3^4 \times 2^2} = 2^2$

ت) $\frac{5^4 \times 25^3 \times 9^{-1}}{(0.008)^{-2} \times 15^{-2}} = \frac{5^4 \times (5^2)^3 \times (3^2)^{-1}}{\left(\frac{1}{125}\right)^{-2} \times (5 \times 3)^{-2}} = \frac{5^4 \times 5^6 \times 3^{-2}}{5^6 \times 5^{-2} \times 3^{-2}} = 5^6$

ث) $\frac{\left(\frac{9}{7}\right)^6 \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-6}}{2^{-8} \times 4} = \frac{\left(\frac{9}{7}\right)^6 \times \left(\frac{7}{5}\right)^6}{2^{-8} \times 2^2} = \frac{\left(\frac{9}{5}\right)^6}{2^{-6}} = \frac{3^6}{2^{-6}} = 3^6 \times 2^6 = 6^6$

ج) $\frac{(0.25)^3 \times 16^3 \times 3^{-8}}{27^{-1} \times \left(\frac{4}{3}\right)^5} = \frac{4^3 \times 3^{-8}}{3^{-3} \times \frac{4^5}{3^5}} = \frac{4^3 \times 3^{-8}}{3^{-3} \times 4^5 \times 3^{-5}} = \frac{1}{4^2} = 4^{-2}$

۲

الف) $8^{xy} = 16 \rightarrow (2^3)^{xy} = 2^4 \rightarrow 2^{9y} = 2^4 \rightarrow 9y = 4 \rightarrow y = \frac{4}{9}$

ب) $4 \times 2^{x+1} = (0.5)^x \rightarrow 2^2 \times 2^{x+1} = (2^{-1})^x \rightarrow 2^{x+3} = 2^{-x}$

$\rightarrow x + 3 = -x \rightarrow 2x = -3 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

پ) $8^{2x} = 2 \times 4^{x+1} \times 2^{2x-1} \rightarrow (2^3)^{2x} = 2 \times (2^2)^{x+1} \times 2^{2x-1}$

$\rightarrow 2^{6x} = 2 \times 2^{2x+2} \times 2^{2x-1} \rightarrow 2^{6x} = 2^{4x+3} \rightarrow 6x = 4x + 3 \rightarrow 6x - 4x = 3 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = 1.5$

ت) $8^{x^2} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} \times 16^x \rightarrow (2^3)^{x^2} = \frac{1}{2} \times (2^4)^x \rightarrow 2^{3x^2} = 2^{-1} \times 2^{4x} \rightarrow 2^{3x^2} = 2^{-1+4x}$

$\rightarrow 3x^2 = -1 + 4x \rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)(3x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ 3x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{3} \end{cases}$

ث) $2^{3n-2} = \frac{1}{32^2} \rightarrow 2^{3n-2} = \frac{1}{(2^5)^2} \rightarrow 2^{3n-2} = 2^{-10} \rightarrow 3n-2 = -10 \rightarrow$

$3n = -10 + 2 \rightarrow 3n = -8 \rightarrow n = -\frac{8}{3}$

ج) $9^{3y-3} = 27^{y+1} \rightarrow (3^2)^{3y-3} = (3^3)^{y+1} \rightarrow 3^{6y-6} = 3^{3y+3} \rightarrow 6y-6 = 3y+3$



$$\rightarrow 6y - 3y = 3 + 6 \rightarrow 3y = 9 \rightarrow \boxed{y = 3}$$

$$\text{ج) } 4^{3x+3} = \frac{1}{64^3} \rightarrow 4^{3x+3} = \frac{1}{(4^3)^3} \rightarrow 4^{3x+3} = 4^{-9}$$

$$3x + 3 = -9 \rightarrow 3x = -9 - 3 \rightarrow 3x = -12 \rightarrow \boxed{x = -4}$$

۳

$$\text{الف) } 9^x = 3^{x^2-4x} \rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2-4x} \rightarrow 2x = x^2 - 4x \rightarrow x^2 - 6x = 0$$

$$\rightarrow x(x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \rightarrow \boxed{x = 6} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{25}{9} \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$\text{پ) } 3^{\Delta x + 2} = 27\sqrt{3} \rightarrow 3^{\Delta x + 2} = 3^3 \times 3^{\frac{1}{2}} \rightarrow 3^{\Delta x + 2} = 3^{\frac{7}{2}} \rightarrow \Delta x + 2 = \frac{7}{2}$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{7}{2} - 2 \rightarrow \Delta x = \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$$

$$\text{ت) } \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+3} = \left(\frac{16}{81}\right)^x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x}$$

$$\rightarrow 2x + 3 = -4x \rightarrow 2x + 4x = -3 \rightarrow 6x = -3 \rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{2}}$$

$$\text{ث) } 27^x - 3^{2x-5} = 0 \rightarrow 27^x = 3^{2x-5} \rightarrow (3^3)^x = 3^{2x-5}$$

$$\rightarrow 3^{3x} = 3^{2x-5} \rightarrow 3x = 2x - 5 \rightarrow 3x - 2x = -5 \rightarrow \boxed{x = -5}$$

$$\text{ج) } 2^x + 2^{x+2} = 40 \rightarrow 2^x + 2^2 \times 2^x = 40 \rightarrow 2^x + 4 \times 2^x = 40 \rightarrow 5 \times 2^x = 40$$

$$\rightarrow 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$\text{ح) } 3^{x+1} - 3^{x-1} = 72 \rightarrow 3 \times 3^x - \frac{3^x}{3} = 72 \rightarrow \frac{9 \times 3^x - 3^x}{3} = 72$$

$$8 \times 3^x = 72 \times 3 \rightarrow 3^x = 27 \rightarrow 3^x = 3^3 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$\text{خ) } 5^{2x+3y} = 5^{x+y+1} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{2x} + 3y = 0 \\ -\cancel{2x} - 2y = 2 \end{cases} +$$

$$\boxed{y = 2} \rightarrow \boxed{x = 3}$$

۴

$$\text{الف) } 8^{x-1} = \frac{8^x}{8} = \frac{(2^3)^x}{8} = \frac{(2^x)^3}{8} = \frac{6^3}{8} = \frac{6^3}{2^3} = \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 3^3 = 27$$

$$\text{ب) } 4^x + 8^x = (2^2)^x + (2^3)^x = (2^x)^2 + (2^x)^3 = 6^2 + 6^3 = 36 + 216 = 252$$



$$\text{پ) } 16^{x-2} = \frac{16^x}{16^2} = \frac{(2^4)^x}{(2^4)^2} = \frac{(2^x)^4}{(2^2)^4} = \frac{6^4}{4^4} = \left(\frac{6}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

$$\begin{aligned} \text{ت) } (0,25)^{2x} \times 64^{x-1} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} \times \frac{64^x}{64} = (2^{-2})^{2x} \times \frac{(2^6)^x}{2^6} = \frac{2^{-4x} \times 2^{6x}}{2^6} = \frac{2^{2x}}{2^6} \\ &= \frac{(2^x)^2}{2^6} = \frac{6^2}{6^6} = \frac{36}{6^4} = \frac{9}{16} \end{aligned}$$

۵

$$\text{الف) } 5\sqrt{2}, 5^{1/5}, 5\sqrt{3} \rightarrow 1 < 5, \sqrt{2} < 1,5 < \sqrt{3} \rightarrow 5\sqrt{2} < 5^{1/5} < 5\sqrt{3}$$

$$\text{ب) } 3^2\sqrt{3}, 3\sqrt{10}, 3^3\sqrt{2}, 3^4 \rightarrow 1 < 3, \sqrt{10} < 2\sqrt{3} < 4 < 3\sqrt{2} \rightarrow 3\sqrt{10} < 3^2\sqrt{3} < 3^4 < 3^3\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{پ) } \left(\frac{1}{p}\right)\sqrt{8}, 2^{-3}, (0,5)\sqrt{10} &\rightarrow \left(\frac{1}{p}\right)\sqrt{8}, \left(\frac{1}{p}\right)^3, \left(\frac{1}{p}\right)\sqrt{10} \rightarrow 0 < \frac{1}{p} < 1, \sqrt{8} < 3 < \sqrt{10} \\ &\rightarrow \left(\frac{1}{p}\right)\sqrt{8} > \left(\frac{1}{p}\right)^3 > \left(\frac{1}{p}\right)\sqrt{10} \end{aligned}$$

۶

$$\text{ها) محل تلاقی نمودار با محور } x \rightarrow y = 0 \rightarrow 2^{x+2} - 16\sqrt{2} = 0 \rightarrow 2^{x+2} = 16\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 2^{x+2} &= 2^4 \times 2^{1/2} \rightarrow 2^{x+2} = 2^{4,5} \rightarrow x+2 = 4,5 \rightarrow \boxed{x = 2,5} \\ &\rightarrow \boxed{A(2,5, 0)} \end{aligned}$$

۷

$$\begin{cases} y = 4^x \\ y = \left(\frac{1}{p}\right)^{2x-3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2^{2x} \\ y = 2^{-2x+3} \end{cases} \rightarrow 2x = -2x+3 \rightarrow 4x = 3 \rightarrow \boxed{x = \frac{3}{4}}$$

$$, y = 2^{2(\frac{3}{4})} \rightarrow y = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow \boxed{y = \sqrt{8}} \rightarrow \boxed{A\left(\frac{3}{4}, \sqrt{8}\right)}$$

$$\overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (\sqrt{8})^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + 8} = \sqrt{\frac{9+128}{16}} \rightarrow \boxed{OA = \frac{\sqrt{137}}{4}}$$

۸

$$4 \times 2^{x+1} = (0,5)^x \rightarrow 2^2 \times 2^{x+1} = \left(\frac{1}{p}\right)^x \rightarrow 2^{x+3} = 2^{-x} \rightarrow x+3 = -x \rightarrow 2x = -3 \rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2}}$$

۹

الف) تابع نمایی نیست $y = 2x^2 - 3x + 1$

ب) تابع نمایی نیست $y = x^3$

پ) تابع نمایی است $y = (0,1)^x$

تابع نمایی است $y = \left(\frac{3}{p}\right)^x$ ت)

تابع نمایی نیست $y - 3x = 2$ ث)

تابع نمایی نیست $y = \sqrt{x-1}$ ج)

۱۰

نقطه $(1, 0)$ روی نمودار قرار ندارد $0 \neq 3^1$ الف)

نقطه $(3, 1)$ روی نمودار قرار ندارد $1 \neq 3^3$ ب)

نقطه $(0, 1)$ روی نمودار قرار دارد $1 = 3^0$ پ)

نقطه $\left(\sqrt{3}, \frac{1}{3}\right)$ روی نمودار قرار ندارد $\frac{1}{3} \neq 3\sqrt{3}$ ت)

نقطه $(1, 3)$ روی نمودار قرار دارد $3 = 3^1$ ث)



نقطه $(-1, \frac{1}{3})$ روی نمودار قرار دارد $\frac{1}{3} = 3^{-1}$ $(-1, \frac{1}{3})$ ج

الف - گزاره صحیح است زیرا $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$ (۱۱)

ب - گزاره صحیح نیست زیرا $1 \neq 1^\circ$ و محل تقاطع نمودار با محور y ها نقطه $(0, 1)$ است.

پ - گزاره صحیح است زیرا دامنه هر دو تابع $\mathbb{R}$ یا اعداد حقیقی است.

ت - گزاره صحیح نیست زیرا تابع نمایی با محور x ها محل تقاطع ندارد.

(۱۲)

الف

$$2^{3n-2} = \frac{1}{32^2} \rightarrow 2^{3n-2} = \frac{1}{(2^5)^2} \rightarrow 2^{3n-2} = 2^{-10}$$

$$\rightarrow 2^{3n-2} = 2^{-10} \rightarrow 3n - 2 = -10 \rightarrow 3n = -8 \rightarrow n = -\frac{8}{3}$$

ب

$$9^{3y-3} = 27^{y+1} \rightarrow (3^2)^{3y-3} = (3^3)^{y+1} \rightarrow 3^{6y-6} = 3^{3y+3}$$

$$\rightarrow 6y - 6 = 3y + 3 \rightarrow 6y - 3y = 3 + 6 \rightarrow 3y = 9 \rightarrow y = 3$$

پ

$$4^{3x+2} = \frac{1}{64^3} \rightarrow 4^{3x+2} = \frac{1}{(4^3)^3} \rightarrow 4^{3x+2} = 4^{-9}$$

$$\rightarrow 4^{3x+2} = 4^{-9} \rightarrow 3x + 2 = -9 \rightarrow 3x = -11 \rightarrow x = -\frac{11}{3}$$

ت

$$9^x = 3^{x^2-4x} \rightarrow (3^2)^x = 3^{x^2-4x} \rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2-4x}$$

$$\rightarrow 2x = x^2 - 4x \rightarrow x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0 \rightarrow x = 0, x = 6$$

ث

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \frac{25}{9} \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \rightarrow x + 1 = -2 \rightarrow x = -3$$

(۱۳)

الف $f(3) = 3^3 = 27$

ب $g(-1) = \left(\frac{1}{16}\right)^{(-1)} = 16$

پ $h(-2) = 10^{-2} = \frac{1}{100}$

(۱۴)

الف $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \rightarrow \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2$ ب $8^{-3} = \frac{1}{512} \rightarrow \log_8 \frac{1}{512} = -3$



پ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$ ت) $(64)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8} \rightarrow \log_{64} \frac{1}{8} = -\frac{1}{2}$

ث) $3^5 = 243 \rightarrow \log_3 243 = 5$ ج) $(81)^{\frac{1}{4}} = 3 \rightarrow \log_{81} 3 = \frac{1}{4}$

۱۵

الف) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3 \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$

ب) $\log_{128} 2 = \frac{1}{5} \rightarrow (128)^{\frac{1}{5}} = 2$

پ) $\log_{1000} 1000 = \frac{3}{2} \rightarrow (1000)^{\frac{2}{3}} = 1000$

ت) $\log_{27} 81 = \frac{4}{3} \rightarrow (27)^{\frac{4}{3}} = 81$

ث) $\log_3 729 = 6 \rightarrow 3^6 = 729$

ج) $\log_9 3 = \frac{1}{2} \rightarrow (9)^{\frac{1}{2}} = 3$

۱۶

الف) $\log_2 64 = 2x - 4 \rightarrow 64 = 2^{2x-4} \rightarrow 2^6 = 2^{2x-4}$

$\rightarrow 6 = 2x - 4 \rightarrow 6 + 4 = 2x \rightarrow 10 = 2x \rightarrow \boxed{x = 5}$

ب) $\log_{16} x = \frac{5}{4} \rightarrow x = 16^{\frac{5}{4}} \rightarrow x = (2^4)^{\frac{5}{4}} \rightarrow x = 2^5 \rightarrow \boxed{x = 32}$

پ) $\log_3 (4x + 3) = 3 \rightarrow 4x + 3 = 3^3 \rightarrow 4x + 3 = 27 \rightarrow 4x = 24 \rightarrow \boxed{x = 6}$

ت) $\log_x (x^2 + 2x - 8) = 2 \rightarrow x^2 + 2x - 8 = x^2 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4 \rightarrow \boxed{x = 4}$

۱۷

$\log_{16} x = \frac{1}{4} \rightarrow x = 16^{\frac{1}{4}} \rightarrow x = (2^4)^{\frac{1}{4}} \rightarrow x = 2^1 \rightarrow \boxed{x = \sqrt{2}}$

۱۸

$4^a = 2\sqrt{2} \rightarrow (2^2)^a = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow 2^{2a} = 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow 2a = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{3}{4} \rightarrow \boxed{a = \frac{3}{4}}$

$\rightarrow \log_4 (4a + 1) = \log_4 \left(4 \times \frac{3}{4} + 1\right) = \log_4 (3 + 1) = \log_4 4 = 1 \rightarrow \boxed{\log_4 4a + 1 = 1}$

۱۹

$f(2\sqrt{6}) = \log_3 ((2\sqrt{6})^2 + 3) = \log_3 (24 + 3) = \log_3 27 = 3 \rightarrow \boxed{f(2\sqrt{6}) = 3}$

۲۰

الف) $y = \log_x (2x + 6)$

$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 6 > 0 \rightarrow 2x > -6 \rightarrow x > -3 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (0, +\infty) - \{1\}$

ب) $f(x) = \log_{(x-1)} (12 - 2x)$

$\left\{ \begin{array}{l} 12 - 2x > 0 \rightarrow 12 > 2x \rightarrow 6 > x \\ x - 1 > 0 \rightarrow x > 1 \\ x - 1 \neq 1 \rightarrow x \neq 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (1, 6) - \{2\}$

پ) $f(x) = \log_{(x-2)} (25 - x^2)$



$$\left. \begin{aligned} 25 - x^2 > 0 &\rightarrow -5 < x < 5 \\ x - 2 > 0 &\rightarrow x > 2 \\ x - 2 \neq 1 &\rightarrow x \neq 3 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (2, 5) - \{3\}$$

ت) $f(x) = \log_{(x-5)}(x^2 - 16)$

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 16 > 0 &\rightarrow x < -4 \text{ یا } 4 < x \\ x - 5 > 0 &\rightarrow 5 < x \\ x - 5 \neq 1 &\rightarrow x \neq 6 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (5, +\infty) - \{6\}$$

۲۱

الف) $\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - a$

ب) $\log 18 = \log(3^2 \times 2) = \log 3^2 + \log 2 = 2 \log 3 + \log 2 = 2b + a$

پ) $\log 1.5 = \log\left(\frac{3}{2}\right) = \log 3 - \log 2 = b - a$

ت) $\log 75 = \log(3 \times 5^2) = \log 3 + \log 5^2 = \log 3 + 2 \log 5 = 3 + 2(1 - a) = 5 - 2a$

ث) $\log 42 = \log(2 \times 3 \times 7) = \log 2 + \log 3 + \log 7 = a + b + c$

ج) $\log \frac{98}{35} = \log\left(\frac{7^2 \times 2}{3^2 \times 5}\right) = \log 7^2 + \log 2 - \log 3^2 - \log 5$

$$= 2 \log 7 + \log 2 - 2 \log 3 - \log 5 = 2c + a - 2b - (1 - a) = 2a - 2b + 2c - 1$$

چ) $\log \sqrt[3]{210} = \log \sqrt[3]{3 \times 7 \times 10} = \log(3 \times 7 \times 10)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log(3 \times 7 \times 10)$

$$= \frac{1}{3} (\log 3 + \log 7 + \log 10) = \frac{1}{3} (b + c + 1)$$

ح) $\log \frac{\sqrt[3]{35}}{12} = \log\left(\frac{\sqrt[3]{5 \times 7}}{2^2 \times 3}\right) = \log(5 \times 7)^{\frac{1}{3}} - \log(2^2 \times 3)$

$$= \log(5^{\frac{1}{3}} \times 7^{\frac{1}{3}}) - \log(2^2 \times 3) = \log 5^{\frac{1}{3}} + \log 7^{\frac{1}{3}} - \log 2^2 - \log 3$$

$$= \frac{1}{3} \log 5 + \frac{1}{3} \log 7 - 2 \log 2 - \log 3 = \frac{1}{3} (1 - a) + \frac{1}{3} c - 2a - b = -\frac{2}{3} a - b + \frac{1}{3} c + \frac{1}{3}$$

خ) $\log(135 \sqrt[4]{56}) = \log(3^3 \times 5 \times \sqrt[4]{2^3 \times 7}) = \log(3^3 \times 5 \times 2^{\frac{3}{4}} \times 7^{\frac{1}{4}})$

$$= \log 3^3 + \log 5 + \log 2^{\frac{3}{4}} + \log 7^{\frac{1}{4}} = 3 \log 3 + \log 5 + \frac{3}{4} \log 2 + \frac{1}{4} \log 7$$

$$= 3b + (1 - a) + \frac{3}{4} a + \frac{1}{4} c = -\frac{1}{4} a + 3b + \frac{1}{4} c + 1$$

$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 \rightarrow \log 5 = 1 - a$

$$\log_{\sqrt{2}} 125 = \frac{\log 125}{\log \sqrt{2}} = \frac{\log 5^3}{\log(2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}})} = \frac{3 \log 5}{\log 2 + \log 2} = \frac{3 \log 5}{2 \log 2} = \frac{3(1 - a)}{2a + 2b} = \frac{3 - 3a}{2a + 2b}$$

۲۲



الف) $\log_5 150 - \log_5 6 = \log_5 \frac{150}{6} = \log_5 25 = \log_5 5^2 = 2 \log_5 5 = 2$

ب) $\log_7 \sqrt[4]{343} = \log_7 \sqrt[4]{7^3} = \log_7 7^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \log_7 7 = \frac{3}{4}$

پ) $\log_5 625 + \log_2 \frac{1}{64} + \log_{10} 0.001 = \log_5 5^4 + \log_2 2^{-6} + \log_{10} 10^{-3}$
 $= 4 \log_5 5 - 6 \log_2 2 - 3 \log_{10} 10 = 4 - 6 - 3 = -5$

ت) $5^{(\log_2 3 - 2)} = 5^{\log_2 3} \div 5^2 = \frac{5^{\log_2 3}}{5^2} = \frac{5^{\frac{1}{2} \log_2 3}}{5^2} = \frac{5^{\log_2 3^{\frac{1}{2}}}}{5^2} = \frac{5^{\log_2 \sqrt{3}}}}{5^2} = \frac{\sqrt{3}}{25}$

ث) $6 \log_9 \sqrt[3]{81} - 3 \log_2 \frac{1}{8} + 4 \log_5 \frac{1}{125} = 6 \log_{3^2} 3^{\frac{4}{3}} - 3 \log_2 2^{-3} + 4 \log_5 5^{-3}$
 $= 6 \left(\frac{4}{3} \right) \log_3 3 - 3(-3 \log_2 2) + 4(-3 \log_5 5) = 6 \left(\frac{4}{3} \right) - 3(-3) + 4(-3) = 4 + 9 - 12 = 1$

ج) $\log_{27} 243 = \log_{3^3} 3^5 = \frac{5}{3} \log_3 3 = \frac{5}{3}$

چ) $\log \frac{1}{3} 27 - 3 \log_7 \frac{1}{49} + 2 \log_{10} 0.001 = \log_{3^{-1}} 3^3 - 3 \log_7 7^{-2} + 2 \log_{10} 10^{-3}$
 $= \left(\frac{3}{-1} \right) \log_3 3 - 3(-2 \log_7 7) + 2(-3 \log_{10} 10) = -3 + 6 - 6 = -3$

ح) $\log_5 (\sqrt{125})^3 = \log_5 (\sqrt{5^3})^3 = \log_5 (5^{\frac{3}{2}})^3 = \log_5 5^{\frac{9}{2}} = \frac{9}{2} \log_5 5 = \frac{9}{2}$

الف) $\log 35 + 2 \log 2 \sqrt{7} - \log 200 - 2 \log 7 = \log 35 + \log (2 \sqrt{7})^2 - \log 200 - \log 7^2$
 $= \log 35 + \log 28 - \log 200 - \log 49 = \log \frac{35 \times 28}{200 \times 49} = \log \frac{1}{10} = \log 10^{-1} = -1 \log 10 = -1$

ب) $\log_5 200 - \log_5 40 = \log_5 \left(\frac{200}{40} \right) = \log_5 5 = 1$

پ) $\log_6 12 \sqrt{3} + \log_6 3 \sqrt{12} = \log_6 (12 \sqrt{3} \times 3 \sqrt{12}) = \log_6 (36 \times \sqrt{36})$
 $= \log_6 (36 \times 6) = \log_6 6^3 = 3 \log_6 6 = 3$

ت) $V^{(2 \log_7 3 + 3 \log_7 2)} = V^{(\log_7 3^2 + \log_7 2^3)} = V^{(\log_7 9 + \log_7 8)} = V^{(\log_7 72)} = 72$

ث) $\sqrt{10}^{(\log 32 + \log 8)} = \left(10^{\frac{1}{2}} \right)^{(\log 256)} = 10^{\left(\frac{1}{2} \log 256 \right)} = 10^{\log 256^{\frac{1}{2}}} = 10^{\log \sqrt{256}} = 10^{\log 16} = 16$

ج) $8^{(\log_2 \sqrt[3]{20} - \log_2 3)} = (2^3)^{(\log_2 \frac{\sqrt[3]{20}}{3})} = 2^{3 \log_2 \frac{\sqrt[3]{20}}{3}} = 2^{\log_2 \left(\frac{\sqrt[3]{20}}{3} \right)^3} = 2^{\log_2 \frac{20}{27}} = \frac{20}{27}$

چ) $\log 20 + 6 \log \sqrt[6]{5} - \log_7 \sqrt[3]{32} = \log 20 + \log (\sqrt[6]{5})^6 - \log_{7^{\frac{1}{3}}} 2^3$



$$= \log 20 + \log 5 - \left(\frac{5}{2}\right) \log_2 2 = \log 100 - \frac{5}{2} \log_2 2 = 2 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$$

۲۵

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{5}} ab^2 &= \log_{\frac{1}{b^2}} ab^2 = \frac{1}{\frac{1}{b^2}} \log_b ab^2 = 2 \log_b ab^2 = 2(\log_b a + \log_b b^2) \\ &= 2(\log_b a + 2 \log_b b) = 2\left(\frac{3}{2} + 2\right) = 3 + 4 = 7 \end{aligned}$$

۲۶

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{1000}{1} \rightarrow \boxed{\alpha + \beta = 1000}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} \rightarrow \boxed{\alpha\beta = 10}$$

$$\begin{aligned} \log(\alpha + \beta) - \log \alpha - \log \beta &= \log(\alpha + \beta) - (\log \alpha + \log \beta) = \log(\alpha + \beta) - \log(\alpha\beta) \\ &= \log\left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}\right) = \log\left(\frac{1000}{10}\right) = \log 100 = 2 \end{aligned}$$

۲۷

الف) $\log_2(x + 6) = \log_2(2x - 8) \rightarrow x + 6 = 2x - 8 \rightarrow 6 + 8 = 2x - x \rightarrow \boxed{x = 14}$

ب) $\log_5(x + 6) + \log_5(x + 2) = 1 \rightarrow \log_5((x + 6)(x + 2)) = \log_5 5$

$$\rightarrow x^2 + 8x + 12 = 5 \rightarrow x^2 + 8x + 7 = 0 \rightarrow (x + 1)(x + 7) = 0 \begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1} \\ x + 7 = 0 \rightarrow x = -7 \end{cases} \text{ غ}$$

پ) $\log_7(x + 2) = \log_7 8 \rightarrow x + 2 = 8 \rightarrow \boxed{x = 6}$

ت) $\log(x + 1) - \log(x - 3) = 3 \rightarrow \log\left(\frac{x + 1}{x - 3}\right) = \log 10^3 \rightarrow \frac{x + 1}{x - 3} = 1000$

$$\rightarrow x + 1 = 1000x - 3000 \rightarrow 1 + 3000 = 1000x - x \rightarrow 3001 = 999x \rightarrow \boxed{x = \frac{3001}{999}}$$

ث) $\log_2(2x + 1) = 3 \rightarrow 2x + 1 = 2^3 \rightarrow 2x + 1 = 8 \rightarrow 2x = 7 \rightarrow \boxed{x = \frac{7}{2}}$

ج) $\log(2x) - \log(x - 3) = 1 \rightarrow \log \frac{2x}{x - 3} = \log 10$

$$\rightarrow \frac{2x}{x - 3} = 10 \rightarrow 2x = 10x - 30 \rightarrow 30 = 10x - 2x \rightarrow 30 = 8x \rightarrow x = \frac{30}{8} \rightarrow \boxed{x = 3.75}$$

چ) $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2 64 \rightarrow \log_{\sqrt{2}} x = \log_2 2^6 \rightarrow \log_{\sqrt{2}} x = 6 \log_2 2$

$$\rightarrow \log_{\sqrt{2}} x = 6 \rightarrow x = (\sqrt{2})^6 \rightarrow x = (2^{\frac{1}{2}})^6 \rightarrow x = 2^3 \rightarrow \boxed{x = 8}$$

ح) $\log_2(x - 2) = \frac{1}{2} \rightarrow x - 2 = 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \rightarrow \boxed{x = \sqrt{2} + 2}$

۲۸

الف) $\log_9(x^2 - 24) = \log_9 5x \rightarrow x^2 - 24 = 5x \rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0$

$$\rightarrow (x - 8)(x + 3) = 0 \begin{cases} x - 8 = 0 \rightarrow \boxed{x = 8} \\ x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases} \text{ غ}$$



$$\text{ب) } \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 1) = 1 + \log_{\sqrt{3}}(x + 9) \rightarrow \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 1) = \log_{\sqrt{3}}3 + \log_{\sqrt{3}}(x + 9)$$

$$\rightarrow \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 1) = \log_{\sqrt{3}}(3x + 27) \rightarrow x^2 - 1 = 3x + 27 \rightarrow x^2 - 3x - 28 = 0$$

$$\rightarrow (x - 7)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \rightarrow \boxed{x = 7} \\ x + 4 = 0 \rightarrow \boxed{x = -4} \end{cases}$$

$$\text{پ) } \log_x(x^3 - 2x) = 2 \rightarrow x^3 - 2x = x^2 \rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0$$

$$\rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0 \rightarrow x(x - 2)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ} \\ x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \text{ غ} \end{cases}$$

$$\text{ت) } \begin{cases} \log x = \log 2 + \log y \\ 2^x \times 8^y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log x = \log 2y \\ 2^x \times (2^3)^y = 2^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2y + 3y = 2 \rightarrow 5y = 2 \rightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \\ x = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\text{ث) } \begin{cases} \log y = 2 \log 3 + \log x \\ 2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log y = \log 3^2 + \log x \\ 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y} = 2^0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log y = \log(9x) \\ 2^{x-7} \times 2^{2x+2y} = 2^0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 9x \\ 2^x + 2y = 7 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2^x + 2(9x) = 7 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 3 \end{cases}$$

۲۹

$$\text{الف) } \log_x(x^2 + x) = \log_x 6 \rightarrow x^2 + x = 6 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \text{ غ} \\ x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \log_9 x^2 + 7x + 7 = 0 \rightarrow x^2 + 7x + 7 = 9^0 \rightarrow x^2 + 7x + 7 = 1$$

$$\rightarrow x^2 + 7x + 6 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 6 = 0 \rightarrow \boxed{x = -6} \\ x + 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1} \end{cases}$$

$$\text{پ) } \log_x(x^3 + 3x - 6) = 3 \rightarrow x^3 + 3x - 6 = x^3 \rightarrow 3x - 6 = 0 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\text{ت) } \log_8(x + 1)^3 + 2 \log_8 x = 1 \rightarrow \log_{\sqrt{2}}(x + 1)^3 + \log_{\sqrt{2}} x^2 = 1$$

$$\rightarrow \frac{3}{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}}(x + 1) + \frac{2}{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} x = \log_{\sqrt{2}} 2 \rightarrow \log_{\sqrt{2}}(x + 1)x = \log_{\sqrt{2}} 2 \rightarrow x(x + 1) = 2$$

$$\rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = 1} \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \text{ غ} \end{cases}$$

$$\text{ث) } \log_{12}(x - 2) + \log_{12}(x + 2) = 1 \rightarrow \log_{12}((x - 2)(x + 2)) = \log_{12} 12$$

$$\rightarrow \log_{12}(x^2 - 4) = \log_{12} 12 \rightarrow x^2 - 4 = 12 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 4} \\ x = -4 \text{ غ} \end{cases}$$

$$\text{ج) } \log 3^x - \log 4 = \log(3 - x) \rightarrow \log f\left(\frac{3^x}{4}\right) = \log(3 - x)$$

$$\rightarrow \frac{3^x}{4} = 3 - x \rightarrow 3^x = 4(3 - x) \rightarrow 3^x = 12 - 4x \rightarrow 3^x = 12 - 4x \rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$\text{چ) } \log_3 \sqrt{3} + \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{\sqrt{2}} \log_2 x \rightarrow \log_2 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \log_2 5^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \log_2 x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \log_2 3 + \frac{1}{\sqrt{2}} \log_2 5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \log_2 x$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \log_2 x \rightarrow 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \log_2 x \rightarrow \log_2 x = \sqrt{2} \rightarrow \boxed{x = 4}$$



۳۰

$$\log_3(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1 \rightarrow \log_3 \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = \log_3 3 \rightarrow \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 3$$

$$\rightarrow 2x^2 + 1 = 3x + 6 \rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \rightarrow (x + 1)(2x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1} \\ 2x - 5 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{5}{2}} \end{cases}$$

$$x = -1 \rightarrow \log_8(2x - 1) = \log_8(2(-1) - 1) = \log_8(-3) \quad \text{غ}$$

$$x = \frac{5}{2} \rightarrow \log_8(2x - 1) = \log_8(2(\frac{5}{2}) - 1) = \log_8 4 = \log_{2^3} 2^2 = \frac{2}{3} \log_2 2 \rightarrow \log_8(2x - 1) = \frac{2}{3}$$

۳۱

$$\text{الف) } \log_2 x + \log_2(x - 2) = 3 \rightarrow \log_2(x(x - 2)) = 3 \log_2 2$$

$$\rightarrow \log_2(x^2 - 2x) = \log_2 2^3 \rightarrow x^2 - 2x = 8 \rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \rightarrow \boxed{x = 4} \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \quad \text{غ} \end{cases}$$

$$\text{ب) } 2 \log \sqrt{2x + 3} + \log(2x - 3) - \frac{1}{2} \log 49 = 0 \rightarrow \log(\sqrt{2x + 3})^2 + \log(2x - 3) - \log 49^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$\rightarrow \log(2x + 3) + \log(2x - 3) = \log 7 \rightarrow \log((2x + 3)(2x - 3)) = \log 7$$

$$\rightarrow \log(4x^2 - 9) = \log 7 \rightarrow 4x^2 - 9 = 7 \rightarrow 4x^2 - 16 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 2} \\ x = -2 \quad \text{غ} \end{cases}$$

$$\text{پ) } \begin{cases} 1 + \log \sqrt{x + 1} = \log y \\ 4\sqrt{2} = 4^x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log 1 + \log \sqrt{x + 1} = \log y \\ 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log(1 \circ \sqrt{x + 1}) = \log y \rightarrow 1 \circ \sqrt{\frac{5}{4} + 1} = y \rightarrow 1 \circ \sqrt{\frac{9}{4}} = y \rightarrow y = 1 \circ \times \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{y = 15} \\ 2^{\frac{5}{2}} = 2^{2x} \rightarrow \frac{5}{2} = 2x \rightarrow \boxed{x = \frac{5}{4}} \end{cases}$$

۳۲

$$\text{الف) } \log_5 \sqrt[5]{49} = \log_5 49^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_5 49 = \frac{1}{5}$$

$$\text{ب) } \log_3 27^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2}$$

$$\text{پ) } -\log_5 125 = -\log_5 5^3 = -3 \log_5 5 = -3$$

$$\text{ت) } 3 \log_{10} \sqrt{1000} = 3 \log_{10} 10^{\frac{3}{2}} = 3 \times \frac{3}{2} \log_{10} 10 = \frac{9}{2}$$

۳۳

$$f(42) = 3 - 2 \log_4 \left(\frac{42}{2} - 5 \right) = 3 - 2 \log_4 (21 - 5) = 3 - 2 \log_4 16$$

$$= 3 - 2 \log_4 4^2 = 3 - 2 \times 2 \log_4 4 = 3 - 4 = -1$$

۳۴

الف

$$\log 12 = \log(2^2 \times 3) = \log 2^2 + \log 3 = 2 \log 2 + \log 3 = 2(0.3) + 0.48 = 1.08$$

ب



$$\log_{0.7} 75 = \log \frac{75}{100} = \log \frac{3}{4} = \log 3 - \log 4 = \log 3 - \log 2^2 \\ = \log 3 - 2 \log 2 = 0.48 - 2(0.3) = -0.12$$

پ

$$\log \sqrt[3]{5} = \log 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 5 = \frac{1}{3} \log \left(\frac{10}{2} \right) = \frac{1}{3} (\log 10 - \log 2) = \frac{1}{3} (1 - 0.3) = 0.25$$

ت

$$\log \frac{25}{18} = \log \frac{5^2}{3^2 \times 2} = \log 5^2 - \log 3^2 - \log 2 = 2 \log 5 - 2 \log 3 - \log 2 \\ = 2(0.7) - 2(0.48) - 0.3 = 0.14$$

ث

$$\log \sqrt[3]{6} = \log 6^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 6 = \frac{1}{3} \log (2 \times 3) = \frac{1}{3} (\log 2 + \log 3) \\ = \frac{1}{3} (0.3 + 0.48) = 0.26$$

ج

$$\log \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[4]{5}} = \log \frac{3^{\frac{3}{2}}}{5^{\frac{1}{4}}} = \log 3^{\frac{3}{2}} - \log 5^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2} \log 3 - \frac{1}{4} \log 5 \\ = \frac{3}{2} (0.48) - \frac{1}{4} (0.7) = 0.545$$

الف

$$\log_5 x = 3 \rightarrow x = 5^3 \rightarrow x = 125$$

ب

$$\log_7 (2x + 1) = 3 \rightarrow 2x + 1 = 7^3 \rightarrow 2x + 1 = 343 \rightarrow 2x = 342 \rightarrow x = \frac{171}{1}$$

پ

$$\log_7 (x + 1) + \log_7 (x + 4) = 2 \rightarrow \log_7 ((x + 1)(x + 4)) = 2 \\ \rightarrow \log_7 (x^2 + 5x + 4) = 2 \rightarrow x^2 + 5x + 4 = 7^2 \rightarrow x^2 + 5x + 4 = 49 \\ \rightarrow x^2 + 5x = 45 \rightarrow x(x + 5) = 45 \rightarrow x = 5, \quad x = -9 \text{ غ ق}$$

ت

$$\log_7 243 = 2x + 1 \rightarrow \log_7 3^5 = 2x + 1 \rightarrow 5 \log_7 3 = 2x + 1 \\ \rightarrow 5 = 2x + 1 \rightarrow 4 = 2x \rightarrow x = 2$$

ث

$$\log_7 (x - 1) = 4 \rightarrow x - 1 = 7^4 \rightarrow x - 1 = 2401 \rightarrow x = 2402$$



ج

$$\log(2x) - \log(x-3) = 1 \rightarrow \log \frac{2x}{x-3} = 1 \rightarrow \log \frac{2x}{x-3} = \log 10$$

$$\rightarrow \frac{2x}{x-3} = 10 \rightarrow 2x = 10x - 30 \rightarrow 30 = 8x \rightarrow x = \frac{30}{8} \rightarrow x = \frac{15}{4}$$

ج

$$2 \log_2(x-1) = 3 \rightarrow \log_2(x-1) = \frac{3}{2} \rightarrow x-1 = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\rightarrow x-1 = (2^2)^{\frac{3}{2}} \rightarrow x-1 = 2^3 \rightarrow x-1 = 8 \rightarrow x = 9$$

۳۶ الف) نادرست (ب) درست (پ) درست

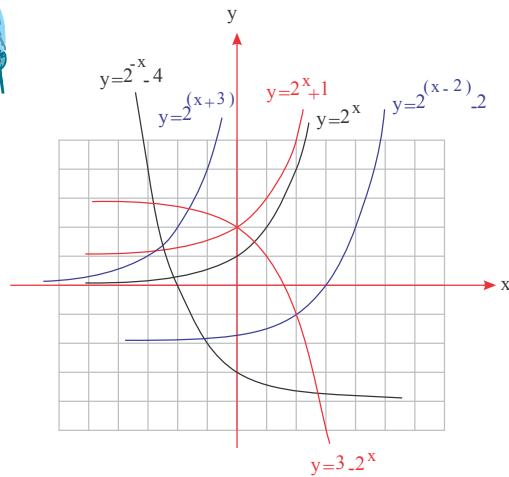
۳۷

الف) $f(2) = 2 \rightarrow 2 = \log_a 2 \rightarrow a^2 = 2 \rightarrow \boxed{a = \sqrt{2}}$, $a = -\sqrt{2}$ غ

ب) $f(\frac{1}{2}) = -4 \rightarrow -4 = \log_a \frac{1}{2} \rightarrow a^{-4} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{a^4} = \frac{1}{2}$

$\rightarrow a^4 = 2 \rightarrow \boxed{a = \sqrt[4]{2}}$, $a = -\sqrt[4]{2}$ غ

۳۸



الف) $y = 2^x \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (0, +\infty)$

ب) $y = 2^x + 1 \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (1, +\infty)$

پ) $y = 2^{(x+3)} \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (0, +\infty)$

ت) $y = 2^{(x-2)} - 2 \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (-2, +\infty)$

ث) $y = 3 - 2^x \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (-\infty, 3)$

ج) $y = 2^{-x} - 4 \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (-4, +\infty)$

$y = 2^x \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ } 3} y = 2^{(x+3)} \xrightarrow{\text{واحد به سمت پایین } 3} y = 2^{(x+3)} - 2$

۳۹



۴۰

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3 \xrightarrow{\text{واحد به سمت راست } 2} y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 3 \xrightarrow{\text{واحد به سمت پایین } 4} y = \frac{1}{2}^{x-2} + 3 + 4 \rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 7$$

۴۱

$$x = 0 \rightarrow y = 1 - 3^{0+2} \rightarrow y = 1 - 9 \rightarrow y = -8 \rightarrow y \text{ محل تلاقی با محور}$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = 1 - 3^{x+2} \rightarrow 3^{x+2} = 1 \rightarrow x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \rightarrow x \text{ محل تلاقی با محور}$$

۴۲

$$\text{الف} \rightarrow t = 0 \rightarrow p(0) = 600 \times 2^0 \rightarrow \boxed{p(0) = 600}$$

$$\text{ب} \rightarrow t = 8 \rightarrow p(8) = 600 \times 2^{\frac{8}{2}} = 600 \times 2^4 = 600 \times 16 \rightarrow \boxed{p(8) = 9600}$$

$$\text{پ} \rightarrow p(t) = 76800 \rightarrow 600 \times 2^{\frac{t}{2}} = 76800 \rightarrow 2^{\frac{t}{2}} = \frac{76800}{600} \rightarrow 2^{\frac{t}{2}} = 128$$

$$\rightarrow 2^{\frac{t}{2}} = 2^7 \rightarrow \frac{t}{2} = 7 \rightarrow \boxed{t = 14 \text{ ساعت}}$$

۴۳ الف) زلزله روز ۲۷ فوریه ۲۰۱۰ به شدت ۸٫۸ ریشتر در مائول شیلی.

$$M = 8.8 \rightarrow \log E = 11.8 + 1.5(8.8) \rightarrow \log E = 25 \rightarrow \boxed{E = 10^{25} \text{ Erg}}$$

ب) زلزله روز ۲۶ دسامبر ۲۰۰۴ به شدت ۹٫۱ ریشتر در سوماترای اندونزی.

$$M = 9.1 \rightarrow \log E = 11.8 + 1.5(9.1) \rightarrow \log E = 25.45 \rightarrow \boxed{E = 10^{25.45} \text{ Erg}}$$

پ) زلزله روز ۲۲ می ۱۹۶۰ به شدت ۹٫۶ ریشتر در والدیویا شیلی. (بزرگ ترین زلزله ثبت شده در تاریخ)

$$M = 9.6 \rightarrow \log E = 11.8 + 1.5(9.6) \rightarrow \log E = 26.2 \rightarrow \boxed{E = 10^{26.2} \text{ Erg}}$$

۴۴

$$\log E = 11.8 + 1.5M \rightarrow \log(10^{26.2}) = 11.8 + 1.5M$$

$$\rightarrow 26.2 = 11.8 + 1.5M \rightarrow 26.2 - 11.8 = 1.5M \rightarrow 10.4 = 1.5M \rightarrow \boxed{M = 7.2 \text{ ریشتر}}$$

۴۵

$$f(t) = \text{جمعیت پس از } t \text{ سال} , t = \text{زمان} , k = \text{رشد سالانه} , A = \text{جمعیت اولیه}$$

$$\rightarrow f(t) = A(1+k)^t \rightarrow f(t) = 100000(1+0.04)^t \rightarrow \boxed{f(t) = 100000(1.04)^t}$$

۴۶

$$\begin{cases} (0, 2) \rightarrow f(0) = 2 \rightarrow 2 = a + 2^{-b} \rightarrow 2 = a + \frac{1}{2^b} \\ (1, 3) \rightarrow f(1) = 3 \rightarrow 3 = a + 2^{1-b} \rightarrow 3 = a + \frac{2}{2^b} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -2 = -a - \frac{1}{2^b} + \\ 3 = a + \frac{2}{2^b} \end{cases}$$

$$1 = \frac{1}{2^b} \rightarrow 2^b = 1 \rightarrow \boxed{b = 0} \rightarrow 2 = a + \frac{1}{2^0} \rightarrow 2 = a + 1 \rightarrow \boxed{a = 1}$$

۴۷

$$\text{الف} \rightarrow g(-1) = 4^{-1} + 2 = \frac{1}{4} + 2 \rightarrow g(-1) = \frac{9}{4}$$

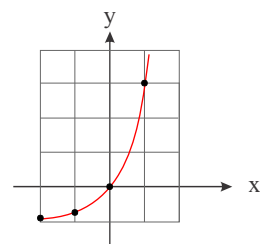


ب) $g(x) = 66 \rightarrow 4^x + 2 = 66 \rightarrow 4^x = 64 \rightarrow 4^x = 4^3 \rightarrow x = 3$

$y = 4^x - 1 \quad x \in [-2, 2]$

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{15}{16}$	$-\frac{3}{4}$	0	3	15

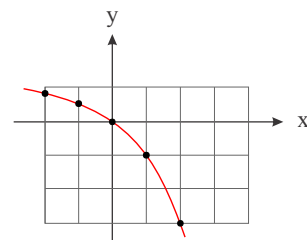
۴۸



۴۹

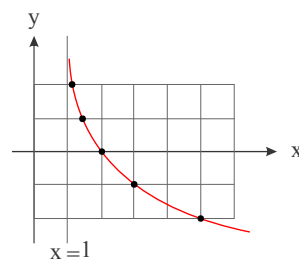
الف) $y = -2^x + 1$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	-3



ب) $y = -\log_7(x - 1) \quad x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$

x	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	3	5
y	2	1	0	-1	-2



۵۰

الف) $y = \log_3 x - 1$

پ) $y = 1 - 3^x$

ث) $y = 3^{(x-2)}$

ب) $y = 1 - \log_3 x$

ت) $y = \log_3(x - 1)$

ج) $y = 3^x + 1$