

نام و نام خانوادگی:

بسمه تعالی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۰

پایه و رشته تحصیلی:

اداره کل آموزش و پرورش استان اصفهان

نام درس: حسابان ۱

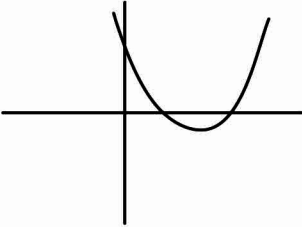
نام دبیر:

دبیرستان پسرانه سلامتیان

ساعت شروع:

ردی ف	سؤالات	بارم
۱	در یک دنباله ی حسابی قدر نسبت برابر ۲ و مجموع ۵۰ جمله ی نخست این دنباله ۵۰۰۰ می باشد. جمله ی بیستم این دنباله چند است؟	۱
۲	در یک دنباله ی هندسی $a_7 = 6$ و $a_7 = 192$ می باشد. مقدار S_7 را بیابید. مجموع ۵ جمله ی سوم این دنباله چقدر است؟	۱
۳	اگر α, β جواب های معادله ی $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشد، مقدار $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ را به دست آورید؟	۱
۴	اگر معادله ی $x^2 + (m-4)x + 2m + 4 = 0$ دو ریشه مثبت داشته باشد. حدود m را به دست آورید؟	۱
۵	تعداد جواب های معادله روبرو را به روش هندسی به دست آورید. سپس مقادیر دقیق جواب ها را به طریق جبری به دست آورید. $ x^2 - 2 = x - 2 $	۱/۵
۶	سرعت مینا در انجام کاری ۱/۵ برابر سرعت آنا است. اگر این دو این کار را با هم انجام دهند، در ۱۲ ساعت آن کار انجام می شود. آنا به تنهایی کار را در چند ساعت انجام می دهد؟	۱
۷	معادله ی روبرو را حل کنید. $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = 1$	۱

۵	نمودار توابع زیر را رسم کنید. و دامنه و برد هر یک را بنویسید. a) $y = x + 1 + x - 3$ b) $y = x - 2 - 3$ c) $y = 1 - \sqrt{x + 1}$ d) $y = \frac{x + 2}{x + 1}$ e) $y = [3x + 1] \quad -1 \leq x \leq 1$	۸
۱	مساحت مربعی که یک رأس آن نقطه ی $A(2, 1)$ و یک ضلع آن روی خط $y = 2x + 1$ است، را به دست آورید.	۹
۱	خط های $mx + 3y - 6 = 0$ و $4x + ny - 8 = 0$ برهم عمودند و $m - n = 14$ می باشد. مقدار $m^2 - n^2$ چقدر است؟	۱۰
۱	در کدام رابطه y تابعی از x است و در کدام توابع y تابعی از x نمی باشد؟ a) $y = x^2 - 1$ b) $y^3 = x - 1$ c) $y^3 = x + 1$ d) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$	۱۱
۱	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 + 1}$ و $g(x) = x$ مساویند؟ چرا؟	۱۲
۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{5x + 7}{2x - 3}$ را بیابید.	۱۳
۱	حاصل هر یک از عبارات زیر را بنویسید. الف) $\left[-\sqrt{25}\right] =$ ب) $\left[\sqrt{19}\right] =$ ج) $[\pi - 4] =$ د) $\left[-1271/2\right] =$	۱۴
۱/۵	یک به یک بودن تابع زیر را بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 5 & x > 2 \end{cases}$	۱۵

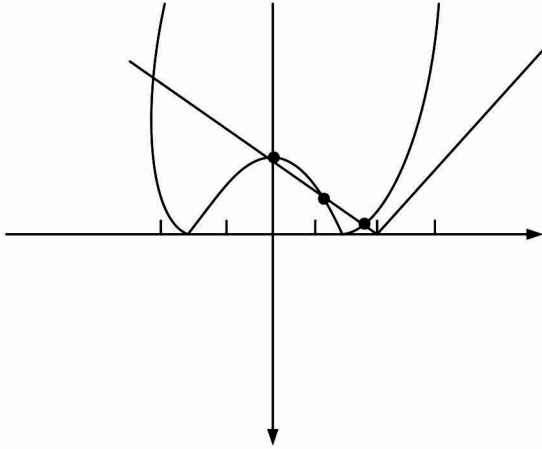
ردیف	پاسخنامه
۱	$d = ۲ \quad s_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$ $s_{۵۰} = ۵۰ \dots \quad ۵۰ \dots = \frac{۵۰}{۲}(۲a_۱ + ۴۹ \times ۲) \Rightarrow a_۱ = ۵۱$ $a_{۷۰} = a_۱ + (n-۱)d = ۵۱ + ۱۹ \times ۲ = ۸۹$
۲	$a_۷ = ۶$ $a_۷ = ۱۹۲$ $a_۷ q^{\Delta} = a_۷ \Rightarrow q^{\Delta} = \frac{۱۹۲}{۶} = ۳۲ \Rightarrow q = ۲$ $a_۱ = \frac{a_۷}{q} = \frac{۶}{۲} = ۳$ $s_{۱۰} = a_۱ \times \frac{q^{۱۰} - ۱}{q - ۱} = ۳ \times \frac{۲^{۱۰} - ۱}{۲ - ۱} = ۳۰۶۹$ $s_{۱۵} = a_۱ \times \frac{q^{۱۵} - ۱}{q - ۱} = ۳ \times \frac{۲^{۱۵} - ۱}{۲ - ۱} = ۳۲۷۳۷$ $s_{۱۵} - s_{۱۰} = ۳۲۷۳۷ - ۳۰۶۹ = ۲۹۶۶۸$
۳	$\frac{۱}{\alpha+۱} + \frac{۱}{\beta+۱} = \frac{\beta+۱+\alpha+۱}{(\alpha+۱)(\beta+۱)} = \frac{(\alpha+\beta)+۲}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+۱} = \frac{۲+۲}{-۴+۲+۱} = \frac{۴}{-۱} = -۴$ $\alpha\beta = -۴ \quad \alpha+\beta = ۲$
۴	 $\Delta > ۰$ $\left. \begin{array}{l} -\frac{b}{۲a} > ۰ \\ a > ۰ \\ c > ۰ \end{array} \right\} \Rightarrow b < ۰$ $m - ۴ < ۰ \Rightarrow m < ۴ \quad \boxed{۱}$ $۲m + ۴ > ۰ \Rightarrow m > -۲ \quad \boxed{۲}$ $(m-۴)^۲ - ۴(۲m+۴) > ۰ \Rightarrow m^۲ - ۸m + ۱۶ - ۸m - ۱۶ > ۰$ $m^۲ - ۱۶m > ۰$ $m(m-۱۶) > ۰$ $m < ۰ \text{ یا } m > ۱۶ \quad \boxed{۳}$ اشتراک $\boxed{-۲ < m < ۰} \leftarrow \boxed{۳}, \boxed{۲}, \boxed{۱}$

$$\begin{cases}
 x^2 - 2 = x - 2 & x \geq 2 \\
 x = 0 & x \neq 1 \\
 x^2 - 2 = -x + 2 & \sqrt{2} \leq x < 2 \\
 x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} & \rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\
 & \rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\
 -x^2 + 2 = -x + 2 & -\sqrt{2} \leq x < \sqrt{2} \\
 x = 0 & x = 1 \\
 |x^2 - 2| = |x - 2| & \\
 x < -\sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 2 = -x + 2 \Rightarrow & x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\
 & x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}
 \end{cases}$$

غ ق ق

غ ق ق

غ ق ق



$x = \text{زمان مینا}$

$1/\Delta x = \text{زمان آنا}$

$12 = \text{باهم}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{1/\Delta x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1/\Delta x + 1}{1/\Delta x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{2/\Delta x}{1/\Delta x} = \frac{1}{12}$$

$$1/\Delta x = 2/\Delta x \times 12$$

$$\underline{x = 20}$$

$$\underline{1/\Delta x = 30}$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2})^2 = 1^2$$

$$x+1 + x-2 - 2\sqrt{(x+1)(x-2)} = 1 \Rightarrow 2x-2 = 2\sqrt{(x+1)(x-2)} \Rightarrow (x-1)^2 = (\sqrt{(x+1)(x-2)})^2$$

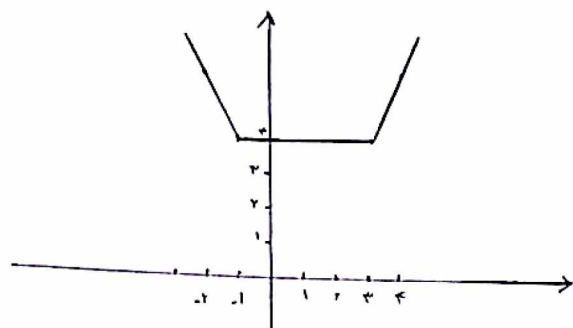
$$x^2 - 2x + 1 = x^2 - x - 2$$

$$-2x + 1 = -x - 2$$

$$\underline{x = 3}$$

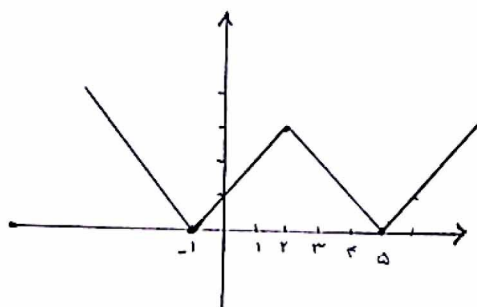
$$a) y = |x+1| + |x-3|$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = [2, +\infty)$$



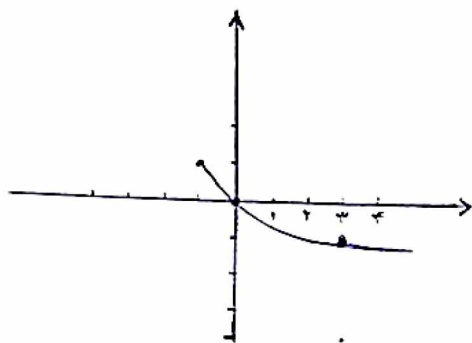
$$b) y = ||x-2|-3|$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = [0, +\infty)$$



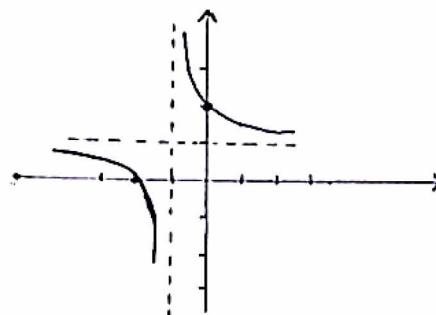
$$c) y = 1 - \sqrt{x+1}$$

$$D_f = [-1, +\infty) \quad R_f = (-\infty, 1]$$



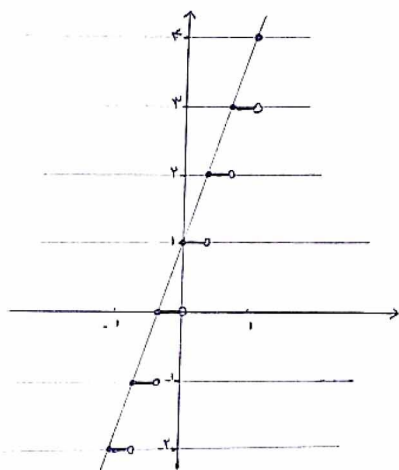
$$d) y = \frac{x+2}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \quad R_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$



$$e) y = [3x+1]$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad R_f = \mathbb{R}$$



$$3x - y + 1 = 0 \quad AH = \frac{|3(2) - (1) + 1|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

$$S = \left(\frac{4}{\sqrt{10}}\right)^2 = \frac{16}{10}$$

$$A(2, 1)$$

$m_1 = -\frac{m}{3} \quad m_2 = -\frac{4}{n} \Rightarrow -\frac{m}{3} \times \frac{4}{n} = -1 \Rightarrow \frac{4}{3} \left(\frac{m}{n}\right) = -1 \Rightarrow \frac{m}{n} = -\frac{3}{4}$ $m = -\frac{3}{4}n$ $m - n = -\frac{3}{4}n - n = 14 \Rightarrow -\frac{7}{4}n = 14 \Rightarrow \underline{n = -8} \Rightarrow \underline{m = 6}$ $m^2 - n^2 = 6^2 - (-8)^2 = 36 - 64 = -28$	۱۰
(a) تابع نیست $y = \pm(x^2 - 1)$ (b) تابع هست $y = \sqrt[3]{ x - 1 }$ (c) تابع نیست $y^2 = \pm(x + 1)$ (d) تابع هست $\frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x - y)^2 = 0$ $x - y = 0 \Rightarrow y = x$	۱۱
$D_f = D_g = \emptyset$ $f(x) = \frac{x(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)} = x \quad f(x) = g(x)$	۱۲
$f(x) = \frac{\Delta x + 7}{2x - 3} \Rightarrow y = \frac{\Delta x + 7}{2x - 3} \Rightarrow y(2x - 3) = \Delta x + 7 \Rightarrow 2xy - 3y - \Delta x - 7 = 0$ $\Rightarrow x(2y - \Delta) = 3y + 7 \Rightarrow x = \frac{3y + 7}{2y - \Delta} \quad f^{-1}(x) = \frac{3x + 7}{2x - \Delta}$	۱۳
$[-\sqrt[3]{25}] = -3 \quad [\sqrt{19}] = 4 \quad [\pi - 4] = -1 \quad [-1271/2] = -1272$	۱۴
۱۵ تابع یک به یک است. ۱- بررسی می کنیم تابع در هر ضابطه یک به یک باشد: (تابع خطی با شیب غیرصفر یک به یک است) $y = 2x - 4$ (سهمی در بازه $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ یک به یک اند.) $x_h = -\frac{b}{2a} = 2$ پس این سهمی در بازه ی $[2 + \infty)$ یک به یک است. ۲- اشتراک بردها باید تهی باشد. $x \leq 2 \Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow 2x - 4 \leq 0 \quad R_{f_1} = (-\infty, 0]$ $x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1 \Rightarrow (x - 2)^2 \geq 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + 1 \geq 1 \quad R_{f_2} = [1 + \infty)$ $R_{f_1} \cap R_{f_2} = \emptyset$	



riazipurzaki.com



[navid6purzaki](https://www.instagram.com/navid6purzaki)



[@riazi_purzaki](https://www.telegram.me/riazi_purzaki)



[navid6purzaki](https://www.youtube.com/navid6purzaki)