

بارم	ردیف	ریاضی	آزمون تشریحی شماره (۱)	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه
		رشته و پایه: دوازدهم علوم تجربی	مبتکران	
۱	۱.	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. الف) تابع $y = 2x^2(1-3x) + 1$ یک تابع چند جمله‌ای از درجه سوم است. ب) فقط یک تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است. پ) دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر با 2π است. ت) تابع $y = \tan x$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، صعودی است.	درست ☐ نادرست ☐ درست ☐ نادرست ☐ درست ☐ نادرست ☐ درست ☐ نادرست ☐	
۱/۵	۲.	در هر مورد جای خالی را با یک عدد مناسب کامل کنید. الف) اگر $f = \{(2,3), (3,5)\}$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ برابر ... است. ب) مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر ... است. پ) نمودار $y = -f(x)$ ، قرینه نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور ... است.		
۱/۵	۳.	نمودار تابع f به صورت مقابل است. الف) دامنه و برد تابع $g(x) = 2f\left(\frac{1}{3}x\right) - 1$ را بنویسید. ب) نقطه $(-3, 0)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ قرار دارد. مختصات نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $g(x)$ را بنویسید.		
۲	۴.	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد. ضابطه و دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.		
۱/۵	۵.	اگر $f(g(x)) = 4x^2 + 1$ و $f(x) = \frac{x}{4} - 1$ ، آنگاه ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید.		
۱/۵	۶.	الف: وارون تابع $f(x) = 3 + \sqrt{x-2}$ را به دست آورید. ب: با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ یک تابع یک به یک به دست آورید.		
۲	۷.	اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً صعودی باشند، نشان دهید که تابع $f + g$ نیز در این فاصله اکیداً صعودی است. برای $f - g$ چه می‌توان گفت؟		
۱/۵	۸.	ضابطه تابعی به فرم $f(x) = 5 - 6 \sin mx \cos mx$ می‌باشد. ($m < 0$) الف: مقدار ماکزیمم و مقدار مینیمم تابع را بدست آورید. ب: اگر دوره تناوب تابع برابر 6π باشد، مقدار m را بیابید.		
۱/۵	۹.	معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است. ($b > 0$)		
۱/۵	۱۰.	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را به دست آورید. $f(x) = 8 \sin^2 x + 1$		
۱/۵	۱۱.	حاصل عبارت $8 \sin x \cos^3 x - 8 \sin^3 x \cos x$ را به ازای $x = (\pi/5)^\circ$ محاسبه نمایید.		
۱/۵	۱۲.	تساوی زیر را ثابت کنید. $\sin^2(45^\circ + \alpha) - \sin^2(45^\circ - \alpha) = \sin 2\alpha$		
۱/۵	۱۳.	معادله مثلثاتی $2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{8}$ را حل کنید.		
۲۰	جمع	«موفق و سربلند باشید»		

ردیف	ریاضی				آزمون تشریحی شمارهٔ (۱)	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه			
	رشته و پایه: دوازدهم علوم تجربی				مبتکران				
۱.	الف) درست	ب) نادرست	پ) نادرست	ت) نادرست	هر مورد (۰/۲۵) نمره				
۲.	الف) ۲	ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	پ) طول‌ها		هر مورد (۰/۵) نمره				
۳.	$D_f = [-۶, ۰] \rightarrow D_g = [-۱۸, ۰]$ (۰/۵) $R_f = [-۲, ۳] \rightarrow R_g = [-۵, ۵]$ (۰/۵) $A(-۳, ۰) \rightarrow A'(-۹, -۱)$ (۰/۵)								
۴.	$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1) = \sqrt{(2x^2 - 1) - 1} = \sqrt{2(x^2 - 1)}$ (۰/۲۵) (۰/۵) $D_f = [1, +\infty)$ و $D_g = \mathbb{R}$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \geq 1\}$ $= \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 \geq 2\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)								
۵.	$f(g(x)) = \frac{g(x)}{2} - 1 \xrightarrow{f(g(x)) = 4x^2 + 1} \frac{g(x)}{2} - 1 = 4x^2 + 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow g(x) - 2 = 8x^2 + 2 \Rightarrow g(x) = 8x^2 + 4$ (۰/۵) (۰/۵)								
۶.	الف)	$f(x) = 3 + \sqrt{x-2} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = 3 + \sqrt{y-2}$ (۰/۲۵) $x - 3 = \sqrt{y-2} \Rightarrow (x-3)^2 = y-2 \Rightarrow y = (x-3)^2 + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x-3)^2 + 2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) این تابع یک سهمی رو به بالا است. طول رأس سهمی به صورت زیر است. $f(x) = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$ (۰/۲۵) لذا تابع در بازه‌هایی نظیر $(-\infty, 2)$ یا $(2, +\infty)$ یک به یک خواهد بود. (یک بازه کافی است). (۰/۲۵) توجه: بازه‌های دیگری نیز می‌توان نوشت و از طرف ۲ نیز ، بازه را می‌توان بسته نوشت.							
۷.	$x_1 < x_2 \rightarrow \begin{cases} f(x_1) < f(x_2) \\ g(x_1) < g(x_2) \end{cases} \xrightarrow{f(x_1)+g(x_1) < f(x_2)+g(x_2)} (f+g)(x_1) < (f+g)(x_2)$ (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) لذا طبق تعریف تابع $f+g$ صعودی اکید است. برای تابع $f-g$ می‌توان گفت که ممکن است تابع صعودی نباشد. به مثال زیر توجه کنید. $f = \{(1, 3), (2, 4)\}, g = \{(1, 3), (2, 7)\}$ (۰/۵)								
۸.	$f(x) = 5 - 6 \sin mx \cos mx = 5 - 3(2 \sin mx \cos mx) = 5 - 3 \sin 2mx$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\max(f) = a + c = 3 + 5 = 8$ (۰/۲۵) $\min(f) = - a + c = -3 + 5 = 2$ (۰/۲۵) $T = \frac{2\pi}{ 2m } = -\frac{\pi}{m} \xrightarrow{T=6\pi} -\frac{\pi}{m} = 6\pi \rightarrow m = -\frac{1}{6}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)								

 مدت آزمون: ۹۰ دقیقه	آزمون تشریحی شماره (۱)	ریاضی
	مبتکران	رشته و پایه: دوازدهم علوم تجربی
		ردیف
۹. چون برد تابع $y = a \sin(bx) + c$ بازه $[-۴, ۴]$ است. پس: $\min(f) = -۴$ و $\max(f) = ۴$ از طرفی می توان نوشت: (۰/۲۵) $a = \pm \frac{\max(f) - \min(f)}{۲} = \pm \frac{۴ - (-۴)}{۲} = \pm ۴ \quad (۰/۲۵)$ $b = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi \quad (۰/۲۵)$ $c = \frac{\max(f) + \min(f)}{۲} = \frac{۴ + (-۴)}{۲} = ۰ \quad (۰/۲۵)$ پس می توان گفت که این تابع به یکی از شکل های زیر است. (۰/۲۵) $f(x) = -۴ \sin \pi x \quad \text{یا} \quad f(x) = ۴ \sin \pi x \quad (۰/۲۵)$		
۱۰. $f(x) = ۸ \sin^2 x = ۸ \times \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) + ۱ = ۴ - ۴ \cos 2x + ۱ = -۴ \cos 2x + ۵$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\max(f) = a + c = -۴ + ۵ = ۹$ مقدار ماکزیمم (۰/۲۵) $\min(f) = - a + c = - -۴ + ۵ = ۱$ مقدار می نیمم (۰/۲۵) $T = \frac{۲\pi}{ b } = \frac{۲\pi}{۲} = \pi$ دوره تناوب (۰/۵)		
۱۱. $A = ۸ \sin x \cos^3 x - ۸ \sin^3 x \cos x = ۸ \sin x \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $= ۴(\sin 2x)(\cos 2x) = ۲ \sin ۴x$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $A = ۲ \sin ۴(۷/۵^\circ) = ۲ \sin ۳۰^\circ = ۲(\frac{1}{۲}) = ۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)		
۱۲. $\frac{\sin(۴۵^\circ + \alpha)}{\sin(۴۵^\circ - \alpha)} \rightarrow \sin^2(۴۵^\circ + \alpha) - \sin^2(۴۵^\circ - \alpha) = \cos^2(۴۵^\circ - \alpha) - \sin^2(۴۵^\circ - \alpha)$ (۰/۲۵) $= \cos 2(۴۵^\circ - \alpha) = \cos(۹۰^\circ - ۲\alpha) = \sin ۲\alpha$ (۰/۵) (۰/۵)		
۱۳. $۲ \sin x + \sqrt{۲} = \sqrt{۲} \rightarrow ۲ \sin x + \sqrt{۲} = ۲\sqrt{۲} \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۰/۵) $\alpha = \frac{\pi}{۴} \rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} & (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۴} = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۴} & (۰/۵) \end{cases}$		