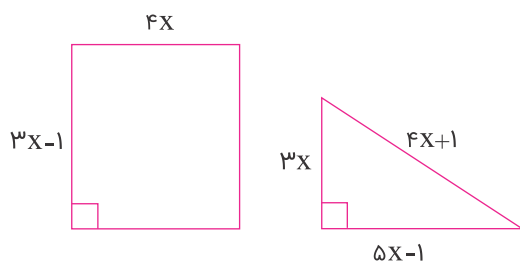


۱ اگر محیط مثلث و مستطیل زیر باهم برابر باشند، آنگاه:



الف مقدار x را بیابید.

ب مساحت مثلث و مستطیل را به دست آورید.

۲ در ساخت یک آلیاژ از دو فلز آلومینیوم و آهن به نسبت ۵ به ۱ استفاده شده است (یعنی نسبت وزن آلومینیوم به آهن برابر ۵ است). اگر این آلیاژ را ذوب کنیم و ۵۰۰ گرم آلومینیوم به آن اضافه کنیم، $\frac{1}{7}$ وزن آلیاژ را آهن تشکیل می‌دهد. وزن آلیاژ قبل از ذوب شدن چقدر است؟

۳

قیمت هر دفتر سه برابر قیمت هر مداد و $\frac{4}{3}$ قیمت هر خودکار است. علی برای خرید ۳ دفتر، ۴ مداد و ۵ خودکار ۹۷ هزار تومان پرداخت می‌کند. قیمت هر دفتر، هر مداد و هر خودکار چند تومان است؟

۴

در یک صندوق مقداری پول موجود است. روز اول مقداری از آن را برمی‌داریم. روز دوم نصف روز اول، روز سوم نصف روز دوم و روز چهارم نصف روز سوم برمی‌داریم و پول صندوق تمام می‌شود.

الف

اگر پول اولیه صندوق ۱۵۰ هزار تومان باشد، روز اول چقدر برداشته‌ایم؟

ب

اگر روز اول ۷۰۰۰ تومان بیشتر از روز چهارم برداشته باشیم، پول اولیه صندوق چقدر بوده است؟

۵

سن شخصی $\frac{2}{3}$ تعداد سال‌هایی است که تا ۱۲۰ سالگی او مانده است. سن شخص را بیابید.

۶

هریک از معادلات زیر را حل کنید.

الف

$$\frac{2x+1}{x-1} = 5/1$$

ب

$$\frac{3}{5}(3x-2) = x+1$$

پ

$$\frac{2x-3}{3} + \frac{2x+1}{4} = \frac{1}{6}$$

۷

نصف دانش‌آموزان سال دهم یک دبیرستان انسانی و $\frac{5}{8}$ باقی‌مانده تجربی‌اند. اگر ۱۵ دانش‌آموز رشته ریاضی باشند، آنگاه:

الف

تعداد کل دانش‌آموزان را بیابید.

ب

چند نفر انسانی‌اند؟

پ

چند نفر تجربی‌اند؟

۸

در یک امتحان اگر هر سؤال در ۹ دقیقه حل شود ۱۰ دقیقه زمان اضافه می‌آید و اگر هر سؤال در ۱۱ دقیقه حل شود ۱۰ دقیقه وقت کم می‌آید. تعداد سؤالات و زمان امتحان را بیابید.

۹

اگر یکی از جواب‌های معادله $ax^2 - 2x = 2a + 4$ برابر با ۱- باشد، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف

مقدار a را بیابید.

ب

جواب دیگر معادله را به دست آورید.

۱۰

در یک کارخانه حقوق یک مهندس ۴ برابر یک کارگر و $\frac{2}{5}$ مدیر بخش خود است. قسمت تولید این کارخانه ۵ مدیر بخش، ۸ مهندس و ۱۲ کارگر دارد. اگر برای این قسمت، ماهانه ۱۰۰ میلیون تومان پرداخت شود حقوق یک کارگر در ماه چقدر است؟

۱۱

سارا از ماه اول شروع به دویدن کرده به طوری که هر روز دو برابر روز قبل دویده است. اگر سارا در روز هشتم ۱۹۲ دقیقه دویده باشد، آنگاه:

الف

روز اول چند دقیقه دویده است؟

ب در این ۸ روز مجموعاً چند دقیقه دویده است؟

۱۲ علی از محمد پرسید که تعداد بچه‌های کلاس شما چقدر است؟ محمد جواب داد: ما و ما و نصف ما و نیمه‌ای از نصف ما گر تو هم با ما شوی جملگی ۱۲۲ شویم. دانش‌آموزان کلاس محمد چند نفر هستند؟

۱۳ نصف ثلث عددی را از آن عدد کم می‌کنیم سپس ۲ واحد به آن اضافه می‌کنیم، حاصل برابر با ۷۷ می‌گردد. آن عدد کدام است؟

۱۴ یک واحد بیشتر از ثلث عددی با نصف آن عدد برابر است، آن عدد را بیابید.

۱۵ اگر $x = 1$ جواب معادله $x + a = 3 - ax$ باشد:

الف مقدار a را بیابید.

ب معادله $ax + 3a = 1 - \frac{x}{2}$ را حل کنید.

۱۶ معادلات زیر را به روش‌های خواسته‌شده حل کنید.

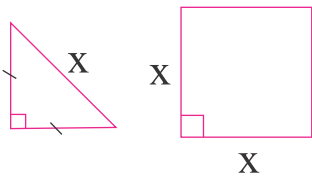
الف

$$3x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (\text{روش } \Delta)$$

۱۷ معادله $x^2 - 6x - 7 = 0$ را به روش تبدیل به مربع کامل حل کنید. (مراحل را بنویسید.)

۱۸ مساحت و محیط یک مستطیل به ترتیب ۱۴ و ۱۸ می‌باشد. طول اضلاع آن را بیابید.

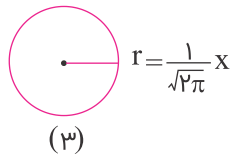
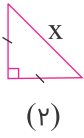
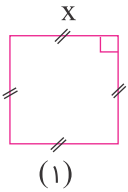
۱۹ اگر مساحت مثلث از مساحت مربع ۱ واحد کمتر باشد، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف مقدار x را بیابید.

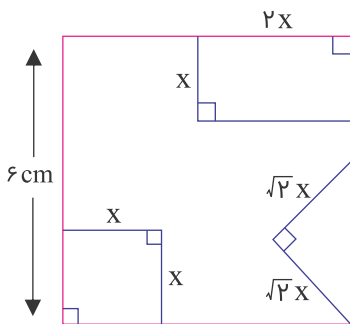
ب مساحت هر دو شکل را به دست آورید.

اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر برابر ۷ باشد، طول ضلع مربع (x) چقدر است؟



$$r = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} x$$

از مربعی به ضلع ۶ cm سه شکل زیر بریده شده است. مساحت باقی‌مانده 24 cm^2 است. طول ضلع بریده‌شده (x) چقدر است؟



معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ باشد. آیا منحصر به فرد است؟

۲۳

معادله درجه دومی بنویسید که دارای ریشه‌های $\frac{1}{4}$ و $-\frac{3}{4}$ باشد. چند معادله با این شرایط می‌توانید بنویسید؟

۲۴

معادلات زیر را به روش ریشه‌گیری حل کنید.

الف

$$(x - 1)^2 = 9$$

ب

$$4x^2 - 1 = 0$$

پ

$$(1 - x)^2 = (5 + 2x)^2$$

ت

$$(3x + 1)^2 - 25 = 0$$

۲۵

مجموع مربعات دو عدد طبیعی فرد متوالی برابر ۱۳۰ است. آن دو عدد را بیابید.

۲۶ معادله (الف) را به روش مربع کامل و معادله (ب) را با روش کلی حل کنید.

الف) $۲x^۲ + ۸x - ۵ = ۰$

ب) $۹x^۲ - ۸x - ۱ = ۰$

۲۷ معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید.

الف

$$\frac{x^۲}{۵} = x$$

ب

$$(x + ۵)(x - ۷) = x - ۷$$

پ

$$۲۵x^۲ - ۲۰x + ۴ = ۰$$

ت

$$x^۲ - ۱۸x - ۱۹ = ۰$$

$$\mathfrak{w}a^{\mathfrak{r}} - a - \mathfrak{w} = a(\mathfrak{w} - a)$$



$$(\mathfrak{r}x + 1)^{\mathfrak{r}} + \mathfrak{w}(\mathfrak{r}x + 1) + \mathfrak{f} = \circ$$



$$\mathfrak{f}x^{\mathfrak{r}} - \lambda x + \mathfrak{w} = \circ$$



$$\mathfrak{r}\mathfrak{w}x^{\mathfrak{r}} - \mathfrak{w}\circ x + \mathfrak{q} = \circ$$



$$(x + 1)^{\mathfrak{r}} = \mathfrak{f}$$



$$x^{\mathfrak{f}} - \mathfrak{f}x^{\mathfrak{r}} = \circ$$



ذ

$$۴x^۲ - (۲ - x)^۲ = ۰$$

۲۸

معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

الف

$$x^۲ - ۶x + ۱ = ۰$$

ب

$$x^۲ + x = \frac{1}{۴}$$

پ

$$۴x^۲ + ۴x + ۳ = ۰$$

ت

$$x(x - \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۲۹

معادلات زیر را به روش کلی (Δ) حل کنید.

الف

$$5x^2 - 2x - 3 = 0$$

ب

$$3x^2 + \sqrt{3}x + \frac{1}{4} = 0$$

پ

$$\frac{1}{\sqrt{2}}x^2 - \frac{4}{\sqrt{2}} = x$$

ت

$$(x + 1)^2 + 2(x + 1) + 5 = 0$$

الف

$$x(6x + 5) = 1$$

ب

$$\frac{x^2}{2} = \frac{x}{3}$$

۳۱ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، حاصل عبارت‌های زیر را بدون حل معادله بیابید.

الف

$$x_1 + x_2$$

ب

$$x_1 x_2$$

۳۲ تمام مقادیر ممکن را برای m به گونه‌ای به دست آورید که معادله $x^2 + (m - 1)x + 4 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد. (مسئله ممکن است بیش از یک جواب داشته باشد)

۳۳ به ازای کدام مقدار برای m ، جواب‌های معادله $x^2 - (2m - 3)x + m^2 = 0$ باهم برابرند؟

۳۴ اگر معادله $x^2 + (k - 1)x + 3k - 11 = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، مقادیر k را به دست آورید.

۳۵ اگر معادله $x^2 + 5x + 2m = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، محدوده m را بیابید.

۳۶ معادلات گویای زیر را حل کنید.

الف

$$\frac{2x - 1}{x + 1} = \frac{1}{3}$$

ب

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x + 3}{2 - x} = \frac{2x - 3}{x + 2}$$

پ

$$\frac{5}{x - 1} - \frac{x}{x - 1} = x + 1$$

ت

$$\frac{2x^2 + 4}{2x + 1} = x$$

$$\frac{x+3}{3x-2} = 1 - \frac{1}{x+2}$$



$$\frac{2x+2}{x^2+x} + \frac{3x-2}{x} = 1$$



$$\frac{3x+1}{x+1} + \frac{2x+7}{x+2} = 5$$



$$\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{1}{x-3}$$





$$\frac{x+3}{x-3}-\frac{x}{x+3}=\frac{6}{x^2-9}$$



$$\frac{x}{5}+\frac{1}{x+1}=\frac{x-1}{2x+2}$$



$$\frac{7}{x-4}-\frac{5}{x-2}=\frac{1}{2}$$



$$\frac{2x}{x+1}-\frac{6}{x^2-x-2}=\frac{x+1}{x-2}$$

دو حسابدار باهم کار حسابداری یک اداره را در ۶ ساعت کاری انجام می‌دهند. اگر این حسابدارها به تنهایی کار حسابرسی را انجام دهند، یکی از آن‌ها ۵ ساعت زودتر از حسابدار دیگر کار حسابرسی را اتمام می‌کند. هریک از حسابدارها به تنهایی چند ساعت کار حسابرسی انجام می‌دهند؟

مادری تعدادی شکلات بین خودش و اعضای خانواده‌اش به‌طور مساوی تقسیم می‌کند. اما برای اینکه به هر نفر تعداد بیشتری شکلات برسد سهم خودش را می‌بخشد و این بار همه شکلات‌ها را بین همه اعضای خانواده‌اش به‌طور مساوی تقسیم می‌کند تا سهم هر نفر $\frac{1}{6}$ بیشتر شود. تعداد اعضای خانواده چقدر است؟

به ازای چه مقدار k معادله $\frac{1}{x-2} + \frac{8}{k} = \frac{3x}{x+2}$ دارای جواب $x = 1$ است؟

۱ الف

$$\text{محیط مستطیل} = 2(\overbrace{4x + 3x - 1}^{y-1}) = 2(y-1) = 14x - 2$$

$$\text{محیط مثلث} = 3x + 5x - 1 + 4x + 1 = 12x$$

از برابری دو محیط به دست آمده داریم:

$$\Rightarrow 14x - 2 = 12x \Rightarrow 14x - 12x = 2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} = 1$$

ب

$$\text{مساحت مستطیل} = (3x - 1)(4x) \xrightarrow{x=1} (3 - 1)(4) = 2 \times 4 = 8$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{3x(5x - 1)}{2} \xrightarrow{x=1} \frac{3(5 - 1)}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

۲

وزن آهن و آلومینیوم را به ترتیب x و y نامیده، لذا خواهیم داشت:

$$\frac{y}{x} = 5 \Rightarrow y = 5x$$

$$\text{وزن آلیاژ قبل از اضافه کردن آلومینیوم} = x + y = x + 5x = 6x$$

$$\text{وزن آلیاژ بعد از اضافه کردن آلومینیوم} = 6x + 500$$

$$\frac{1}{y} \times (\text{وزن آلیاژ جدید}) = \overbrace{x}^{\text{آهن}} \Rightarrow \frac{1}{y}(6x + 500) = x$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 6x + 500 = 7x \Rightarrow 7x - 6x = 500 \Rightarrow x = 500 \text{ (گرم)}$$

$$\text{گرم} \quad 6x = 6(500) = 3000 \text{ گرم}$$

اگر قیمت هر دفتر را x ، قیمت هر مداد را y و قیمت هر خودکار را t بنامیم، آنگاه:

$$x = 3y \Rightarrow \text{مداد} : y = \frac{1}{3}x \quad (*)$$

$$x = \frac{4}{3}t \Rightarrow \text{خودکار} : t = \frac{3}{4}x \quad (**)$$

$$\text{طبق فرض} : 3x + 4y + 5t = 97000$$

$$\Rightarrow 3x + \frac{4}{3}x + \frac{15}{4}x = 97000$$

$$\xrightarrow{\times 12} 36x + 16x + 45x = 12 \times 97000$$

$$\Rightarrow 97x = 12 \times 97000 \Rightarrow x = \frac{12 \times 97000}{97} = 12000 \text{ (تومان)}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}(12000) = 4000 \text{ تومان}$$

$$t = \frac{3}{4} \times 12000 = 9000 \text{ تومان}$$

اگر x مقدار برداشت روز اول باشد، آنگاه:

$$x + \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right)\right) = 150000$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 150000$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب تمام جملات در 8}} 8x + 4x + 2x + x = 1200000$$

$$\Rightarrow 15x = 1200000 \Rightarrow x = 80000$$

اگر پول برداشته شده صندوق در روز اول را x در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{روز اول} = x, \text{ روز چهارم} = \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow x - \frac{x}{4} = 7000 \Rightarrow \frac{3}{4}x = 7000$$

$$3x = 4 \times 7000 \Rightarrow x = \frac{4 \times 7000}{3} \Rightarrow x = 9333 \text{ تومان}$$

$$\text{پول صندوق} = \left(x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right) = \frac{15}{8}x$$

$$= \frac{15}{8} \times 9333 = 17500 \text{ (تومان)}$$

اگر این شخص x سال داشته باشد، تعداد سال‌هایی که تا ۱۲۰ سالگی مانده برابر با $(۱۲۰ - x)$ است و در نتیجه:

$$x = \frac{۲}{۳}(۱۲۰ - x) \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۳x = ۲(۱۲۰ - x)$$

$$\Rightarrow ۳x = ۲۴۰ - ۲x \Rightarrow ۳x + ۲x = ۲۴۰$$

$$\Rightarrow ۵x = ۲۴۰ \Rightarrow x = \frac{۲۴۰}{۵} = ۴۸$$

۶
الف

$$\frac{۲x + ۱}{x - ۱} = \frac{۱}{۱۰} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۱۰(۲x + ۱) = x - ۱$$

$$\Rightarrow ۲۰x + ۱۰ = x - ۱ \Rightarrow ۲۰x - x = -۱ - ۱۰$$

$$\Rightarrow ۱۹x = -۱۱ \Rightarrow x = -\frac{۱۱}{۱۹}$$

ب

$$\frac{۳}{۵}(۳x - ۲) = x + ۱ \xrightarrow{\times ۵} ۳(۳x - ۲) = ۵(x + ۱)$$

$$\Rightarrow ۹x - ۶ = ۵x + ۵ \Rightarrow ۹x - ۵x = ۵ + ۶ \Rightarrow ۴x = ۱۱ \Rightarrow x = \frac{۱۱}{۴}$$

پ

$$\frac{۲x - ۳}{۳} + \frac{۲x + ۱}{۴} = \frac{۱}{۶}$$

$$\xrightarrow{\times ۱۲} ۴(۲x - ۳) + ۳(۲x + ۱) = ۲ \Rightarrow ۸x - ۱۲ + ۶x + ۳ = ۲$$

$$۱۴x - ۹ = ۲ \Rightarrow ۱۴x = ۲ + ۹ \Rightarrow ۱۴x = ۱۱ \Rightarrow x = \frac{۱۱}{۱۴}$$

۷
الف

تعداد کل دانش‌آموزان دهم را x در نظر می‌گیریم، داریم:

$$۱۵ = \text{ریاضی} = \frac{۵}{۸} \left(x - \frac{x}{۲} \right), \text{تجربی} = \frac{x}{۲}, \text{انسانی} = \frac{x}{۲}$$

$$\Rightarrow x = \frac{x}{۲} + \frac{۵}{۸} \left(\frac{x}{۲} \right) + ۱۵$$

$$x - \frac{x}{۲} - \frac{۵}{۱۶}x = ۱۵ \xrightarrow[\text{برای از بین بردن مخرج‌ها}]{\text{ضرب تمام جملات در ۱۶}} ۱۶x - ۸x - ۵x = ۲۴۰$$

$$\Rightarrow ۳x = ۲۴۰ \Rightarrow x = \frac{۲۴۰}{۳} = ۸۰$$

ب

$$\text{انسانی} = \frac{x}{۲} = \frac{۸۰}{۲} = ۴۰$$

پ

$$\text{تجربی} = \frac{5}{8} \times \frac{x}{2} = \frac{5}{8} \times \frac{80}{2} = 25$$

۸

فرض کنید تعداد سؤالات x باشد، داریم:

$$\text{زمان امتحان} = 9x + 10 = 11x - 10$$

$$\Rightarrow 9x - 11x = -10 - 10$$

$$\Rightarrow -2x = -20 \Rightarrow x = \frac{-20}{-2} = 10 \text{ تعداد سؤالات}$$

$$\text{دقیقه} = 9x + 10 = 9(10) + 10 = 100$$

۹ الف

جواب معادله در معادله صدق می‌کند، بنابراین داریم:

$$ax^2 - 2x = 2a + 4 \xrightarrow{x=-1} a(-1)^2 - 2(-1) = 2a + 4$$

$$\Rightarrow a + 2 = 2a + 4 \Rightarrow a - 2a = 4 - 2 \Rightarrow -a = 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{-1} = -2$$

ب

$$a = -2 \Rightarrow -2x^2 - 2x = 2(-2) + 4$$

$$-2x^2 - 2x = -4 + 4 \Rightarrow 2x^2 + 2x = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + x = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه}} x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

۱۰

$$\text{حقوق مهندس} = 4 \times (\text{حقوق کارگر}) = 4x$$

$$\text{حقوق مدیر} = \frac{2}{5} (\text{حقوق مهندس}) \Rightarrow 4x = \frac{2}{5} \times \text{حقوق مدیر}$$

$$\Rightarrow \text{حقوق مدیر} = 4x \times \frac{5}{2} = 10x$$

$$100 = \text{حقوق ۱۲ کارگر} + \text{حقوق ۸ مهندس} + \text{حقوق ۵ مدیر} : \text{طبق فرض سؤال}$$

$$\Rightarrow 5(10x) + 8(4x) + 12(x) = 100$$

$$\Rightarrow 94x = 100 \Rightarrow x = \frac{100}{94} \text{ (میلیون تومان)}$$

۱۱ الف

$$\underbrace{x}_{\text{روز اول}} \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{\times 2} 4x \xrightarrow{\times 2} 8x \xrightarrow{\times 2} 16x \xrightarrow{\times 2} 32x \xrightarrow{\times 2} 64x \xrightarrow{\times 2} \underbrace{128x}_{\text{روز هشتم}}$$

$$128x = 192 \Rightarrow x = \frac{192}{128} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ دقیقه}$$

$$x + 2x + 4x + 8x + 16x + 32x + 64x + 128x = 255x$$

$$\xrightarrow{x=1/5} 255 \times \frac{3}{5} = 382/5 \text{ دقیقه}$$

۱۲

ما یعنی کل بچه‌های کلاس محمد اگر تعدادشان را x در نظر بگیریم، داریم:

$$\underbrace{x+x}_{\text{ما و ما}} + \underbrace{\frac{x}{2}}_{\text{نصف ما}} + \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right)}_{\text{نیمه‌ای از نصف ما}} + 1 = 122$$

$$\Rightarrow x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 122 - 1$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب تمام جملات در ۴}} 4x + 4x + 2x + x = 484$$

$$11x = 484 \Rightarrow x = \frac{484}{11} = 44$$

۱۳

$$\underbrace{\frac{1}{x}}_{\text{عدد}} - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{3}\right) + 2 = 77 \Rightarrow x - \frac{1}{6}x + 2 = 77$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{6}x = 77 - 2 \Rightarrow x - \frac{1}{6}x = 75$$

$$\xrightarrow{\times 6} 6x - x = 450 \Rightarrow 5x = 450 \Rightarrow x = \frac{450}{5} = 90$$

۱۴

فرض می‌کنیم عدد موردنظر x باشد، پس:

$$\frac{1}{3}x + 1 = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x = -1$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب تمام جملات در ۶}} 2x - 3x = -6 \Rightarrow -x = -6 \Rightarrow x = 6$$

۱۵

الف

جواب معادله در معادله صدق می‌کند:

$$x + a = 3 - ax \xrightarrow{x=1} 1 + a = 3 - a \Rightarrow a + a = 3 - 1$$

$$\Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{2} = 1$$

ب

$$ax + 3a = 1 - \frac{x}{2} \xrightarrow{a=1} x + 3 = 1 - \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{2} = 1 - 3 \Rightarrow \frac{3}{2}x = -2 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3x = -4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

۱۶

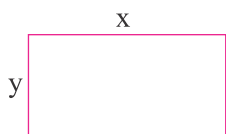
$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 \times 3 \times 2 = 1 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

۱۷

$$x^2 - 6x = 7 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 7 + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = 16 \Rightarrow x - 3 = \pm 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 4 \Rightarrow x = 7 \\ x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

۱۸



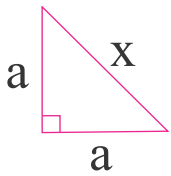
$$\begin{cases} \text{محیط} = 2(x + y) = 18 \Rightarrow x + y = 9 \Rightarrow y = 9 - x \\ \text{مساحت} = xy = 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x(9 - x) = 14 \Rightarrow 9x - x^2 = 14 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 7 \\ x = 7 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

در هر صورت طول مستطیل برابر ۷ و عرض آن برابر ۲ است.

۱۹



$$\text{ضلع قائمه مثلث} = a \Rightarrow a^2 + a^2 = x^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 = x^2 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \sqrt{2}a \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}x$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2}a \times a = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}x \times \frac{1}{\sqrt{2}}x = \frac{x^2}{4}$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$\text{مساحت مثلث} = \text{مساحت مربع} - 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = x^2 - 1$$

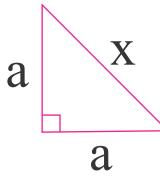
$$\Rightarrow x^2 - \frac{x^2}{4} = 1 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 - x^2 = 4 \Rightarrow 3x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \xrightarrow{x > 0} x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{x^2}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{مساحت مربع} = x^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{4}{3}$$

ابتدا در شکل ۲ باید از رابطه فیثاغورس استفاده کنیم تا اندازه قاعده و ارتفاع به دست آید:



$$\Rightarrow a^2 + a^2 = x^2 \Rightarrow 2a^2 = x^2 \Rightarrow a^2 = \frac{x^2}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} a = \pm \sqrt{\frac{x^2}{2}} = \pm \frac{x}{\sqrt{2}}$$

ولی فقط جواب $a = \frac{x}{\sqrt{2}}$ قابل قبول است. حال طبق فرض سؤال خواهیم داشت.

$$7 = \text{مساحت شکل (۳)} + \text{مساحت شکل (۲)} + \text{مساحت شکل (۱)}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)}{2} + \pi\left(\frac{1}{\sqrt{2}\pi}x\right)^2 = 7$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{x^2}{2} + \pi \times \frac{x^2}{2\pi} = 7 \Rightarrow x^2 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} = 7$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2x^2 + x^2 + x^2 = 14 \Rightarrow 4x^2 = 14 \Rightarrow x^2 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm \sqrt{\frac{7}{2}}$$

ولی فقط جواب $x = +\sqrt{\frac{7}{2}}$ را قبول می‌کنیم.

مساحت مثلث - مساحت مستطیل - مساحت مربع کوچک - مساحت مربع بزرگ = مساحت باقی‌مانده

$$\Rightarrow 6^2 - x^2 - x(2x) - \frac{(\sqrt{2}x)(\sqrt{2}x)}{2} = 24$$

$$\Rightarrow 36 - x^2 - 2x^2 - \frac{2x^2}{2} = 24 \Rightarrow -4x^2 = 24 - 36$$

$$\Rightarrow -4x^2 = -12 \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm \sqrt{3}$$

ولی چون اندازه ضلع مربع نمی‌تواند منفی باشد، فقط جواب $x = \sqrt{3}$ قابل قبول است.

$$\begin{aligned}(x - (1 - \sqrt{2}))(x - (1 + \sqrt{2})) &= 0 \\ \Rightarrow (x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2}) &= 0 \\ \Rightarrow (x^2 - x - \sqrt{2}x - x + 1 + \sqrt{2} + \sqrt{2}x - \sqrt{2} - 2) &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2x - 1 &= 0\end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} = 2 \\ P = x_1 \times x_2 = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = 1^2 - (\sqrt{2})^2 = 1 - 2 = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

با ضرب معادله بالا در هر عدد دلخواه (به جز صفر) بی‌شمار معادله با همین جواب‌ها به دست می‌آید.

۲۳ اگر m و n ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشد، خود معادله از رابطه $(x - m)(x - n) = 0$ به دست می‌آید. در اینجا $\frac{1}{4}$ و $-\frac{3}{4}$ را m و n فرض کرده و خواهیم داشت:

$$\underbrace{(x - \frac{1}{4})(x - (-\frac{3}{4}))}_{\text{پرانتزها را ضرب می‌کنیم}} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x - \frac{3}{16} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 16} 16x^2 + 12x - 4x - 3 = 0 \Rightarrow 16x^2 + 8x - 3 = 0$$

بی‌شمار معادله درجه دوم می‌توان نوشت که جواب‌های همه آن‌ها $\frac{1}{4}$ و $-\frac{3}{4}$ است. فقط کافی است معادله $16x^2 + 8x - 3 = 0$ را در یک عدد دلخواه (به جز صفر) ضرب کنیم.

۲۴ الف

$$(x - 1)^2 = 9 \Rightarrow x - 1 = \pm\sqrt{9} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 3 \\ x - 1 = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 1 = 4 \\ x = -3 + 1 = -2 \end{cases}$$

ب

$$4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}$$

$$(1-x)^2 = (\omega + 2x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 1-x = \pm(\omega + 2x)$$

$$\begin{cases} 1-x = \omega + 2x \Rightarrow -x - 2x = \omega - 1 \Rightarrow -3x = \omega - 1 \Rightarrow x = -\frac{\omega - 1}{3} \\ 1-x = -\omega - 2x \Rightarrow -x + 2x = -\omega - 1 \Rightarrow x = -\omega - 1 \end{cases}$$

$$(3x+1)^2 - 2\omega = 0 \Rightarrow (3x+1)^2 = 2\omega \xrightarrow{\text{جذر}} 3x+1 = \pm\sqrt{2\omega}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x+1 = \sqrt{2\omega} \Rightarrow 3x = \sqrt{2\omega} - 1 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2\omega} - 1}{3} \\ 3x+1 = -\sqrt{2\omega} \Rightarrow 3x = -\sqrt{2\omega} - 1 \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{2\omega} - 1}{3} \end{cases}$$

آن دو عدد طبیعی فرد متوالی را x و $x+2$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x, x+2 \Rightarrow x^2 + (x+2)^2 = 130$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 = 130$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x + 4 - 130 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 126 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + 2x - 63 = 0 \Rightarrow (x+9)(x-7) = 0$$

$$\xrightarrow{x>0} x = 7 \Rightarrow 7, 9 \text{ : دو عدد فرد متوالی}$$

$$\text{الف) } x^2 + 4x = \frac{\omega}{2} \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = \frac{\omega}{2} + 4 \Rightarrow (x+2)^2 = \frac{\omega}{2} + 4$$

$$\Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{\frac{\omega}{2} + 4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{\omega}{2} + 4} - 2$$

$$\text{ب) } 9x^2 - 18x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 + 4 \times 9 = 100$$

$$\Rightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{100}}{2 \times 9} = \frac{18 \pm 10}{18} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\frac{x^2}{\omega} = x \Rightarrow x^2 = \omega x \Rightarrow x^2 - \omega x = 0$$

$$x(x - \omega) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - \omega = 0 \Rightarrow x = \omega \end{cases}$$

ب

$$(x + 5)(x - 7) = (x - 7) \Rightarrow \underbrace{(x + 5)(x - 7) - (x - 7)}_{\text{فاکتور از } (x-7)} = 0$$

$$(x - 7)(x + 5 - 1) = 0 \Rightarrow (x - 7)(x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

پ

$$2\omega x^2 - 2\omega x + 4 = (\omega x)^2 - 2(\omega x)(2) + 2^2 = (\omega x - 2)(\omega x - 2) = (\omega x - 2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\omega} \text{ ریشه مضاعف}$$

ت

$$x^2 - 18x - 19 = 0 \Rightarrow (x - 19)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 19 \\ x = -1 \end{cases}$$

ث

$$3a^2 - a - 3 = a(3 - a) \Rightarrow 3a^2 - a - 3 = 3a - a^2$$

$$\Rightarrow 3a^2 - a - 3 - 3a + a^2 = 0$$

$$4a^2 - 4a - 3 = 0 \Rightarrow (4a + 1)(4a - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \\ 4a - 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \end{cases}$$

ج

عبارت $(2x + 1)$ دوبار تکرار شده لذا از روش تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\overbrace{(2x + 1)^2}^t + \overbrace{5(2x + 1)}^t + 6 = 0$$

$$\underbrace{t^2 + 5t + 6}_{\text{اتحاد جمله مشترک}} = 0 \Rightarrow (t + 3)(t + 2) = 0$$

اتحاد جمله مشترک

$$\Rightarrow \begin{cases} t + 3 = 0 \Rightarrow 2x + 1 + 3 = 0 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2 \\ t + 2 = 0 \Rightarrow 2x + 1 + 2 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

چ

$$4x^2 - 8x + 3 = 0 \Rightarrow (2x)^2 - 4(2x) + 3 = 0$$

$$(2x - 3)(2x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$۲\omega x^۲ - ۳\circ x + ۹ = \circ \Rightarrow (\omega x)^۲ - ۶(\omega x) + ۹ = \circ$$

$$(\omega x - ۳)(\omega x - ۳) = \circ \Rightarrow (\omega x - ۳)^۲ = \circ$$

$$\Rightarrow \omega x - ۳ = \circ \Rightarrow x = \frac{۳}{\omega} \text{ ریشه مضاعف}$$

$$(x+۱)^۲ = ۴ \Rightarrow (x+۱)^۲ - ۲^۲ = \circ \Rightarrow (x+۱-۲)(x+۱+۲) = \circ$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x+۳) = \circ \Rightarrow \begin{cases} x-۱ = \circ \Rightarrow x = ۱ \\ x+۳ = \circ \Rightarrow x = -۳ \end{cases}$$

$$x^۴ - ۴x^۲ = \circ \Rightarrow x^۲(x^۲ - ۴) = \circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^۲ = \circ \Rightarrow x = \circ \\ x^۲ - ۴ = \circ \Rightarrow (x-۲)(x+۲) = \circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \circ \\ x = ۲, x = -۲ \end{cases}$$

$$۴x^۲ - (۲-x)^۲ = \circ \Rightarrow \underbrace{(۲x)^۲ - (۲-x)^۲}_{\text{اتحاد مزدوج}} = \circ$$

$$\Rightarrow (۲x - (۲-x))(۲x + (۲-x)) = \circ \Rightarrow (۳x - ۲)(x + ۲) = \circ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۲}{۳} \\ x = -۲ \end{cases}$$

$$x^۲ - ۶x + ۱ = \circ \Rightarrow x^۲ - ۶x = -۱ \xrightarrow{+(-\frac{۶}{۲})^۲=۹} x^۲ - ۶x + ۹ = -۱ + ۹$$

$$\Rightarrow (x-۳)^۲ = ۸ \xrightarrow{\text{جذر}} x-۳ = \pm\sqrt{۸}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-۳ = \sqrt{۸} \Rightarrow x = ۳ + \sqrt{۸} \\ x-۳ = -\sqrt{۸} \Rightarrow x = ۳ - \sqrt{۸} \end{cases}$$

$$x^۲ + x = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{+(\frac{1}{۲})^۲=\frac{1}{۴}} x^۲ + x + \frac{1}{۴} = \frac{1}{۴} + \frac{1}{۴}$$

$$\Rightarrow (x + \frac{1}{۲})^۲ = \frac{۲}{۴} \xrightarrow{\text{جذر}} x + \frac{1}{۲} = \pm\sqrt{\frac{۲}{۴}} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ x + \frac{1}{۲} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{1}{۲} = \frac{\sqrt{۲}-1}{۲} \\ x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{1}{۲} = \frac{-\sqrt{۲}-1}{۲} \end{cases}$$

$$۴x^۲ + ۴x + ۳ = ۰ \Rightarrow ۴x^۲ + ۴x = -۳ \xrightarrow{\div ۴} x^۲ + x = -\frac{۳}{۴}$$

$$\xrightarrow{+(\frac{1}{۲})^۲ = \frac{1}{۴}} x^۲ + x + \frac{1}{۴} = -\frac{۳}{۴} + \frac{1}{۴}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{۲}\right)^۲ = -\frac{۲}{۴}$$

سمت راست تساوی منفی شد پس معادله ریشه ندارد.

$$x\left(x - \frac{1}{۲}\right) = \frac{1}{۲} \Rightarrow x^۲ - \frac{1}{۲}x = \frac{1}{۲}$$

$$\xrightarrow{+(-\frac{1}{۴})^۲ = \frac{1}{۱۶}} x^۲ - \frac{1}{۲}x + \frac{1}{۱۶} = \frac{1}{۲} + \frac{1}{۱۶}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{۴}\right)^۲ = \frac{۸+1}{۱۶} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{۴}\right)^۲ = \frac{۹}{۱۶} \xrightarrow{\text{جذر}} x - \frac{1}{۴} = \pm \sqrt{\frac{۹}{۱۶}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow x = \frac{۳}{۴} + \frac{1}{۴} = ۱ \\ x - \frac{1}{۴} = -\frac{۳}{۴} \Rightarrow x = -\frac{۳}{۴} + \frac{1}{۴} = -\frac{1}{۲} \end{cases}$$

$$۵x^۲ - ۲x - ۳ = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (-۲)^۲ - ۴(۵)(-۳) = ۴ + ۶۰ = ۶۴ > ۰$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{۲a} \Rightarrow x = \frac{-(-۲) \pm \sqrt{۶۴}}{۲(۵)} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۲+۸}{۱۰} = \frac{۱۰}{۱۰} = ۱ \\ x = \frac{۲-۸}{۱۰} = \frac{-۶}{۱۰} = -۰/۶ \end{cases}$$

$$۳x^۲ + \sqrt{۳}x + \frac{1}{۴} = ۰$$

$$\Delta = b^۲ - ۴ac = (\sqrt{۳})^۲ - ۴(۳)\left(\frac{1}{۴}\right) = ۳ - ۳ = ۰$$

$$\xrightarrow[\Delta=۰]{\text{ریشه مضاعف}} x = \frac{-b}{۲a} \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{۳}}{۲(۳)} = \frac{-\sqrt{۳}}{۶}$$

$$\frac{1}{۳}x^۲ - \frac{۴}{۳} = x \xrightarrow[\text{برای حذف مخرجها}]{\text{ضرب تمام جملات در ۳}} x^۲ - ۴ = ۳x$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۳x - ۴ = ۰ \Rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac \Rightarrow \Delta = (-۳)^۲ - ۴(۱)(-۴) \Rightarrow \Delta = ۹ + ۱۶ = ۲۵$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-(-۳) \pm \sqrt{۲۵}}{۲(۱)} = \frac{۳ \pm ۵}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۳+۵}{۲} = ۴ \\ x = \frac{۳-۵}{۲} = \frac{-۲}{۲} = -۱ \end{cases}$$

ت

$$(x+1)^2 + 2(x+1) + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 2x + 2 + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 8 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(8) = 16 - 32 = -16 < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

۳۰ الف

از روش دلتا استفاده می‌کنیم:

$$x(6x+5)=1 \Rightarrow 6x^2+5x-1=0$$

$$\Delta = 5^2 - 4(6)(-1) = 25 + 24 = 49$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2(6)} = \frac{-5 \pm 7}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5+7}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \\ x = \frac{-5-7}{12} = \frac{-12}{12} = -1 \end{cases}$$

ب

$$\frac{x^2}{2} = \frac{x}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3x^2 = 2x \Rightarrow 3x^2 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x(3x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 3x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3} \end{cases}$$

۳۱ الف

$$2x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{2} = -2$$

ب

۳۲

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4 \times 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (m-5)(m+3) = 0 \Rightarrow m=5 \text{ یا } m=-3$$

۳۳

جواب‌های معادله باهم برابرند، یعنی ریشه مضاعف:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (2m-3)^2 - 4(m^2) = 0 \Rightarrow 4m^2 - 12m + 9 - 4m^2 = 0$$

$$\Rightarrow 12m = 9 \Rightarrow m = \frac{3}{4}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (k-1)^2 - 4(3k-11) = 0 \Rightarrow k^2 - 2k + 1 - 12k + 44 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 14k + 45 = 0 \Rightarrow (k-9)(k-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=9 \\ k=5 \end{cases}$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 25 - 4m < 0 \Rightarrow 4m > 25 \Rightarrow m > \frac{25}{4}$$

$$\frac{2x-1}{x+1} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x+1 = 3(2x-1) \Rightarrow x+1 = 6x-3$$

$$6x - x = 1 + 3 \Rightarrow 5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5} \text{ ق ق}$$

$$\frac{11}{(x-2)(x+2)} + \frac{x+3}{-(x-2)} = \frac{2x-3}{x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{11 - (x+3)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-3}{x+2}$$

$$\frac{11 - x^2 - 5x - 6}{x-2} = 2x-3 \Rightarrow 11 - x^2 - 5x - 6 = \underbrace{(x-2)(2x-3)}_{\text{ضرب می‌کنیم}}$$

$$\Rightarrow 11 - x^2 - 5x - 6 = 2x^2 - 4x - 3x + 6$$

$$\xrightarrow[\text{سمت راست}]{\text{انتقال جملات به}} 3x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 12 = -8 < 0$$

پس معادله جواب ندارد چون دلتا عددی منفی شده است.

$$\frac{5}{x-1} - \frac{x}{x-1} = x+1 \Rightarrow \frac{5-x}{x-1} = x+1$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5-x = (x-1)(x+1)$$

$$\Rightarrow 5-x = x^2-1 \Rightarrow x^2-1-5+x=0 \Rightarrow x^2+x-6=0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \text{ ق ق} \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\frac{2x^2+4}{2x+1} = \frac{x}{1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2x^2+4 = x(2x+1)$$

$$2x^2+4 = 2x^2+x \Rightarrow 2x^2+4-2x^2-x=0$$

$$4-x=0 \Rightarrow x=4 \text{ ق ق}$$

$$\frac{x+3}{3x-2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{x+4} \Rightarrow \frac{x+3}{3x-2} = \frac{x+4-1}{x+4}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{3x-2} = \frac{x+3}{x+4}$$

$$\Rightarrow 3x-2 = x+4 \Rightarrow 3x-x = 4+2 \Rightarrow 2x = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3 \text{ ق ق}$$

اما چون $(x+3)$ را از صورتها خط زدیم ریشه معادله $x+3=0$ است، پس $x=-3$ هم جواب معادله است.

$$\frac{2x+2}{x^2+x} + \frac{3x-2}{x} = 1$$

$$\frac{2x+2}{x(x+1)} + \frac{3x-2}{x} = 1 \Rightarrow \frac{2x+2+(3x-2)(x+1)}{x(x+1)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2+3x^2+3x-2x-2}{x(x+1)} = \frac{1}{1}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3x^2+3x = x(x+1) \Rightarrow 3x^2+3x = x^2+x$$

$$\Rightarrow 3x^2+3x-x^2-x=0 \Rightarrow 2x^2+2x=0$$

$$2x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ ق ق} \\ x=-1 \text{ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$$

$$\frac{3x+1}{x+1} + \frac{2x+7}{x+4} = 5$$

$$\frac{(3x+1)(x+4)+(2x+7)(x+1)}{(x+1)(x+4)} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2+12x+x+4+2x^2+2x+7x+7}{x^2+5x+4} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{5x^2+22x+11}{x^2+5x+4} = \frac{5}{1}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5x^2+22x+11 = 5(x^2+5x+4)$$

$$5x^2+22x+11-5x^2-25x-20=0$$

$$\Rightarrow -3x-9=0 \Rightarrow -3x=9 \Rightarrow x = \frac{9}{-3} = -3 \text{ ق ق}$$

$$\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{1}{x-3}$$

$$\frac{3(x+2) - 2(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x-3}$$

$$\Rightarrow \frac{3x+6-2x+4}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x+10}{x^2-4} = \frac{1}{x-3}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = (x+10)(x-3) \Rightarrow x^2 - 4 = x^2 + 7x - 30$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 - x^2 - 7x + 30 = 0 \Rightarrow -7x + 26 = 0 \Rightarrow -7x = -26 \Rightarrow x = \frac{26}{7} \text{ (ق ق)}$$

$$\frac{x+3}{x-3} - \frac{x}{x+3} = \frac{6}{x^2-9}$$

$$\frac{(x+3)^2 - x(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{6}{x^2-9}$$

$$\frac{x^2 + 6x + 9 - x^2 + 3x}{x^2 - 9} = \frac{6}{x^2 - 9} \Rightarrow \frac{9x + 9}{x^2 - 9} = \frac{6}{x^2 - 9}$$

$$\Rightarrow 9x + 9 = 6 \Rightarrow 9x = 6 - 9 \Rightarrow 9x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3} \text{ (ق ق)}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{1}{x+1} = \frac{x-1}{2x+2} \Rightarrow \frac{x(x+1) + 5}{5(x+1)} = \frac{x-1}{2x+2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x + 5}{5(x+1)} = \frac{x-1}{2(x+1)} \Rightarrow 2(x^2 + x + 5) = 5(x-1)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 10 = 5x - 5 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 10 - 5x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 15 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه ندارد}$$

$$\frac{7}{x-4} - \frac{5}{x-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{7(x-2) - 5(x-4)}{(x-4)(x-2)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{7x - 14 - 5x + 20}{x^2 - 6x + 8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x + 6}{x^2 - 6x + 8} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 2x + 12 \Rightarrow x^2 - 8x + 8 - 12 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta = 116} x = \frac{8 \pm \sqrt{116}}{2(1)}$$

هر دو جواب قابل قبول است. ($\sqrt{116}$ را می شود ساده تر کرد ولی در مدرسه نیازی به این کار نیست).

$$\frac{2x}{x+1} - \frac{6}{x^2-x-2} = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow \frac{2x}{x+1} - \frac{6}{(x+1)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x(x-2) - 6}{(x+1)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow \frac{2x^2 - 4x - 6}{(x+1)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2x^2 - 4x - 6 = (x+1)^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 - x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x+1)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \text{ ق ق} \\ x = -1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

روش اول: حسابدار اول در x ساعت و حسابدار دوم در $x+5$ ساعت کار حسابرسی را انجام می‌دهد، پس در یک ساعت حسابدار اول $\frac{1}{x}$ و حسابدار دوم $\frac{1}{x+5}$ کل کار را انجام می‌دهد. اگر این دو باهم کار کنند در یک ساعت $\frac{1}{6}$ کار را انجام می‌دهند، بنابراین:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x+5+x}{x(x+5)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+5}{x^2+5x} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2+5x = 6(2x+5)$$

$$\Rightarrow x^2+5x = 12x+30 \Rightarrow x^2+5x-12x-30 = 0$$

$$\Rightarrow x^2-7x-30 = 0 \Rightarrow (x-10)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ ق ق} \\ x = -3 \text{ غ ق} \end{cases}$$

پس این حسابدارها به تنهایی کار حسابرسی را در ۱۰ و ۱۵ ساعت انجام می‌دهند.
روش دوم:

$$t = \frac{xy}{x+y} \Rightarrow t = \frac{x(x+5)}{x+x+5} = 6 \Rightarrow \frac{x^2+5x}{2x+5} = \frac{6}{1}$$

$$\Rightarrow x^2+5x = 12x+30 \Rightarrow x^2-7x-30 = 0$$

$$\Rightarrow (x-10)(x+3) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 10 \text{ (ساعت)}$$

$$\Rightarrow \text{زمان حسابدار دیگر} = 10 + 5 = 15 \text{ (ساعت)}$$

اگر تعداد اعضای خانواده را (با احتساب مادر) n در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{n-(n-1)}{n(n-1)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow n(n-1) = 6 \Rightarrow n^2-n-6 = 0 \Rightarrow (n-3)(n+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n-3 = 0 \Rightarrow n = 3 \text{ (ق ق)} \\ n+2 = 0 \Rightarrow n = -2 \text{ (غ ق)} \end{cases}$$

$$-1 + \frac{\lambda}{k} = 1 \Rightarrow \frac{\lambda}{k} = 2 \Rightarrow k = \frac{\lambda}{2}$$