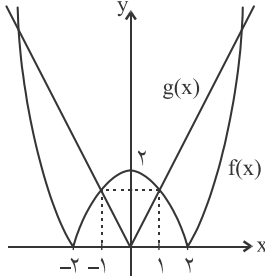
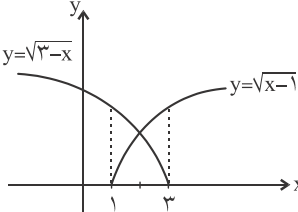
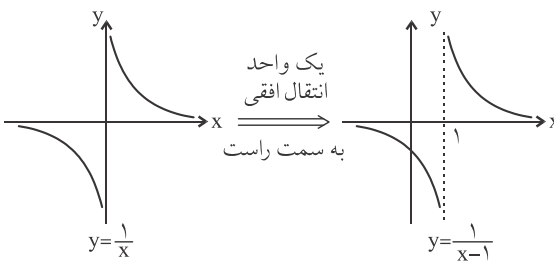
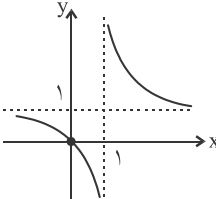


حسابان (۱)		آزمون تشریحی شماره (۱)	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه	مبتکران
رشته و پایه: یازدهم ریاضی				
ردیف	بارم			
۱.	۱	کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام نادرست هستند. برای آن استدلال بیان کنید. ۱. اگر در یک معادله درجه دوم همه ضرایب، عددهایی صحیح باشند، آن گاه جواب های معادله در صورت وجود نیز عددهای صحیح اند. ۲. در هر معادله درجه دوم اگر حداقل دو ضریب عددی مختلف العلامت باشند آن گاه معادله همواره جواب دارد. ۳. اگر $x = \alpha$ و $x = \beta$ طول های تلاقی نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ با محور x باشند آن گاه طول رأس سهمی $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$ است. ۴. هر خط راست نمودار تابع درجه دوم را حداکثر در دو نقطه قطع می کند.		
۲.	۲	جاهالی خالی را با کلمه یا کلمه های مناسب پر کنید تا یک گزاره درست پدید آید. ۱. مجموع n عدد متوالی با شروع از ۱ برابر است. ۲. اگر در یک دنباله حسابی مجموع n جمله اول برابر $S_n = 2n^2 + 3n$ باشد آن گاه a_n برابر است. ۳. معادله $x + \frac{1}{x} = a$ در صورتی همواره جواب دارد که ۴. معادله هر خط عمود بر خط $ax + by + c = 0$ خط است.		
۳.	۱/۵	مجموع ۲۰ جمله اول دنباله حسابی $\frac{1}{1+\sqrt{a}}, \frac{1}{1-a}, \frac{1}{1-\sqrt{a}}, \dots$ را پیدا کنید.		
۴.	۲	حداقل مقدار n را چنان پیدا کنید تا مجموع n جمله اول دنباله هندسی، $\dots, \frac{9}{4}, 3, 2$ از ۲۰ بزرگ تر باشد.		
۵.	۱/۵	اگر x_1 و x_2 جواب های معادله $x^2 - 4x - 1 = 0$ باشند، آن گاه حاصل $5x_1^2 + 3x_2^2$ را پیدا کنید. ($x_1 > x_2$)		
۶.	۱/۵	تمام جواب های معادله $x - 9 = x(\sqrt{x} - 3)$ را پیدا کنید.		
۷.	۱	اگر $A(-2, 4)$ یک رأس مربع و معادله یک قطر آن $4x - 3y + 10 = 0$ باشد، آن گاه مساحت مربع را پیدا کنید.		
۸.	۱	کدام یک از معادله های زیر می تواند معادله یک تابع باشد؟ ۱. $x^2 = y $ ۲. $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ x & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$ ($\mathbb{Q}$ مجموعه عددهای گویا است.) ۳. $x^3 + y^3 = 1$ ۴. $y^4 + \sqrt{x^2 - x^4} = 0$		
۹.	۲	روی محور x ها فاصله نقطه به طول $3x$ از نقطه به طول ۲ مساوی دو برابر فاصله نقطه به طول x از نقطه به طول ۵- است. اگر $x > 0$ و $A(\frac{x}{3}, \frac{x}{3})$ و $B(\frac{x}{3}, \frac{x}{3})$ معادله عمودمنصف AB را بنویسید.		
۱۰.	۲/۵	نمودارهای $f(x) = x^2 - 4 $ و $g(x) = x - 1 + x + 1 $ را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کرده و سپس تعداد جواب های معادله $f(x) = g(x)$ را تعیین کنید.		
۱۱.	۱/۵	نمودارهای $f(x) = \sqrt{3 - x}$ و $g(x) = \sqrt{x - 1}$ را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید سپس دامنه تابع $h(x) = \sqrt{x - 1} + \sqrt{3 - x}$ را پیدا کنید.		
۱۲.	۱/۵	نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x - 1}$ را به کمک تابع $y = \frac{1}{x}$ رسم کنید.		
جمع	۲۰	«موفق و سربلند باشید»		

پاسخنامه	حسابان (۱)	
	آزمون تشریحی شماره (۱)	رشته و پایه: یازدهم ریاضی
ردیف		
۱.	(۱) نادرست است. $x^2 - x - 1 = 0$ را در نظر بگیرید $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (۲) نادرست است. مثال نقض $x^2 - x + 1 = 0$ (۳) درست است. طول رأس سهمی $-\frac{b}{2a}$ است که در $y = 0$، $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ پس درست است. (۴) درست است. از تقاطع $y = mx + n$ و $y = ax^2 + bx + c$ یک معادله درجه دوم حاصل می‌شود که حداکثر دو جواب دارد.	
۲.	(۱) $\frac{n(n+1)}{2}$ است، $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ از فرمول مجموع دنباله حسابی استفاده می‌کنیم. (۲) $a_n = S_n - S_{n-1} = 2n^2 + 3n - (2(n-1)^2 + 3(n-1)) = 2n^2 + 3n - (2n^2 - 4n + 2 + 3n - 3) = 4n + 1$ زیرا، (۳) $a \geq 2$ (۴) $ay - bx + d = 0$ شیب‌ها عکس و قرینه‌اند.	
۳.	$\frac{1}{1+\sqrt{a}} = \frac{1-\sqrt{a}}{1-a}$، $\frac{1}{1-\sqrt{a}} = \frac{1+\sqrt{a}}{1-a} \Rightarrow d = \frac{\sqrt{a}}{1-a}$ (۰/۷۵) $S_{20} = \frac{20}{2} \left[2 \left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a} \right) + (20-1) \left(\frac{\sqrt{a}}{1-a} \right) \right] = \frac{10(2+17\sqrt{a})}{1-a}$ (۰/۷۵)	
۴.	$a = 2$ و $q = \frac{3}{2}$ پس $S_n = 2 \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1}{\frac{3}{2} - 1}$ در نتیجه $S_n = 4 \left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 \right)$ (۱) پس باید $4 \left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 \right) > 20 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 > 5 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^n > 6$ (۰/۵) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} < 6$، $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} < 6$، $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} \approx 5/6 < 6$ اما $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32} \approx 7/6 > 6$ پس حداقل n برابر ۵ است. $n \geq 5$ (۰/۵)	
۵.	روش اول: محاسبه ریشه‌ها و جای‌گذاری مستقیم است. محاسبه ریشه‌ها ۵/۵ نمره و بقیه ۱ نمره. روش دوم: $P = -1$، $S = 4$ $5x_1^2 + 3x_2^2 = 4(x_1^2 + x_2^2) + (x_1^2 - x_2^2) = 4((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2) + (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$ $= 4(S^2 - 2P) + S\sqrt{\Delta} = 4(16 + 2) + 4\sqrt{16 + 4} = 4 \times 18 + 4\sqrt{20}$	
۶.	روش اول: $(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3) = x(\sqrt{x} - 3) = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3 - x) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 3$ یا $\sqrt{x} + 3 - x = 0 \Rightarrow x = 9$ یا $\sqrt{x} = x - 3$ $\Rightarrow x = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 7x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{2}$ (۱) اما از $\sqrt{x} = x - 3$ داریم $x \geq 3$ پس فقط $x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$ قابل قبول است $\frac{7 - \sqrt{13}}{2} < 3$ فقط $x = 9$ و $x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$ جواب هستند. روش دوم: $x\sqrt{x} - 4x + 9 = 0$ فرض کنیم $\sqrt{x} = t$ $t^3 - 4t^2 + 9 = 0 \Rightarrow t^3 - 3t^2 - t^2 + 9 = 0 \Rightarrow t^2(t - 3) - (t - 3)(t + 3) = 0 \Rightarrow (t - 3)(t^2 - t - 3) = 0$ یک جواب $t = 3$ است که از آن $x = 9$، از معادله دوم داریم؛ $t = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$، $t > 0 \Rightarrow t = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 + 13 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$	

ردیف	حسابان (۱)		پاسخنامه	آزمون تشریحی شماره (۱)
	رشته و پایه: یازدهم ریاضی			
				مبتکران
۷.	فاصله A از یک قطر که شامل A نباشد برابر نصف اندازه قطر است. اگر اندازه قطر d باشد پس، $\frac{d}{2} = \frac{ 4(-2) - 3(4) + 10 }{\sqrt{16+9}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow d = 4 \text{ (۰/۵)}$ در مربع $d = a\sqrt{2} \Rightarrow d^2 = 2a^2 = 2S \Rightarrow 2S = 16 \Rightarrow S = 8 \text{ (۰/۵)}$			
۸.	(۱) تابع نمی‌باشد $x = 1$ آن گاه $y = \pm 1$ تابع است. (۲) تابع است. (۳) تابع است $y = \sqrt[3]{1-x^3}$ (۴) تابع است فقط $y = 0$ و $x^2 - x^4 = 0$ امکان دارد $x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x = 0$ یا $x = \pm 1$ $f = \{(0,0), (1,0), (-1,0)\}$			
۹.	$ 3x-2 = 2 x-(-5) \Rightarrow 3x-2 = 2 x+5 \Rightarrow 3x-2 = \pm 2(x+5) \Rightarrow x = 12$ یا $x = -\frac{8}{5}, x > 0 \text{ (۰/۷۵)}$ $\Rightarrow x = 12 \Rightarrow A(6,4), B(4,6) \text{ (۰/۲۵)}$ نقطه وسط AB است و $M(5,5)$ $m_{AB} = \frac{6-4}{4-6} = -1$ پس شیب عمودمنصف $m = 1$ است در نتیجه $y-5 = -(x-5)$ یا $y = -x + 10$ معادله عمودمنصف AB است. (۱)			
۱۰.	 برای رسم $f(x)$ ابتدا نمودار $y = x^2 - 4$ را رسم کرده و سپس قرینه آن قسمت را که زیر محور x است نسبت به محور x پیدا می‌کنیم $f(x)$ رسم می‌شود. (۱) برای رسم $g(x)$ با تعیین چند نقطه آن یا تبدیل آن به تابع چند ضابطه‌ای رسم می‌شود. $g(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ -2x & x \leq -1 \end{cases} \quad (۱)$ مشاهده می‌کنیم که معادله $f(x) = g(x)$ دارای چهار جواب است. (۰/۵)			
۱۱.	 می‌توانیم به‌طور مستقیم یا به کمک $y = \sqrt{x}$ و انتقال نمودارهای این دو تابع را رسم کرد. $D_f = (-\infty, 3], D_g = [1, +\infty) \quad (۱)$ $D_h = D_f \cap D_g = [1, 3] \quad (۰/۵)$			
۱۲.	 یک واحد انتقال افقی به سمت راست (۰/۵)			
	$y = \frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1} \text{ (۰/۵)}$  اکنون کافی است $y = \frac{1}{x-1}$ را یک واحد به موازات محور y ها انتقال قائم به بالا دهیم. نمودار از مبدأ می‌گذرد. $f(0) = 0 \text{ (۰/۵)}$			

<https://eitaa.com/mobtekeran>