

مرکز آزمون مجمع علامه طباطبائی	 مجمع فرهنگی، آموزشی علامه طباطبائی	آموزش و پرورش شهر تهران		دبیرستان های دوره دوم مجتمع علامه طباطبائی	
		نام و نام خانوادگی دانش آموز:		امتحانات نوبت اول	امتحان درس: حسابان ۱
		پایه: یازدهم	رشته: ریاضی	زمان آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: شنبه ۲ دی ۱۴۰۲
		تعداد صفحات: ۴ صفحه	شماره کلاس:	سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳	

بخش اول - جملات صحیح را با "ص" و جملات غلط را با "غ" مشخص نمایید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

۵/۰ نمره	۱- وارون هر تابع خطی به صورت $y = ax + b$ ($a \neq 0$)، یک تابع خطی است. (ص) (صفحه ۷۰) ۲- دامنه ی هر تابع، زیرمجموعه ی هم دامنه است. (غ) (صفحه ۳۹)
----------	--

بخش دوم - جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

۵/۰ نمره	۳- اگر $f(x) = -\frac{1}{3}x + 5$ باشد، حاصل $f^{-1}(2)$ برابر است. ۴- بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 - 4x + 1$، برابر است. پاسخ: الف) (صفحه ۵۹) $f^{-1}(2) = 9 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow -\frac{1}{3}x + 5 = 2 \Rightarrow -\frac{1}{3}x = -3 \Rightarrow x = 9$ ب) (صفحه ۱۱) $y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{16+4}{-4} = 5$
----------	--

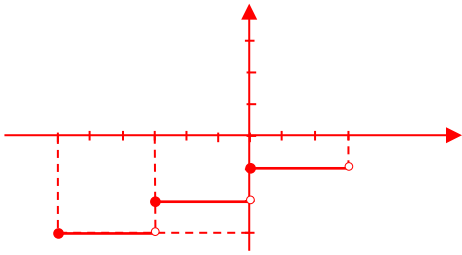
بخش سوم - به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.

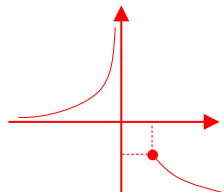
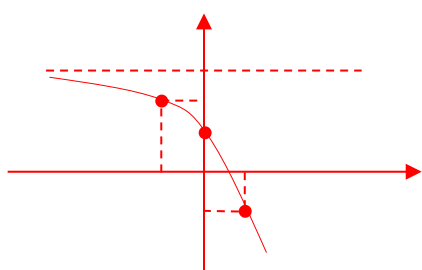
۱ نمره	۵- در دنباله ی حسابی $5, 8, 11, \dots$ حداقل چند جمله اول را جمع کنیم تا حاصل از ۴۹۳ بیشتر شود؟ پاسخ: (صفحه ۶) $n = 18 \Rightarrow 493 < \frac{n}{2}(3n + 7) \Rightarrow \frac{n}{2}[10 + (n-1) \times 3] > 493 \Rightarrow \frac{n}{2} > 493 \Rightarrow n > 986 \Rightarrow n = 987$
--------	--

۱ نمره	۶- در یک دنباله ی هندسی مجموع شش جمله اول ۹ برابر مجموع سه جمله اول است. جمله هشتم چند برابر جمله چهارم است؟ پاسخ: (صفحه ۵) $\frac{S_6}{S_3} = 1 + q^3 \Rightarrow 9 = 1 + q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$ $\frac{a_8}{a_4} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q^3} = q^4 = 2^4 = 16$
--------	--

۱ نمره	۷- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن از دو برابر ریشه های معادله $x^2 - 3x + 5 = 0$، سه واحد بیشتر باشد. پاسخ: (صفحه ۹) $\begin{cases} S = \alpha + \beta = 3 \\ P = \alpha \cdot \beta = 5 \end{cases} \xrightarrow[\beta \rightarrow 2\beta+3]{\alpha \rightarrow 2\alpha+3} \begin{cases} S = (2\alpha+3) + (2\beta+3) = 2S+6 = 6+6 = 12 \\ P = (2\alpha+3)(2\beta+3) = 4P+6S+9 = 20+18+9 = 47 \end{cases}$ $x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 47 = 0$
--------	---

انمره	۸- معادله سهمی را بنویسید که رأس آن در $x = 2$ بر محور طولها مماس بوده و محور عرضها را در $y = -2$ قطع کرده باشد. پاسخ: (صفحه ۹) $S(2,0) \Rightarrow y = a(x - x_s)^2 + y_s \Rightarrow y = a(x - 2)^2 \rightarrow (0, -2) \Rightarrow -2 = a(0 - 2)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$
۱/۵ انمره	۹- معادلات زیر را حل کنید. الف) $\sqrt{x+2} + 4 = x$ ب) $(\frac{x^2}{3} - 2)^2 - 7(\frac{x^2}{3} - 2) + 6 = 0$ پاسخ: (صفحه ۲۲ و ۱۵) الف) $\sqrt{x+2} = x - 4 \Rightarrow x + 2 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$ $\Rightarrow (x - 2)(x - 7) = 0 \Rightarrow x = 2$ و $x = 7$ ق ق ب) $\frac{x^2}{3} - 2 = t \Rightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow (t - 1)(t - 6) = 0$ $\begin{cases} t = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ t = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 8 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = \pm \sqrt{24} \end{cases}$
۱/۵ انمره	۱۰- معادله $x - 1 = 2$ را به روش جبری و روش هندسی حل کنید. پاسخ: (صفحه ۲۸) $x - 1 = 2 \Rightarrow x - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1 \quad \times \\ x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$ $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2 \end{cases}$ $\frac{x}{y} \begin{array}{c cccc} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$
۱/۵ انمره	۱۱- اگر $A(1, 3)$ و $B(-1, 2)$ و $C(5, -5)$ سه رأس مثلث ABC باشند: الف) نوع مثلث را مشخص کنید. ب) معادله عمودمنصف ضلع AC را بنویسید. پاسخ: الف) $AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5}$ $AC = \sqrt{(5-1)^2 + (-5-3)^2} = 4\sqrt{5}$ $BC = \sqrt{(5+1)^2 + (-5-2)^2} = \sqrt{85}$ مثلث قائم الزاویه $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ب) $M_{AC} = (\frac{5+1}{2}, \frac{-5+3}{2}) \Rightarrow M_{AC} = (3, -1) \rightarrow m_{AC} = \frac{-5-3}{5-1} = -2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$ عمود $\rightarrow y + 1 = \frac{1}{2}(x - 3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

انمره ۱	۱۲- دو خط $3x + 2y = 1$ و $2x - 3y = 2$، معادله‌های دو ضلع یک مستطیل‌اند و نقطه $A(2, 5)$ یک رأس مستطیل است. مساحت مستطیل را به دست آورید. پاسخ: $\left. \begin{array}{l} A(2, 5) \quad 3x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow \frac{ 6 + 10 - 1 }{\sqrt{9 + 4}} = \frac{15}{\sqrt{13}} \quad \text{طول} \\ A(2, 5) \rightarrow 2x - 3y - 2 = 0 \Rightarrow \frac{ 4 - 15 - 2 }{\sqrt{4 + 9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} \quad \text{عرض} \end{array} \right\} \text{مستطیل} \rightarrow S = \frac{15}{\sqrt{13}} \times \frac{13}{\sqrt{13}} = 15$
انمره ۱/۵	۱۳- الف) آیا معادله $x - y^2 = 4$ تابعی از x است؟ چرا؟ ب) آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ و $g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x - 4}$ مساوی هستند؟ چرا؟ پاسخ: الف) تابع نیست $x - y^2 = 4 \xrightarrow{x=5} y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$ ب) $\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \Rightarrow x^2 - 4x \geq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cup [4, +\infty) \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x - 4} \Rightarrow x \geq 0, x - 4 \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \cap [4, +\infty) \Rightarrow D_g = [4, +\infty) \end{array} \right.$ دو تابع مساوی نیستند زیرا $D_f \neq D_g$.
انمره ۱	۱۴- نمودار تابع $y = [\frac{1}{3}x - 1]$ را در بازه $[-6, 3]$، رسم کنید. پاسخ: $y = [\frac{1}{3}x - 1] \quad [-6, 3]$ $-6 \leq x < -3 \Rightarrow y = -3$ $-3 \leq x < 0 \Rightarrow y = -2$ $0 \leq x < 3 \Rightarrow y = -1$ 
انمره ۱/۵	۱۵- وارون‌پذیری تابع $y = 3 + \sqrt[3]{2x - 1}$ را بررسی کرده و در صورت امکان وارون آن را به دست آورید. پاسخ: $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 3 + \sqrt[3]{2x_1 - 1} = 3 + \sqrt[3]{2x_2 - 1} \Rightarrow 2x_1 - 1 = 2x_2 - 1 \Rightarrow x_1 = x_2$ تابع یک‌به‌یک و وارون‌پذیر است. $x = 3 + \sqrt[3]{2y - 1} \Rightarrow (x - 3)^3 = 2y - 1 \Rightarrow \frac{(x - 3)^3 + 1}{2} = y = f^{-1}(x)$
انمره ۱	۱۶- اگر $f = \{(2, 3), (-5, 0), (4, 2)\}$ و $g = \{(2, -1), (0, 6), (4, 4)\}$ باشند، حاصل $(f + g^{-1}) \times (f \circ g)$ را به دست آورید. پاسخ: $f \circ g = \{(4, 2)\}$, $f + g^{-1} = \{(4, 6)\} \Rightarrow (f + g^{-1}) \times (f \circ g) = \{(4, 12)\}$

انمره ۱	۱۷- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & x \geq 1 \\ -\frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را به دست آورید. پاسخ: $D_f = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$ $R_f = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$ 								
انمره ۱/۵	۱۸- اگر $f(x) = \frac{1}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{4-x^2}$ باشند، دامنه و ضابطه fog را به دست آورید. $(fog)(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}-2} \quad D_f = \mathbb{R} - \{2\} \quad D_g = [-2, 2]$ $D_{fog} = \left\{ x \in [-2, 2] \mid \sqrt{4-x^2} \in \mathbb{R} - \{2\} \right\} \rightarrow \sqrt{4-x^2} \neq 2 \Rightarrow 4-x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 0$ $D_{fog} = [-2, 2] \cap \mathbb{R} - \{0\} = [-2, 2] - \{0\}$								
انمره ۱	۱۹- نامعادله توانی $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$ را حل کنید. پاسخ: $4^{2x-1} > 2^{-10} \Rightarrow 2^{4x-2} > 2^{-10} \Rightarrow 4x-2 > -10 \Rightarrow 4x > -8 \Rightarrow x > -2$								
انمره ۱	۲۰- نمودار تابع $y = 2 - 3^x$ را رسم کرده دامنه و برد آن را به دست آورید. پاسخ: $y = 2 - 3^x$ $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, 2)$ <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>$\frac{5}{3}$</td><td>1</td><td>-1</td></tr></table> 	x	-1	0	1	y	$\frac{5}{3}$	1	-1
x	-1	0	1						
y	$\frac{5}{3}$	1	-1						
۲۰ نمره	مجموع نمرات								

