



riazipurzaki.com



[navid6purzaki](https://www.instagram.com/navid6purzaki)



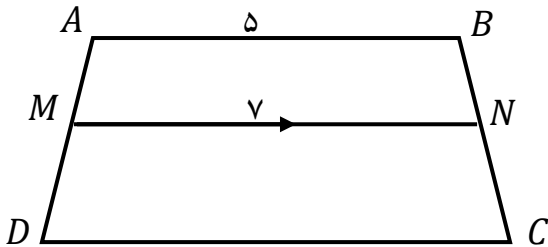
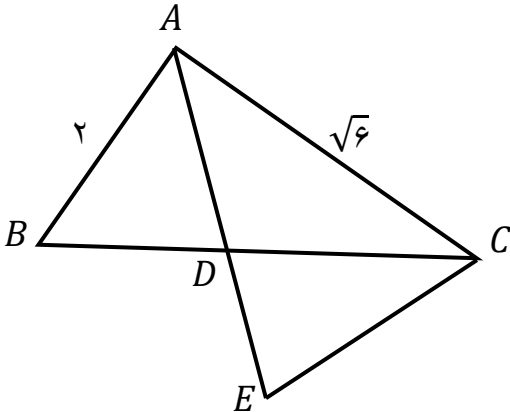
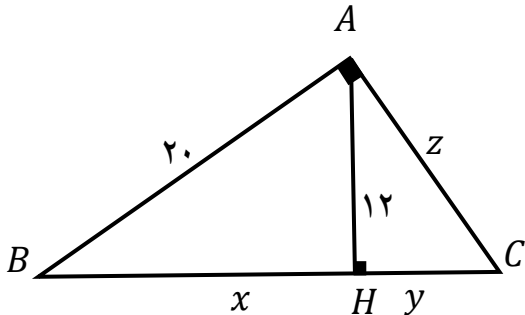
[@riazi_purzaki](https://www.telegram.me/riazi_purzaki)



[navid6purzaki](https://www.youtube.com/navid6purzaki)

نام:		وزارت آموزش و پرورش		آزمون هماهنگ ترم اول درس: ریاضی ۲	
نام خانوادگی:		سازمان ملی پرورش استعدادهای درخشان		پایه: یازدهم رشته: تجربی	
شماره صندلی:		اداره استعدادهای درخشان استان لرستان		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲	
کلاس:		** هر نیاز کشور، یک سمپادی آماده اثرگذاری **		زمان پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه	
ردیف:		استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.		امتحان در ۳ صفحه و به تعداد ۱۶ سوال می باشد.	

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) اگر α و β محل برخورد تابع $f(x) = 2x^2 + kx - k$ با محور x باشند و $\alpha + \beta = 3 - \alpha\beta$ آنگاه $k = 3$. ب) صفرهای هر تابع همان محل برخورد نمودار تابع با محور y ها است. ج) مجموعه تمام نقاطی که از یک خط به فاصله ۲ سانتیمتر هستند خطی است موازی و به فاصله ۲ سانتیمتر از آن خط. د) دو تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{1+x} \sqrt{1-x}$ با هم مساوی هستند.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) در مثلث با رأس های $A(2, 7)$ ، $B(4, -6)$ و $C(-2, 8)$ معادله میانه وارد بر ضلع BC برابر است با..... ب) نتیجه گیری بر اساس واقعیت هایی که درستی آنها را پذیرفته ایم، استدلال نامیده می شود. ج) معادله درجه دومی که ریشه هایش $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ است به صورت می باشد. د) محل برخورد عمود منصف های هر مثلث مرکز دایره ای است که از مثلث می گذرد.	۱
۳	دو نقطه روی خط $x + y = 2$ قرار دارند که فاصله آنها از خط $y = \frac{1}{3}x - 1$ برابر $\sqrt{10}$ است. فاصله این دو نقطه را بیابید.	۱/۵
۴	منحنی تابع $y = ax^2 - ax + 2a - 1$ فقط از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی گذرد، محدوده a را مشخص کنید.	۱
۵	به ازای کدام مقادیر m مجموع مجذورات ریشه های معادله $2x^2 - mx + m = 0$ برابر ۳ ست؟	۱
۶	معادله زیر را حل کنید. $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$	۱
۷	متحرکی مسیر ۱۵۰۰ متری را بدون توقف رفته و برگشته است. اگر اختلاف سرعت رفت و برگشت ۵ متر بر ثانیه و اختلاف زمان رفت و برگشت ۵۰ ثانیه باشد، مجموع زمان رفت و برگشت چند ثانیه است؟	۱

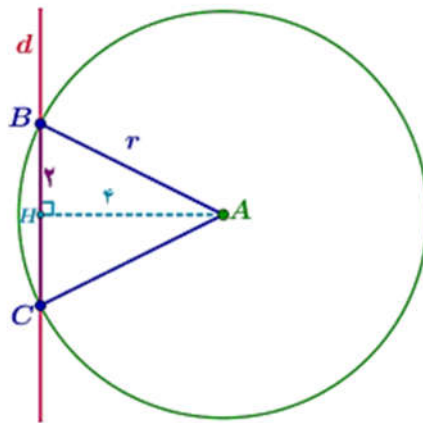
۸	نقطه A به فاصله ۴ سانتیمتر از خط d قرار دارد. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) را طوری رسم کنیم که مساحت آن ۸ سانتیمتر مربع باشد و دو رأس دیگر آن روی خط d باشد. روش رسم مثلث را توضیح دهید.	۱
۹	در ذوزنقه $ABCD$ پاره خط MN موازی قاعده‌ها رسم شده و $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ است. طول قاعده DC را بیابید. 	۱/۵
۱۰	در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE را به دست آورید. 	۱/۵
۱۱	در مثلث قائم‌الزاویه ABC اگر $AH = ۱۲$ در این صورت $x + y + z$ را به دست آورید. 	۱/۵
۱۲	اگر $f(x) = \frac{x + \frac{1}{x-1}}{x^2 + 4x - k}$ و $D_f = R - \{a, b\}$ می‌باشد، در این صورت مقدار $a + b + k^2$ را به دست آورید.	۱

۱/۵	۱۳ با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$، نمودار تابع $g(x) = 1 - 2\sqrt{x+1}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بیابید.	۱۳
۱/۵	۱۴ الف) با محدود کردن دامنه تابع $y = x^2 - 4x + 3$ این تابع را به تابعی یک به یک تبدیل کنید. ب) تابع خطی f مفروض است. اگر نمودار دو تابع f و f^{-1} محور x ها را در نقطه‌ای به طول <u>یک</u> قطع کنند، مقدار $f^{-1}(2)$ را بیابید.	۱۴
۱/۵	۱۵ الف) نمودار تابع $f(x) = x + [x]$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم کنید. ب) معادله زیر را حل کنید. $\left[x + \frac{1}{3}\right] + \left[x - \frac{2}{3}\right] = 3$	۱۵
۱/۵	۱۶ در شکل زیر نمودار دو تابع f و g رسم شده است. ضابطه <u>حاصل جمع</u> این دو تابع را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.	۱۶
۲۰	موفق باشید.	جمع

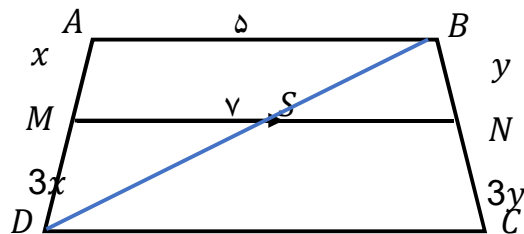
نام:		وزارت آموزش و پرورش		پاسخ نامه آزمون هماهنگ نوبت اول	
نام خانوادگی:		سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان		درس: ریاضی ۲	
شماره صندلی:		اداره استعدادهای درخشان استان لرستان		پایه: یازدهم	
کلاس:		هر نیاز کشور، یک سمپادی آماده اثرگذاری **		رشته: تجربی	
ردیف:				تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۲	
پاسخ نامه در ۵ صفحه و به تعداد ۱۶ سوال می باشد.		استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.		زمان پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه	

ردی ف	سوالات	بار م
۱	الف) نادرست ب) نادرست ج) نادرست د) درست	۱
۲	الف) $y = 6x - 5$ ب) استنتاجی ج) $x^2 - 3x + 1 = 0$ د) سه رأس	۱
۳	دو نقطه روی خط $y = 2 - x$ قرار دارند، پس می توانیم مختصات آن ها را به صورت $\begin{cases} \alpha \\ 2 - \alpha \end{cases}$ نشان دهیم. فاصله نقطه $A \begin{cases} \alpha \\ 2 - \alpha \end{cases}$ از خط $x - 3y - 3 = 0$ به صورت زیر است: $\frac{ \alpha - 6 + 3\alpha - 3 }{\sqrt{1 + 9}} = \sqrt{10} \Rightarrow 4\alpha - 9 = 10$ $\Rightarrow 4\alpha - 9 = \pm 10 \Rightarrow \alpha = \frac{19}{4}, \alpha = \frac{-1}{4}$ پس مختصات این نقاط $\begin{cases} \frac{-1}{4} \\ \frac{9}{4} \end{cases}$ و $\begin{cases} \frac{19}{4} \\ \frac{-11}{4} \end{cases}$ هستند و فاصله آن ها برابر است با: $\sqrt{\left(\frac{19}{4} + \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{-11}{4} - \frac{9}{4}\right)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$	۱/۵
۴	برای آنکه تابع $y = ax^2 + bx + c$ فقط از ناحیه سوم عبور نکند باید $a > 0$، $\Delta > 0$، $S > 0$ و $P \geq 0$ باشد. $a > 0 \rightarrow a > 0$ $\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow a^2 - 4a(2a - 1) > 0 \rightarrow a^2 - 8a^2 + 4a > 0$ $\rightarrow -7a^2 + 4a > 0 \rightarrow a(-7a + 4) > 0 \rightarrow 0 < a < \frac{4}{7}$ $S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow \frac{a}{a} > 0 \rightarrow 1 > 0$ برقرار است. $P \geq 0 \rightarrow \frac{c}{a} \geq 0 \rightarrow \frac{2a - 1}{a} \geq 0 \rightarrow 2a - 1 \geq 0 \rightarrow a \geq \frac{1}{2}$ از اشتراک جواب های به دست آمده به جواب $\frac{1}{2} \leq a < \frac{4}{7}$ می رسیم.	۱

۵	۱ اگر α و β ریشه‌های معادله داده شده باشند $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{m}{2}$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{m}{2}$ است. فرض $\alpha^2 + \beta^2 = 3 \rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3 \rightarrow \frac{m^2}{4} - m = 3 \rightarrow m^2 - 4m = 12 \rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0$ $\rightarrow (m - 6)(m + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 6 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 - 6x + 6 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \text{ غیر قابل قبول} \\ m = -2 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 + 2x - 2 = 0 \rightarrow \Delta > 0 \text{ قابل قبول} \end{cases}$
۶	۱ $\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (1 + \sqrt{2x-5})^2 \Rightarrow x+1 = 1 + 2\sqrt{2x-5} + 2x-5$ $5-x = 2\sqrt{2x-5} \Rightarrow 25 - 10x + x^2 = 8x - 20 \Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-15) = 0$ $x=3, x=15 \times$
۷	۱ اگر سرعت رفت v و سرعت برگشت $5-v$ باشد، آنگاه داریم: $t = \frac{x}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رفت}} = \frac{1500}{v} \\ t_{\text{برگشت}} = \frac{1500}{v-5} \end{cases} \xrightarrow{t_{\text{رفت}} > t_{\text{برگشت}}} \frac{1500}{v-5} - \frac{1500}{v} = 50 \Rightarrow \frac{1500(v-v+5)}{v^2-5v} = 50 \Rightarrow 30(5) = v^2 - 5v$ $\Rightarrow v^2 - 5v - 150 = 0 \Rightarrow (v-15)(v+10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v = 15 \checkmark \\ v = -10 \text{ غلط} \end{cases}$ بنابراین سرعت رفت برابر ۱۵ و سرعت برگشت برابر ۱۰ می‌باشد و داریم: $t_{\text{رفت}} = \frac{1500}{15} = 100$ $t_{\text{برگشت}} = \frac{1500}{10} = 150$ ثانیه ۲۵۰ = مجموع زمان رفت و برگشت
۸	۱ پ) چون فاصله عمودی نقطه A از خط d برابر ۴ است و این فاصله همان ارتفاع مثلث است، اگر بخواهیم مساحت این مثلث ۸ سانتی متر مربع باشد باید قاعده آن ۴ سانتی متر باشد یعنی فاصله دو نقطه B و C روی خط d برابر ۴ باشد. در نتیجه طبق قضیه فیثاغورث داریم: $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \Rightarrow r^2 = (4)^2 + (2)^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{20}$ بنابراین اگر دایره ای به شعاع $\sqrt{20}$ بنزیم و محل برخورد این دایره با خط d همان نقاط دیگر رأس های مثلث است زیرا: $AC = AB = \sqrt{20}$ این همان مثلثی است که مساحت آن ۸ می شود. $S_{ABC} = \frac{1}{2}(4)(4) = 8$



۱/۵

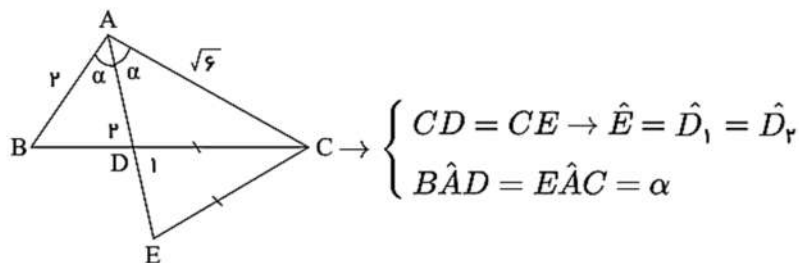


$$\frac{3x}{4x} = \frac{MS}{5} \Rightarrow MS = \frac{15}{4} \Rightarrow SN = 7 - \frac{15}{4} = \frac{13}{4}$$

$$\frac{y}{4y} = \frac{\frac{13}{4}}{DC} \Rightarrow DC = 13$$

۹

۱/۵



$$\left\{ \begin{array}{l} CD = CE \rightarrow \hat{E} = \hat{D}_1 = \hat{D}_r \\ \hat{BAD} = \hat{EAC} = \alpha \end{array} \right.$$

بنابراین دو مثلث ABD و ACE در حالت دو زاویه مساوی با هم متشابه هستند و می‌دانیم که نسبت مثلث‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACE}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۰

۱/۵

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 144 = xy(*)$$

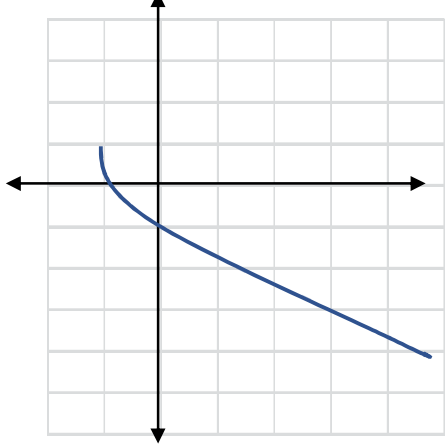
$$\triangle ABH \text{ قضیه فیثاغورس در } x^2 + 144 = 400 \Rightarrow x^2 = 256 \Rightarrow \boxed{x = 16}$$

$$144 = xy \xrightarrow{x=16} \boxed{y = 9}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow z^2 = y(x + y) = xy + y^2$$

$$= 144 + 81 = 225 \Rightarrow \boxed{z = 15} \Rightarrow x + y + z = 16 + 9 + 15 = 40$$

۱۱

۱	۱۲ ابتدا توجه کنید که $x = 1$ در دامنه تابع f قرار ندارد. پس $a = 1$ است. از طرف دیگر Δ در چندجمله‌ای $x^2 + 4x - k^2$ مقداری مثبت است. $\Delta = 16 + 4k^2 > 0$ پس این چندجمله‌ای دو ریشه دارد که در دامنه تابع f قرار ندارند. چون فقط دو عدد در دامنه این تابع قرار ندارند، پس حتماً یکی ریشه‌های $x^2 + 4x - k^2$ عدد ۱ است. بنابراین: $1 + 4 - k^2 = 0 \Rightarrow k^2 = 5$ $x^2 + 4x - k^2 = x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } -5$ پس $b = -5$ هم در دامنه تابع f قرار ندارد. بنابراین داریم: $a + b + k^2 = 1 - 5 + 5 = 1$	۱۲
۱/۵	۱۳ $D = [-1, +\infty) R = (-\infty, 1]$ 	۱۳
۱/۵	۱۴ (الف) $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow x \leq 2 \text{ or } x \geq 2$ (ب) تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم و داریم: $(1, 0) \in f \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow a(1) + b = 0 \rightarrow a + b = 0$ $(1, 0) \in f^{-1} \rightarrow (0, 1) \in f \rightarrow f(0) = 1 \rightarrow a(0) + b = 1 \rightarrow b = 1$ $\rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \rightarrow a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = -x + 1 \rightarrow y = -x + 1$ $\rightarrow x = -y + 1 \rightarrow f^{-1}(x) = -x + 1 \xrightarrow{x=2} f^{-1}(2) = -2 + 1 = -1$	۱۴

تو خالی	توپر
$-1 \leq x < 0 \Rightarrow x = -x$ $\Rightarrow y = x + [x] = x + (-1)$ $\Rightarrow y = -x - 1$	$\begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$
$0 \leq x < 1 \Rightarrow x = x$ $\Rightarrow y = x + [x] = x + 0$ $\Rightarrow y = x$	$\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$

با توجه به بازه‌ها $|x|$ هم قابل تعیین است.

(الف)

(ب)

$$\left[x + \frac{1}{3} \right] + \left[x - \frac{2}{3} \right] = 3 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{3} \right] + \left[x + \frac{1}{3} - 1 \right] = 3$$

$$\Rightarrow 2 \left[x + \frac{1}{3} \right] = 4 \Rightarrow \left[x + \frac{1}{3} \right] = 2 \Rightarrow$$

$$2 \leq x + \frac{1}{3} < 3 \Rightarrow \frac{5}{3} \leq x < \frac{8}{3}$$

$$f(x) = \begin{cases} 4 & 0 \leq x < 2 \\ -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3} & 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 2 \\ \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} & 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow f + g = 5, 0 \leq x \leq 5$$

