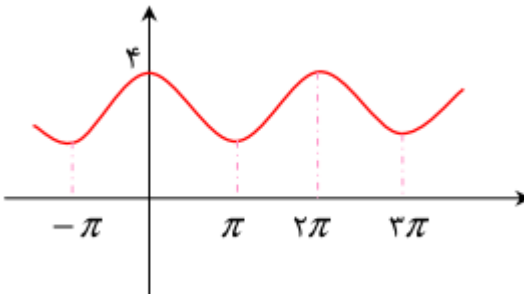


باسمه تعالی

آزمون هماهنگ پیش نوبت درس ریاضی ۳ دانش آموزان پایه‌ی دوازدهم استان خوزستان				
روز و تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۹/۱۱		ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	
رشته: علوم تجربی		درس: ریاضی ۳	نوبت برگزاری: صبح	
		تعداد سؤالات: ۱۵		
ردیف	سؤالات			نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ در دامنه خود اکیداً یکنوا است. ب) تابع تانژانت در هر بازه ای از دامنه اش، صعودی است.			۵/۵
۲	در جای خالی عبارت یا عدد مناسب قرار دهید. الف) دوره تناوب تابع $f(x) = -3\tan(\sqrt{2}\pi x) + 1$ عدد است. ب) حد چپ تابع $f(x) = \frac{[x]}{(x-1)^2}$ در نقطه ۱ برابر با است. پ) اگر باقی مانده تقسیم عبارت، $f(x) = -x^3 + mx + 2$ بر $(x+1)$ مساوی ۴ باشد، مقدار m برابر است.			۱/۵
۳	اگر $f = \{(1,2), (2,5), (0,3), (4,-1)\}$ و $g = \{(2,3), (-1,4), (4,1), (3,0)\}$ تابع $g \circ f^{-1}$ را بنویسید.			۱/۲۵
۴	نمودار تابع f به صورت مقابل است. الف) دامنه و برد تابع $g(x) = 2f(\frac{1}{3}x) - 1$ را بنویسید. ب) نقطه $(-3,0)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار دارد. مختصات نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $g(x)$ را بنویسید.			۱/۵
۵	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف بدست آورید. ب) ضابطه $f \circ g$ را بنویسید.			۱/۵
۶	وارون تابع $f(x) = x^3 + 4x + a$ ، از نقطه $(0,1)$ می گذرد، مقدار $f^{-1}(-5)$ را بیابید.			۱/۲۵
۷	تابع $f(x) = x-1 + x$ را رسم کنید سپس بازه های صعودی و نزولی را مشخص نمایید.			۱
۸	اگر $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$ ، $g(x) = \frac{x^3-1}{2}$ باشد، نشان دهید دو تابع $f(x)$ ، $g(x)$ وارون یکدیگر هستند.			۱
ادامه سؤات در صفحه دوم				

۱/۷۵	الف) اگر $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ و α زاویه ای حاده باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ را به دست آورید. ب) مقدار $\cos 15^\circ$ را به دست آورید.	۹
۱/۲۵	معادله مقابل را حل کنید. $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$	۱۰
۱/۵	نمودار زیر مربوط به تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. 	۱۱
۱/۲۵	اگر دوره تناوب تابع $f(x) = k \cos(kx) + 3$ برابر $\frac{\pi}{4}$ باشد، مقدار $f(0)$ را بیابید.	۱۲
۱/۵	حد تابع مقابل را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt[3]{x} + 5}$	۱۳
۲	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 8x - 3}{9 - x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 }$	۱۴
۱/۲۵	حد تابع مقابل را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1}$	۱۵

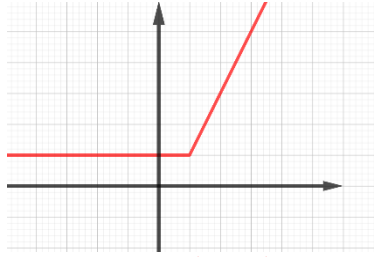
موفق و پیروز باشید.

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون هماهنگ پیش نوبت درس ریاضی ۳ دانش آموزان پایه‌ی دوازدهم استان خوزستان

روز و تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۹/۱۱	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
رشته: علوم تجربی	درس: ریاضی ۳	نوبت برگزاری: صبح
		تعداد سؤالات: ۱۵

ردیف	سؤالات	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵)	۰/۵
۲	الف) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۵) ب) صفر (۰/۵) پ) $m = -1$ (۰/۵)	۱/۵
۳	$g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}, f^{-1} = \{(2, 1), (5, 2), (3, 0), (-1, 4)\}$ $g \circ f^{-1} = \begin{cases} f^{-1}(2) = 1 \Rightarrow g(1) = \otimes \\ f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow g(2) = 3 \\ f^{-1}(3) = 0 \Rightarrow g(0) = \otimes \\ f^{-1}(-1) = 4 \Rightarrow g(4) = 1 \end{cases} = \{(5, 3), (-1, 1)\} \quad (۰/۷۵)$	۱/۲۵
۴	$R_f = [-2, 3] \rightarrow R_g = [-5, 5] \quad (۰/۵) \quad D_f = [-5, 0] \rightarrow D_g = [-15, 0] \quad (۰/۵)$ $A(-3, 0) \rightarrow A'(-9, -1) \quad (۰/۵)$	۱/۵
۵	الف) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x^2 - 1) \in [1, +\infty)\} \quad ۰/۲۵$ $D_{fog} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 1\} \quad (۰/۵) = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad ۰/۲۵$ $(fog)(x) = f(g(x)) = \sqrt{g(x) - 1} = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2x^2 - 2} \quad ۰/۵$	۱/۵
۶	چون تابع وارون از نقطه $(0, 1)$ می‌گذرد، خود تابع از نقطه $(1, 0)$ می‌گذرد، پس داریم: $f^{-1}(-5) = (1, 0) \rightarrow 1 + 4 + a = 0 \Rightarrow a = -5$ کافی است، مقدار تابع f را برابر عدد -5 قرار دهیم. $(۰/۵)$ $f(x) = x^3 + 4x - 5 = -5 \Rightarrow x^3 + 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 4) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \quad (\otimes) \end{cases}$ یعنی معادله فقط یک جواب دارد، پس $f^{-1}(-5) = 0 \quad (۰/۷۵)$	۱/۲۵

۱	$f(x) = x - 1 + x = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$  رسم نمودار (۵/۰) در بازه $(-\infty, +\infty)$ صعودی؛ در بازه $(-\infty, 1)$ نزولی هر کدام (۲۵/۰)	۷
۱	باید نشان دهیم، $f \circ g = g \circ f = x$ $\begin{cases} f \circ g(x) = \sqrt[3]{2\left(\frac{x^3 - 1}{2}\right) + 1} = \sqrt[3]{x^3} = x & (۵/۰) \\ g \circ f(x) = \frac{(\sqrt[3]{2x + 1})^3 - 1}{2} = \frac{2x + 1 - 1}{2} = x & (۵/۰) \end{cases}$	۸
۱/۷۵	(الف) $\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \frac{12}{13} \quad \circ/۵ \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $= 2 \frac{5}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{120}{169} \quad \circ/۵$ (ب) $\cos 15^\circ \xrightarrow{\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}} \cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \quad (۲۵/۰)$ $\cos \alpha = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} \quad (۵/۰)$	۹
۱/۲۵	$\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0 \rightarrow$ $(1 - 2 \sin^2 x) - 3 \sin x + 4 = 0 \quad (۲۵/۰) \Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0 \quad (۲۵/۰)$ $\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} & (۵/۰) \\ \sin x = \frac{c}{a} = -\frac{5}{2} \otimes & (۲۵/۰) \end{cases}$	۱۰

۱/۵	$f(x) = a + \frac{1}{b} \cos bx \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{ b } = 2\pi \xrightarrow{b > 0} \\ b = 1 \Rightarrow b = 1 \quad (0/5) \\ \max = a + c = 4 \xrightarrow{1+a=4} a = 3 \quad (0/5) \\ \Rightarrow a + b = 4 \quad (0/5) \end{cases}$	۱۱
۱/۲۵	$T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow k\pi = \lambda\pi \Rightarrow k = \lambda \quad (0/5)$ $f(x) = \lambda \cos \lambda x + 3 \Rightarrow f(0) = \lambda \cos \lambda(0) + 3 = \lambda + 3 = 11 \quad (0/75)$	۱۲
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{2-\sqrt{x+5}} = \frac{2-3}{2-\sqrt{7}} = \frac{0}{0} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{2-\sqrt{x+5}} \times \frac{(4+\sqrt{(x+5)^3}+2\sqrt{x+5})}{(4+\sqrt{(x+5)^3}+2\sqrt{x+5})} \quad (0/5)$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(4+\sqrt{(x+5)^3}+2\sqrt{x+5})}{\underbrace{\lambda - (x+5)}_{3-x}} = \frac{(4+4+4)}{-1} = -12 \quad (0/5)$	۱۳
۲/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - \lambda x - 3}{9 - x^2} = \frac{27 - 24 - 3}{9 - 4} = \frac{0}{5} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - \lambda x - 3}{9 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 1)}{\underbrace{(3-x)(3+x)}_{-1}} \quad (0/5) = -\frac{9+9+1}{3+3} = -\frac{19}{6} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 4}{x^3 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 4}{x^3 - \lambda} \xrightarrow{(0/25)} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{4}{\underbrace{4+4+4}_{12}} = \frac{1}{3} \quad (0/5)$ ب) پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 } = \frac{0 - 3}{0^+} \quad (0/25) = \frac{-3}{0^+} = -\infty \quad (0/25)$	۱۴
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1} = \frac{1-1}{1-2+1} = \frac{0}{0} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x(x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{(x-1)} \quad (0/5) = \frac{1}{(1)^- - 1} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/5)$	۱۵

موفق و پیروز باشید.