

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

۱ اگر در یک بررسی آماری، تک تک افراد یک جامعه را مورد بررسی قرار دهیم، آنگاه انجام داده ایم.

۲ متغیرهایی که مقادیر عددی می گیرند و برای آن ها عملیات ریاضی قابل تعریف است، متغیرهای نام دارند.

۳ فرضاً دانشگاه تهران، ۵۲۰۰ نفر جمعیت دارد که از این تعداد ۲۷۰۰ نفر دانشجوی دختر و ۲۵۰۰ نفر دانشجوی پسر در حال تحصیل هستند. فرض می کنیم که بخواهیم بدانیم که چند درصد از دانشجویان در حال انجام کار در بیرون از دانشگاه هستند. برای این کار، ۵۰۰ نفر از دانشجویان را انتخاب می کنیم و بررسی را بر روی آن ها انجام می دهیم. در این مثال جامعه آماری، واحد آماری و نمونه را مشخص کنید.

۴ آماره نمونه را تعریف کنید.

۵ برای هر کدام از پژوهش های زیر، کدام یک از روش های آمارگیری مناسب است؟

الف تعیین سطح زبان انگلیسی متقاضیان ثبت نام در یک مؤسسه

ب اطلاع از تعداد ثبت نام کنندگان در کنکور سراسری سال ۹۸

پ اطلاع از آمار تلفات جاده های کشور در تعطیلات نوروز

ت اطلاع از میزان رضایت مشتریان یک بانک از نحوه خدمات رسانی

روش	موضوع
پرسش‌نامه	تعداد عابرانی که ماسک زده‌اند.
دادگان	رضایت مردم از وسایل نقلیه عمومی
مشاهده	رضایت مردم از سرویس‌دهی رستوران
مصاحبه	تیراژ روزنامه‌ها

در یک شرکت خودروسازی با ۱۰۰۰ کارمند، تعداد کارمندان دیپلم ۷۰۰ نفر و تعداد کارمندان لیسانس ۲۵۰ نفر می‌باشد. مدرک تحصیلی بقیه نیز پایین‌تر از دیپلم (سیکل) است. به‌طور تصادفی یک نمونه ۴۰۰ نفره از کارمندان را انتخاب کرده و ملاحظه می‌کنیم که ۲۸۰ نفر آن‌ها دیپلم و ۲۰ نفرشان سیکل‌اند. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

مقادیر پارامتر برای تحصیلات دیپلم، لیسانس و زیر دیپلم را به دست آورید.

مقدار آماره برای تحصیلات دیپلم، لیسانس و زیر دیپلم را به دست آورید.

روش‌های جمع‌آوری داده‌های آماری را نام ببرید. در هر قسمت زیر چه روشی را برای جمع‌آوری داده‌ها پیشنهاد می‌کنید؟

میانگین سن ازدواج دختران و پسران در تهران

ب میزان علاقه افراد یک اداره به ورزش شنا

پ رابطه گرفتن رژیم غذایی با اختلالات عصبی

ت تعداد خودکارهای هر دانش آموز یک کلاس

ث میزان رضایت مشتریان از عملکرد کارمندان یک بانک

ج تاریخ تولد همه دانشجویان دانشگاه آزاد ورودی ۹۴

چ مقدار ساعت خواب ورزشکاران در شب مسابقه

۹ فرق بین داده و متغیر چیست؟
فرق بین آماره و پارامتر چیست؟ آیا مقدار آماره همیشه ثابت است؟

۱۰ یک شرکت تولید کنسرو می خواهد میانگین وزن قوطی های کنسرو خود را بررسی کند. بنابراین از بین تولیدات روزانه، هر روز ۱۰۰ قوطی را انتخاب کرده و مورد بررسی قرار می دهد. مشخص کنید در این بررسی واحد آماری، متغیر، آماره، پارامتر و جامعه کدام اند؟

۱۱ نمرات درس ریاضی دانش آموزی در طول سال به صورت زیر است:

۱۹ , ۱۸ , ۷ , ۲۰ , ۱۶ , ۱۶

میانه و میانگین را برای نمرات این دانش آموز محاسبه کنید.

۱۲ میانه داده های ۷ , ۵ , ۸ , ۱۰ , ۳ کدام است؟

۱۳ میانه داده های ۹ , ۱۵ , ۵ , ۱۱ , ۸ , ۱۲ کدام است؟

برای جدول داده‌های زیر، "میانگین، میانه و مد" را به دست آورید.

داده	۱	۳	۴	۶
فراوانی	۳	۱	۲	۴

نمرات درس ریاضی علی در طول سال برابر است با:

۱۷, ۱۸, ۱۶, ۲۰, ۲۰, ۱۴, ۶, ۱۸

میانگین، میانه و مد را به دست آورید.

کدام‌یک از شاخص‌های فوق، وضعیت علی را در درس ریاضی بهتر نشان می‌دهد؟

اگر معلم ریاضی علی، برای جبران نمره ۶ به او امکان امتحان مجدد بدهد، برای آنکه میانگین نمرات ریاضی او ۱۷ شود، چه نمره‌ای باید کسب کند؟

میانگین ۱۰ داده آماری $۳۲/۵$ است. اگر داده‌های ۳۵ و ۴۰ را از آن‌ها کنار بگذاریم، میانگین داده‌های باقی‌مانده را به دست آورید.

میانگین ۷ داده آماری ۸ و میانگین ۱۳ داده آماری دیگر ۱۰ است. میانگین این ۲۰ داده آماری چقدر است؟

اگر میانگین داده‌های آماری زیر برابر ۱۰ باشد، میانه را بیابید.

۴, ۵, ۹, ۱۲, ۲۰, a, ۱۷

اگر میانگین ۶ داده آماری ۶, ۵, ۴, a, ۷, ۳ برابر ۵/۵ باشد، میانه کدام است؟

میانگین ۶ داده آماری، ۱۲ است. ۹ داده دیگر به این داده‌ها اضافه می‌کنیم. اگر میانگین تمام این داده‌ها برابر ۹ باشد، میانگین ۹ داده اضافه‌شده چقدر است؟

در داده‌های زیر، میانه داده‌های کمتر از مد را به دست آورید.

۳۳, ۲۱, ۴۵, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۷, ۳۱, ۴۵, ۲۰, ۳۲, ۴۵, ۴۶, ۵۱, ۳۲, ۵۱

میانگین تعدادی داده برابر ۶ است. اگر تک‌تک داده‌ها را در عدد ۵ ضرب کرده و با عدد ۲ جمع کنیم، میانگین جدید چقدر است؟

در یک شرکت چارک اول حقوق کارمندان برابر ۳۰۰ هزار تومان و چارک سوم برابر ۷۰۰ هزار تومان است. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را بررسی کنید. (حقوق تمام کارمندان متمایز از هم می‌باشد)

۲۳ ۵۰ درصد کارمندان (نصف کارمندان)، حقوقشان بیشتر از ۳۰۰ هزار تومان است.

۲۴ ۲۵ درصد کارمندان ($\frac{1}{4}$ کارمندان)، حقوقشان کمتر از ۳۰۰ هزار تومان است.

۲۵ ۷۵ درصد کارمندان ($\frac{3}{4}$ کارمندان)، حقوقشان کمتر از ۷۰۰ هزار تومان است.

۲۶ ۵۰ درصد کارمندان ($\frac{1}{4}$ کارمندان)، حقوقشان بین ۳۰۰ و ۷۰۰ هزار تومان است.

۲۷ چارک‌های اول، دوم و سوم داده‌های ۶، ۱۳، ۶، ۸، ۱۵، ۱۲ را محاسبه کنید.

۲۸ چارک‌های اول، دوم و سوم داده‌های ۶، ۵، ۸، ۱۰، ۲ را محاسبه کنید.

۲۹ توضیح دهید که وقتی داده‌ها باهم برابر هستند، میانگین، واریانس و انحراف معیار به چه شکل است؟

۳۰ قیمت یک کالا در دو بازار A و B به صورت زیر است. در کدام بازار پراکندگی کمتری مشاهده می‌شود؟ بهتر است از کدام بازار خرید کنیم؟

A : ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹

B : ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸

۳۱ باتوجه به داده‌های زیر به سؤالات پاسخ دهید.

۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰

الف تقریباً ۲۵٪ داده‌ها از کدام عدد کوچک‌ترند؟

ب تقریباً ۷۵٪ داده‌ها از کدام عدد کوچک‌ترند؟

پ تقریباً ۵۰٪ داده‌ها از کدام عدد بزرگ‌ترند؟

۳۲ دمای هوای شش روز از ماه اسفند شهر تهران به‌صورت زیر است:

۱۹	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۵	دما (برحسب سانتی‌گراد)
----	----	----	----	----	----	------------------------

الف میانگین و واریانس دمای این شش روز را به دست آورید.

۳۳ داده‌های جمع‌آوری‌شده زیر مربوط به تراکنش‌های مالی شعبه بانکی در بازه زمانی ۹ تا ۱۰ صبح (به میلیون تومان) می‌باشد. میانه و چارک سوم آن‌ها را مشخص کنید.

۳۴, ۳۰, ۲۰, ۸۰, ۳۰, ۷۰

۳۴ موارد خواسته‌شده داده‌های آماری زیر را به دست آورید.

۸, ۸, ۹, ۶, ۵, ۱۰, ۱۱, ۷

الف واریانس

۳۵ واریانس و انحراف معیار داده‌های زیر را محاسبه کنید.

۷, ۶, ۲, ۴, ۱

۳۶ میانگین داده‌های $a, 2a$ و $1 + 2a$ برابر ۱۲ است. واریانس و انحراف معیار این داده‌ها را محاسبه کنید.

۳۷ دامنه میان‌چارکی داده‌های ۱۸, ۱۳, ۱۰, ۱۵, ۱۷, ۱۱, ۱۶, ۱۲ را محاسبه کنید.

۳۸ اگر انحراف معیار داده‌های ۱۵, x_1, x_2, x_3, x_4 برابر صفر باشد، میانگین این داده‌ها چقدر است؟

۳۹ انحراف استاندارد داده‌های ۹, ۸, ۶, ۴, ۳ را به دست آورید.

۴۰ اگر واریانس داده‌های ۷, x_1, x_2 برابر صفر باشد، میانگین این داده‌ها برابر با چند است؟

۴۱ واریانس داده‌های ۸, ۷, ۶, ۵ را به دست آورید.

۴۲ واریانس و انحراف معیار داده‌های زیر کدام است؟

۳, ۴, ۷, ۸, ۱۳

۴۳ واریانس و انحراف معیار جدول زیر را به دست آورید.

داده‌ها	۴	۷	۱۰
فراوانی	۲	۱	۲

۴۴ باتوجه به منحنی نرمال به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف تقریباً چند درصد داده‌ها در بازه $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ قرار دارند؟

ب تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در چه بازه‌ای قرار دارند؟

پ تقریباً چند درصد داده‌ها در بازه $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$ قرار دارند؟

۴۵ روی یک بسته شکلات عبارت (30 ± 2) گرم نوشته شده است. معنا و مفهوم این عبارت چیست؟

در یک سری از داده‌های آماری، انحراف داده‌ها از میانگین عبارت‌اند از: ۵, ۳, ۲, ۰, -۱, -۴. واریانس و انحراف معیار داده‌ها را به دست آورید.

در داده‌های آماری ۱۳, ۷, ۱۰, ۷, ۸, ۱۳, ۵, ۶, ۱۱ داده‌های کمتر از میانه را حذف می‌کنیم، واریانس داده‌های باقی‌مانده را به دست آورید.

میانه و چارک‌های داده‌های زیر را به دست آورید. سپس مقدار دامنه میان چارکی را به دست آورید.

۷, ۴, ۲۰, ۱۹, ۱۱, ۱۵, ۱۲, ۱۱, ۸, ۲, ۲, ۳, ۸, ۱۰

در داده‌های ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹ میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم را به دست آورید.

دامنه میان چارکی (IQR) را برای داده‌های ۱, ۲, ۲, ۱, ۳, ۳, ۴, ۱, ۷, ۲, ۱۱, ۱۲, ۱۹, ۵, ۷, ۱, ۴ به دست آورید.

۵۲ داده‌های ۷, ۲, ۴, ۳, ۱, ۱, ۲, ۷, ۵, ۱, ۲ مفروض‌اند. مد، میانه و چارک‌های اول و سوم را به دست آورید.

۵۳ داده‌ای ۲, ۱, ۴, ۱, ۳, ۲, ۱, ۴, ۵, ۲, ۸, ۷, ۱ مفروض‌اند. مد، میانه و چارک‌های اول و سوم را به دست آورید.

۵۴ داده‌های ۵, ۴, ۳, ۱, ۲, ۲, ۱, ۲, ۱, ۲, ۳, ۳, ۲, ۱, ۲ مفروض‌اند. مد، میانه و چارک‌های اول و سوم را بیابید.

۳, ۵, ۸, ۸, ۶

پاسخ سؤالات ۱ تا ۲

۱ سرشماری

۲ کمی

۳ جامعه آماری: دانشگاه تهران
واحد آماری: دانشجویان دختر و پسر
نمونه: ۵۰۰ نفر از دانشجویان پسر

۴ آماره نمونه، مشخصه‌ای عددی که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و داده‌های نمونه به دست می‌آید.

۵ الف پرسش‌نامه - مصاحبه

ب دادگان

پ دادگان

ت پرسش‌نامه

۶ در جدول زیر هر پیکان نشان داده است که بهترین روش آمارگیری برای هر حالت کدام است. البته دقت شود که این بدان معنی نیست که نمی‌توان از روش‌های دیگر استفاده کرد.
تعداد عابری که ماسک زده‌اند. ← مشاهده
رضایت مردم از وسایل نقلیه عمومی ← مصاحبه
رضایت مردم از سرویس‌دهی رستوران ← پرسش‌نامه
تیراژ روزنامه‌ها ← دادگان

۷

تعداد افراد یا اشیایی که در کل جامعه آن ویژگی را دارند = $\frac{\text{تعداد کل اعضای جامعه}}{\text{تعداد افراد یا اشیایی که در کل جامعه آن ویژگی را دارند}}$ پارامتر هر ویژگی خاص

$$\text{پارامتر دیپلم} = \frac{\text{تعداد افراد دیپلمه در کل شرکت}}{\text{تعداد کل کارکنان}} = \frac{700}{1000} = \frac{7}{10} = 0/7$$

$$\text{پارامتر لیسانس} = \frac{\text{تعداد افراد لیسانسه در کل شرکت}}{\text{تعداد کل کارکنان}} = \frac{250}{1000} = \frac{25}{100} = 0/25$$

$$\text{پارامتر سیکل} = \frac{\text{تعداد افراد سیکل در کل شرکت}}{\text{تعداد کل کارکنان}} = \frac{1000 - 700 - 250}{1000} = \frac{50}{1000} = 0/05$$

تعداد افراد یا اشیایی که در نمونه انتخابی آن ویژگی را دارند = $\frac{\text{تعداد کل اعضای نمونه}}{\text{تعداد افراد یا اشیایی که در نمونه انتخابی آن ویژگی را دارند}}$ آماره هر ویژگی خاص

$$\text{آماره دیپلم} = \frac{\text{تعداد افراد دیپلمه در نمونه انتخابی}}{\text{تعداد کل اعضای نمونه}} = \frac{280}{400} = 0/7$$

$$\text{آماره لیسانس} = \frac{\text{تعداد افراد لیسانس در نمونه انتخابی}}{\text{تعداد کل اعضای نمونه}}$$

$$= \frac{400 - 280 - 20}{400} = \frac{100}{400} = \frac{1}{4} = 0/25$$

$$\text{آماره سیکل} = \frac{\text{تعداد افراد سیکل در نمونه انتخابی}}{\text{تعداد کل اعضای نمونه}} = \frac{20}{400} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} = 0/05$$

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها عبارت‌اند از: ۱- مشاهده و آزمایش ۲- مصاحبه ۳- پرسشنامه ۴- دادگان

دادگان (مراجعه به سازمان ثبت احوال یا دفتر ازدواج و طلاق)

مصاحبه با افراد اداره

مصاحبه با پزشکان متخصص

مشاهده و آزمایش

پرسشنامه

دادگان (مراجعه به پرونده ثبت‌نام دانشجویان)

مصاحبه یا پرسشنامه

متغیر، موضوع یا ویژگی مورد بررسی روی اعضای جامعه یا نمونه است؛ مانند قد، وزن و نوع گروه خونی ولی داده‌ها نتایج حاصل از این بررسی‌های آماری هستند. مثلاً اگر وزن اعضای یک خانواده ۳ نفری را بررسی کنیم و به اعداد ۴۰،۷۵ و ۹۰ کیلوگرم برسیم این اعداد داده‌های آماری و وزن متغیر تصادفی است. پارامتر در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند قابل محاسبه است ولی آماره از داده‌های نمونه به دست می‌آید. ضمناً پارامتر همیشه عددی ثابت است ولی آماره از نمونه‌ای به نمونه دیگر تغییر می‌کند.

در این بررسی فهرست موارد خواسته شده به شرح زیر است:

واحد آماری: هر قوطی کنسرو یک واحد آماری است.

جامعه: کل قوطی های کنسرو تولیدی جامعه آماری هستند.

متغیر: میانگین وزن قوطی های کنسرو است.

آماره: میانگین وزن قوطی های کنسرو در نمونه انتخابی آماره است.

پارامتر: میانگین وزن قوطی های کنسرو در کل محصولات تولیدی پارامتر است.

۷, ۱۶, ۱۶, ۱۸, ۱۹, ۲۰

$$\text{میانۀ} = \frac{۱۶ + ۱۸}{۲} = ۱۷$$

$$\bar{x} = \frac{۷ + ۱۶ + ۱۶ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰}{۶} = \frac{۹۶}{۶} = ۱۶$$

۷ = میانۀ $\Rightarrow ۱۰, ۸, \underbrace{۷}, ۵, ۳$: مرتب سازی

۱۰ = میانۀ $= \frac{۹ + ۱۱}{۲} \Rightarrow ۱۵, ۱۲, \underbrace{۱۱, ۹}, ۸, ۵$: مرتب سازی

$$\bar{x} = \frac{(۳ \times ۱) + (۱ \times ۳) + (۲ \times ۴) + (۴ \times ۶)}{۱۰} \Rightarrow \bar{x} = \frac{۳۸}{۱۰} = ۳/۸$$

$\underbrace{۱, ۱, ۱, ۳, ۴, ۴}, \underbrace{۶, ۶, ۶, ۶}$

۶ = مد , ۴ = میانۀ

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۷ + ۱۸ + ۱۶ + ۲۰ + ۲۰ + ۱۴ + ۶ + ۱۸}{۸} = \frac{۱۲۹}{۸} = ۱۶/۱۲۵$$

اعداد ۱۸ و ۲۰ هردو مد هستند

۶, ۱۴, ۱۶, $\underbrace{۱۷, ۱۸, ۱۸, ۲۰, ۲۰}$

↓

$$\text{میانۀ} : Q_2 = \frac{۱۷ + ۱۸}{۲} = ۱۷/۵$$

داده ها اختلاف چندانی ندارند، پس بهتر است از میانگین به عنوان شاخص حد وسط استفاده کنیم (مد کارایی ندارد، چون ۲ تا مد وجود دارد).

$$x, 14, 16, 17, 18, 18, 20, 20$$

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

$$\Rightarrow 17 = \frac{x + 14 + 16 + 17 + 18 + 18 + 20 + 20}{8} \Rightarrow x + 123 = 136 \Rightarrow x = 13$$

$$\begin{array}{c} \text{میانگین} \\ \uparrow \\ \text{مجموع داده‌ها} = N \cdot \bar{X} \Rightarrow \text{مجموع داده‌ها} = 32/5 \times 10 = 325 \\ \downarrow \\ \text{تعداد} \end{array}$$

$$\text{مجموع جدید} = 325 - 40 - 35 = 250$$

$$\text{میانگین جدید} = \frac{\text{مجموع جدید}}{n} = \frac{250}{8} = 31/25$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{میانگین 7 داده آماری} = 8 \Rightarrow \text{مجموع 7 داده} = 7 \times 8 = 56 \\ \text{میانگین 13 داده دیگر} = 10 \Rightarrow \text{مجموع 13 داده دیگر} = 13 \times 10 = 130 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{+} \text{مجموع 20 داده} = 186$$

$$\text{میانگین 20 داده آماری} = \frac{186}{20} = 9/3$$

$$\text{میانگین} = \frac{4 + 5 + 9 + 12 + 20 + a + 17}{7} = 10$$

$$\Rightarrow a + 67 = 70 \Rightarrow a = 3$$

حال اعداد را به ترتیب از کوچک به بزرگ نوشته و میانه را انتخاب می‌کنیم:

$$3, 4, 5, \underline{9}, 12, 17, 20$$

در نتیجه، میانه 9 است.

$$\bar{x} = \frac{3 + 7 + a + 4 + 5 + 6}{6} = 5/5 \Rightarrow \frac{25 + a}{6} = 5/5 \Rightarrow 25 + a = 33 \Rightarrow a = 33 - 25 \Rightarrow a = 8$$

$$\text{مرتبه‌سازی: } 3, 4, \underline{5}, 6, 7, 8 \Rightarrow \text{میانه} = \frac{5 + 6}{2} = 5/5$$

$$\bar{x} = \frac{6 \times 12 + 9\bar{x}_2}{6 + 9} = 9 \Rightarrow \frac{72 + 9\bar{x}_2}{15} = 9 \Rightarrow 72 + 9\bar{x}_2 = 135 \Rightarrow 9\bar{x}_2 = 63 \Rightarrow \bar{x}_2 = 7$$

۲۰, ۲۰, ۲۱, ۲۱, ۲۲, ۲۷, ۳۱, ۳۲, ۳۲, ۳۳, ۴۵, ۴۵, ۴۵, ۴۶, ۵۱, ۵۱

همان‌طور که دیده می‌شود عدد ۴۵ مد است. داده‌های قبل از ۴۵، ده عدد است؛ بنابراین داده‌های پنجم و ششم میانه آن‌ها را می‌سازند، پس:

$$Q_2 = \frac{22 + 27}{2} = \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\bar{x} \text{ اولیه} = 6 \Rightarrow \bar{x} \text{ جدید} = (6 \times 5) + 2 = 32$$

پاسخ سؤالات ۲۳ تا ۲۶

نادرست است. ۷۵ درصد کارمندان، حقوقشان بیشتر از ۳۰۰ هزار تومان (چارک اول) است.

درست است. چون می‌دانیم ۲۵ درصد داده‌ها کوچک‌تر از چارک اول هستند.

درست است. چون می‌دانیم ۵۰ درصد داده‌ها بین چارک اول و سوم قرار دارند و ۲۵ درصد داده‌ها نیز کمتر از چارک اول.

درست است. چون می‌دانیم ۵۰ درصد داده‌ها بین چارک اول و سوم قرار دارند.

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$6, \overbrace{6}^{Q_1}, \underbrace{8, 12}_{Q_2 = \frac{8+12}{2} = 10}, \overbrace{13}^{Q_3}, 15$$

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$Q_1 = \frac{2+5}{2} = 3.5, \quad Q_3 = \frac{8+10}{2} = 9$$

$$\underbrace{2, 5}, \underbrace{6}_{Q_2}, \underbrace{8, 10}$$

وقتی داده‌ها باهم برابر هستند، میانگین برابر با داده‌ها است. واریانس و انحراف معیار داده‌ها صفر است.

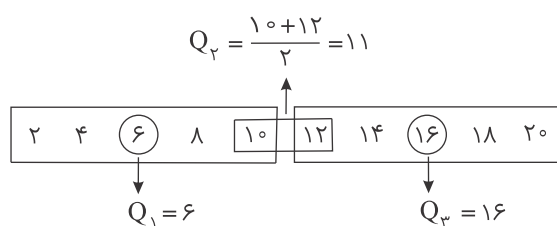
$$\bar{X}_A = \frac{125}{5} = 25, \quad \bar{X}_B = \frac{125}{5} = 25$$

میانگین‌ها برابرند، پس پراکندگی در بازاری کمتر است که واریانس آن کمتر باشد.

$$\sigma_A^2 = \frac{(22-25)^2 + (23-25)^2 + (24-25)^2 + (27-25)^2 + (29-25)^2}{5} = \frac{34}{5}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(21-25)^2 + (24-25)^2 + (25-25)^2 + (27-25)^2 + (28-25)^2}{5} = \frac{30}{5}$$

چون $\frac{30}{5} < \frac{34}{5}$ است، لذا پراکندگی قیمت‌ها در بازار B کمتر است و بهتر است از بازار B خرید کنیم.



تقریباً ۲۵٪ داده‌ها کوچک‌تر از $Q_1 = 6$ هستند.

تقریباً ۷۵٪ داده‌ها کوچک‌تر از $Q_3 = 16$ هستند.

۵۰٪ داده‌ها بزرگ‌تر از ۱۱ هستند.

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{6} = \frac{(15-16)^2 + (14-16)^2 + (15-16)^2 + (16-16)^2 + (17-16)^2 + (19-16)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۲۰, ۳۰, ۳۰, ۳۴, ۷۰, ۸۰

$$\text{میانگین دو داده وسط} = \frac{30 + 34}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

$$Q_3 = 70 = \text{چارک سوم}$$

$$\sigma^2 = \frac{(\omega - \lambda)^2 + (\epsilon - \lambda)^2 + (\gamma - \lambda)^2 + (\lambda - \lambda)^2 + (\lambda - \lambda)^2 + (9 - \lambda)^2 + (10 - \lambda)^2 + (11 - \lambda)^2}{\lambda}$$

$$\sigma^2 = \frac{9 + 4 + 1 + 0 + 0 + 1 + 4 + 9}{\lambda} = \frac{28}{\lambda} = \frac{\gamma}{\psi}$$

ب

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\gamma}{\psi}} = \sqrt{3/5}$$

۳۵

$$\bar{x} = \frac{7 + 6 + 4 + 2 + 1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{(7-4)^2 + (6-4)^2 + (4-4)^2 + (2-4)^2 + (1-4)^2}{5}} = \sqrt{\frac{26}{5}}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \left(\sqrt{\frac{26}{5}}\right)^2 = \frac{26}{5}$$

۳۶

$$\bar{x} = 12 \Rightarrow \frac{2a + a + 1 + 2a}{3} = 12 \Rightarrow 5a + 1 = 36$$

$$\Rightarrow 5a = 35 \Rightarrow a = 7$$

حال $a = 7$ را در داده‌ها جایگذاری می‌کنیم:

$$\text{داده‌ها: } 7, 14, 15 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(7-12)^2 + (14-12)^2 + (15-12)^2}{3}$$

$$\sigma^2 = \frac{25 + 4 + 9}{3} = \frac{38}{3} \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{\frac{38}{3}}$$

۳۷

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$10, \overbrace{11, 12}^{Q_2 = \frac{11+12}{2} = 11.5}, \underbrace{13, 15}_{Q_3 = \frac{13+15}{2} = 14}, \overbrace{16, 17}^{Q_4 = \frac{16+17}{2} = 16.5}, 18 \Rightarrow IQR = Q_3 - Q_1 = 16.5 - 11.5 = 5$$

۳۸

از آنجایی که انحراف استاندارد داده‌ها صفر است، پس همگی باهم برابرند. یعنی داده‌ها به صورت زیر است:

$$15, 15, 15, 15, 15 \Rightarrow \bar{x} = 15$$

$$\bar{x} = \frac{۳ + ۴ + ۶ + ۸ + ۹}{۵} = ۶ \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(۳-۶)^2 + (۴-۶)^2 + (۶-۶)^2 + (۸-۶)^2 + (۹-۶)^2}{۵}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۹ + ۴ + ۰ + ۴ + ۹}{۵} = \frac{۲۶}{۵} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{۲۶}{۵}}$$

وقتی واریانس تعدادی داده برابر با صفر باشد، یعنی همه داده‌ها باهم برابرند. پس همه داده‌ها ۷ هستند. وقتی همه داده‌ها باهم برابر باشند، میانگین هم با داده‌ها برابر است. پس میانگین برابر با ۷ است.

۵, ۶, ۷, ۸

$$\bar{x} = \frac{۵ + ۶ + ۷ + ۸}{۴} = \frac{۲۶}{۴} = ۶/۵$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{(۵ - ۶/۵)^2 + (۶ - ۶/۵)^2 + (۷ - ۶/۵)^2 + (۸ - ۶/۵)^2}{۴}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(-۱/۵)^2 + (-۰/۵)^2 + (۰/۵)^2 + (۱/۵)^2}{۴} = \frac{۲/۲۵ + ۰/۲۵ + ۰/۲۵ + ۲/۲۵}{۴} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

میانگین : $\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد}} = \frac{۳ + ۴ + ۷ + ۸ + ۱۳}{۵} = \frac{۳۵}{۵} = ۷$

واریانس : $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2}{N}$

$$\sigma^2 = \frac{(۳-۷)^2 + (۴-۷)^2 + (۷-۷)^2 + (۸-۷)^2 + (۱۳-۷)^2}{۵}$$

$$= \frac{۱۶ + ۹ + ۰ + ۱ + ۳۶}{۵} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{۶۲}{۵} = ۱۲/۴$$

انحراف معیار : $\sigma = \sqrt{\sigma^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{۱۲/۴} \simeq ۳/۵$

$$\bar{x} = \frac{(۴ \times ۲) + (۷ \times ۱) + (۱۰ \times ۲)}{۲ + ۱ + ۲} = \frac{۳۵}{۵} = ۷$$

$$\sigma^2 = \frac{۲(۴-۷)^2 + ۱(۷-۷)^2 + ۲(۱۰-۷)^2}{۲ + ۱ + ۲}$$

$$= \frac{۲(-۳)^2 + ۰ + ۲(۳)^2}{۵} = \frac{۱۸ + ۱۸}{۵} = \frac{۳۶}{۵}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{\frac{۳۶}{۵}} = \frac{۶}{\sqrt{۵}}$$

الف ۶۸ درصد داده‌ها

ب $(\bar{x} - ۲\sigma, \bar{x} + ۲\sigma)$

۴۵

این عبارت نشان می‌دهد تقریباً ۹۶ درصد شکلات وزنشان در بازه $(۲, ۳۰ + ۲)$ یعنی در بازه $(۲۸, ۳۲)$ گرم قرار دارند.

۴۶

$$\sigma^2 = \frac{(-۴)^2 + (-۱)^2 + ۰^2 + (۲)^2 + (۳)^2 + (۵)^2}{۶}$$

$$\sigma^2 = \frac{۵۵}{۶} \xrightarrow{\text{جذر}} \sigma = \sqrt{\frac{۵۵}{۶}}$$

۴۷

داده‌های مرتب‌شده $\rightarrow ۵, ۶, ۷, ۷, \overset{\text{میانه}}{\uparrow} ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۳ \Rightarrow Q_2 = ۸$ میانه

حال داده‌های کمتر از ۸ را حذف می‌کنیم، لذا خواهیم داشت:

داده‌های جدید $\rightarrow ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۳ \Rightarrow \bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۵۵}{۵} = ۱۱$

$$\sigma^2 = \frac{(۸-۱۱)^2 + (۱۰-۱۱)^2 + (۱۱-۱۱)^2 + (۱۳-۱۱)^2 + (۱۳-۱۱)^2}{۵}$$

$$= \frac{۹ + ۱ + ۰ + ۴ + ۴}{۵} = \frac{۱۸}{۵} = ۳/۶$$

۴۸

$۲, ۲, ۳, ۴, ۷, ۸, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۲, ۱۵, ۱۹, ۲۰$

$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$
 $Q_1 \quad \quad \quad Q_3$

$$Q_2 = \frac{۸ + ۱۰}{۲} = ۹$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = ۱۲ - ۴ = ۸$$

۴۹

باید فقط داده‌های بین Q_1 و Q_3 را انتخاب کرده و میانگین آن‌ها را محاسبه کنیم:

$۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹$

$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$
 $Q_1 \quad \quad \quad Q_3$

$$Q_2 = \frac{۱۴ + ۱۵}{۲} = ۱۴/۵$$

$$۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۱۳ + ۱۶}{۲} = ۱۴/۵$$

۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵, ۷, ۷, ۱۱, ۱۲, ۱۷, ۱۹

میانۀ مربوط به داده‌های ۴ و ۳ است، پس: $Q_2 = 3/5$
چارک اول $Q_1 = 2$ و چارک سوم $Q_3 = 7$ است، پس دامنهٔ میان چارکی برابر است با:

$$IQR = 7 - 2 = 5$$

$$\bar{x} = \frac{1+1+1+4+4+2+3+0}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

حال واریانس را طبق رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{(1-2)^2 + (1-2)^2 + (1-2)^2 + (4-2)^2 + (4-2)^2 + (2-2)^2 + (3-2)^2 + (0-2)^2}{8} \\ &= \frac{1+1+1+4+4+0+1+4}{8} = \frac{16}{8} = 2\end{aligned}$$

پس انحراف معیار برابر است با: $\sigma = \sqrt{2}$

۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۷

چون تعداد داده‌ها زوج می‌باشد، پس میانۀ برابر است با:

$$\text{میانۀ} = \frac{2+2}{2} = 2$$

برای تعیین چارک‌های اول و سوم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\underbrace{1, 1, 1, 2, 2, 2, 2}_{Q_1 = \frac{1+2}{2} = 1.5}, \underbrace{3, 4, 5, 7, 7}_{Q_3 = \frac{4+5}{2} = 4.5}$$

همچنین مد برابر با ۲ است.

۱, ۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴, ۴, ۵, ۷, ۸

تعداد داده‌ها ۱۳ تا است، پس داده هفتم میانه می‌باشد. یعنی:

$$\text{میانه} = ۲$$

برای تعیین چارک‌های اول و سوم، نیمه اول و دوم داده‌ها را به صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 7, 8}_{Q_1 = \frac{1+1}{2} = 1} \quad \underbrace{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 7, 8}_{Q_3 = \frac{4+5}{2} = 4.5}$$

همچنین مد برابر است با ۱.

۱, ۱, ۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۵

چون تعداد داده‌ها ۱۵ تا می‌باشد، پس داده وسط داده هشتم است؛ یعنی:

$$\text{میانه} = ۲$$

نیمه اول و دوم داده‌ها به صورت زیر است، پس چارک‌های اول و سوم برابرند با:

$$\underbrace{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5}_{Q_1 = 1} \quad \underbrace{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5}_{Q_3 = 3}$$

همچنین مد برابر ۲ است.

$$\bar{x} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{(3-6)^2 + (5-6)^2 + 2(8-6)^2 + (6-6)^2}{5} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{18}{5} = 3.6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{36}{10}} \Rightarrow \sigma = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{6\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$