

۱ داده‌های زیر مربوط به زمان مطالعه دانش‌آموزان است. نمودار جعبه‌ای این داده‌ها را رسم کنید.

۹, ۶, ۵, ۴, ۴, ۷, ۹, ۱۰, ۳

۲ در داده‌های زیر، مطلوب است چارک اول و دوم و سوم و نمودار جعبه‌ای:

۴, ۷, ۷, ۳, ۱۲, ۱۱, ۱۷, ۱۵, ۱۴, ۱۷, ۱۹, ۱۴, ۱۰, ۹, ۵

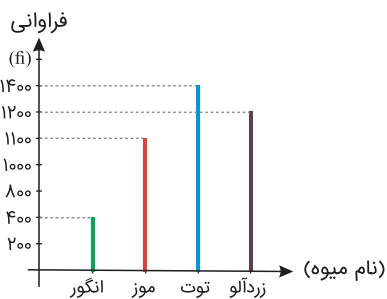
۳ برای داده‌های زیر، نمودار جعبه‌ای را رسم کنید و دامنه میان‌چارکی را بیابید.

۴, ۶, ۲, ۱, ۲, ۸, ۱۲, ۱۰, ۱۰, ۳, ۷

برای داده‌های جدول زیر، یک نمودار میله‌ای و یک نمودار دایره‌ای (برحسب درجه) رسم کنید.

طوسی	آبی	قهوه‌ای	سیاه	رنگ چشم افراد
۱۵	۱۰	۳۵	۴۰	تعداد (فراوانی)

می‌خواهیم از بین میوه‌های انگور، موز، توت و زردآلو، میوه‌ای که بیشتر مورد علاقه مردم شهر تهران است را بررسی کنیم تا واردات آن میوه به این شهر را افزایش دهیم. برای این کار یک نمونه تصادفی از مردم شهر تهران را انتخاب کرده و داده‌های مربوطه را جمع‌آوری کرده‌ایم. سپس نمودار میله‌ای زیر را برای آن رسم کرده‌ایم. با توجه به آن، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



جامعه چیست؟

در اینجا چه روشی برای گردآوری داده‌ها مناسب‌تر است؟

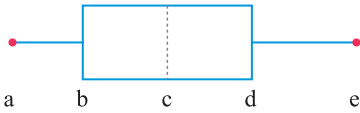
پ متغیر چیست؟ نوع آن را مشخص کنید.

ت نمونه تصادفی ما شامل چند نفر می‌شود؟

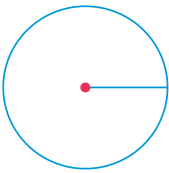
ث نهایتاً کدام میوه را برای وارد کردن به شهر تهران انتخاب کنیم؟

۶ اگر نمودار جعبه‌ای زیر مربوط به داده‌های زیر باشد، حاصل $a \times (d - b)$ چند می‌شود؟

۱۳, ۱۸, ۱۵, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۵



جدول زیر مربوط به اطلاعات جمع‌آوری شده از گروه‌های خونی مختلف دانش‌آموزان یک دبیرستان است. جدول را کامل کرده و نمودار دایره‌ای آن را (برحسب درجه) رسم کنید.



گروه خونی	فراوانی	زاویه قطاع دایره (برحسب درجه)
A	۶۰	
B	۹	
AB	۲۱	
O	۱۸	

موارد خواسته‌شده داده‌های آماری زیر را به دست آورید.

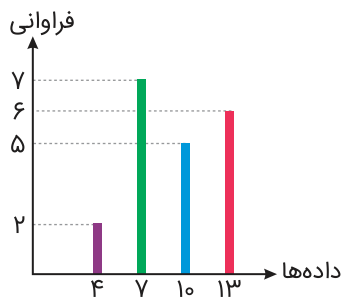
۸, ۸, ۹, ۶, ۵, ۱۰, ۱۱, ۷

ب میانگین

پ واریانس

ت انحراف معیار

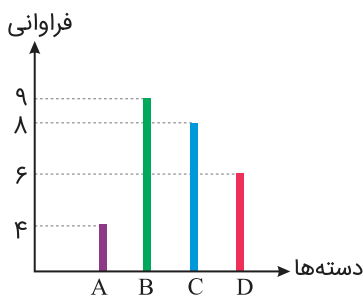
۹ باتوجه به نمودار میله‌ای زیر، میانگین داده‌ها را بیابید.



گروه خونی یک نمونه ۲۰۰ نفری از دانشجویان، طبق جدول زیر است. نمودار دایره‌ای مربوط به آن را رسم کنید.

گروه خونی	A	B	AB	O
تعداد دانشجویان	۶۰	۲۰	۸۰	۴۰

شکل زیر نمودار میله‌ای داده‌ها در چهار دسته می‌باشد. در نمودار دایره‌ای زاویه مرکزی دسته D چقدر است؟



سن بازیکنان تیم ملی فوتبال یک کشور به شرح زیر است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

۲۴, ۲۶, ۲۶, ۲۷, ۱۹, ۳۱, ۲۹, ۱۸, ۲۳, ۲۲, ۲۶, ۲۵, ۲۸, ۲۳, ۲۹, ۲۵, ۲۵, ۳۳, ۳۱, ۲۰, ۲۶, ۲۵

نمودار نقطه‌ای این داده‌ها را رسم کرده و مقادیر میانگین، میانه و مُد و چارک‌های سن بازیکنان را به دست آورید.

تعداد بازیکنانی که سن آن‌ها بالاتر از میانگین می‌باشد بیشتر است یا آن‌هایی که سنشان پایین‌تر از میانگین است؟
تعداد بازیکنانی که سنشان بالاتر از میانه است بیشتر است یا آن‌هایی که سنشان پایین‌تر از میانه است؟ میانه و میانگین را در این سؤال مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

پ چه تعداد از بازیکنان سنشان بین چارک اول و سوم است؟ آیا بدون محاسبه چارک‌ها می‌توانستید به این سؤال پاسخ دهید؟

۱۳ باتوجه‌به داده‌های زیر به سؤالات پاسخ دهید.

$1/25, 1/5, 2/5, 2/7, 3/1, 3/2, 4/2, 4/25, 4/75, 4/85, 4/95, 5/1$

الف برای داده‌ها یک نمودار جعبه‌ای مناسب رسم کنید.

ب تقریباً چند درصد داده‌ها بزرگ‌تر از $4/8$ هستند؟

پ تقریباً چند درصد داده‌ها بین $2/6$ و $4/8$ هستند؟

ت تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر از کدام عدد هستند؟

۱۴ واریانس داده‌های قبل از چارک اول در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۴، ۵، ۳، ۴، ۲، ۱، ۱، ۵، ۲، ۱ را بیابید.

۱۵ میانگین داده‌های خارج از جعبه در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۲، ۱، ۵، ۴، ۲، ۱، ۳، ۲، ۲، ۲، ۲، ۳، ۱، ۴، ۲، ۱ را به دست آورید.

۱۶ در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱، ۳، ۴، ۴، ۲، ۷، ۱، ۵، ۲، ۱، ۲، دامنه میان چارکی داده‌های داخل جعبه را به دست آورید.

۱۷ در یک نمودار جعبه‌ای دامنه میان چارکی ۲۱ و مجموع چارک‌های اول و سوم ۴۳ است. چارک‌های اول و سوم را بیابید.

۱۸ نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱، ۹، ۸، ۷، ۱، ۲، ۱، ۷، ۳، ۲، ۱، ۵، ۴ را رسم کنید.

۱۹ داده‌های ۱، ۲، ۹، ۴، ۳، ۷، ۱، ۵، ۲، ۳، ۷، ۷ مفروض‌اند. چارک‌های اول و سوم و میانه را بیابید و نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم کنید.

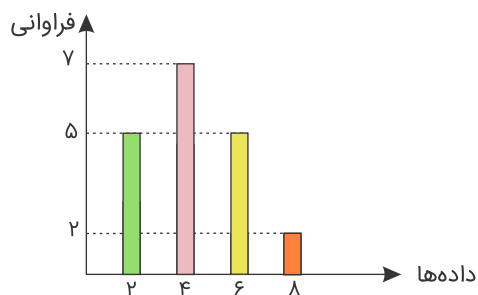
۲۰ نمودارهایی که برای نمایش یک متغیر به کار می‌رود را نام ببرید.

۲۱ کاربرد نمودار میله‌ای چیست؟

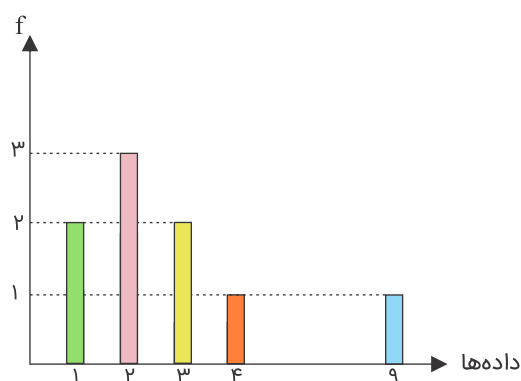
۲۲ واریانس و انحراف معیار داده‌های نمودار نقطه‌ای زیر را به دست آورید.

●	●		
●	●		●
۱	۲	۳	۴

باتوجه به نمودار میله‌ای زیر، میانه، میانگین، مد و دامنه میان چارکی را به دست آورید. (میانگین تا یک رقم اعشار حساب کنید)



واریانس و انحراف معیار (انحراف استاندارد) داده‌های نمودار زیر را به دست آورید.



برای جدول زیر، نمودار بافت‌نگاشت (مستطیلی) رسم کنید، سپس بگویید چند درصد این افراد، در محدوده سنی $[۴۲, ۵۲]$ سال قرار دارند؟

حدود سن افراد	۲-۱۲	۱۲-۲۲	۲۲-۳۲	۳۲-۴۲	۴۲-۵۲
فراوانی	۵	۱۸	۳	۱۲	۲۰

برای جدول زیر یک نمودار دایره‌ای برحسب زاویه مرکزی و یکی برحسب درصدی مساحت رسم کنید.

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی	۲۰	۳۰	۸۰	۲۰

به عبارت زیر دقت کنید:

"در یک کارخانه تولیدی ۱۰۰۰۰۰ تن ماهی، روزانه ۱۰۰۰۰۰ قوطی کنسرو تولید می‌شود. اگر متغیر تصادفی، رنگ ماهی باشد (روشن، معمولی، تیره) و یک نمونه ۵۰۰ تایی از قوطی‌ها را به تصادف انتخاب کنیم، در این نمونه نسبت تن‌های با رنگ روشن برابر $\frac{۳۴۰}{۵۰۰}$ است." به سؤالات زیر پاسخ دهید.

نوع متغیر و مقیاس آن در متن بالا چیست؟

نسبت $\frac{۳۴۰}{۵۰۰}$ آماره است یا پارامتر؟

آیا می‌توان پارامتر مربوط به نسبت تن‌های با رنگ روشن به کل را مستقیماً حساب کرد؟ چرا؟

۲۸

در کنکور سراسری از یک شهر ۶۰۰۰۰ نفر شرکت کرده‌اند. اگر آن‌ها را به ۴ گروه آزمایشی تقسیم کنیم و با نمودار دایره‌ای نمایش دهیم، زاویه مربوط به یک گروه آزمایشی خاص برابر 30° است. تعداد افراد این گروه آزمایشی چند نفر است؟

۲۹

تعداد دانشجویان سه کلاس به ترتیب ۱۰۰، ۴۰ و ۶۰ نفر است. در نمودار دایره‌ای این سه کلاس زاویه مربوط به کلاس ۱۰۰ نفری چند درجه است؟

۳۰

در یک بررسی از ۱۲۰۰ مشتری یک رستوران گیاهی سؤال شده که بیشتر برای کدام وعده غذایی (صبحانه، نهار، شام) به این رستوران مراجعه می‌کنند؟ باتوجه به این بررسی به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف

متغیر تصادفی چیست؟

ب

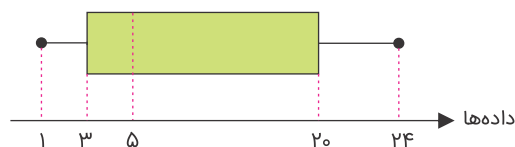
این متغیر کمی است یا کیفی؟ نوع آن را مشخص کنید. مقیاس آن چیست؟

پ

در این بررسی سرشماری کرده‌ایم یا نمونه‌گیری؟

۳۱

طبق نمودار جعبه‌ای زیر به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف

دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی را تعیین کنید.

ب

تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر از کدام عدد هستند؟

پ

تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها از چه عددی کوچک‌ترند؟

ت

تقریباً ۲۵ درصد داده‌ها از کدام عدد بزرگ‌ترند؟

ث

در داده‌های داخل جعبه پراکندگی در سمت چپ میانه بیشتر است یا در سمت راست آن؟

ج پراکندگی داده‌ها در دنباله سمت چپ بیشتر است یا دنباله سمت راست؟

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

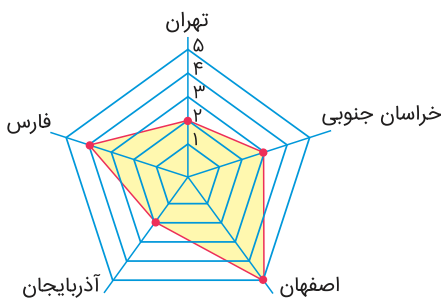
۳۲ اگر در یک بررسی آماری، تک‌تک افراد یک جامعه را مورد بررسی قرار دهیم، آنگاه انجام داده‌ایم.

۳۳ متغیرهایی که مقادیر عددی می‌گیرند و برای آن‌ها عملیات ریاضی قابل تعریف است، متغیرهای نام دارند.

۳۴ زمانی که داده دورافتاده داشته باشیم، استفاده از بهتر از است.

۳۵ نمودار حبابی برای نمایش هم‌زمان متغیر عددی در یک نمودار استفاده می‌شود و در آن، یکی از متغیرهای عددی متناسب با دایره می‌باشد.

۳۶ نمودار راداری زیر مربوط به تولید گندم ۵ استان مختلف است (واحدها برحسب میلیون تن). باتوجه به این نمودار به سؤالات زیر پاسخ دهید:



الف کدام استان بیشترین تولید گندم را داشته است؟

ب مقدار تولید گندم در استان خراسان جنوبی چند میلیون تن بوده است؟

پ کدام دو استان مقدار تولید گندم برابر داشته‌اند؟

ت مقدار کل گندم تولیدی این ۵ استان روی هم‌رفته چند میلیون تن بوده است؟

۳۷ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف نمودار راداری برای نمایش چه متغیرهایی استفاده می‌شود؟

ب نمودار راداری مقادیر چند متغیر را به صورت همزمان نمایش می‌دهد؟

پ زاویه بین شعاع‌های مجاور در نمودار راداری چه چیزی را نشان می‌دهد؟

ت اگر زاویه بین شعاع مجاور نمودار راداری 18° باشد، چند متغیر در نمودار راداری وجود دارد؟

۳۸ کدام نمودار برای نمایش ۳ متغیر مناسب است؟

۳۹ در یک نمودار راداری زاویه بین هر دو محور متوالی 45° است. این نمودار چند متغیر را در خود جای داده است؟

۴۰ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

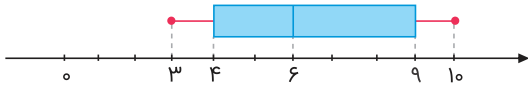
الف تفاوت نمودار پراکنش نگاشت و نمودار حبابی چیست؟

ب در نمودار راداری اگر ۱۰ متغیر داشته باشیم زاویه بین هر دو محور (شعاع) متوالی چند درجه خواهد بود؟

۴۱ میانگین و واریانس قبل از چارک اول، درون جعبه و بعد از چارک سوم داده‌های ۲، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱، ۱ را به دست آورید.

۱ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۳, ۴, ۴, ۵, ۶, ۷, ۹, ۹, ۱۰
 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 $\min$ $Q_1=4$ Q_2 $Q_3=9$ $\max$

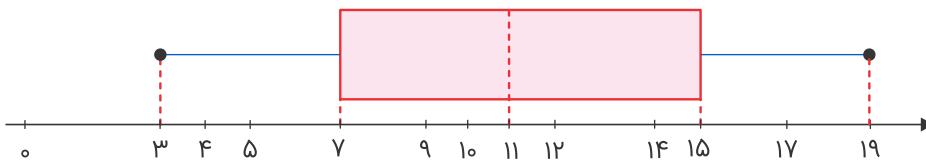


۲ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۳, ۴, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۱۷, ۱۹
 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 Q_1 Q_2 Q_3

تعداد داده‌ها = ۱۵

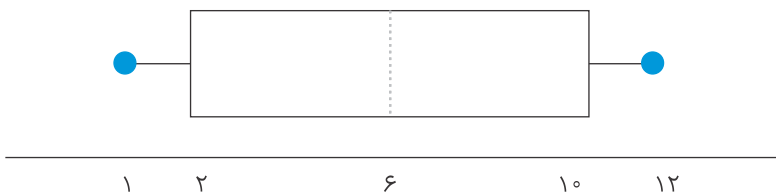
عدد هشتم = Q_2

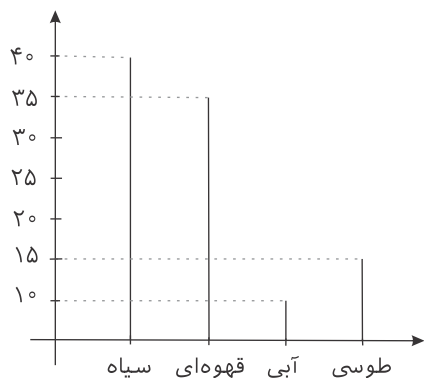


۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۶, ۷, ۸, ۱۰, ۱۰, ۱۲
 $\uparrow$
 میانه
 چارک اول چارک سوم

$Q_1 = 2$, $Q_2 = \text{میانه} = 6$, $Q_3 = 10$

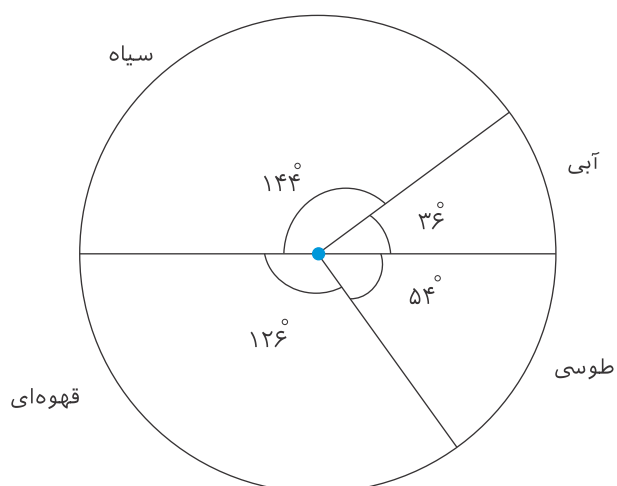
$\min = 1$, $\max = 12$





$$N = 40 + 35 + 10 + 15 = 100$$

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ \Rightarrow \begin{cases} f_{\text{سیاه}} = 40 \Rightarrow \alpha = \frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ \\ f_{\text{قهوه‌ای}} = 35 \Rightarrow \alpha = \frac{35}{100} \times 360^\circ = 126^\circ \\ f_{\text{آبی}} = 10 \Rightarrow \alpha = \frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ \\ f_{\text{طوسی}} = 15 \Rightarrow \alpha = \frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ \end{cases}$$



مردم شهر تهران

پرسش‌نامه کتبی

متغیر میوه‌های (انگور، موز، توت و زردآلو) هستند و نوع آن کیفی اسمی است.

$$۴۰۰ + ۱۱۰۰ + ۱۴۰۰ + ۱۲۰۰ = ۴۱۰۰ \text{ نفر}$$

انگور موز توت زردآلو

میوه‌ای که طبق نمودار، مردم تهران به آن بیشتر علاقه دارند که در اینجا توت است.

$$۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۵, ۱۵, ۱۸$$

$$a = ۱۰, \quad b = Q_1 = ۱۱, \quad c = Q_2 = ۱۳$$

کمترین داده چارک اول میانه=چارک دوم

$$d = Q_3 = ۱۵, \quad e = ۱۸, \quad (d - b) \times a = (۱۵ - ۱۱) \times ۱۰ = ۴۰$$

چارک سوم بیشترین داده

گروه خونی	فراوانی	زاویه
A	۶۰	۲۰۰°
B	۹	۳۰°
AB	۲۱	۷۰°
O	۱۸	۶۰°

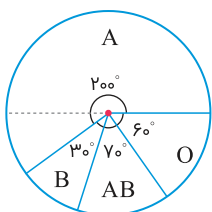
$$\text{زاویه} = \frac{\text{فراوانی}}{\text{مجموع}} \times ۳۶۰$$

$$A \Rightarrow \frac{۶۰}{۱۰۸} \times ۳۶۰ = ۲۰۰$$

$$B \Rightarrow \frac{۹}{۱۰۸} \times ۳۶۰ = ۳۰$$

$$O \Rightarrow \frac{۱۸}{۱۰۸} \times ۳۶۰ = ۶۰$$

$$AB \Rightarrow \frac{۲۱}{۱۰۸} \times ۳۶۰ = ۷۰$$



۵, ۶, ۷, ۸, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱

دامنه میان چارکی برابر است با:

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{6+7}{2} = 6.5 \\ Q_3 = \frac{9+10}{2} = 9.5 \end{cases} \Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 9.5 - 6.5 = 3$$

میانگین برابر است با:

$$\text{میانگین} = \frac{5+6+7+8+8+9+10+11}{8} = \frac{64}{8} = 8$$

واریانس برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(5-8)^2 + (6-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2 + (11-8)^2}{8}$$

$$\sigma^2 = \frac{9+4+1+0+0+1+4+9}{8} = \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$$

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{3.5}$$

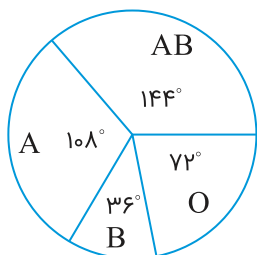
$$\bar{x} = \frac{(4 \times 2) + (7 \times 7) + (10 \times 5) + (13 \times 6)}{20} = 9.25$$

$$n = \gamma_{00}$$

$$\text{زاویه مرکزی} = \frac{f}{n} \times 360$$

$$A = \frac{\rho_0}{\rho_{00}} \times \omega \rho_0 = 1.0 \text{ } ^\circ \quad , \quad B = \frac{\rho_0}{\rho_{00}} \times \omega \rho_0 = \omega \rho_0$$

$$AB = \frac{\lambda_o}{\nu_{oo}} \times \omega_{\phi_o} = 144^\circ \quad , \quad O = \frac{f_o}{\nu_{oo}} \times \omega_{\phi_o} = 77^\circ$$



$$D = \frac{f}{n} \times 360 = \frac{6}{27} \times 360 = 80^\circ$$

								●	●							
								●	●							
						●		●	●			●		●		
●	●	●			●	●	●	●	●	●	●	●		●		●
18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	

داده‌های ۲۵ و ۲۶ هر دو مد هستند، چون هر کدام ۴ بار تکرار شده‌اند. (بیشترین فراوانی را دارند)

$$\bar{x} = \frac{1\lambda + 19 + 20 + 22 + 2(23) + 24 + 3(25) + 3(26) + 27 + 28 + 2(29) + 2(31) + 33}{22}$$

$$= \frac{561}{22} = 25.5 \text{ سال}$$

$$1\lambda, 1\varrho, 2_0, 22, 23, 23, 24, 25, 25, \quad 25, 26 \quad , 26, 26, 26, 27, 2\lambda, 29, 29, 31, 31, 33$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$Q_1 \quad \quad \quad Q_2 = \frac{25+26}{2} = 25.5 \quad \quad \quad Q_3$$

میانگین و میانه باهم مساوی هستند، لذا نیمی از بازیکنان (۱۱ نفر) سنشان کمتر از میانه و نیمی دیگر (۱۱ نفر) سنشان بیشتر از میانه است. پس برای میانگین هم همین نتیجه‌گیری درست است.

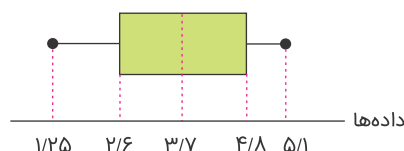
ب

طبق حل قسمت اول، تعداد ۱۰ نفر سنشان بین چارک اول و سوم بین (۲۳ و ۲۸) قرار دارد. اگر بخواهیم بدون یافتن چارک‌ها به این سؤال پاسخ دهیم می‌گوییم تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها بین Q_1 و Q_3 هستند. تعداد کل بازیکنان هم که ۲۲ نفر است لذا ۵۰ درصد آن‌ها (نصف آن‌ها) برابر با ۱۱ می‌شود پس تقریباً ۱۱ نفر سنشان بین Q_1 و Q_3 قرار دارند. اما بودن این اتفاق به این علت رخ داده است که تعداد داده‌ها بر ۴ بخش‌پذیر نیست. بنابراین وقتی می‌خواهیم بدون محاسبه چارک‌ها تعداد داده‌ها را به دست آوریم از کلمه تقریباً استفاده می‌کنیم چون بدون محاسبه چارک‌ها ممکن است در تعیین تعداد داده‌های مطلوب دچار خطا شویم.

۱۳
الف

$$1/25, 1/5, \underbrace{2/5, 2/7}, 3/1, \underbrace{3/2, 4/2}, 4/25, \underbrace{4/75, 4/85}, 4/95, 5/1$$

$$Q_1 = \frac{2/5 + 2/7}{2} = 2/6 \quad Q_2 = \frac{3/2 + 4/2}{2} = 3/7 \quad Q_3 = \frac{4/75 + 4/85}{2} = 4/8$$



ب

عدد ۴/۸ چارک سوم است پس تقریباً ۲۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر از آن هستند.

پ

اعداد ۲/۶ و ۴/۸ چارک‌های اول و سوم هستند، پس تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها بین آن‌ها قرار دارند.

ت

می‌دانیم تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر از چارک اول هستند، لذا جواب برابر ۲/۶ است.

۱۴

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, \underbrace{1, 1}, 2, \underbrace{2, 3}, 3, \underbrace{4, 4}, 5, 5$$

$$Q_1 = 1 \quad Q_2 = 2/5 \quad Q_3 = 4$$

پس داده‌های قبل از چارک اول برابرند با: ۱، ۱، ۱

واریانس این داده‌ها برابر است با صفر، زیرا هر سه داده باهم برابرند.

۱۵

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, 1, \underbrace{1, 2}, 2, 2, 2, \underbrace{2}, 2, 2, 2, \underbrace{3, 3}, 4, 4, 5$$

$$Q_1 = 1/5 \quad Q_2 = 2 \quad Q_3 = 3$$

پس داده‌های بیرون جعبه عبارت‌اند از:

$$1, 1, 1, 1, 3, 4, 4, 5$$

میانگین این داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{4 \times 1 + 3 + 2 \times 4 + 5}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2/5$$

$$1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 7, 7$$

$\downarrow$ $Q_1 = 1$ $\underbrace{2, 3}_{Q_2 = 2.5}$ $\downarrow$ $Q_3 = 4$

داده‌های داخل جعبه عبارت‌اند از:

$$2, 2, 2, 3, 3, 4$$

$\downarrow$ $Q_1 = 2$ $\underbrace{2, 3}_{Q_2 = 2.5}$ $\downarrow$ $Q_3 = 3$

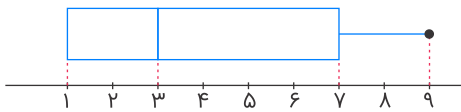
$$\text{پس: } IQR = 3 - 2 = 1$$

چارک‌های اول و سوم Q_1 و Q_3 هستند، پس:

$$\begin{cases} IQR = 21 \Rightarrow Q_3 - Q_1 = 21 \\ Q_3 + Q_1 = 43 \end{cases} \Rightarrow Q_3 = 32, Q_1 = 11$$

ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 7, 7, 8, 9$$

مشخص می‌شود که میانه $Q_2 = 3$ و چارک‌های اول و سوم $Q_1 = 1$ و $Q_3 = 7$ است، پس نمودار جعبه‌ای عبارت است از:

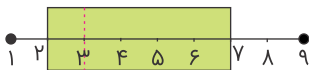
ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 7, 7, 7, 9$$

تعداد داده‌ها ۱۴ است، پس:

$$\text{میانه } Q_2 = \frac{3 + 3}{2} = 3, \quad Q_1 = 2, \quad Q_3 = 7$$

نمودار جعبه‌ای به صورت زیر است:



میله‌ای، ستونی، خط شکسته - نقطه‌ای - دایره‌ای

کاربرد نمودار میله‌ای: نمودار میله‌ای برای مقایسه فراوانی داده‌ها و یا پیدا کردن داده‌ای که بیشترین و کمترین فراوانی را دارد، به کار می‌رود.

$$N = ۲ + ۲ + ۱ = ۵$$

$$\bar{x} = \frac{(1 \times ۲) + (۲ \times ۲) + (۴ \times ۱)}{۵} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

$$\sigma^۲ = \frac{۲(۱-۲)^۲ + ۲(۲-۲)^۲ + (۴-۲)^۲}{۵}$$

$$\sigma^۲ = \frac{۶}{۵} \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{\frac{۶}{۵}}$$

وقتی نمودار میله‌ای داده می‌شود بهتر است داده‌ها را با در نظر گرفتن فراوانی‌شان بنویسیم مثلاً در نمودار داده‌شده فراوانی داده ۲ برابر ۵ است؛ یعنی عدد ۲ باید ۵ بار تکرار شود:

$$۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۴, ۴, ۴, ۴, ۴, ۴, ۴, ۶, ۶, ۶, ۶, ۶, ۶, ۸, ۸$$

$\downarrow$
 Q_1

$\downarrow$
 $Q_۲$

$\downarrow$
 $Q_۳$

$$\Rightarrow \text{دامنه میان چارکی} : IQR = Q_۳ - Q_1 = ۶ - ۲ = ۴$$

میانه برابر با ۴ است. مد هم برابر با ۴ است چون داده ۴ به تعداد ۷ بار تکرار شده که از بقیه بیشتر است. برای محاسبه میانگین می‌توانیم مستقیماً از خود نمودار میله‌ای استفاده کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد}}$$

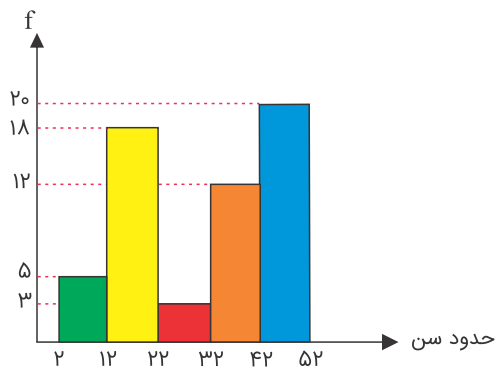
$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{(۲ \times ۵) + (۴ \times ۷) + (۶ \times ۵) + (۸ \times ۲)}{۱۹} = \frac{۸۴}{۱۹} \simeq ۴/۴$$

$$\xrightarrow{\text{استخراج داده‌ها از روی نمودار}} ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۹$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۲۷}{۹} = ۳$$

$$\sigma^۲ = \frac{۲(۱-۳)^۲ + ۳(۲-۳)^۲ + ۲(۳-۳)^۲ + (۴-۳)^۲ + (۹-۳)^۲}{۹}$$

$$\Rightarrow \text{واریانس} : \sigma^۲ = \frac{۴۸}{۹} = \frac{۱۶}{۳} \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{\frac{۱۶}{۳}}$$



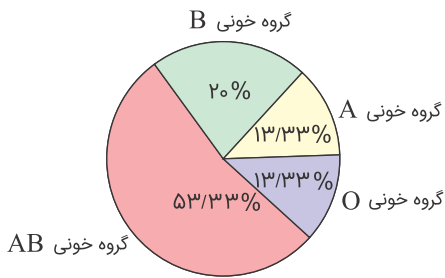
$$N = ۵ + ۱۸ + ۳ + ۱۲ + ۲۰ = ۵۸$$

باتوجه به نمودار افرادی که در دسته آخر (مستطیل آخر) قرار دارند، سنشان بین ۴۲ و ۵۲ سال است و تعداد آنها $f = ۲۰$ است:

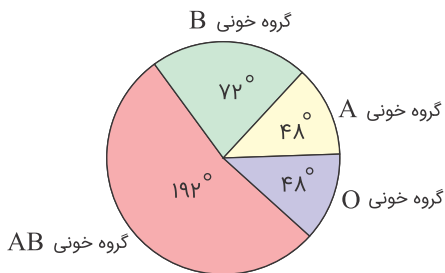
$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{f}{N} \times ۱۰۰ = \frac{۲۰}{۵۸} \times ۱۰۰ \simeq ۳۴/۴۸\%$$

$$N = ۲۰ + ۳۰ + ۸۰ + ۲۰ = ۱۵۰$$

$$S = \frac{f}{N} \times ۱۰۰ \Rightarrow \begin{cases} f_A = ۲۰ \Rightarrow S_A = \frac{۲۰}{۱۵۰} \times ۱۰۰ = ۱۳/۳۳\% \\ f_B = ۳۰ \Rightarrow S_B = \frac{۳۰}{۱۵۰} \times ۱۰۰ = ۲۰\% \\ f_{AB} = ۸۰ \Rightarrow S_{AB} = \frac{۸۰}{۱۵۰} \times ۱۰۰ = ۵۳/۳۳\% \\ f_O = ۲۰ \Rightarrow S_O = \frac{۲۰}{۱۵۰} \times ۱۰۰ = ۱۳/۳۳\% \end{cases}$$



$$\alpha = \frac{f}{N} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow \begin{cases} f_A = ۲۰ \Rightarrow \alpha_A = \frac{۲۰}{۱۵۰} \times ۳۶۰ = ۴۸ \\ f_B = ۳۰ \Rightarrow \alpha_B = \frac{۳۰}{۱۵۰} \times ۳۶۰ = ۷۲ \\ f_{AB} = ۸۰ \Rightarrow \alpha_{AB} = \frac{۸۰}{۱۵۰} \times ۳۶۰ = ۱۹۲ \\ f_O = ۲۰ \Rightarrow \alpha_O = \frac{۲۰}{۱۵۰} \times ۳۶۰ = ۴۸ \end{cases}$$



رنگ ماهی‌ها از جنس عدد نیست، پس نوع متغیر قطعاً کیفی است ولی چون برای رنگ ماهی‌ها نوعی ترتیب قائل شده‌ایم و می‌توانیم ماهی‌ها را از نظر رنگ باهم مقایسه کنیم، لذا مقیاس اندازه‌گیری آن ترتیبی است.

نسبت $\frac{۳۴۰}{۵۰۰}$ آماره است چون مربوط به یک نمونه تصادفی است نه کل جامعه آماری

خیر چون برای این کار باید تمام کنسروها را باز کرده و رنگ آن‌ها را مشاهده کنیم که در این صورت هم زمان زیادی لازم است و هم اینکه با این کار، دیگر محصولی برای فروش باقی نمی‌ماند.

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ \xrightarrow[N=60000]{\alpha=30^\circ} 30^\circ = \frac{f}{60000} \times 360^\circ$$

$$\Rightarrow f = \frac{30 \times 60000}{360} = 5000$$

$$N = 60 + 40 + 100 = 200$$

$$\alpha = \frac{f}{N} \times 360^\circ \xrightarrow{f=100} \alpha = \frac{100}{200} \times 360^\circ = 180^\circ$$

الف

نوع وعده غذایی

ب

از نوع کیفی با مقیاس ترتیبی است.

پ

سرشماری کرده‌ایم چون نظر همه مشتریان را بررسی کرده‌ایم، نه زیرمجموعه‌ای از آن‌ها را.

الف

$$R = \max - \min = 24 - 1 = 23$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 20 - 3 = 17$$

ب

تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها بزرگ‌تر از چارک اول یعنی $Q_1 = 3$ هستند.

پ

تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها از میانه یعنی عدد $Q_2 = 5$ کوچک‌ترند.

ت

تقریباً ۲۵ درصد داده‌ها از چارک سوم یعنی $Q_3 = 20$ بزرگ‌ترند.

ث

$$\text{پراکندگی سمت راست میانه} = Q_3 - Q_2 = 20 - 5 = 15$$

$$\text{پراکندگی سمت چپ میانه} = Q_2 - Q_1 = 5 - 3 = 2$$

پس پراکندگی داده‌ها در داخل جعبه در سمت راست میانه بیشتر از سمت چپ میانه است.

ج

$$\text{پراکندگی در دنباله سمت راست} = \max - Q_3 = 24 - 20 = 4$$

$$\text{پراکندگی در دنباله سمت چپ} = Q_1 - \min = 3 - 1 = 2$$

پس پراکندگی داده‌ها در دنباله سمت راست بیشتر است.

پاسخ سؤالات ۳۲ تا ۳۵

سرشماری

۳۳ کمی

۳۴ میانه بهتر از میانگین

۳۵ سه متغیر - مساحت

۳۶ الف اصفهان

ب ۳ میلیون تن

پ استان‌های تهران و آذربایجان

ت مقدار کل ۱۶ میلیون تن بوده است.

$$\text{کل} = ۱۶ = \text{فارس} + ۴ + \text{آذربایجان} + ۲ + \text{اصفهان} + ۵ + \text{خراسان} + ۳ + \text{تهران} + ۲$$

۳۷ الف متغیر کمی

ب ۳ متغیر یا بیشتر

پ اگر عدد ۳۶۰° را بر زاویه بین دو شعاع متوالی تقسیم کنیم، تعداد متغیرها (تعداد شعاع‌ها) به دست می‌آید.

ت

$$\text{زاویه بین دو شعاع متوالی} = \frac{۳۶۰^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} \Rightarrow ۱۸ = \frac{۳۶۰}{x}$$

$$\Rightarrow ۱۸x = ۳۶۰ \Rightarrow x = \frac{۳۶۰}{۱۸} = ۲۰ \text{ تعداد متغیرها}$$

۳۸ حبابی - راداری

۳۹

$$\alpha = \frac{۳۶۰^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} \Rightarrow ۴۵^\circ = \frac{۳۶۰^\circ}{x}$$

$$۴۵^\circ x = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x = \frac{۳۶۰}{۴۵} = ۸ \text{ تعداد متغیرها}$$

۴۰ الف نمودار پراکنش نگاشت مقادیر ۲ متغیر را به صورت همزمان نشان می‌دهد ولی نمودار حبابی مقادیر ۳ متغیر یا بیشتر را نمایش می‌دهد.

ب

$$\text{زاویه بین هر دو شعاع متوالی} = \frac{۳۶۰^\circ}{\text{تعداد متغیرها}} = \frac{۳۶۰^\circ}{۱۰} = ۳۶^\circ$$

$$1, \underbrace{1, 1, 1}_{Q_1=1}, \underbrace{1}_{Q_2=1}, 1, \underbrace{1, 1, 1}_2$$

$$Q_1 \Rightarrow 1, 1 \Rightarrow \bar{x} = 1, \sigma^2 = 0$$

$$\text{داده‌های درون جعبه} \Rightarrow 1, 1, 1, 1, 1 \Rightarrow \bar{x} = 1, \sigma^2 = 0$$

$$Q_3 \Rightarrow 1, 2 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 1/5 \\ \sigma^2 = \frac{0/25 + 0/25}{2} = 0/25 \end{cases}$$