

۱ باقی مانده تقسیم عبارت $x^6 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1$ بر $x + 1$ برابر ۴ است، a کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۱
(۳) ۱ (۴) ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

۲ مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} - 2b}{ax - b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$
(۳) $\frac{1}{48}$ (۴) $\frac{1}{24}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳ مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2 - \sqrt[3]{x}} - b}{ax + b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

۴ حد عبارت $\frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16}$ ، وقتی $x \rightarrow 2$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$
(۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۵ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر
(۳) ۱ (۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۶

اگر $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^+} \frac{ax + b}{a \cos x - \sin x} = -\infty$ باشد، کمترین مقدار صحیح b کدام است؟

- (۱) -۴
(۲) -۳
(۳) -۲
(۴) -۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۷

در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان درست است؟

- (۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$
(۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$
(۳) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$
(۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۸

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\cos 2x}$ کدام است؟

- (۱) -۱
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) -۲
(۴) $-\frac{3}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۱۰

حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}}$ کدام است؟

- (۱) -۱/۵
(۲) -۱/۲
(۳) -۰/۸
(۴) -۰/۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۱

حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{[x] + 3}{x + 2}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\infty$
(۲) -۱
(۳) صفر
(۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۲

در همسایگی محذوف به صورت $\{3\} - (3a - 7, a + 5)$ ، حدود a کدام است؟ (با تغییر)

- (۱) $[-2, \frac{10}{3}]$ (۲) $\emptyset$
- (۳) $(-4, \frac{11}{3})$ (۴) $(-2, \frac{10}{3})$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

۱۳

به ازای کدام مجموعه مقادیر x ، بازه $(1, 2x - 1)$ یک همسایگی عدد ۳ می باشد؟

- (۱) $\emptyset$ (۲) $\{2\}$
- (۳) $2 < x < 2/5$ (۴) $1/5 < x < 2$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۱۴

به ازای مقداری از a ، چندجمله‌ای $f(x) = x^6 + ax^3 - 8x$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. کوچک ترین ریشه معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{3}$ (۲) $1 - \sqrt{5}$
- (۳) $-1 - \sqrt{3}$ (۴) $-1 - \sqrt{5}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۱۵

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\cot x}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر
- (۳) ۱ (۴) $+\infty$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

۱۶

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cos 2x}$ ، کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱ (۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

۱۷

حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{2 \sin(-x) \cos 2x}{\sqrt{2 + 2 \cos x}}$ ، کدام است؟ (با تغییر)

- (۱) -2 (۲) -1
- (۳) ۱ (۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۱۸

اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{2x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳
(۳) ۶ (۴) ۱۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۱۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3} - \sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

- (۱) -۱۱۲ (۲) -۹۶
(۳) -۸۴ (۴) -۷۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۲۰

به ازای یک مقدار a ، چندجمله‌ای $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$ بر $2x - 1$ بخش‌پذیر است. در این حالت باقی‌مانده $P(x)$ بر $x + 2$ کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۸
(۳) ۴ (۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۱

فرض کنید باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x - 4$ و $x + 2$ به ترتیب ۳ و ۱ باشند. باقی‌مانده تقسیم $p(x^2) + 4p(-x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱
(۳) صفر (۴) -۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۲

حد عبارت $\frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲
(۳) ۲ (۴) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

۲۳

حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt[3]{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ کدام است؟

- (۱) -۲۴ (۲) -۱۸
(۳) -۱۲ (۴) -۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۲۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}}$ کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۲۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۲۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$
(۲) $-\frac{1}{12}$
(۳) $\frac{1}{12}$
(۴) $\frac{1}{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۲۶ در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان درست است؟

- (۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} f(x) = -\infty$
(۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} f(x) = +\infty$
(۳) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$
(۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} f(x) = +\infty$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$ ، کدام است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$
(۲) $-\sqrt{2}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۲۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5 - x}}$ کدام است؟

- (۱) -۴
(۲) -۲
(۳) ۲
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

۲۹ حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3 - x}}{x^2 + x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$
(۲) $-\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{5}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

۳۰

فرض کنید چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش‌پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x - 1) + p(1 - x)$ ، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- (۱) -1
(۲) صفر
(۳) 1
(۴) 2

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۳۱

حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} ([2x] + [-2x]) \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$ کدام است؟ (نماد $[]$ جزء صحیح است.)

- (۱) -3
(۲) 3
(۳) صفر
(۴) حد ندارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۳۲

مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x + \left[\frac{3}{x^2}\right]}$ ، کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است)

- (۱) $-\infty$
(۲) $+\infty$
(۳) صفر
(۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۳۳

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}} \frac{1 - \sin^2 x}{(1 - \tan x)^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) 1
(۳) 2
(۴) $+\infty$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۲

۳۴

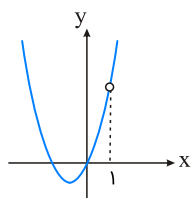
مقدار $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{e})^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[-\frac{2}{x^2}\right]}$ ، کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است)

- (۱) $-\infty$
(۲) صفر
(۳) $\frac{5}{8}$
(۴) $+\infty$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۳۵

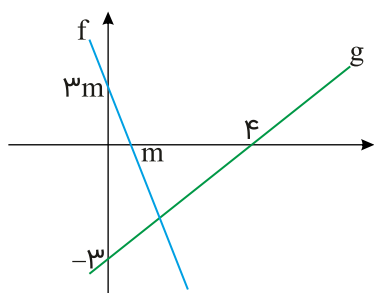
شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^3 + ax + b}{x - 1}$ است. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

(۱) $(0, -4)$ (۲) $(-4, 0)$ (۳) $(-4, 1)$ (۴) $(4, 0)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۳۶

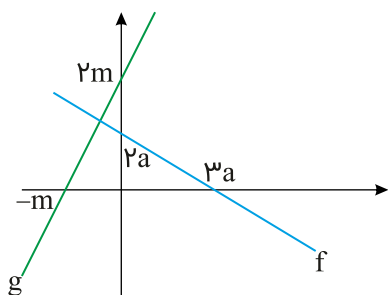
شکل زیر، نمودار تابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟

(۱) -3 (۲) 3 (۳) -4 (۴) 4

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳۷

شکل زیر، نمودار توابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{|f(x)|}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) -3 (۴) 3

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

۳۸

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[\frac{1}{x} \right]$ کدام است؟

(۲) 1

(۱) صفر

(۴) $-\infty$ (۳) $+\infty$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۷

۳۹

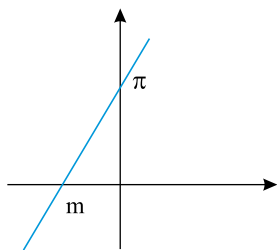
اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x + 1}} = 3$ باشد، آنگاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟

(۲) 2 (۱) 1 (۴) 5 (۳) 4

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۴۰

شکل زیر، نمودار تابع f^{-1} را نشان می‌دهد. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$ باشد، مقدار m کدام است؟



(۱) $-\sqrt{\pi}$

(۲) $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

(۳) $-\frac{1}{\pi}$

(۴) $-\pi\sqrt{\pi}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۴۱

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ کدام است؟

(۲) $-\frac{6}{17}$

(۴) $-\frac{6}{11}$

(۱) $-\frac{4}{17}$

(۳) $-\frac{5}{12}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۴۲

اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2 - 1)(a^6x^6 - 1) \dots (a^{100}x^{100} - 1)}}{a^{49}x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر a و k ، کدام‌اند؟

(۲) $k = 51, a = 1$

(۴) $k = 49, a = 1$

(۱) $k = 51, a = -1$

(۳) $k = 49, a = -1$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۴۳

اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x - 1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (4 - [x])g(x) = 6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟

(۲) ۱

(۴) -۲

(۱) -۱

(۳) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۴۴

اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x + 2} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} [\frac{1}{x}]f(x)$ چقدر است؟

(۲) ۱

(۴) -۱

(۱) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۴۵ اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۴۶ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

۴۷ حد کسر $\frac{x^{m+3} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1}$ با شرط $n > 3$ ، وقتی $x \rightarrow \infty$ برابر ۲- است. $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۴۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)^3 - (x+1)^3}{x(x-1)^2 - x^3}$ ، کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۴۹ مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۵۰ اگر $f(x) = \frac{2x + 5}{x^2 - 4x + 3}$ و $g(x) = 2^x$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(f(x))$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $+\infty$ (۴) $\frac{1}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴

۵۱

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - \sqrt[3]{x^3 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$
(۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۵۲

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ باشد، آنگاه حد $f(x)$ وقتی $x \rightarrow -1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$
(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۵۳

اگر $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ و $g(x) = \frac{2x - 3}{x + 1}$ ، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 0^-} (g \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -1
(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 2

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

۵۴

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 2x}}$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) -1
(۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۴

۵۵

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۵۶

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n - 3x + 1}{3x^2 + x}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3}$ ، آنگاه $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $\frac{3}{2}$
(۳) 2 (۴) 3

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۵۷

اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = -1$ ، آنگاه حد راست این عبارت در نقطه $x = -2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

۵۸

مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۵۹

در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax^n - 6}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $-\frac{1}{8}$
(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۶۰

فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) -1

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۶۱

فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$ ، کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۰ (۴) $-\frac{1}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۶۲

تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin^{2n}(x)$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲
(۳) ۱ (۴) صفر

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{6}{x^2 - 2x} - \frac{x+1}{x-2} \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

۶۴ در تابع با ضابطه $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right)$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) صفر
(۳) $-\infty$ (۴) موجود نیست

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

۶۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{x+19}{x^2 + 3x - 4} + \frac{3}{x+4} \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

۶۶ حد عبارت $\frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2[x]}{2-x}$ ، وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

- (۱) $-\infty$ (۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) 1 (۴) $+\infty$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۶۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3}{2x^2 + 5x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{12}$ (۲) $-\frac{5}{12}$
(۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۶۸ اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۶۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۷۰

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + \sqrt{x^2 - 8})$ کدام است؟

- (۱) -8 (۲) صفر
(۳) 4 (۴) ∞

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

۷۱

حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} - 2x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴

۷۲

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{3x - 2}$ از نقطه $(2, 1)$ می‌گذرد، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) 1

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۷۳

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sin x}{1 + \cos \frac{\pi}{x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر
(۳) -1 (۴) $+\infty$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

۷۴

اگر بازه $(2a + 3, a + 17)$ همسایگی عدد حقیقی ۱۰ باشد، آنگاه حدود a کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2} < a < 7$ (۲) $a > -7$
(۳) $a < \frac{7}{2}$ (۴) $-7 < a < \frac{7}{2}$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰

۷۵

اگر بازه $(2, x + 2)$ همسایگی راست $4x + 1$ باشد، آنگاه این بازه، همسایگی چپ چه عددی است؟

(۲) $\frac{7}{4}$

(۱) ۳

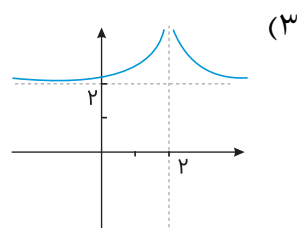
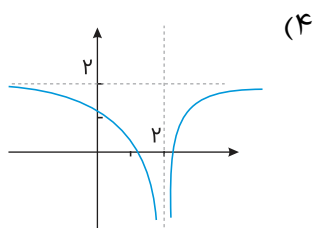
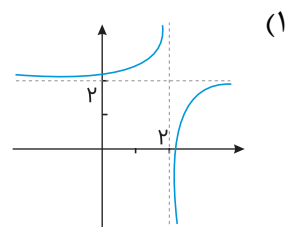
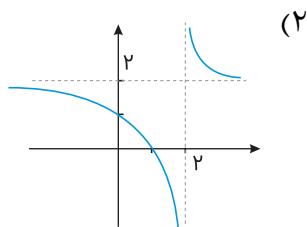
(۴) ۴

(۳) $\frac{9}{4}$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۰

۷۶

در تابع f داریم: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند نمودار تابع f باشد؟



علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۹

۷۷

اگر باقی‌مانده تقسیم $P(x) = 2x^3 + mx - 1$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم $P(2x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

(۲) ۱۰۲

(۱) ۱۰۳

(۴) ۱۰۴

(۳) ۱۰۰

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

۷۸

اگر باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x + 2$ برابر ۴ باشد، باقی‌مانده تقسیم $g(x) = xp^2(x) - p(x) + x^2$ بر $x + 2$ کدام است؟

(۲) ۱۶

(۱) ۲۰

(۴) -۱۶

(۳) -۲۰

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

۷۹

اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x) = x^3 + 3x - k$ بر $x - 2$ برابر ۳ باشد، باقی‌مانده تقسیم $kf(2x) + f(3x - 1)$ بر $x - 1$ کدام است؟

(۲) ۱۱

(۱) ۱۲

(۴) ۳۶

(۳) ۴

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۰

حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{[-2x] + \sqrt{10}}{\sin 2x}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر
(۳) $+\infty$ (۴) -1

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۰ ۱۴۰۱

مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -1
(۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

تالیفی سیروس نصیری

ناشرین انتشارات بیست ریاضی و فیزیک دوازدهم

ناشرین انتشارات بیست علوم تجربی دوازدهم

اگر بازه $(x - 1, 2x + 3)$ یک همسایگی عدد ۲ باشد، حدود x کدام است؟

- (۱) $-3 < x < \frac{1}{2}$ (۲) $1 < x < 3$
(۳) $\frac{1}{2} < x < 3$ (۴) $-\frac{1}{2} < x < 3$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱

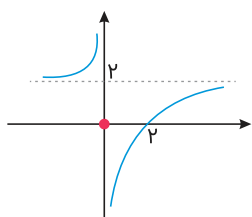
حاصل $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} \frac{[-x] - 3/4}{4 - |x|}$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) صفر
(۳) $-\infty$ (۴) ۱

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

اگر نمودار $f(x)$ به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \circ f \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$
(۲) $-\infty$
(۳) صفر
(۴) ۲



علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

۸۵

اگر $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[x] + a}{\sin x} = +\infty$ باشد، حدود a کدام است؟

(۲) $a > 3$

(۱) $a > -3$

(۴) $a < 0$

(۳) $a < -3$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

۸۶

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x][x] + 5}{x^2 - 4}$ کدام است؟

(۲) صفر

(۱) $+\infty$

(۴) ۱

(۳) $-\infty$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

۸۷

اگر دو تابع $f(x+1)$ و $f(2x-1)$ بر $x+4$ بخش پذیر باشند، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x+9)(x+3)$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۲

(۳) -۱

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

۸۸

مقدار $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\pi - 3}{9 - x^2}$ چقدر است؟

(۲) $+\infty$

(۱) $-\infty$

(۴) صفر

(۳) ۱

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

۸۹

حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{|\sin x|}{1 + \cos x}$ کدام است؟

(۲) $+\infty$

(۱) $-\infty$

(۴) صفر

(۳) $\pm\infty$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

۹۰

حاصل کدام حد زیر $+\infty$ است؟

(۲) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi - 4}{x^2 - x^3}$

(۱) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{-\sqrt{17} + x}{|x - 4|}$

(۴) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[1 - \sqrt{2}] + 2}{x^3 - 2x^2 + x}$

(۳) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{4}{\sin x}$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۰

۹۱ حد عبارت $\frac{\sin x}{\sqrt{1 + \cos x}}$ وقتی $x \rightarrow \pi^-$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۰

۹۲ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos(2x)} = 2^a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰

۹۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 7} - 3}{16 - x^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{19}$ (۲) $\frac{1}{192}$
(۳) $-\frac{1}{92}$ (۴) $-\frac{1}{192}$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰

۹۴ بازه $(x - 1, 2x + 3)$ ، یک همسایگی چپ برای ۱ است. حدود x کدام است؟

- (۱) $(-1, 2)$ (۲) $(-\infty, -1)$
(۳) $(2, +\infty)$ (۴) $(-4, -1)$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۰

۹۵ کدام یک از گزینه‌های زیر، یک همسایگی $x = 2$ را نشان می‌دهد؟

- (۱) $|x - 1| < 1$ (۲) $|x - 1| \geq 1$
(۳) $\{2\} \cup (4, 5)$ (۴) $(1/9, 2/501)$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۰

۹۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x - \sqrt{4x^2 + 4x}$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱
(۳) ۰ (۴) -۱

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی - شروین سیاح نیا - علی شهرابی فراهانی
تستر علوم تجربی دوازدهم

اگر باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x - 1$ و $x + 3$ به ترتیب ۶ و ۲ باشد، باقی‌مانده تقسیم $P(x - 5) + xP(x - 1)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۲
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

تالیفی شروین سیاح نیا - محمد مصطفی ابراهیمی - علی شهرابی فراهانی

تستر ریاضی و فیزیک دوازدهم

تستر علوم تجربی دوازدهم

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + \sqrt{4x^2 - x + 1})$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $+\infty$
(۴) $-\infty$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی - علی شهرابی فراهانی - شروین سیاح نیا - آریان حیدری

تستر علوم تجربی دوازدهم

تستر ریاضی و فیزیک دوازدهم

حد راست و چپ تابع $f(x) = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$ در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ و $+\infty$
(۲) $+\infty$ و $-\infty$
(۳) $-\infty$ و $-\infty$
(۴) $-\infty$ و $+\infty$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی - علی شهرابی فراهانی - شروین سیاح نیا - آریان حیدری

تستر ریاضی و فیزیک دوازدهم

تستر علوم تجربی دوازدهم

حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2 + 5x}}{2x + \sqrt{-2x}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) $\frac{3}{2}$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی - علی شهرابی فراهانی - شروین سیاح نیا - آریان حیدری

تستر علوم تجربی دوازدهم

تستر ریاضی و فیزیک دوازدهم



۱	○●○○○	۱۱	○○●○○	۲۱	●○○○○	۳۱	○●○○○	۴۱	○●○○○
۲	○●○○○	۱۲	○○○○●	۲۲	○●○○○	۳۲	○●○○○	۴۲	○●○○○
۳	○○○●○	۱۳	●○○○○	۲۳	○○●○○	۳۳	●○○○○	۴۳	○○●○○
۴	○○○●○	۱۴	○○○○●	۲۴	○○●○○	۳۴	●○○○○	۴۴	●○○○○
۵	○●○○○	۱۵	○○○○●	۲۵	○●○○○	۳۵	○●○○○	۴۵	○○○○●
۶	○○○●○	۱۶	●○○○○	۲۶	●○○○○	۳۶	○○●○○	۴۶	●○○○○
۷	○○○●○	۱۷	○○○○●	۲۷	●○○○○	۳۷	○○●○○	۴۷	○○●○○
۸	●○○○○	۱۸	○○●○○	۲۸	○●○○○	۳۸	○○●○○	۴۸	○●○○○
۹	○○○●○	۱۹	●○○○○	۲۹	●○○○○	۳۹	○○●○○	۴۹	○○○○●
۱۰	○●○○○	۲۰	●○○○○	۳۰	○●○○○	۴۰	●○○○○	۵۰	●○○○○
۵۱	●○○○○	۶۱	○●○○○	۷۱	○○○○●	۸۱	○○●○○	۹۱	○○●○○
۵۲	○●○○○	۶۲	○●○○○	۷۲	○●○○○	۸۲	○○○○●	۹۲	○○○○●
۵۳	●○○○○	۶۳	●○○○○	۷۳	●○○○○	۸۳	○○●○○	۹۳	○○○○●
۵۴	○●○○○	۶۴	○●○○○	۷۴	○○○○●	۸۴	●○○○○	۹۴	○○○○●
۵۵	●○○○○	۶۵	●○○○○	۷۵	○○○○●	۸۵	○○●○○	۹۵	○○○○●
۵۶	○○○●○	۶۶	○●○○○	۷۶	●○○○○	۸۶	○○●○○	۹۶	○○○○●
۵۷	○○○●○	۶۷	○●○○○	۷۷	●○○○○	۸۷	●○○○○	۹۷	○○●○○
۵۸	○○○●○	۶۸	○○●○○	۷۸	○○●○○	۸۸	●○○○○	۹۸	○○●○○
۵۹	○●○○○	۶۹	●○○○○	۷۹	○○○○●	۸۹	○●○○○	۹۹	○●○○○
۶۰	●○○○○	۷۰	○○●○○	۸۰	●○○○○	۹۰	○○○○●	۱۰۰	●○○○○

گزینه ۲

۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

گام اول

وقتی باقی‌مانده تقسیم عبارت $P(x) = x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1$ بر $x + 1$ برابر ۴ باشد، یعنی حاصل $P(-1)$ برابر ۴ است.

گام دوم

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = 4$$

$$P(-1) = (-1)^4 - a(-1)^3 + (-1)^2 + 2a(-1) + 1 = 4 \Rightarrow 1 + a + 1 - 2a + 1 = 4 \Rightarrow -a + 3 = 4 \Rightarrow a = 3 - 4 = -1 \Rightarrow a = -1$$

گزینه ۲

۲

با جاگذاری $x = 8$ در صورت کسر به صفر می‌رسیم ولی پاسخ حد باید مقداری غیرصفر باشد، پس باید مخرج هم صفر شود که رفع ابهام کسر صفر صفرم داشته باشیم:

$$\lambda a - b = 0 \Rightarrow \lambda a = b$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b(\sqrt[3]{2 + \sqrt[3]{x}} - 2)}{b\left(\frac{x}{\lambda} - 1\right)} \times \frac{\sqrt[3]{2 + \sqrt[3]{x}} + 2}{\sqrt[3]{2 + \sqrt[3]{x}} + 2} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} + 2 - 4}{\frac{x}{\lambda} - 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{\frac{x}{\lambda} - 4} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{6x - 48} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{6(x - 8)} = \frac{1}{6}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

صورت کسر به ازای $x = 1$ صفر می‌شود، پس باید مخرج هم به ازای $x = 1$ صفر شود تا حالت $\frac{0}{0}$ و رفع ابهام داشته باشیم.

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-a\sqrt{2-\sqrt[3]{x}}+a}{ax-a} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\sqrt{2-\sqrt[3]{x}}+1}{x-1} = \frac{0}{0} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\sqrt{2-\sqrt[3]{x}}+1}{x-1} \times \frac{\sqrt{2-\sqrt[3]{x}}+1}{\sqrt{2-\sqrt[3]{x}}+1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-2+\sqrt[3]{x}}{(x-1)(1+\sqrt{2-\sqrt[3]{x}})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{2(x-1)} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}{2(x-1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2(x-1) \times 3} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

از قاعده هوییتال هم می‌توان برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ استفاده کرد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\sqrt{2-\sqrt[3]{x}}+1}{x-1} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{-1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{1} = \frac{1}{6}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} = \frac{0}{0}$$

راه حل اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\lambda - (3x+2)}{(5x^2 - 18x + 16)(4 + 2\sqrt[3]{3x+2} + \sqrt[3]{(3x+2)^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3(x-2)}{12(x-2)(5x-\lambda)} = \frac{-1}{\lambda} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} \text{HOP : } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{0 - \frac{3}{3\sqrt[3]{(3x+2)^2}}}{10x - 18} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{(10x - 18)\sqrt[3]{(3x+2)^2}} \\ &= \frac{-1}{2(4)} = \frac{-1}{8} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

چون $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$ است، پس باید مخرج کسر در همسایگی $x = 2$ مثبت و به ازای $x = 2$ صفر شود. یعنی معادله $x^2 + ax + b = 0$ باید ریشه مضاعف $x = 2$ داشته باشد و در نتیجه:

$$x^2 + ax + b = (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

با مقایسه دو عبارت $x^2 + ax + b$ و $x^2 - 4x + 4$ نتیجه می‌شود که $a = -4$ و $b = 4$ ، پس $a + b = 0$.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$x = \frac{\pi}{3}$ ریشه مخرج است.

$$\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow f(x) = \frac{x\sqrt{3} + b}{\sqrt{3}\cos x - \sin x}$$

چون x از راست به $\frac{\pi}{3}$ نزدیک می‌شود آن‌گاه $\sqrt{3}\cos x < \sin x$ است پس مخرج از چپ به صفر نزدیک می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^+} \frac{x\sqrt{3} + b}{\sqrt{3}\cos x - \sin x} = \frac{\frac{\sqrt{3}\pi}{3} + b}{0^-} = -\infty \Rightarrow \frac{\pi}{\sqrt{3}} + b > 0$$

$$\Rightarrow b > \frac{-\pi}{\sqrt{3}} \simeq -1/11 \xrightarrow{b \in \mathbb{Z}} \min(b) = -1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x + |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x + x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{x + |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{\text{صفر مطلق}} = \text{تعریف نشده}$$

تابع در همسایگی چپ صفر حد ندارد، بنابراین گزینه ۴ درست است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گام اول

می‌دانیم: $\cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$ و $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

گام دوم

وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$ ، حاصل حد به صورت مبهم $\frac{0}{0}$ می‌شود. باتوجه به گام اول، کسر را تا حد امکان ساده کرده و حاصل حد را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - 1}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} \\&= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{-(\cos x - \sin x)}{\cos x}}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\cos x(\cos x + \sin x)} \\&= \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2})} = -1\end{aligned}$$

راه حل اول:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}} &\times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}} \times \frac{1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}} \\&= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(1+1+1)}{(1+1)(1+x)} = -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

راه حل دوم: برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ از هوییتال استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}} - \frac{3}{2\sqrt{3x+4}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} \stackrel{x \rightarrow -1}{=} \frac{1 - \frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$$

راه حل اول: ابهام $\frac{0}{0}$ را با گویا کردن از بین می‌بریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}} \times \frac{2x + \sqrt{3x+1}}{2x + \sqrt{3x+1}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x - 7\sqrt{x} + 5)(2x + \sqrt{3x+1})}{4x^2 - 3x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} - 5)(2x + \sqrt{3x+1})}{(x-1)(4x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})(2\sqrt{x}-5)(2x + \sqrt{3x+1})}{(\cancel{\sqrt{x}-1})(\sqrt{x}+1)(4x+1)} \\ &= \frac{-3 \times 4}{2 \times 5} = \frac{-12}{10} = -1/2 \end{aligned}$$

راه حل دوم: با استفاده از هوییتال حاصل حد را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}} &= \frac{0}{0} \\ \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{7}{2\sqrt{x}}}{2 - \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}} &= \frac{2 - \frac{7}{2}}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}} = -\frac{6}{5} = -1/2 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{\overbrace{[(-2)^-]}^{-3} + 3}{(-2)^- + 2} = \frac{0}{0^-} = 0$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

$$\begin{aligned} 3a - 7 < 3 < a + 5 \\ \Rightarrow \begin{cases} 3a - 7 < 3 \Rightarrow 3a < 10 \Rightarrow a < \frac{10}{3} \\ a + 5 > 3 \Rightarrow a > -2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} -2 < a < \frac{10}{3} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

$$\begin{aligned} x + 1 < 3 < 2x - 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} x + 1 < 3 \Rightarrow x < 2 \\ 2x - 1 > 3 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} \emptyset \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

چون $f(x) = x^2 + 2x$ بخش‌پذیر است، بنابراین $f(-2) = 0$ است.

$$f(x) = x^2 + ax^2 - \lambda x \Rightarrow f(-2) = 16 - 4a + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 4a = 32 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow f(x) = x^2 + 8x^2 - \lambda x$$

برای به دست آوردن سایر عامل‌های $f(x)$ کافی است $f(x)$ را بر $x + 2$ تقسیم کنیم و ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ را به دست آوریم.

$$\begin{array}{r} x^2 + 8x^2 - \lambda x \\ -(x^2 + 2x^2) \\ \hline 6x^2 - \lambda x \\ -(6x^2 + 12x) \\ \hline -12x - \lambda x \\ -(-12x - \lambda x) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x + 2)(x^2 + 2x^2 - 8x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x(x^2 + 2x - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = -1 \pm \sqrt{5} \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین کوچک‌ترین ریشه معادله $f(x) = 0$ برابر با $x = -1 - \sqrt{5}$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

$\cot x$ را برابر $\frac{1}{\tan x}$ فرض کرده و عبارت را بر حسب $\tan x$ به دست می‌آوریم و حاصل حد را وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+$ محاسبه می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\cot x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\frac{1}{\tan x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan^2 x = (-\infty)^2 = +\infty$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

گام اول

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ و } \cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x \text{ می‌دانیم:}$$

گام دوم

وقتی $x \rightarrow \frac{3\pi}{4}$ ، حاصل حد به صورت مبهم $\frac{0}{0}$ می‌شود. با استفاده از گام اول، کسر را تا حد امکان ساده کرده و حاصل حد را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\tan^2 x - 1}{\cos^2 x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = -\frac{1}{\cos^2 \frac{3\pi}{4}} = -\frac{1}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2 \end{aligned}$$

نکته:

$$\sin^2 A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos^2 A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{2 \sin(-x) \cos^2 x}{\sqrt{2}(1 + \cos x)} = \frac{0}{0} \text{ (مبهم)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{2 \sin(-x) \cos^2 x}{\sqrt{2}(1 + \cos x)} = -2 \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x \cos^2 x}{\sqrt{2 \cos^2 \frac{x}{2}}} = - \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{\left| \cos \frac{x}{2} \right|}$$

$$= - \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{-\cos \frac{x}{2}} = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

گام اول

الف) وقتی $x \rightarrow 3$ حد عبارت صورت برابر ۱- است. پس حد عبارت مخرج باید برابر 0^+ شود تا حاصل حد برابر $-\infty$ شود. حد عبارت مخرج وقتی $x \rightarrow 3$ در صورتی 0^+ می‌شود که $x = 3$ ریشه مضاعف مخرج باشد (حاصل حد مخرج کسر وقتی $x \rightarrow 3^+$ و $x \rightarrow 3^-$ باید برابر 0^+ شود).
 ب) مخرج باید به صورت $2(x-3)^2$ باشد تا بتوان گفت $x = 3$ ریشه مضاعف مخرج است.

گام دوم

$$2(x-3)^2 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 - 12x + 18 = 2x^2 + ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 18 \end{cases} \Rightarrow a + b = -12 + 18 = 6$$

راه حل اول:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3} - \sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3x+2)(x-4)}{\sqrt{3} - \sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{3} - \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(3x+2)(x-4)(\sqrt{3} - \sqrt{x} + 1)}{(2 - \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-(3x+2)(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})(\sqrt{3} - \sqrt{x} + 1)}{(2 - \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 4} (-(3x+2)(2 + \sqrt{x})(\sqrt{3} - \sqrt{x} + 1))$$

$$= -14 \times 4 \times 2 = -112$$

راه حل دوم:

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3} - \sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{6x - 10}{\frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{x}}} = \frac{14}{\frac{1}{2}} = -14 \times 2 = -112$$

طبق صورت سؤال نتیجه می‌گیریم که $P\left(\frac{1}{p}\right) = 0$ ، بنابراین:

$$2\left(\frac{1}{p}\right)^4 + a\left(\frac{1}{p}\right)^3 + 2\left(\frac{1}{p}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{p}\right) = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{16}\right) + a\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{a}{8} - 1 = 0 \Rightarrow a = 7$$

باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 2$ برابر با $P(-2)$ است، پس داریم:

$$P(x) = 2x^4 + 7x^3 + 2x^2 - 3x$$

$$\Rightarrow P(-2) = 2(-2)^4 + 7(-2)^3 + 2(-2)^2 - 3(-2) = 32 - 56 + 8 + 6 = -10$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 4$ برابر ۳ است، پس $p(4) = 3$.

باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x + 2$ برابر ۱ است، پس $p(-2) = 1$.

حال باقی‌مانده تقسیم $p(x^2) + 4p(-x)$ بر $x - 2$ را می‌خواهیم، بنابراین $x = 2$ را در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$p(x^2) + 4p(-x) = p(2^2) + 4p(-2)$$

$$= p(4) + 4p(-2) = 3 + 4 \times 1 = 7$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول

الف) $x \rightarrow 2^-$ یعنی $x < 2$ است، باتوجه به این نکته تعیین می‌کنیم علامت عبارت داخل قدر مطلق مثبت است یا منفی سپس آن را از قدر مطلق خارج می‌کنیم.

ب) وقتی $x \rightarrow 2^-$ حاصل صورت و مخرج کسر برابر صفر حدی می‌شود. پس برای رفع ابهام می‌توانیم هم صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب کنیم و هم از قاعده هوییتال استفاده کنیم.

گام دوم

$$\left. \begin{aligned} x^2 - x - 2 &= (x - 2)(x + 1) \\ x \rightarrow 2^- &\Rightarrow x < 2 \Rightarrow x - 2 < 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |x^2 - x - 2| = -(x - 2)(x + 1)$$

روش اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^2 + x + 2}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^2 + x + 2}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \times \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{2x + \sqrt{x^2 + 12}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-x^2 + x + 2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{(4x^2 - x^2 - 12)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 1)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{3(x - 2)(x + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x + 1)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{3(x + 2)} \\ &= \frac{-(2 + 1)(4 + 4)}{3(2 + 2)} = \frac{-3 \times 8}{3 \times 4} = -2 \end{aligned}$$

روش دوم: (فراتر از کتاب درسی)

در این روش حاصل حد را با استفاده از قاعده هوییتال به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 1)}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \\ &\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2x + 1}{2 - \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 12}}} = \frac{-4 + 1}{2 - \frac{2}{\sqrt{4 + 12}}} = \frac{-3}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{-3}{\frac{3}{2}} = -2 \end{aligned}$$

راهحل اول:

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{6(2 + \sqrt[3]{x})} &= \frac{0}{0} \\
 \lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^3 + 10x + 16}{6(2 + \sqrt[3]{x})} &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+8)(x+2)(4-2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2})}{6(2 + \sqrt[3]{x})(4-2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2})} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+8)(x+2)(4-2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2})}{6(x+8)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+2)(4-2\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2})}{6} = \frac{-6 \times 12}{6} = -12
 \end{aligned}$$

راهحل دوم: (فراتر از کتاب)

با استفاده از قاعده هوییتال داریم:

$$\text{HOP : } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 10}{6 \times \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{-16 + 10}{6 \times \frac{1}{3 \times 4}} = -6 \times 2 = -12$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}} = \frac{0}{0}$$

راه حل اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}} &\times \frac{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}}{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(2x + 3)(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}})}{4 - (2 + \sqrt{3 - x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(2x + 3)(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}})}{2 - \sqrt{3 - x}} \times \frac{2 + \sqrt{3 - x}}{2 + \sqrt{3 - x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(2x + 3)(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}})(2 + \sqrt{3 - x})}{4 - 3 + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (2x + 3)(2 + \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}})(2 + \sqrt{3 - x}) = 1(2 + 2)(2 + 2) = 16 \end{aligned}$$

راه حل دوم: (فراتر از کتاب)

استفاده از قاعده هوییتال:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x + 5}{-\frac{1}{2\sqrt{3 - x}}} \times \frac{1}{2\sqrt{2 + \sqrt{3 - x}}} = \frac{1}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}} = 16$$

با استفاده از اتحاد $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ داریم:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2 - \sqrt[3]{x+6})(4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2})}{\sqrt{(x-2)^2}(4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2-x)}{(x-2)(4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2})} = -\frac{1}{4+4+4} = -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

روش دوم: (هوپیتال _ فراتر از کتاب)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{(x-2)^2}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{|x-2|} = \frac{0}{0} \\ &\xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{|x-2|} \xrightarrow{x-2>0} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-\frac{1}{3}(x+6)^{-\frac{4}{3}}}{1} \\ &= \frac{-\frac{1}{3}(2+6)^{-\frac{4}{3}}}{1} = -\frac{1}{3 \times 4} = -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

می‌دانیم $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ و $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ و $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$ حال داریم:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \frac{7\pi}{3}^+} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^-} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{7\pi}{3}^-} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^+} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{7\pi}{3}^\pm} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} &= \frac{\frac{-\sqrt{3}}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^\pm} = \frac{\frac{-\sqrt{3}}{2}}{0^\pm} = \pm\infty\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \tan^2 x}{|\sin x + \cos x|} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x (\sin x + \cos x)} \\
&= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos^2 x (\sin x + \cos x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x - \sin x}{\cos^2 x} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

حاصل حد، وقتی $x \rightarrow 1$ ، مبهم $\frac{0}{0}$ است. صورت و مخرج کسر را در مزدوج صورت و مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم، سپس با حذف عامل صفرکننده، حاصل حد را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5 - x}} \times \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{2 + \sqrt{5 - x}}{2 + \sqrt{5 - x}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - x)(2 + \sqrt{5 - x})}{(4 - 5 + x)(1 + \sqrt{x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - x)(2 + \sqrt{5 - x})}{(x - 1)(1 + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(2 + \sqrt{5 - x})}{1 + \sqrt{x}} = \frac{-(2 + 2)}{1 + 1} = -\frac{4}{2} = -2
\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

حاصل حد، وقتی $x \rightarrow -1$ ، مبهم $\frac{0}{0}$ است. صورت و مخرج کسر را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم، سپس با حذف عامل صفرکننده، حاصل حد را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3 - x}}{x^2 + x} \times \frac{2x - \sqrt{3 - x}}{2x - \sqrt{3 - x}} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x)^2 - (\sqrt{3 - x})^2}{(x^2 + x)(2x - \sqrt{3 - x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 - 3 + x}{x(x + 1)(2x - \sqrt{3 - x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(4x - 3)}{x(x + 1)(2x - \sqrt{3 - x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x - 3}{x(2x - \sqrt{3 - x})} \\
&= \frac{-4 - 3}{(-1)(-2 - 2)} = \frac{-7}{(-1)(-4)} = -\frac{7}{4}
\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است، بنابراین $p(x)$ به ازای ریشه‌های $x^2 - 1$ برابر صفر است.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1, -1$$

بنابراین داریم:

$$p(1) = 0, p(-1) = 0 \quad (*)$$

اکنون باقی مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x - 2$ را می‌خواهیم؛ یعنی باید $Q(2)$ را محاسبه کنیم.

$$Q(x) = p(x - 1) + p(1 - x)$$

$$\xrightarrow{x=2} Q(2) = p(2 - 1) + p(1 - 2) = p(1) + p(-1)$$

$$\xrightarrow{(*)} Q(2) = 0 + 0 = 0$$

گام اول

الف) وقتی $x \rightarrow 0$ نتیجه می‌گیریم $x \notin \mathbb{Z}$ ، بنابراین $2x$ هم یک عدد غیر صحیح است. اگر $2x$ یک عدد غیر صحیح باشد، می‌توان نتیجه گرفت $[-2x] + [2x] = -1$.

(ب) وقتی $x \rightarrow 0$ ، حاصل حد عبارت $\frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$ برابر $\frac{0}{0}$ بوده و مبهم است.

گام دوم

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (-1) \times \frac{1 - \cos^r x}{1 - \sqrt{1 + x^r}} &= \lim_{x \rightarrow 0} (-1) \times \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos^r x + \cos x)}{1 - \sqrt{1 + x^r}} \times \frac{1 + \sqrt{1 + x^r}}{1 + \sqrt{1 + x^r}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (-1) \times \frac{(1 - \cos x)(r)(r)}{1 - (1 + x^r)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(1 - \cos x)}{x^r} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(r \sin^r \frac{x}{r})}{x^r} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(r \sin^r \frac{x}{r})}{x^r} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{r \sin \frac{x}{r}} \times \cancel{\sin \frac{x}{r}}}{\cancel{r} \times \cancel{\frac{x}{r}} \times \cancel{\frac{x}{r}}} = r \end{aligned}$$

نکته:

$$1 - \cos \gamma \alpha = \gamma \sin^{\gamma} \alpha$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$$

راه دوم: با استفاده از هوپیتال به رفع ابهام کسر می‌پردازیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (-1) \times \frac{1 - \cos^w x}{1 - \sqrt{1 + x^v}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^w x - 1}{1 - \sqrt{1 + x^v}} = \frac{0}{0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-w \cos^v x (\sin x)}{v x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{w \cos^v x (\sin x) \sqrt{1 + x^v}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} w \cos^v x (\sqrt{1 + x^v}) = 1 \times w = w \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \left[\frac{-2}{x^2} \right] = \left[\frac{-2}{(\frac{1}{4})^-} \right] = [-(\infty^+)] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \left[\frac{3}{x^2} \right] = \left[\frac{3}{(\frac{1}{4})^-} \right] = [12^+] = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \frac{16x + 9}{24x + 12} = \frac{1}{(-12)^+ + 12} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۲

گام اول

وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$ ، هم حاصل صورت و هم حاصل مخرج برابر صفر شده و در نتیجه حد دارای ابهام $\frac{0}{0}$ است.

گام دوم

با استفاده از روابط مثلثاتی زیر، تا جایی که امکان دارد عبارت مثلثاتی داده شده را ساده کرده و حد آن را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} ۱) \quad \sin 2x &= 2 \sin x \cos x \Rightarrow 1 - \sin 2x = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x \\ &= (\sin x - \cos x)^2 \Rightarrow 1 - \sin 2x = (\sin x - \cos x)^2 \end{aligned}$$

$$۲) \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{(1 - \tan x)^2} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)^2}{(1 - \frac{\sin x}{\cos x})^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)^2 \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cos^2 x = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x - 5 + \left\lceil \frac{3}{x^2} \right\rceil}{\left(16x - \left\lfloor -\frac{2}{x^2} \right\rfloor \right)} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x - 5 + \lceil 3 \times (4)^- \rceil}{16x - \lfloor -2 \times 4^- \rfloor} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x - 5 + \lceil 12^- \rceil}{16x - \lfloor (-8)^+ \rfloor}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{(-8)^- + 8} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

باتوجه به نمودار $f(0) = 0$ است، پس داریم:

$$f(0) = 0 \Rightarrow \frac{0 + b}{0 - 1} = 0 \Rightarrow -b = 0 \Rightarrow b = 0$$

ازطرفی تابع در نقطه $x = 1$ تعریف نشده است، چون $x = 1$ ریشهٔخرج کسر است پس حد صورت کسر نیز وقتی $x \rightarrow 1$ باید برابر صفر باشد که تابع به صورت مبهم $\frac{0}{0}$ دربیاید.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \mathcal{F}x^{\mathfrak{w}} + ax + b = 0 \Rightarrow \mathcal{F} + a = 0 \Rightarrow a = -\mathcal{F}$$

بنابراین داریم: $(a, b) = (-\mathcal{F}, 0)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

$$\begin{aligned} f(x) &= -\mathfrak{w}x \\ f(x) &= \frac{\mathfrak{w}}{\mathcal{F}}x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-\mathfrak{w}x|}{\frac{\mathfrak{w}}{\mathcal{F}}x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\mathfrak{w}x}{\frac{\mathfrak{w}}{\mathcal{F}}x} = -\mathcal{F} \end{aligned}$$

دقت کنید وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، $x \rightarrow \infty$ پس: $-\mathfrak{w}x \rightarrow \infty$ ، $-\mathfrak{w}x \rightarrow -\infty$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$(\mathfrak{z}a, \circ), (\circ, \mathfrak{z}a) \in f \Rightarrow \text{شیب خط} = m = -\frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}} \Rightarrow f(x) = -\frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}}x + \mathfrak{z}a$$

$$(-m, \circ), (\circ, \mathfrak{z}m) \in g \Rightarrow \text{شیب خط} = m' = \mathfrak{z} \Rightarrow g(x) = \mathfrak{z}x + \mathfrak{z}m$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{|f(x)|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\mathfrak{z}x + m}{\left| -\frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}}x + \mathfrak{z}a \right|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\mathfrak{z}x}{-\frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}}x} = -\mathfrak{z}$$

$$x \rightarrow -\infty : -\frac{1}{\mathfrak{z}}x \rightarrow +\infty \Rightarrow \left| -\frac{1}{\mathfrak{z}}x + a \right| = -\frac{1}{\mathfrak{z}}x + a$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

ابتدا وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، حاصل $\left[\frac{1}{x} \right]$ را به دست می آوریم. با داشتن مقدار $\left[\frac{1}{x} \right]$ حاصل حد را محاسبه می کنیم.

$$x \rightarrow -\infty \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow \circ^- \Rightarrow \left[\frac{1}{x} \right] = [\circ^-] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[\frac{1}{x} \right] = (-\infty)(-1) = +\infty$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۷

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 9}{1 - x + \sqrt{x+1}} = \mathfrak{z} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{-x} = -a = \mathfrak{z} \Rightarrow a = -\mathfrak{z}$$

$$\lim_{x \rightarrow \mathfrak{z}} \frac{-\mathfrak{z}x + 9}{1 - x + \sqrt{x+1}} = \frac{\circ}{\circ}$$

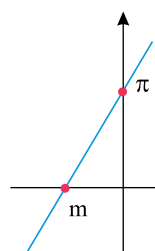
راه حل اول:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \mathfrak{z}} \frac{-\mathfrak{z}x + 9}{1 - x + \sqrt{x+1}} &= \lim_{x \rightarrow \mathfrak{z}} \frac{-\mathfrak{z}(x - \mathfrak{z})((1-x) - \sqrt{x+1})}{((1-x) + \sqrt{x+1})((1-x) - \sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow \mathfrak{z}} \frac{-\mathfrak{z}(x - \mathfrak{z})((1-x) - \sqrt{x+1})}{(1-x)^2 - (1-x)} = \lim_{x \rightarrow \mathfrak{z}} \frac{-\mathfrak{z}(x - \mathfrak{z})((1-x) - \sqrt{x+1})}{x(x - \mathfrak{z})} = \frac{(-\mathfrak{z})(-4)}{\mathfrak{z}} = 4 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\text{hop} : \lim_{x \rightarrow \mathfrak{z}} \frac{-\mathfrak{z}x + 9}{1 - x + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow \mathfrak{z}} \frac{-\mathfrak{z}}{-1 + \frac{1}{\mathfrak{z}\sqrt{x+1}}} = \frac{-\mathfrak{z}}{-1 + \frac{1}{4}} = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲



$$A|_{\pi}^{\circ} \quad f^{-1}: y - \circ = \frac{\circ - \pi}{m - \circ} (x - m)$$

$$B|_{\circ}^m \quad y = -\frac{\pi}{m}x + \pi$$

$$f: \frac{\pi}{m}x = -y + \pi \Rightarrow x = -\frac{m}{\pi}y + m \Rightarrow y = -\frac{m}{\pi}x + m$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x + \pi}{-\frac{m}{\pi}x + m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x}{-\frac{m}{\pi}x} = \frac{\pi^r}{m^r} = \pi \Rightarrow m^r = \pi \xrightarrow{m < \circ} m = -\sqrt{\pi}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2$$

چون حاصل حد یک عدد شده است، پس باید درجه صورت و مخرج کسر یکی باشد. بنابراین $n = 3$ است. همچنین طبق قاعده پرتوان داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3}{ax^3} = \frac{4}{a} = 2 \Rightarrow a = 2$$

حال $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} = \frac{0}{0}$$

حد را رفع ابهام می‌کنیم.
روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\left(x - \frac{1}{2}\right) (4x^2 - 4x - 2)}{\left(x - \frac{1}{2}\right) (2x^2 + 8x + 4)} = \frac{-3}{\frac{17}{2}} = -\frac{6}{17}$$

$$\begin{array}{r|l} 4x^3 - 6x^2 + 1 & x - \frac{1}{2} \\ \hline -4x^3 + 2x^2 & \\ \hline -4x^2 + 1 & \\ 4x^2 - 2x & \\ \hline -2x + 1 & \\ 2x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + 7x^2 - 2 & x - \frac{1}{2} \\ \hline -2x^3 + x^2 & \\ \hline 8x^2 - 2 & \\ -8x^2 + 4x & \\ \hline 4x - 2 & \\ -4x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

روش دوم: هوییتال

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{12x^2 - 12x}{6x^2 + 14x} = \frac{3 - 6}{\frac{17}{2}} = \frac{-6}{17}$$

پرتوان‌ها را انتخاب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[\omega_0]{(a^{\nu} x^{\nu})(a^{\mathcal{F}} x^{\mathcal{F}}) \dots (a^{100} x^{100})}}{a^{\mathcal{F}9} x^k} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[\omega_0]{(ax)^{\nu+\mathcal{F}+\dots+100}}}{a^{\mathcal{F}9} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{\omega_1}}{a^{\mathcal{F}9} x^k} = -1 \Rightarrow k = \omega_1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax|^{\omega_1}}{a^{\mathcal{F}9} x^{\omega_1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{\omega_1} |x|^{\omega_1}}{a^{\mathcal{F}9} x^{\omega_1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a|^{\mathcal{F}9} |a|^{\nu} (-x)^{\omega_1}}{a^{\mathcal{F}9} x^{\omega_1}}$$

$$= -a^{\nu} \left(\frac{|a|}{a} \right)^{\mathcal{F}9}$$

حاصل عبارت فوق منفی است، بنابراین باید $a > 0$ باشد.

$$-a^{\nu} = -1 \Rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

توجه: از مجموع ۵۰ جمله دنباله حسابی با جمله اول ۲ و قدر نسبت ۲ استفاده می‌کنیم:

$$\nu + \mathcal{F} + \dots + 100 = \frac{\omega_0}{\nu} (\nu(\nu) + \mathcal{F}9(\nu)) = \nu \left(\frac{\omega_0 \times \omega_1}{\nu} \right) = \omega_0 \times \omega_1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (\mathcal{F} - [x])g(x) = \mathcal{E} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \mathfrak{W}g(x) = \mathcal{E}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \nu$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{ax^{\nu} + bx + c}}{|x - 1|} = \nu$$

جواب حد یک عدد است و مخرج به ازای $x = 1$ صفر است، بنابراین باید صورت کسر نیز به ازای آن صفر باشد، حال داریم:

$$ax^{\nu} + bx + c = a(x - 1)^{\nu}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{ax^{\nu} + bx + c}}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{a(x - 1)^{\nu}}}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{a}|x - 1|}{|x - 1|} = \nu$$

$$\Rightarrow a = \mathcal{F}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\mathcal{F}}|x - 1|}{|x - 1|} = \nu$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x + 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + x + 1}}{x + 2} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{a}|x|}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{a}x}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[\frac{1}{x} \right] \times \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + x + 1} = -1 \times \sqrt{\frac{1}{4}(-1)^2 + (-1) + 1} = -1 \times \sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

با استفاده از قاعدهٔ پرتوان داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + x}}{x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |2x|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 2x}{x} = 3 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول

الف) می‌دانیم وقتی $x \rightarrow \infty$ هم‌ارزی زیر برقرار است:

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

ب) صورت و مخرج کسر، یک عبارت چندجمله‌ای است و حاصل حد تابع در بی‌نهایت برابر با یک عدد ثابت شده است؛ بنابراین بزرگ‌ترین درجه صورت و بزرگ‌ترین درجه مخرج کسر باهم برابر است.

گام دوم

باتوجه به قسمت (الف) از گام اول، عبارت رادیکالی مخرج کسر را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{4x^2 + 15x} \underset{x \rightarrow -\infty}{\sim} \sqrt{4} \left| x + \frac{15}{8} \right| = -2 \left(x + \frac{15}{8} \right)$$

(دقت کنید که چون $x \rightarrow -\infty$ بود، قرینه عبارت درون قدر مطلق از آن خارج شد)
باتوجه به قسمت (ب) از گام اول، $n = 1$ است. داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 15}{3x - (-2(x + \frac{15}{8}))} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 15}{3x + 2x + \frac{15}{4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 15}{5x + \frac{15}{4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{5x} = \frac{a}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow \frac{a}{5} = -1 \Rightarrow a = -5$$

بنابراین ضابطه تابع $f(x)$ برابر است با:

$$f(x) = \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$$

اکنون حاصل حد تابع $f(x)$ را وقتی $x \rightarrow 3$ به دست می‌آوریم.

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{0}{0}$$

با دو روش می‌توان ابهام به‌وجودآمده را رفع کرد.

روش اول:

با به‌کاربردن قاعده هوییتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5}{3 - \frac{4x + 15}{2\sqrt{4x^2 + 15x}}} = \frac{-5}{3 - \frac{24 + 15}{2\sqrt{36 + 45}}}$$

$$= \frac{-5}{3 - \frac{39}{18}} = \frac{-5}{\frac{15}{18}} = \frac{-5}{\frac{5}{6}} = -6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -6$$

روش دوم:

با ضرب صورت و مخرج در مزدوج مخرج، داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} &\times \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 15x}}{3x + \sqrt{4x^2 + 15x}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5(x - 3)(3x + \sqrt{4x^2 + 15x})}{9x^2 - 4x^2 - 15x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5(x - 3)(3x + \sqrt{4x^2 + 15x})}{5x(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} - \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 15x}}{x} = -\frac{9 + 9}{3} = -\frac{18}{3} = -6 \end{aligned}$$

گزینه ۲

۴۷

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{m+3} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1} = -2$$

باتوجه به اینکه صورت و مخرج کسر، یک عبارت چندجمله‌ای است، پس حاصل حد از تقسیم بزرگ‌ترین جمله صورت بر بزرگ‌ترین جمله مخرج به دست می‌آید؛ یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{m+3} + nx + m}{mx^{n-2} - mx + n - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{m+3}}{mx^{n-2}} = -2$$

حاصل حد یک عدد ثابت شده است، پس داریم: $m + 3 = n - 2$
بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{m+3}}{mx^{n-2}} = \frac{1}{m} = -2 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

و همچنین:

$$m + 3 = n - 2 \xrightarrow{m = -\frac{1}{2}} -\frac{1}{2} + 3 = n - 2 \Rightarrow n = -\frac{1}{2} + 5 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow m + n = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

گزینه ۲

۴۸

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)^3 - (x+1)^3}{x(x-1)^2 - x^3} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - (x^3 + 3x^2 + 3x + 1)}{x(x^2 - 2x + 1) - x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x^2}{-2x^2} = 3 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^6 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x^2| + |x| - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = -1$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا ضابطه $g(f(x))$ را تشکیل می دهیم. برای این کار کافی است در ضابطه تابع $g(x)$ به جای متغیر x ، ضابطه $f(x)$ را جایگزین کنیم. در ادامه حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ (حد توان تابع $(g(f(x)))$ را وقتی $x \rightarrow 1^+$ تعیین کرده، سپس حاصل حد تابع $g(f(x))$ را به دست می آوریم.

$$g(f(x)) = 2^{\frac{2x+5}{x^2-2x+3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+5}{x^2-2x+3} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+5}{(x-3)(x-1)} = \frac{7}{(-2)(0^+)} = -\infty$$

و حالا محاسبه $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(f(x))$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(f(x)) = \lim_{f(x) \rightarrow -\infty} g(f(x)) = \lim_{f(x) \rightarrow -\infty} 2^{f(x)} = 2^{-\infty} = 0$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴

با استفاده از قاعدهٔ پرتوان داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax - \sqrt[p]{x^p - 1}}{fx^n - 1^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{fx^n} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{fx} = \frac{a}{f} = \frac{1}{f} \Rightarrow a = \frac{p}{f}$$

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = \lim_{x \rightarrow p} \frac{\frac{p}{f}x - \sqrt[p]{x^p - 1}}{fx - 1^2} = \frac{0}{0}$$

حال حد را رفع ابهام می‌کنیم:

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow p} \frac{\frac{p}{f}x - \sqrt[p]{x^p - 1}}{fx - 1^2} \times \frac{\frac{f}{q}x^p + \frac{p}{f}x\sqrt[p]{x^p - 1} + (\sqrt[p]{x^p - 1})^p}{\frac{f}{q}x^p + \frac{p}{f}x\sqrt[p]{x^p - 1} + (\sqrt[p]{x^p - 1})^p}$$

$$= \lim_{x \rightarrow p} \frac{\frac{\lambda}{p^2}x^p - x^p + 1}{(fx - 1^2)(\frac{f}{q}x^p + \frac{p}{f}x\sqrt[p]{x^p - 1} + (\sqrt[p]{x^p - 1})^p)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow p} \frac{\cancel{(x - p)} \left(\frac{\lambda}{p^2}x^p - \frac{x}{q} - \frac{1}{p} \right)}{f \cancel{(x - p)} \left(\frac{f}{q}x^p + \frac{p}{f}x\sqrt[p]{x^p - 1} + (\sqrt[p]{x^p - 1})^p \right)}$$

$$= \frac{\frac{\lambda}{p} - \frac{1}{p} - \frac{1}{p}}{f \times (f + p \times p + f)} = \frac{p}{f\lambda} = \frac{1}{p^2}$$

$$\frac{\frac{\lambda}{p^2}x^p - x^p + 1}{\frac{\lambda}{p^2}x^p - \frac{x}{q} - \frac{1}{p}}$$

$$\frac{-\frac{\lambda}{p^2}x^p + \frac{\lambda}{q}x^p}{-\frac{1}{q}x^p + 1}$$

$$+\frac{1}{q}x^p - \frac{1}{p}x$$

$$-\frac{1}{p}x + 1$$

$$+\frac{1}{p}x - 1$$

$$\frac{0}{0}$$

روش دوم: (هوپیتال)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{3}x - \sqrt[3]{x^3 - 1}}{4x - 12} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}(2x)(x^2 - 1)^{-\frac{2}{3}}}{4}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} - 2 \times \frac{1}{4}}{4} = \frac{\frac{4-3}{6}}{4} = \frac{1}{24}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گزینه ۲

۵۲

حد تابع در بی‌نهایت را به دست می‌آوریم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2}}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(a + 2)}{2x}$$

$$\xrightarrow{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{a}{2}} \frac{a + 2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} \xrightarrow[\text{ضرب و تقسیم می‌کنیم}]{\text{در مزدوج صورت}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} \times \frac{3x - \sqrt{4x^2 + 5}}{3x - \sqrt{4x^2 + 5}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9x^2 - 4x^2 - 5}{2(x+1)(-3 - \sqrt{4+5})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-5(x-1)(x+1)}{12(x+1)} = \frac{5}{6}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

گزینه ۱

۵۳

ضابطهٔ $g \circ f(x)$ یا همان $g(f(x))$ را تشکیل می‌دهیم. حد تابع $g(f(x))$ را وقتی $x \rightarrow 0^-$ ، به دست می‌آوریم. دقت کنید اگر در محاسبهٔ حد به عدد $a^{-\infty}$ که در آن $a > 1$ است برخوردیم حاصل برابر صفر می‌شود.

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \frac{2\left(2^{\frac{1}{x}}\right) - 3}{2^{\frac{1}{x}} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2\left(2^{\frac{1}{x}}\right) - 3}{2^{\frac{1}{x}} + 1}$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow 0^- \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -\infty} \lim_{x \rightarrow 0^-} g \circ f(x) = \frac{2(2^{-\infty}) - 3}{(2^{-\infty}) + 1} = \frac{(2 \times 0) - 3}{0 + 1} = \frac{-3}{1} = -3$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

در مرحله اول صورت و مخرج کسر را در مزدوج عبارت مخرج کسر ضرب می کنیم تا عبارت را به ساده ترین شکل ممکن به دست آوریم.

$$\frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 2x}} \times \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x^2 - 2x} = \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{-2x}$$

راه حل اول:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + |x|}{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + x}{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-2x} = -1$$

راه حل دوم: (فراتر از کتاب)

برای به دست آوردن حاصل حد وقتی $x \rightarrow +\infty$ از هم ارزی رادیکالی زیر استفاده می کنیم:

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} \sim \sqrt{a}|x + \frac{b}{2a}|$$

با استفاده از هم ارزی حاصل حد را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{-2x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{1}|x + \frac{2}{2}|}{-2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + x + 1}{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-2x} = -1 \end{aligned}$$

گام اول

می‌دانیم: $\sqrt{x^2 + 5} \sim x$ $x \rightarrow \infty$

گام دوم

صورت و مخرج کسر، یک عبارت چندجمله‌ای است و حاصل حد تابع در بی‌نهایت برابر با یک عدد ثابت شده است؛ بنابراین درجهٔ بزرگ‌ترین جملهٔ صورت و بزرگ‌ترین جملهٔ مخرج با هم برابر است و حاصل حد از تقسیم ضرایب آن‌ها بر هم به دست می‌آید، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - x}{ax^n + 4}$$

$$\xrightarrow{n=1} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - x}{ax + 4} = \frac{-1}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{-2x + 4}$$

اکنون حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{-2x + 4} \times \frac{3 + \sqrt{x^2 + 5}}{3 + \sqrt{x^2 + 5}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9 - x^2 - 5}{2(2 - x)(3 + \sqrt{x^2 + 5})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - x)(2 + x)}{2(2 - x)(3 + \sqrt{x^2 + 5})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 + x}{2(3 + \sqrt{x^2 + 5})} = \frac{2 + 2}{2(3 + \sqrt{4 + 5})} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

گام اول

صورت و مخرج کسر یک عبارت چندجمله‌ای است پس حاصل حد آن در بی‌نهایت از تقسیم بزرگ‌ترین جمله صورت بر بزرگ‌ترین جمله مخرج به دست می‌آید.

ازطرفی چون حاصل حد تابع در بی‌نهایت یک عدد ثابت شده است پس بزرگ‌ترین درجه صورت و بزرگ‌ترین درجه مخرج کسر باهم برابر است.

گام دوم

طبق گام اول داریم: $n = ۲$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 - 3x + 1}{3x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{3x^2} = \frac{a}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2$$

اکنون با مشخص شدن مقدار a ، حاصل $f(-1)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x} \Rightarrow f(-1) = \frac{2(-1)^2 - 3(-1) + 1}{3(-1)^2 - 1} = \frac{2 + 3 + 1}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$$

ابتدا حاصل حد تابع $f(x) = \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2}$ را وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر -1 قرار داده و مقدار a را محاسبه می کنیم. وقتی $x \rightarrow +\infty$ عبارت $x^2 - 4$ مثبت بوده و می توان از قدرمطلق چشم پوشی کرد. برای محاسبه $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$ ابتدا تکلیف قدرمطلق را روشن می کنیم و سپس حاصل حد را به دست می آوریم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{ax^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{ax^2} = \frac{1}{a} = -1$$

$$\Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{|x^2 - 4|}{-x^2 - x + 2}$$

برای به دست آوردن $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x)$ ، ابتدا علامت عبارت داخل قدرمطلق را تعیین می کنیم:

$$x \rightarrow (-2)^+ \Rightarrow x > -2 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow |x^2 - 4| = -(x^2 - 4)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x^2 - 4)}{-x^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{-(x + 2)(x - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x - 2}{x - 1} = \frac{-2 - 2}{-2 - 1} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{x+x+1}{x(x+1)}} - \sqrt{\frac{x^2+1-x^2}{x^2(x^2+1)}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{2x+1}{x^2+x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2+x}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{2x+1}{x+1}} - \sqrt{\frac{1}{x^2+x}} \right) = \sqrt{2} - 0 = \sqrt{2} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول

الف) در تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ حد تابع برابر $-\frac{1}{p}$ است. چون حاصل حد وقتی $x \rightarrow +\infty$ یک عدد شده است، پس بزرگترین درجه صورت کسر با بزرگترین درجه مخرج کسر باید برابر باشد. بزرگترین درجه x در صورت کسر ۱ است، پس $n = 1$ است.

ب) حاصل حد را وقتی که $x \rightarrow +\infty$ با استفاده از هم‌ارزی $\sqrt{ax^p + bx + c} \sim \sqrt{a}|x + \frac{b}{2a}|$ تعیین کرده و مقدار a را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم

$$n = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{ax - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{1}|x + (\frac{-3}{2})|}{ax - 6}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + x - \frac{3}{2}}{ax - 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - \frac{3}{2}}{ax - 6} = \frac{3}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -6$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{-6x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{-6x - 6} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام صورت و مخرج کسر را در مزدوج صورت ضرب کرده و حاصل را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 3x}}{-6x - 6} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 - 3x}}{2x - \sqrt{x^2 - 3x}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 - x^2 + 3x}{-6(x+1)(2x - \sqrt{x^2 - 3x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x(x+1)}{-6(x+1)(2x - \sqrt{x^2 - 3x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x}{-6(2x - \sqrt{x^2 - 3x})}$$

$$= \frac{-3}{-6(-2-2)} = \frac{-3}{(-6)(-4)} = \frac{-3}{24} = \frac{-1}{8}$$

$$n \rightarrow +\infty \Rightarrow \begin{cases} r^{1-2n} = \frac{1}{r^{-1+2n}} \rightarrow 0 \\ r^{2n+1} \rightarrow +\infty \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^{2n+1} - r^{1-2n}}{r^{2n+1} + 3 \times r^{1-2n}} = \frac{\infty}{\infty}$$

راه حل اول:

با استفاده از قاعدهٔ ل‌ه‌وپیتال، حاصل حد را می‌یابیم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^{2n+1} - r^{1-2n}}{r^{2n+1} + 3 \times r^{1-2n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^{2n+1}}{r^{2n+1}} = 1$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^{2n+1} - r^{1-2n}}{r^{2n+1} + 3 \times r^{1-2n}} &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{r^{1-2n}}(r^{4n} - 1)}{\cancel{r^{1-2n}}(r^{4n} + 3)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^{4n} - 1}{r^{4n} + 3} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(r^{4n} + 3) - 4}{(r^{4n} + 3)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \underbrace{\frac{4}{r^{4n} + 3}}_0 = 1 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

$$n \rightarrow +\infty \Rightarrow \begin{cases} 3^{-2n+1} = \frac{1}{3^{2n-1}} \rightarrow 0 \\ 3^{2n} \rightarrow +\infty \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \frac{\infty}{\infty}$$

روش اول: با استفاده از قاعده پرتوان داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$$

روش دوم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{-2n+1}(3^{4n-1} - 1)}{3^{-2n+1}(2 \times 3^{4n-1} + 1)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{4n-1} - 1}{2 \times 3^{4n-1} + 1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{3^{4n-1}}(1 - \frac{1}{\cancel{3^{4n-1}}})}{\cancel{3^{4n-1}}(2 + \frac{1}{\cancel{3^{4n-1}}})} = \frac{1}{2}$$

توجه:

$$(n \rightarrow +\infty) \Rightarrow (\frac{1}{3^{4n-1}} \rightarrow 0)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin^{2n}(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sin^2(x))^n$$

می‌دانیم $0 \leq \sin^2(x) \leq 1$ است، پس در نقاطی که $\sin x \in [0, 1)$ حاصل حد برابر صفر خواهد بود، زیرا اعداد بازه $(0, 1)$ را هرچه به توان بزرگ‌تر برسانیم کوچک و کوچک‌تر می‌شود:

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin^{2n}(x) = \begin{cases} 1 & ; x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 0 & ; x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ تابع داده‌شده در نقاط $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ ناپیوسته است.

پینوشت: اگر بخواهیم با تعریف پیوستگی در نقطه پاسخ دهیم، باتوجه به اینکه در کتاب درسی نقاط ابتدا و انتهای بازه بسته با تعریف پیوستگی در نقطه، ناپیوسته محسوب می‌شوند، ۴ نقطه ناپیوستگی داریم. کلید سنجش دو نقطه است، پس ابتدا و انتهای بازه را با تعریف پیوستگی در بازه، پیوسته در نظر می‌گیریم.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول

حاصل حد مبهم است. با استفاده از رفع ابهام عامل صفرشونده یا همان $x - 2$ ، حاصل حد را به دست می‌آوریم.

گام دوم

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{6}{x^2 - 2x} - \frac{x+1}{x-2} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{6}{x(x-2)} - \frac{x+1}{x-2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{6 - x^2 - x}{x(x-2)} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{-(x-2)(x+3)}{x(x-2)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x+3)}{x} = \frac{-5}{2}\end{aligned}$$

ابتدا حد تابع $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}$ را وقتی $x \rightarrow 0^-$ به دست می‌آوریم. اگر حاصل حد تابع محاسبه شده در قسمت قبل را L در نظر بگیریم، باید $\lim_{x \rightarrow L} f(x)$ را محاسبه کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{x^3} = \frac{0 - 1}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

پس باید حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^-} f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 1}) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - |x|) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - x) = 0\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

گام اول

وقتی $x \rightarrow -4$ ، حاصل حد $\infty - \infty$ بوده و مبهم است.

گام دوم

برای رفع ابهام ابتدا با مخرج مشترک گیری میان دو کسر، عبارت را به ساده ترین شکل ممکن در آورده سپس حد آن را وقتی $x \rightarrow -4$ محاسبه می کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{x+19}{x^2+3x-4} + \frac{3}{x+4} &= \frac{x+19}{(x+4)(x-1)} + \frac{3}{x+4} \\ &= \frac{x+19+3(x-1)}{(x+4)(x-1)} = \frac{x+19+3x-3}{(x+4)(x-1)} = \frac{4x+16}{(x+4)(x-1)} \\ &= \frac{4(x+4)}{(x+4)(x-1)} = \frac{4}{x-1} \end{aligned}$$

حالا حاصل عبارت ساده شده را وقتی $x \rightarrow -4$ حساب می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{4}{x-1} = \frac{4}{-4-1} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}$$

می دانیم: $[2^-] = 1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2(1)}{2-x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x+2}{x(x-2)} + \frac{2}{2-x} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{2}{x-2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2-2x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3}{(2x+1)(x+2)} - \frac{4}{(x+2)(x-2)} \right) &= \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{3(x-2) - 4(2x+1)}{(2x+1)(x+2)(x-2)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{-5(x+2)}{(2x+1)(x+2)(x-2)} \right) = \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{-5}{(2x+1)(x-2)} \right) = -\frac{5}{12} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

راهحل اول: استفاده از هم‌ارزی:

$$\sqrt{ax^p + bx + c} \underset{x \rightarrow \pm\infty}{\sim} \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 2 \left| x + \frac{1}{4} \right|)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 2(x + \frac{1}{4})) = -\frac{1}{2}$$

راهحل دوم: با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x + \sqrt{4x^2 + x})(2x - \sqrt{4x^2 + x})}{2x - \sqrt{4x^2 + x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - (4x^2 + x)}{2x - \sqrt{4x^2 + x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{2x - |2x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{4x} = -\frac{1}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

گام اول

می‌دانیم:

$$\sqrt{ax^p + bx + c} \underset{x \rightarrow \pm\infty}{\sim} \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

گام دوم

باتوجه به گام اول داریم:

$$\sqrt{4x^2 + 9x} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \sqrt{4} \left| x + \frac{9}{4} \right| = 2(x + \frac{9}{4}) = 2x + \frac{9}{2}$$

چون $x \rightarrow +\infty$ ، می‌توان در مخرج کسر از عبارت $\sqrt{x}$ در برابر $3x$ صرف‌نظر کرد.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - (2x + \frac{9}{2})}{3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x - \frac{9}{2}}{3x} = -\frac{1}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

گام اول

الف) برای به دست آوردن حاصل حد ابتدا عبارت $x(x + \sqrt{x^2 - \lambda})$ را در مزدوج عبارت $x + \sqrt{x^2 - \lambda}$ ضرب و تقسیم می کنیم.

ب) چون $x \rightarrow -\infty$ ، در عبارت کسری به دست آمده، برای محاسبه حد حاصل تقسیم جملات پرتوان را در نظر می گیریم.

گام دوم

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} x(x + \sqrt{x^2 - \lambda}) &\times \frac{x - \sqrt{x^2 - \lambda}}{x - \sqrt{x^2 - \lambda}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(x^2 - x^2 + \lambda)}{x - \sqrt{x^2 - \lambda}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\lambda x}{x - \sqrt{x^2 - \lambda}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\lambda x}{x - |x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\lambda x}{x - (-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\lambda x}{2x} = \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۴

۷۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴

گام اول

حاصل حد $\infty - \infty$ و مبهم است.

گام دوم

برای رفع ابهام و به دست آوردن حاصل حد، از هم ارزی رادیکالی زیر استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} n = 3 \Rightarrow \text{عدد فرد} \Rightarrow \sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \dots} &\sim \sqrt[n]{a} \left(x + \frac{b}{na}\right) \\ \sqrt[3]{\lambda x^3 + 2x^2} &\sim \sqrt[3]{\lambda} \left(x + \frac{2}{3\lambda}\right) = 2 \left(x + \frac{1}{12}\right) = 2x + \frac{1}{6} \end{aligned}$$

حالا حاصل حد را محاسبه می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{\lambda x^3 + 2x^2} - 2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x + \frac{1}{6} - 2x\right) = \frac{1}{6}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) نمودار تابع از نقطه $(۱, ۲)$ می‌گذرد، پس مختصات این نقطه در ضابطه تابع صدق می‌کند.
ب) می‌دانیم:

$$\sqrt{ax^2 + bx + c} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

گام دوم

باتوجه به قسمت الف) از گام اول داریم:

$$f(x) = \frac{ax + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{3x - 2} \xrightarrow{f(1)=1} 1 = \frac{2a + 1 + 5}{4} \Rightarrow 2a + 6 = 4$$

$$\Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

باتوجه به قسمت ب) از گام اول می‌توان نوشت:

$$\sqrt{4x^2 + 9} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} 2x$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1 + \sqrt{4x^2 + 9}}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1 + 2x}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{3x - 2} = \frac{1}{3}$$

توجه کنید که عبارت $1 + \cos \alpha$ همواره نامنفی است و همچنین $\sin \frac{\pi}{4}$ عددی منفی است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sin x}{1 + \cos \frac{\pi}{x}} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{0^+} = -\infty$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱۴

$$2a + 3 < 10 < a + 17 \Rightarrow \begin{cases} 2a + 3 < 10 \\ 10 < a + 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < \frac{7}{2} \\ a > -7 \end{cases} \xrightarrow{\cap} -7 < a < \frac{7}{2}$$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱۴۰۰۶

$$4x + 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{بازه} = \left(2, \frac{9}{4} \right)$$

بازه $\left(2, \frac{9}{4} \right)$ همسایگی چپ $\frac{9}{4}$ است.

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۰

باتوجه به حدود داده شده، تنها گزینه ممکن، گزینه "۱" است.

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۹

$$P(2) = 3 \Rightarrow 16 + 2m - 1 = 3 \Rightarrow 2m = -12 \Rightarrow m = -6$$

$$P(4) = 2 \times 64 - 6 \times 4 - 1 = 128 - 24 - 1 = 103$$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

$$p(-2) = 4$$

$$g(x) = xp^2(x) - p(x) + x^4$$

$$g(-2) = -2p^2(-2) - p(-2) + (-2)^4 = -2(4)^2 - 4 + 16 = -20$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

$$f(2) = 3 \Rightarrow 8 + 6 - k = 3 \Rightarrow k = 11$$

$$f(x) = x^3 + 3x - 11$$

$$g(x) = kf(2x) + f(3x - 1)$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$g(1) = kf(2) + f(2) = 12f(2) = 12 \times 3 = 36$$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{[-2x] + \sqrt{10}}{\sin 2x} = \frac{[-\pi] + \sqrt{10}}{\sin(\pi^-)} = \frac{-4 + \sqrt{10}}{0^+} = -\infty$$

دقت کنید که $0 < \sqrt{10} - 4$ است.

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۰ ۱۴۰۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (\sqrt{x^4 + x} - \sqrt{x^4 - x}) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 (x^4 + x - x^4 + x)}{\sqrt{x^4 + x} + \sqrt{x^4 - x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^2 + x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x) = +\infty \end{aligned}$$

تالیفی سیروس نصیری

ناشرین انتشارات بیست ریاضی و فیزیک دوازدهم

ناشرین انتشارات بیست علوم تجربی دوازدهم

$$x - 1 < 2 < 2x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 < 2 \\ 2x + 3 > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -\frac{1}{2} < x < 3$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow (-4)^+} \frac{[-x] - 3/4}{4 - |x|} = \frac{[-(-4)^+] - 3/4}{4 - |(-4)^+|} = \frac{3 - 3/4}{4 - 4^-} = \frac{-0/4}{0^+} = -\infty$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(f(x))) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[x] + a}{\sin x} = \frac{3 + a}{0^-} = +\infty \Rightarrow 3 + a < 0 \Rightarrow a < -3$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x][x] + 5}{x^2 - 4} = \frac{-3 \times 2 + 5}{4^+ - 4} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$$

$$g(x) = f(x + 1), g(-4) = 0 \Rightarrow f(-3) = 0$$

$$h(x) = f(2x - 1), h(-4) = f(-9) = 0$$

چون $f(-9) = f(-3) = 0$ است، پس $f(x)$ بر $(x + 3)$ و $(x + 9)$ بخش پذیر و در نتیجه بر $(x + 3)(x + 9)$ بخش پذیر است، پس باقی مانده صفر خواهد بود.

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

دقت کنید که $\pi - 3 > 0$ است:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\pi - 3}{9 - x^2} = \frac{\pi - 3}{9 - 9^+} = \frac{\pi - 3}{0^-} = -\infty$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

ابتدا علامت قدر مطلق را تعیین می کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{1 + \cos x} &= \frac{0}{0} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{1 + \cos x} &= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{2}{0^+} = +\infty \end{aligned}$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{-\sqrt{17} + x}{|x - 7|} = \frac{-\sqrt{17} + 7}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi - 7}{x^7 - x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi - 7}{x^3(1 - x)} = \frac{\pi - 7}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{7}{\sin x} = \frac{7}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[1 - \sqrt{7}] + 7}{x(x - 1)^7} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴۰۰۱۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \cos x}} &= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x \sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 + \cos x} \sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x \sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x \sqrt{1 - \cos x}}{|\sin x|} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \sqrt{1 - \cos x} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴۰۰۱۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}}{\cos^7 x - \sin^7 x} &\times \frac{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cancel{\cos x} - \cancel{\sin x}}{(\cancel{\cos x} - \cancel{\sin x})(\cos x + \sin x)(\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x})} \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2})(\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}})} = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{2^{\frac{5}{2}}} = 2^{-\frac{5}{2}} = 2^a \Rightarrow a = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶۰۰۱۴

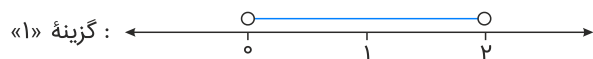
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{\sqrt{x} + 7} - 3}{16 - x^2} \times \underbrace{\frac{\sqrt{\sqrt{x} + 7} + 3}{\sqrt{\sqrt{x} + 7} + 3}}_6 = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{(4 - x)(4 + x) \times 6} \times \underbrace{\frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2}}_4$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{x - 4}}{-(\cancel{x - 4})(x + 4) \times 6 \times 4} = -\frac{1}{192}$$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰

$$\begin{cases} 2x + 3 < 1 \Rightarrow 2x < -2 \Rightarrow x < -1 \\ x - 1 < 2x + 3 \Rightarrow -4 < x \end{cases} \xrightarrow{\cap} -4 < x < -1$$

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۰



بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۰

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x - \sqrt{4x^2 + 4x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - (4x^2 + 4x)}{2x + \sqrt{4x^2 + 4x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{2x + |2x|} = -1$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی - شروین سیاح نیا - علی شهبازی فراهانی
تستر علوم تجربی دوازدهم

باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x - 1$ برابر با ۶ است، پس داریم: $P(1) = 6$

باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 3$ برابر با ۲ است، پس داریم: $P(-3) = 2$

برای به دست آوردن باقی‌مانده تقسیم $P(x - 5) + xP(x - 1)$ بر $x - 2$ ، باید $x = 2$ را در $P(x - 5) + xP(x - 1)$ قرار دهیم. داریم:

$$\text{باقی‌مانده} = P(-3) + 2P(1) = 2 + 2(6) = 14$$

تالیفی شروین سیاح نیا - محمد مصطفی ابراهیمی - علی شهرابی فراهانی
تستر ریاضی و فیزیک دوازدهم
تستر علوم تجربی دوازدهم

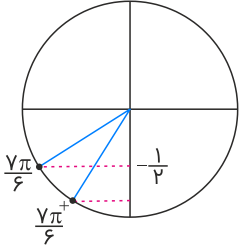
برخلاف تصور اولیه، با ابهام $\infty - \infty$ مواجه نیستیم و کافی است از هم‌ارزی پرتوان استفاده کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + \sqrt{4x^2 - x + 1}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2} + \sqrt{4x^2}) \\ &\quad \downarrow \text{پرتوان} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (|2x| + |2x|) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x - 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x) = +\infty \end{aligned}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی - علی شهرابی فراهانی - شروین سیاح نیا - آریان حیدری
تستر علوم تجربی دوازدهم
تستر ریاضی و فیزیک دوازدهم

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{\pi}}{6}} \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x} \xrightarrow{x = \frac{\sqrt{\pi}}{6}} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{0} = \infty$$

برای تعیین علامت ∞ باید تکلیف علامت صفر حدی مخرج را مشخص کنیم (شکل را ببینید):

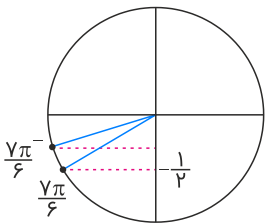


الف) $x \rightarrow (\frac{\sqrt{\pi}}{6})^+ \Rightarrow \sin x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-$

پس جواب حد برابر است با:

$$\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^-} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + (-1)^-} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^-} = +\infty$$

ب) $x \rightarrow (\frac{\sqrt{\pi}}{6})^- \Rightarrow \sin x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+$



پس جواب حد برابر است با:

$$\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2(-\frac{1}{2})^+} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + (-1)^+} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^+} = -\infty$$

بنابراین گزینه "۲" صحیح است.

طبق قاعدهٔ پرتوان، در رادیکال صورت بین $9x^2$ و $5x$ و $\sqrt{-2x}$ و $2x$ را انتخاب می‌کنیم؛ پس داریم:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2 + 5x}}{2x + \sqrt{-2x}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2}}{2x} \\&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - |3x|}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - (-3x)}{2x} \\&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2}\end{aligned}$$

تالیفی محمد مصطفی ابراهیمی - علی شهرابی فراهانی - شروین سیاح نیا - آریان حیدری

تستر علوم تجربی دوازدهم

تستر ریاضی و فیزیک دوازدهم