

نوید پورزکی

۱- در آزمایشگاهی ۵ موش سالم و ۳ موش دیابتی نگهداری می شوند، اگر دو موش از محفظه گریخته باشند، با کدام احتمال فقط یکی از موش های فراری دیابتی است؟

- ① $\frac{15}{56}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{15}{28}$

۲- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{12}$

۳- در ظرفی ۴ مهره ی سفید و ۵ مهره ی سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره های خارج شده هم رنگ اند؟

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{14}$

۴- دو تاس را با هم می اندازیم. با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{4}{9}$

۵- در جعبه ای ۴ مهره ی سفید و ۳ مهره ی سیاه و ۲ مهره ی قرمز است. به تصادف ۳ مهره از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال فقط یکی از مهره ها سفید است؟

- ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{17}{42}$ ③ $\frac{10}{21}$ ④ $\frac{9}{14}$



۶- احتمال آن که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟

(۴) $\frac{5}{33}$

(۳) $\frac{5}{32}$

(۲) $\frac{4}{33}$

(۱) $\frac{1}{8}$

۷- در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط دو مهره‌ی خارج شده، هم‌رنگ هستند؟

(۴) $\frac{31}{60}$

(۳) $\frac{79}{120}$

(۲) $\frac{37}{60}$

(۱) $\frac{41}{120}$

۸- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟

(۴) $\frac{15}{56}$

(۳) $\frac{13}{56}$

(۲) $\frac{17}{56}$

(۱) $\frac{11}{56}$

۹- در یک خانواده‌ی ۴ فرزند با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

(۴) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{5}{8}$

(۲) $\frac{9}{16}$

(۱) $\frac{3}{4}$

۱۰- در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می‌شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شوند، با کدام احتمال، لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟

(۴) $\frac{16}{21}$

(۳) $\frac{5}{7}$

(۲) $\frac{4}{7}$

(۱) $\frac{10}{21}$



۱۱- در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش، سفید است؟

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{3}{5}$

۱۲- احتمال این که از چهار فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$

۱۳- حروف کلمه‌ی *ATAXIA* را بریده به‌طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم با کدام احتمال هر سه حرف *A* کنار هم قرار می‌گیرند؟

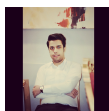
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{3}$

۱۴- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است. به تصادف ۳ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش‌ها سفید است؟

- ① $\frac{8}{11}$ ② $\frac{9}{11}$ ③ $\frac{28}{33}$ ④ $\frac{29}{33}$

۱۵- چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم تا عددی چهار رقمی حاصل شود با کدام احتمال یک عدد چهار رقمی مضرب ۶، حاصل می‌شود؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$



۱۶- در یک بیمارستان ۵ نوزاد در یک روز متولد شده‌اند. با کدام احتمال لااقل دو نفر از آنان دختر است؟

$$\frac{13}{16} \text{ (۴)}$$

$$\frac{7}{16} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{16} \text{ (۱)}$$

۱۷- در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید ۲ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$$\frac{32}{45} \text{ (۴)}$$

$$\frac{31}{45} \text{ (۳)}$$

$$\frac{29}{45} \text{ (۲)}$$

$$\frac{28}{45} \text{ (۱)}$$

۱۸- در ظرفی ۴ مهره‌ی آبی، ۳ مهره‌ی قرمز، ۲ مهره‌ی سفید موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک مهره‌ی آبی، خارج می‌شود؟

$$\frac{73}{84} \text{ (۴)}$$

$$\frac{67}{84} \text{ (۳)}$$

$$\frac{37}{42} \text{ (۲)}$$

$$\frac{31}{42} \text{ (۱)}$$

۱۹- در جعبه‌ای ۷ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره‌ی قرمز و حداقل ۲ مهره‌ی سفید، خارج شده است؟

$$\frac{50}{143} \text{ (۴)}$$

$$\frac{40}{143} \text{ (۳)}$$

$$\frac{25}{77} \text{ (۲)}$$

$$\frac{30}{91} \text{ (۱)}$$

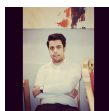
۲۰- هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

$$\frac{7}{6} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)}$$



۲۱- بر روی هر یک از چند کارت یکسان اعداد سه رقمی حاصل از جایگشت ترکیبات مجموعه‌ی اعداد $\{۲, ۴, ۵, ۶, ۷\}$ را نوشته، به تصادف یک کارت از بین آنها بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال دو رقم از اعداد این کارت‌ها فرد می‌باشند؟

- ① $\frac{۲}{۵}$ ② $\frac{۲۵}{۵}$ ③ $\frac{۳}{۵}$ ④ $\frac{۴}{۵}$

۲۲- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آن که دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد، کدام است؟

- ① $\frac{۳}{۱۶}$ ② $\frac{۱}{۴}$ ③ $\frac{۵}{۱۶}$ ④ $\frac{۳}{۸}$

۲۳- در یک خانواده‌ی سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آن‌ها دختر است، با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟

- ① $\frac{۱}{۳}$ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ $\frac{۵}{۸}$ ④ $\frac{۳}{۴}$

۲۴- در یک خانواده‌ی سه فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، دختر است؟

- ① $\frac{۳}{۸}$ ② $\frac{۳}{۷}$ ③ $\frac{۴}{۷}$ ④ $\frac{۵}{۸}$

۲۵- یک خانواده‌ی سه فرزندی با کدام احتمال، حداقل دو فرزند دختر دارد؟ (در صورتی که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان، دختر است.)

- ① $\frac{۳}{۸}$ ② $\frac{۵}{۸}$ ③ $\frac{۳}{۷}$ ④ $\frac{۴}{۷}$

۲۶- در یک خانواده‌ی دو فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده فرزند دختر دارد؟

- ① $\frac{۱}{۳}$ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ $\frac{۲}{۳}$ ④ $\frac{۳}{۴}$



۲۷- احتمال این که یک دانش آموز در یک امتحان نمره قبولی بگیرد ۰٫۹ و در دو امتحان متوالی نمره قبولی بگیرد ۰٫۸۵ است. اگر دانش آموز در امتحان دوم موفق باشد احتمال این که در امتحان قبلی نیز موفق شده باشد کدام است؟

- ① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{85}{94}$ ③ $\frac{17}{18}$ ④ $\frac{45}{47}$

۲۸- اگر در یک خانواده احتمال به دنیا آمدن فرزند دختر ۶۰٪ و پسر ۴۰٪ باشد احتمال آنکه هر سه فرزند این خانواده پسر باشد چقدر است؟

- ① ۰٫۰۶۴ ② ۰٫۶۴ ③ ۰٫۰۸ ④ ۰٫۰۰۸

۲۹- احتمال قبولی فرد A در یک آزمون ۰٫۸۴ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون ۰٫۷۵ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می شوند؟

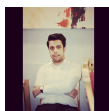
- ① ۰٫۹۲ ② ۰٫۹۴ ③ ۰٫۹۶ ④ ۰٫۹۸

۳۰- در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی بافی دارند، اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟

- ① ۰٫۸۵ ② ۰٫۷۵ ③ ۰٫۸ ④ ۰٫۷

۳۱- در کیسه ای ۵ مهره با شماره های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره ها را به طور تصادفی پی در پی بدون جای گذاری خارج می کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره ی فرد متوالیاً خارج نمی شوند؟

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{15}{25}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{25}{25}$



۳۲- در جعبه‌ای ۶ مهره ی سفید و ۹ مهره ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای گذاری از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره‌ی خارج شده سفید است؟

$$\frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{14} \text{ (۱)}$$

۳۳- از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جاگذاری بیرون می آوریم، سپس کارت دوم را خارج می کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟

$$\frac{4}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{7} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{14} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{7} \text{ (۱)}$$

۳۴- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟

$$\frac{39}{64} \text{ (۴)}$$

$$\frac{19}{32} \text{ (۳)}$$

$$\frac{37}{64} \text{ (۲)}$$

$$\frac{27}{64} \text{ (۱)}$$

۳۵- مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟

(۴) کیفی ترتیبی

(۳) کیفی اسمی

(۲) کمی پیوسته

(۱) کمی گسسته

۳۶- در کدام مورد، عمل سرشماری انجام نشده است؟

(۲) نمونه برابر جامعه‌ی آماری

(۱) تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرد.

(۴) نمونه، زیرمجموعه‌ی محض جامعه‌ی آماری

(۳) اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه

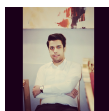
۳۷- در ۴۵ داده‌ی آماری مقدار میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به جای داده‌ی ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است. با رفع اشتباه میانگین واقعی، کدام است؟

$$1122 \text{ (۴)}$$

$$1121 \text{ (۳)}$$

$$1120 \text{ (۲)}$$

$$1119 \text{ (۱)}$$



۳۸- میانگین چند داده برابر ۵۷ است. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده‌های حاصل را سه برابر کرده‌ایم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟

- ① ۴۵ ② ۷۰ ③ ۱۳۵ ④ ۱۵۹

۳۹- اگر میانگین ۱۰ داده‌ی آماری ۱۶، ۱۱، ۱۷، ۱۰، a ، ۱۰، ۱۳، ۱۷، ۹، ۱۶ برابر $13\frac{1}{2}$ باشد، میانه کدام است؟

- ① $11\frac{5}{8}$ ② ۱۲ ③ $12\frac{5}{8}$ ④ ۱۳

۴۰- هشت داده‌ی آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است. اگر دو داده‌ی ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده‌ی حاصل کدام است؟

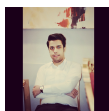
- ① ۴ ② $4\frac{5}{8}$ ③ $4\frac{8}{8}$ ④ ۵

۴۱- میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۲ واریانس آن‌ها ۵ می‌باشد. میانگین مساحت این مربع‌ها کدام می‌باشد؟

- ① ۱۲۴ ② ۱۳۴ ③ ۱۴۹ ④ ۱۶۹

۴۲- اگر از هر یک از داده‌های آماری متمایز ۵ واحد کم کنیم، ضریب تغییرات آن‌ها سه برابر می‌شود. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

- ① ۱۰ ② ۱۵ ③ $7\frac{5}{8}$ ④ ۵



۴۳- مجموع و ضریب تغییرات ۱۲ داده آماری به ترتیب برابر ۹۶ و $\frac{1}{3}$ است. اگر داده‌های ۴ و ۸ و ۱۲ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۵ داده جدید کدام است؟

۱۵٫۴ (۴)

۱۵٫۲ (۳)

۱۴٫۹ (۲)

۱۴٫۵ (۱)

۴۴- واریانس ۶ داده آماری صفر است. اگر سه داده ۱ و ۲ و ۳ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌ها ۴ می‌شود. واریانس کل ۹ داده کدام است؟

$\frac{5}{3}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{20}{3}$ (۲)

$\frac{20}{9}$ (۱)

۴۵- در ۱۲ داده آماری مجموع تمام داده‌ها ۷۲ و مجموع مجذورات آن‌ها ۴۸۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

۴۶- واریانس ۱۱ داده آماری صفر است. اگر داده‌های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، انحراف معیار ۱۴ داده حاصل کدام است؟

۲ (۴)

۱٫۵ (۳)

۱٫۲۵ (۲)

۰٫۷۵ (۱)

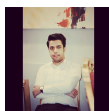
۴۷- پانزده داده آماری با واریانس ۱۲ و ده داده آماری دیگر با واریانس $7/6$ را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده حاصل کدام است؟

$3/5$ (۴)

$3/25$ (۳)

$3/2$ (۲)

$3/1$ (۱)



۴۸- در داده‌های آماری با میانگین $\bar{x}$ و انحراف معیار σ اگر به هر یک از داده‌ها، مقدار $\bar{x}$ را اضافه کنیم تا داده‌های جدید حاصل شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات در داده‌های قبلی است؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ ۱ ④ ۲

۴۹- در ۲۵ داده‌ی آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آنها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده، کدام است؟

- ① ۱۴٫۷۲ ② ۱۴٫۸۱ ③ ۱۵٫۳۳ ④ ۱۶٫۶۶

۵۰- مجموع ۴۰ داده‌ی آمار برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۳۴۰ می‌باشد. انحراف معیار کدام است؟

- ① ۱٫۲۵ ② ۱٫۵ ③ ۲٫۲۵ ④ ۲٫۵

۵۱- انحراف معیار ۲۶ داده‌ی آماری برابر ۲ می‌باشد اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از بین آنان حذف شود واریانس ۲۵ داده‌ی دیگر کدام است؟

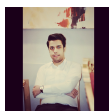
- ① ۳٫۹۶ ② ۴٫۰۸ ③ ۴٫۱۲ ④ ۴٫۱۶

۵۲- میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده‌ی آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده‌ی جدید کدام است؟

- ① ۹٫۲۵ ② ۹٫۳۶ ③ ۹٫۵۲ ④ ۹٫۶۳

۵۳- داده‌های آماری ۵، ۷، ۸، ۸، ۱۰ و ۱۰ مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $(\sqrt{\frac{2}{7}} \cong ۰٫۵۳۴)$

- ① ۰٫۱۵ ② ۰٫۲۰ ③ ۰٫۲۵ ④ ۰٫۳۰



۵۴- ضریب تغییرات در داده‌های آماری، 0.08 محاسبه شده است. اگر به هر داده‌ی مفروض 5 واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل 0.075 خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

- ① 56 ② 64 ③ 75 ④ 80

۵۵- در 30 داده‌ی آماری، مجموع تمام داده‌ها برابر 240 و مجموع مربعات این داده‌ها 2190 می‌باشد. ضریب تغییرات، کدام است؟

- ① 0.225 ② 0.275 ③ 0.325 ④ 0.375

۵۶- در 150 داده‌ی آماری با میانگین 12 ، به دو برابر هر یک از داده‌ها 3 واحد اضافه می‌کنیم. تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

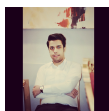
- ① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{8}{9}$

۵۷- میانگین طول اضلاع مربع‌هایی 15 واحد با ضریب تغییرات 0.2 محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟

- ① 229 ② 232 ③ 234 ④ 236

۵۸- ضریب تغییرات داده‌های آماری 1.35 می‌باشد. به 2 برابر این داده‌های آماری، $\frac{1}{4}$ میانگین آن‌ها افزوده شده است. ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟

- ① 0.96 ② 1.08 ③ 1.15 ④ 1.2



۵۹- میانگین محیط مربع‌هایی برابر ۸۴ و میانگین مساحت این مربع‌ها ۴۹۰ می‌باشند. ضریب تغییرات در طول ضلع این مربع‌ها، کدام است؟

- ① ۰٫۲۵ ② ۰٫۲۷ ③ ۰٫۲۸ ④ ۰٫۳۳

۶۰- داده‌های $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$ مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های $u_i = 12x_i + 6$ کدام است؟

- ① ۰٫۴ ② ۰٫۴۸ ③ ۰٫۵۲ ④ ۰٫۶

۶۱- مجموع ۸ داده‌ی آماری برابر ۴۸ و ضریب تغییرات آن‌ها ۰٫۵ می‌باشد، مجموع مربعات این داده‌ها کدام است؟

- ① ۲۴۰ ② ۳۲۰ ③ ۳۶۰ ④ ۴۵۰

۶۲- دستگاه A کالایی را با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف معیار $3/6$ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف معیار $3/84$ بسته‌بندی می‌کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیشتر است؟

- ① یکسان ② A ③ B ④ نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۶۳- نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به‌صورت زیر است:

$A: 15, 14, 15, 16, 17, 19$

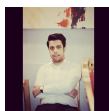
$B: 16, 14, 17, 14, 17, 18$

دقت عمل کدام بیش‌تر است؟

- ① A ② B ③ یکسان ④ غیرپیش‌بینی

۶۴- میانگین اضلاع مربع‌هایی برابر ۸ و میانگین مساحت آن‌ها $65/44$ می‌باشد. ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع‌ها، کدام است؟

- ① ۰٫۱۲ ② ۰٫۱۵ ③ ۰٫۲ ④ ۰٫۲۵



۶۵- در داده‌های آماری ۱۴، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۱۱، ۹، ضریب تغییرات کدام است؟

- ① ۰٫۰۸ ② ۰٫۰۹ ③ ۰٫۱۳ ④ ۰٫۱۶

۶۶- در ۶۰ داده‌ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱٫۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

- ① ۰٫۱ ② ۰٫۲ ③ ۰٫۳ ④ ۰٫۴

۶۷- در ۵۰ داده‌ی آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۲، برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲، برابر ۴۵۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها، کدام است؟

- ① ۰٫۲ ② ۰٫۲۵ ③ ۰٫۳ ④ ۰٫۳۵

۶۸- در ۵۰ داده‌ی آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۰۰ و مجموع مجذورات این داده‌ها برابر ۲۷۲ می‌باشد ضریب تغییرات کدام است؟

- ① ۰٫۳ ② ۰٫۴ ③ ۰٫۵ ④ ۰٫۶

۶۹- اگر میانگین و ضریب تغییرات اندازه‌ی اضلاع مربع‌هایی ۱۵ و ۰٫۲ باشد میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟

- ① ۲۲۷ ② ۲۲۹ ③ ۲۳۲ ④ ۲۳۴

۷۰- امتیازات مهارت کاری دو فرد A و B در پنج روز متوالی چنین است: $A: ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹$ و $B: ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸$. دقت عمل کدام فرد بیشتر است؟

- ① یکسان ② غیر قابل بررسی ③ A ④ B



۷۱- ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟

داده	۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۱, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴
------	--

۰.۱۸ (۴)

۰.۱۷ (۳)

۰.۱۵ (۲)

۰.۱۲ (۱)

۷۲- اگر ۲۰ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۱٫۵ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

۴۲۰ (۴)

۳۵۰ (۳)

۲۸۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

۷۳- در n داده‌ی آماری $n, \dots, 3, 2, 1$ ضریب تغییرات برابر $\frac{1}{2}$ محاسبه شده است. میانگین داده‌های مفروض را به هر یک از آنان اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات در داده‌های جدید کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۷۴- دانش‌آموزان یک مدرسه با سال تولد یکسان را وزن کشی کرده و عدد صحیح وزن آنان را یادداشت کرده‌ایم. چند درصد آن‌ها

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵

کم‌تر از ۵۰ وزن دارند؟

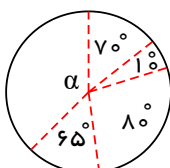
۷۵ (۲)

۷۲ (۱)

۸۰ (۴)

۷۸ (۳)

۷۵- افراد یک جامعه، به ۵ گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آنها با زاویه‌ی مرکزی بر حسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویه‌ی مرکزی α ، شامل چند درصد این جامعه است؟

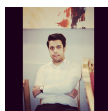


۳۲٫۵ (۲)

۲۳ (۱)

۳۷٫۵ (۴)

۳۶ (۳)



۷۶- در یک نمونه‌گیری از حرکت اتومبیل‌ها، F تعداد اتومبیل‌هایی با x سرنشین است. چند درصد اتومبیل‌ها با سرنشین ۳ یا ۴ نفر هستند؟

x	۱	۲	۳	۴	۵
F	۹۰	۱۸۰	۲۲۰	۲۶۰	۵۰

۶۰ (۴)

۵۸ (۳)

۵۴ (۲)

۴۵ (۱)

۷۷- در دسته‌بندی ۱۲۰ داده‌ی آماری در ۹ طبقه، دسته‌ی اول به صورت $۲۵ - ۲۲$ می‌باشد. می‌دانیم ۴۵ درصد داده‌ها کمتر از ۳۴ و فراوانی نسبی دسته‌ی وسط ۲/۰ است. تعداد داده‌های کمتر از ۳۷ کدام است؟

۸۷ (۴)

۷۸ (۳)

۷۶ (۲)

۶۷ (۱)

۷۸- جدول مقابل درصد نمرات داوطلبی با ضرایب متفاوت است. اگر حداقل میانگین برای پذیرش ۷۵ باشد. حداقل نمره‌ی ادبیات وی برای پذیرش کدام است؟

اختصاصی	زبان	معارف	ادبیات فارسی	درس
۷۰	۸۱	۹۰	?	درصد نمره
۸	۳	۲	۴	ضریب

۷۴ (۴)

۷۳ (۳)

۷۲ (۲)

۷۱ (۱)

۷۹- اندازه‌ی قد ۱۲۰ دانش آموز، در جدول زیر دسته‌بندی شده است. فراوانی دسته‌ی چهارم کدام است؟

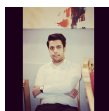
۱۷۰	۱۶۷	۱۶۴	۱۶۱	۱۵۸	۱۵۵	مرکز دسته
۱۲	۲۰	x	۱۸	۱۵	۱۰	درصد فراوانی نسبی

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)



۸۰- مقادیر ۱۲۰ داده‌ی آماری، در بازه‌ی [۲۳, ۵۹] می‌باشند. این داده‌ها در ۹ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر مجموع فراوانی‌های دو دسته‌ی آخر ۱۵ باشد، چند درصد داده‌ها کمتر از ۵۱، هستند؟

۹۲٫۵ (۴)

۹۰ (۳)

۸۷٫۵ (۲)

۸۲٫۵ (۱)

۸۱- در جدول فراوانی مقابل واریانس داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

۱۲٫۳۶ (۴)

۱۲٫۲۴ (۳)

۱۱٫۹۶ (۲)

۱۱٫۷۲ (۱)

۸۲- در ۸۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده، فراوانی نسبی دسته‌ی اول ۰٫۱۱۲۵ می‌باشد اگر ۱۰ داده‌ی دیگر بزرگتر از میانه به آنها افزوده شود، فراوانی نسبی جدید در دسته‌ی اول کدام است؟

۰٫۱۱ (۴)

۰٫۱۰۵ (۳)

۰٫۱۰۲ (۲)

۰٫۱ (۱)

۸۳- داده‌های آماری به ۱۲ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. حدود دسته‌ی اول به صورت (۲۳, ۲۶] می‌باشد. اگر این داده‌ها به ۹ طبقه دسته‌بندی شوند. مرکز دسته‌ی وسط کدام است؟

۴۲ (۴)

۴۱٫۵ (۳)

۴۱ (۲)

۴۰٫۵ (۱)

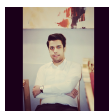
۸۴- کوچکترین و بزرگترین داده‌های آماری ۳۱ و ۵۲ می‌باشند این داده‌ها در ۷ دسته، دسته‌بندی شده‌اند. ۳۷ درصد داده‌ها کمتر از ۴۰ و ۴۸ درصد آن‌ها بیشتر یا مساوی ۴۳ می‌باشند. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد فراوانی دسته‌ی وسط کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)



۸۵- جدول مقابل، درصد فراوانی تجمعی در گروه‌های سنی مختلف در یک جامعه را نشان می‌دهد. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به سطح گروه سنی بین ۲۰ و ۳۰ سال چند درجه است؟

کران بالای سن	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۱۲۰
درصد فراوانی تجمعی	۱۷	۳۶	۵۱	۷۰	۱۰۰

۶۰ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۴۸ (۱)

۸۶- هشتاد داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ داده‌ی جدید به این جدول افزوده شود فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دسته‌ی مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

۸۷- در داده‌های ۲۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۸ میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

۱۸٫۷۵ (۴)

۱۸٫۶۶ (۳)

۱۸٫۳۳ (۲)

۱۸٫۲۵ (۱)

۸۸- در داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۸، ۸، ۶، ۶، ۴، ۳، ۳ داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم را حذف کنید. ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده تقریباً کدام است؟

۰٫۲۵ (۴)

۰٫۲۱ (۳)

۰٫۱۷ (۲)

۰٫۱۵ (۱)

۸۹- در جدول فراوانی مقابل، میانگین به صورت $\bar{x} = 12 + 2a$ محاسبه شده است a کدام است؟

x	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
F	۲	۵	۵	۹	۳

۰٫۳۶ (۲)

۰٫۲۵ (۱)

۰٫۵۴ (۴)

۰٫۴۵ (۳)



۹۰- میانگین داده‌های دسته‌بندی شده به صورت $۲۲ + ۳a$ محاسبه شده است a کدام است؟

مرکز دسته	۱۶	۱۹	۲۲	۲۵	۲۸
فراوانی مطلق	۲	۴	۶	۳	۵

۰٫۴۵ (۴)

۰٫۲۵ (۳)

۰٫۲ (۲)

۰٫۱۵ (۱)

۹۱- باتوجه به جدول آماری دسته‌بندی شده زیر، مقدار ضریب تغییرات داده‌های x کدام است؟

$x - ۴۴$	-۳	-۱	۱	۳	۵
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱

۰٫۲ (۴)

۰٫۱ (۳)

۰٫۰۸ (۲)

۰٫۰۵ (۱)

۹۲- جدول زیر، مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی مطلق در دسته‌ی ششم چه قدر است؟

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۹۳- اگر میانگین داده‌های دسته بندی شده، برابر ۱۶ باشد، با تعیین فراوانی دسته‌ی چهارم مقدار واریانس کدام است؟

نماینده دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳

۴٫۹۲ (۲)

۴٫۸۵ (۱)

۵٫۷۴ (۴)

۵٫۵۵ (۳)

۹۴- نمره‌ی کل آزمون عمومی یک داوطلب مطابق جدول زیر ۵۸ درصد است. نمره‌ی آزمون زبان انگلیسی او چند درصد است؟

زبان انگلیسی معارف اسلامی عربی ادبیات فارسی درس				
درصد	۶۵	۵۲	۷۰	?
ضریب	۴	۲	۳	۲

۳۱ (۱)

۳۲ (۲)

۳۳ (۳)

۳۴ (۴)



۹۵- دو نفر در یک آزمایشگاه، در ۵ روز متوالی همزمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق جدول زیر است، دقت کاری کدام بیشتر است؟

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

(۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

(۳) یکسان

(۲) نفر دوم

(۱) نفر اول

۹۶- ضریب تغییرات داده‌ها در جدول فراوانی مقابل، کدام است؟

x_i	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
F_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

(۴) ۰٫۲۵

(۳) ۰٫۲

(۲) ۰٫۱

(۱) ۰٫۰۸

۹۷- در داده‌هایی با جدول فراوانی

حدود دسته	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳	۱۳-۱۵
فراوانی	۳	۲	a	۶	۱

فراوانی دسته‌ی سوم، کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۹۸- اگر x متغیر کمی باشد، از اطلاعات جدول زیر، ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

x_i	۱۲	-۳	-۲	-۱۰	۱۲
f_i	۱	۳	۱	۳	۲

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۱) $\frac{1}{12}$

۹۹- جدول زیر فراوانی نسبی داده‌های دسته‌بندی شده است، با تعیین α ، مقدار واریانس کدام است؟

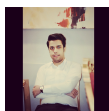
مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰
فراوانی دسته	۰٫۱	۰٫۲۵	۰٫۲	α

(۲) ۱۶٫۸

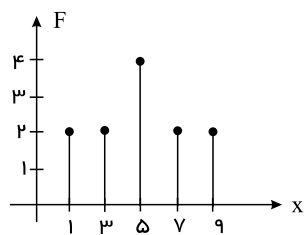
(۱) ۱۶٫۵

(۴) ۱۷٫۶

(۳) ۱۷٫۲



۱۰۰- با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، اختلاف میانگین و واریانس داده‌های آماری کدام است؟

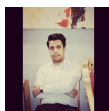


① $\frac{7}{6}$

③ $\frac{5}{2}$

⑦ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{7}{4}$



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۴

$$n(S) = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{یک دیابتی}} \times \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یک سالم}} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{15}{28} \text{ است.}$$

سراسری- ۱۳۸۱

۲- گزینه ۳

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \Rightarrow (1, 3), (3, 1), (2, 2) \\ 8 \Rightarrow (2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4) \\ 12 \Rightarrow (6, 6) \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

سراسری- ۱۳۹۲

۳- گزینه ۱

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

مهره‌های خارج شده هم‌رنگ باشند یعنی هر ۳ سفید یا هر ۳ سیاه باشند.

$$n(A) = \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{14}{84} = \frac{1}{6} \text{ است.}$$

خارج از کشور- ۱۳۹۲

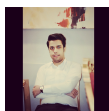
۴- گزینه ۲

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \left\{ \begin{array}{l} (1, 2)(2, 3)(3, 4)(4, 5)(5, 6) \\ (2, 1)(3, 2)(4, 3)(5, 4)(6, 5) \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 10$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \text{ است.}$$

خارج از کشور- ۱۳۹۵



۵- گزینه ۳

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

یکی از مهره‌ها باید سفید باشد و دو مهره‌ی دیگر باید از بین ۵ مهره‌ی قرمز و سیاه باشد.

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21} \text{ است.}$$

خارج از کشور- ۱۳۹۵

۶- گزینه ۲

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$$

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{20}{165} = \frac{4}{33} \text{ است.}$$

خارج از کشور- ۱۳۸۴

۷- گزینه ۳

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{2}}_{\text{دو سفید}} \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یکی از بقیه‌ی رنگ‌ها}} + \underbrace{\binom{3}{2}}_{\text{دو سیاه}} \underbrace{\binom{7}{1}}_{\text{یکی از بقیه‌ی رنگ‌ها}} + \underbrace{\binom{2}{2}}_{\text{دو قرمز}} \underbrace{\binom{8}{1}}_{\text{یکی از بقیه‌ی رنگ‌ها}} = 50 + 21 + 8 = 79$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{79}{120} \text{ است.}$$

خارج از کشور- ۱۳۹۶

۸- گزینه ۴ دو حالت داریم:

(۱) موش اول سفید و موش دوم سفید و موش سوم سیاه

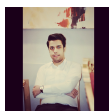
$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

(۲) موش اول سفید و موش دوم سیاه و موش سوم سیاه

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{56}$$

$$\text{پس } P = \frac{5}{28} + \frac{5}{56} = \frac{15}{56} \text{ است.}$$

روش دوم: چون در تست به رنگ موش دوم اشاره نشده است فرض می‌کنیم موشی که به رنگ آن اشاره نشده است را



انتخاب نکرده‌ایم و تنها می‌خواهیم دو موش را پشت سرهم (متوالیا) انتخاب کنیم یعنی موش دوم تأثیری در حل مسأله ندارد

$$P(\text{اولی سفید و دومی سیاه}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$$

سراسری-۱۳۸۸

۹- گزینه ۳

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$PPDD \text{ یا } DDDP \Rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{3!} = 6 + 4 = 10$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \text{ است.}$$

سراسری-۱۳۹۰

۱۰- گزینه ۳ بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است و بر روی ۴ موش آزمون مهارت انجام نشده است.

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

لااقل بر روی یکی از آن دو آزمون انجام شده است یعنی: بر روی هر دو آزمون انجام شده است یا بر روی یکی آزمون انجام شده و بر روی دیگری آزمون انجام نشده است.

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{3}{1} \binom{4}{1} = 3 + 12 = 15$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \text{ است.}$$

سراسری-۱۳۸۵

۱۱- گزینه ۳

$$n(S) = \binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$

$$\Rightarrow n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{5}{3} = 3 \times 10 = 30$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7} \text{ است.}$$

سراسری-۱۳۸۶

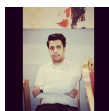
۱۲- گزینه ۳

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$PPDD \Rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \text{ است.}$$

سراسری-۱۳۸۴



$$n(S) = \frac{6!}{3!} = 120 \text{ (جابه‌جایی حروف ATAXIA)}$$

$$\boxed{AAA} TXI \Rightarrow n(A) = 4! = 24 \text{ (جابه‌جایی ۳ حرف A باهم اهمیت ندارد)}$$

$$P(A) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} \text{ پس}$$

سراسری- ۱۳۸۹

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$$

$$P(\text{هر سه موش سیاه باشند}) = 1 - P(\text{حداقل یکی از موش ها سفید باشد})$$

$$= 1 - \frac{\binom{6}{3}}{165} = 1 - \frac{\frac{6 \times 5 \times 4}{6}}{165} = 1 - \frac{20}{165} = 1 - \frac{4}{33} = \frac{29}{33}$$

خارج از کشور- ۱۳۹۱

۱۵- گزینه ۴ تعداد حالات انجام تجربه‌ی تصادفی که همان چیدن چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ به تصادف در کنار هم است، برابر است با:

$$n(S) = \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} = 18$$

برای آن که عددی چهار رقمی مضرب ۶ باشد، باید هم زوج و هم بر ۳ بخش پذیر باشد. شرط آن که عددی بر ۳ بخش پذیر باشد آن است که مجموع ارقامش بر ۳ قابل قسمت باشد. چون همواره مجموع ارقام ۳ و ۲ و ۱ و ۰ برابر ۶ است، پس این عدد چهار رقمی همواره بر ۳ بخش پذیر می باشد. لذا باید تنها تعداد اعداد زوج را پیدا کنیم تا عدد مضرب ۶ شود. تعداد اعداد چهار رقمی زوج برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 6 \text{ رقم یکان صفر باشد} \\ \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 4 \text{ رقم یکان صفر نباشد} \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 6 + 4 = 10$$

$$P(A) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \text{ پس}$$

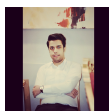
خارج از کشور- ۱۳۸۹

۱۶- گزینه ۴ لااقل دو دختر یعنی دو دختر یا سه دختر یا چهار دختر یا پنج دختر، برای این منظور از پیشامد متمم استفاده می کنیم.

$$P(\text{لااقل دو دختر}) = 1 - P(\text{یک دختر یا هیچ دختر}) = 1 - \left(\frac{5}{32} + \frac{1}{32} \right) = 1 - \frac{6}{32} = \frac{13}{16}$$

$$\text{دقت کنید: } \begin{cases} PPPPP \rightarrow 1 : \text{تعداد حالات هیچ دختر} \\ DPPPP \rightarrow \frac{5!}{4!} = 5 : \text{تعداد حالات یک دختر} \end{cases}$$

خارج از کشور- ۱۳۸۸



$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

برای هم رنگ نبودن دو مهره یکی از حالت های زیر باید اتفاق بیفتد

$$\left. \begin{aligned} \text{یکی سفید و یکی سیاه} & \quad \binom{3}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 2 = 6 \\ \text{یکی سفید و یکی قرمز} & \quad \binom{3}{1} \binom{5}{1} = 3 \times 5 = 15 \\ \text{یکی سیاه و یکی قرمز} & \quad \binom{2}{1} \binom{5}{1} = 2 \times 5 = 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(A) = 6 + 15 + 10 = 31$$

پس $P(A) = \frac{31}{45}$ است.
سراسری-۱۳۹۴

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

حداقل یک مهره ی آبی خارج شود متمم آن است که اصلاً مهره ی آبی خارج نشده باشد یعنی ۳ مهره ی خارج شده از بین ۵ مهره ی قرمز و سفید باشد.

$$P(\text{حداقل یک مهره آبی}) = 1 - P(\text{هیچ کدام از مهره ها آبی نباشند}) = 1 - \frac{\binom{5}{3}}{84} = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}$$

خارج از کشور-۱۳۹۳

$$S) = \binom{14}{4} = \frac{14!}{4!10!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{24 \times 10!} = 1001$$

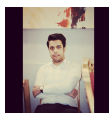
$$\text{یک قرمز} \rightarrow \binom{2}{1} = 2 \Rightarrow n(A) = 2 \times 140 = 280$$

$$\text{سه سفید یا دو سفید و یک سیاه} \Rightarrow \binom{7}{2} \binom{5}{1} + \binom{7}{3} = 105 + 35 = 140$$

پس $P(A) = \frac{280}{1001} = \frac{40}{143}$ می باشد.
خارج از کشور-۱۳۹۴

$$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 60 \rightarrow n(s) = 60$$

برای آنکه عدد رو شده، مضرب ۳ باشد، باید مجموع ارقامش باید بر ۳ بخش پذیر باشد که شامل دسته بندی های زیر باشد.



$$\left. \begin{array}{l} 1, 2, 3 \rightarrow 3! = 6 \\ 1, 3, 5 \rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 4 \rightarrow 3! = 6 \\ 3, 4, 5 \rightarrow 3! = 6 \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 4 \times 6 = 24$$

پس $\frac{24}{60} = 0.4$ است. $P(A)$

سراسری-۱۳۹۵

۲۱- گزینه ۳ A پیشامد حالات مطلوب است.

ابتدا ۳ رقم از ۵ رقم را انتخاب، سپس به ۳! حالت با آن ها عدد سه رقمی می سازیم.

$$n(S) = \binom{5}{3} \times 3!$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{2}{2}}_{\text{انتخاب دو رقم فرد}} \times \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{انتخاب یک رقم زوج}} \times \underbrace{3!}_{\text{جابجایی سه رقم انتخابی}}$$

$$P(A) = \frac{\binom{2}{2} \times \binom{3}{1} \times 3!}{\binom{5}{3} \times 3!} = 0.3$$

پس $P(A)$ است.

سراسری-۱۳۸۳

۲۲- گزینه ۲ با توجه به شرط داده شده فضای نمونه محدود شده را می نویسیم و پیشامد A را در این فضای نمونه مشخص می کنیم:

$$S_{\text{جدید}} = \{PPPD, PPDP, PPDD, PPPP\} \Rightarrow n(S) = 4, \quad A = \{PPDD\} \Rightarrow n(A) = 1$$

پس $P(A) = \frac{1}{4}$ است.

سراسری-۱۳۸۲

۲۳- گزینه ۴

می دانیم یکی از فرزندان دختر است پس می توان فضای نمونه ای جدیدی ساخت:

$$S_{\text{جدید}} = \{DPD, DPP, DDP, DDD\} \Rightarrow n(S) = 4$$

$$A = \{DPD, DPP, DDP\} \Rightarrow n(A) = 3$$

پس $P(A) = \frac{3}{4}$ است.

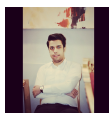
سراسری-۱۳۸۷

۲۴- گزینه ۲ یعنی در این خانواده سه فرزندی حداقل یک فرزند پسر است. پس در این خانواده حالتی که هر ۳ فرزند دختر باشند وجود ندارد.

$$n(S) = 2^3 - 1 = 7$$

تعداد حالت مطلوب یعنی این خانواده دارای دو دختر باشد: $\frac{3!}{2!} = 3$

$$DDP \Rightarrow n(A) = \frac{3!}{2!} = 3$$



پس $P(A) = \frac{3}{7}$ است.

خارج از کشور - ۱۳۸۹

۲۵- گزینه ۴ وقتی در این خانواده حداقل یکی از فرزندان دختر است یعنی حالتی که هر ۳ فرزند پسر باشند وجود ندارد.

$$n(S) = 2^3 - 1 = 7$$

تعداد حالات مطلوب یعنی این خانواده حداقل دو فرزند دختر دارد: $n(A) = \frac{3!}{2!} + 1 = 3 + 1 = 4$

یا DDP

پس $P(A) = \frac{4}{7}$ است.

خارج از کشور - ۱۳۸۷

۲۶- گزینه ۳

$$S \text{ جدید} = \{(P, P), (P, D), (D, P)\} \rightarrow n(S) = 3$$

$$A = \{(P, D), (D, P)\} \rightarrow n(A) = 2$$

پس $P(A) = \frac{2}{3}$ است.

خارج از کشور - ۱۳۸۵

۲۷- گزینه ۳

A : قبولی در آزمون اول

B : قبولی در آزمون دوم

$$P(A) = 0.9, \quad P(B) = 0.9, \quad P(A \cap B) = 0.85$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.85}{0.9} = \frac{85}{90} = \frac{5 \times 17}{5 \times 18} = \frac{17}{18}$$

سراسری - ۱۴۰۰

۲۸- گزینه ۱ چون جنسیت تولد نوزاد پیشامدی مستقل است لذا احتمال به دنیا آمدن هر پسر برابر $\frac{4}{10}$ است.

$$P(\text{هر سه فرزند پسر}) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = 0.064$$

آزاد صبح - ۱۳۸۲

۲۹- گزینه ۳

$$P(\underbrace{A \cup B}_{\text{لااقل یکی}}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A, B مستقل هستند.

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0.84 + 0.75 - \underbrace{(0.84)(0.75)}_{0.63} = 0.96$$

خارج از کشور - ۱۳۹۶



۳۰- گزینه ۴

B : مهارت قالی بافی داشتن و A : تحصیلات ابتدایی داشتن

دقت کنید که دو پیشامد A و B مستقل هستند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = \frac{60}{100} + \frac{25}{100} - \left(\frac{60}{100} \times \frac{25}{100} \right)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{3}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0.7$$

سراسری- ۱۳۹۰

۳۱- گزینه ۱

روش اول:

$$P(\text{فرد}) \times P(\text{چهارمی فرد}) \times P(\text{سومی فرد}) \times P(\text{دومی زوج}) \times P(\text{اولی فرد}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{12}{120} = 0.1$$

$P(\text{فرد})$

روش دوم:

$$n(S) = 5!$$

جابجایی مهره های زوج

$$n(A) = \underbrace{3!}_{\text{جابجایی مهره های فرد}} \times \underbrace{2!}_{\text{جابجایی مهره های زوج}} \rightarrow \text{ف ز ف ز ف}$$

$$P(A) = \frac{3!2!}{5!} = \frac{1}{10} \text{ پس}$$

سراسری- ۱۳۹۲

۳۲- گزینه ۳ روش اول:

P (اولی سیاه و دومی سفید) یا P (اولی سفید و دومی سفید)

$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{6}{15} \times \frac{5}{14} \right) + \left(\frac{9}{15} \times \frac{6}{14} \right) = \frac{30 + 54}{15 \times 14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

روش دوم: چون نمی دانیم مهره ی اول خارج شده چهرنگی است فرض می کنیم اصلا مهره های خارج نشده است پس

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ احتمال سفید بودن می شود}$$

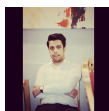
سراسری- ۱۳۹۲

۳۳- گزینه ۳ برای آنکه هر دو کارت هم رنگ باشند، باید هر دو سفید یا هر دو سبز باشند، پس داریم:

$$P = \left(\underbrace{\frac{3}{7}}_{\text{اولی سفید}} \times \underbrace{\frac{2}{6}}_{\text{دومی سفید}} \right) + \left(\underbrace{\frac{4}{7}}_{\text{اولی سبز}} \times \underbrace{\frac{3}{6}}_{\text{دومی سبز}} \right) = \frac{6}{42} + \frac{12}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

سراسری- ۱۳۹۱

۳۴- گزینه ۲ در هر پرتاب احتمال آنکه هر دو تاس زوج باشند، برابر با $\frac{1}{4}$ است و لذا احتمال آنکه هر دو



تاس زوج نباشند، $\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$ است. اگر A_i پیشامد این باشد که در پرتاب i ام نتیجه حاصل شده باشد، یعنی در $(i-1)$ پرتاب قبلی هر دو تاس زوج نبوده و در پرتاب i ام هر دو تاس زوج ظاهر شده است، پس

$$P(A_i) = \left(\frac{3}{4}\right)^{i-1} \left(\frac{1}{4}\right)$$

بنابراین احتمال آنکه حداکثر در ۳ پرتاب نتیجه حاصل شود، برابر است با:

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$$

یا به زبان ساده تر:

$\frac{1}{4}$: پرتاب اول هر دو زوج باشند

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$: پرتاب اول هر دو زوج نباشند و پرتاب دوم هر دو زوج باشند

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$: پرتاب اول و پرتاب دوم هر دو زوج نباشند و پرتاب سوم هر دو زوج باشند

$$\text{پس } P(A) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64} \text{ است.}$$

سراسری- ۱۳۹۱

۳۵- گزینه ۴ مراحل تحصیلی، متغیر کیفی ترتیبی می باشد.

خارج از کشور- ۱۳۸۶

۳۶- گزینه ۴ وقتی می خواهیم تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم عمل سرشماری انجام می دهیم، در این حالت نمونه دیگر زیرمجموعه ای از جامعه ی آماری نیست، بلکه برابر با خود جامعه است و در نتیجه اندازه ی نمونه و جامعه با هم برابر است.

سراسری- ۱۳۹۲

۳۷- گزینه ۲

در ابتدا مجموع اشتباهی داده ها را حساب می کنیم.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد کل داده ها}} \rightarrow 1124 = \frac{\text{مجموع داده ها}}{45}$$

$$\rightarrow \text{مجموع اشتباهی داده ها} = 1124 \times 45 = 50580$$

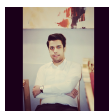
حال چون به جای ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است، یعنی مجموع داده ها $180 = 1204 - 1024$ واحد بیشتر محاسبه شده است، در نتیجه مجموع درست داده ها برابر $50400 = 50580 - 180$ است.

$$\text{میانگین} = \frac{50400}{45} = 1120$$

خارج از کشور- ۱۳۹۴

۳۸- گزینه ۳ اگر تمام داده های آماری را در عددی ضرب کنیم، میانگین نیز در آن عدد ضرب می شود و اگر از تمام داده های آماری، مقداری ثابت را کم کنیم، از میانگین نیز آن مقدار ثابت کم می شود.

$$\text{میانگین} = (57 - 12) \times 3 = 45 \times 3 = 135$$



$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow ۱۳,۱ = \frac{۱۶ + ۹ + ۱۷ + ۱۳ + ۱۰ + a + ۱۰ + ۱۷ + ۱۱ + ۱۶}{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۱۳,۱ = \frac{۱۱۹ + a}{۱۰} \rightarrow ۱۱۹ + a = ۱۳۱ \Rightarrow a = ۱۳۱ - ۱۱۹ \Rightarrow a = ۱۲$$

برای یافتن میانه، ابتدا باید داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم.

$$۹, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷$$

$$\text{میان‌ی ده داده‌ی آماری} = \frac{\text{داده‌ی ششم} + \text{داده‌ی پنجم}}{۲} = \frac{۱۲ + ۱۳}{۲} = \frac{۲۵}{۲} = ۱۲,۵$$

$$\bar{x} = ۱۵ \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = ۱۵ \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_8 = ۱۲۰$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = ۴ \Rightarrow \frac{1}{8} ((x_1 - ۱۵)^2 + (x_2 - ۱۵)^2 + \dots + (x_8 - ۱۵)^2) = ۴$$

$$\Rightarrow (x_1 - ۱۵)^2 + (x_2 - ۱۵)^2 + \dots + (x_8 - ۱۵)^2 = ۳۲$$

چون میانگین دو عدد ۱۲ و ۱۸ برابر ۱۵ است پس در ده داده‌ی حاصل میانگین تغییر نمی‌کند.

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{1}{۱۰} ((x_1 - ۱۵)^2 + (x_2 - ۱۵)^2 + \dots + (x_8 - ۱۵)^2 + (۱۲ - ۱۵)^2 + (۱۸ - ۱۵)^2)$$

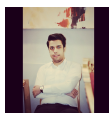
$$= \frac{1}{۱۰} (۳۲ + ۹ + ۹) = \frac{۵۰}{۱۰} = ۵$$

۴۱- گزینه ۳ اگر N مربع به ضلع x_i داشته باشیم در این صورت مجموع مساحت‌ها به صورت $\sum_{i=1}^N x_i^2$ و میانگین

$$\text{مساحت مربع‌ها به صورت } \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} \text{ است.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow ۵ = x - (۱۲)^2 \rightarrow x = ۵ + ۱۴۴ = ۱۴۹$$

۴۲- گزینه ۳ اگر از هر یک از داده‌های آماری متمایز ۵ واحد کم کنیم، انحراف معیار تغییر نمی‌کند. ولی از میانگین ۵ واحد کم می‌شود. بنابراین:



$$CV_{\text{جدید}} = 3CV_{\text{قدیم}} \rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x} - 5} = 3 \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 3\bar{x} - 15 = \bar{x} \rightarrow 2\bar{x} = 15 \rightarrow \bar{x} = 7.5$$

smart- ۱۴۰۰

۴۳- گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{96}{12} = 8, CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sigma}{8} \rightarrow \sigma = 4 \rightarrow \sigma^2 = 16$$

$$\rightarrow 16 = \frac{(x_1 - 8)^2 + (x_2 - 8)^2 + \dots + (x_{12} - 8)^2}{12}$$

$$\rightarrow (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 8)^2 + \dots + (x_{12} - 8)^2 = 192$$

چون میانگین ۳ داده جدید هم برابر ۸ است پس در محاسبه واریانس ۱۵ داده، میانگین تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^2 = \frac{192 + (4 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (12 - 8)^2}{15} = \frac{192 + 16 + 16}{15} = 14.93$$

smart- ۱۴۰۰

۴۴- گزینه ۱ چون واریانس ۶ داده آماری برابر صفر است پس همه آن‌ها با هم برابرند. بنابراین می‌توان آن‌ها را به صورت x, x, x, x, x, x نشان داد.

$$\bar{x} = \frac{6x + 1 + 2 + 3}{9} = 4 \rightarrow 6x + 6 = 36 \rightarrow 6x = 30 \rightarrow x = 5$$

حال باید واریانس داده‌های ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۱, ۲, ۳ را حساب کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{6(5 - 4)^2 + (1 - 4)^2 + (2 - 4)^2 + (3 - 4)^2}{9} = \frac{6 + 9 + 4 + 1}{9} = \frac{20}{9}$$

smart- ۱۴۰۰

گزینه ۳- ۴۵

$$\bar{x} = \frac{72}{12} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{480}{12} - (6)^2 = 40 - 36 = 4 \rightarrow \sigma = 2$$

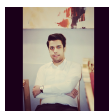
$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

سراسری- ۱۳۹۲

۴۶- گزینه ۴ چون واریانس این ۱۱ داده‌ی آماری برابر صفر است، در نتیجه تمام داده‌ها با هم برابرند.

میانگین سه داده‌ی اضافه شده ۲۲ = $\frac{26 + 16 + 24}{3} = \frac{66}{3}$ است و چون با اضافه شدن این سه داده، میانگین ۱۴

داده تغییر نکرده است پس میانگین ۱۴ داده نیز برابر ۲۲ است. چون می‌دانیم در بین ۱۴ داده، ۱۱ داده با هم برابرند می‌توانیم همه‌ی آن ۱۱ داده را ۲۲ در نظر بگیریم.



$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{14} (11(22 - 22)^2 + (24 - 22)^2 + (16 - 22)^2 + (26 - 22)^2) \\ &= \frac{1}{14} (0 + 4 + 36 + 16) = \frac{56}{14} = 4 \rightarrow \sigma = 2\end{aligned}$$

خارج از کشور - ۱۳۹۱

۴۷- گزینه ۲

$$\begin{aligned}\sigma_1^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow 12 = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 = 180 \\ \sigma_2^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow 7.6 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 76\end{aligned}$$

باتوجه به اینکه میانگین هر دو دسته، یکسان است پس وقتی آن‌ها را با هم ترکیب کنیم، میانگین تغییر نمی‌کند و فقط تعداد داده‌ها، ۲۵ می‌شود.

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{25} (180 + 76) = \frac{256}{25} \\ \Rightarrow \sigma &= \sqrt{\frac{256}{25}} = \frac{16}{5} = 3.2\end{aligned}$$

سراسری - ۱۳۸۹

۴۸- گزینه ۲ اگر به هریک از داده‌ها مقدار $\bar{x}$ را اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین، $\bar{x}$ اضافه می‌شود.

$$\begin{aligned}CV_{\text{قدیم}} &= \frac{\sigma}{\bar{x}} \\ CV_{\text{جدید}} &= \frac{\sigma}{\bar{x} + \bar{x}} = \frac{\sigma}{2\bar{x}} \rightarrow \frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}} = \frac{\frac{\sigma}{2\bar{x}}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

سراسری - ۱۳۸۶

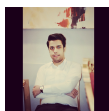
۴۹- گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{21} + 10 + 15 + 45 + 50}{25} = 30$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{21} + 120 = 750 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{21} = 630$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{21}}{21} = \frac{630}{21} = 30$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow 64 = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 1600$$



اما مجموع مربعات انحراف از میانگین ۴ داده‌ی ناجور برابر است با:

$$(10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2 = 1250$$

$$1250 + \sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2 = 1600 \Rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2 = 350$$

حال به راحتی می‌توانیم واریانس ۲۱ داده‌ی باقی‌مانده را حساب کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{350}{21} = 16,66$$

سراسری - ۱۳۹۳

۵۰ - گزینه ۲

$$\text{میانگین برابر } \bar{x} = \frac{100}{40} = 2,5 \text{ است.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{340}{40} - (2,5)^2 = 8,5 - 6,25 = 2,25$$

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{2,25} = 1,5$$

خارج از کشور - ۱۳۸۶

۵۱ - گزینه ۴

$$\sigma^2 = 4 \rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow 4 = \frac{1}{26} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{26} - \bar{x})^2 \right)$$

$$\rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{26} - \bar{x})^2 = 104$$

اگر یکی از داده‌ها را که با میانگین برابر است را حذف کنیم تغییری در میانگین ۲۵ داده‌ی باقی‌مانده رخ نمی‌دهد و جمع مربعات تفاضل ۲۵ داده از میانگین همان ۱۰۴ است.

$$\sigma^2 = \frac{1}{25} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2 \right) = \frac{1}{25} (104) = \frac{104}{25} = 4,16$$

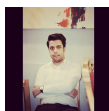
خارج از کشور - ۱۳۸۷

۵۲ - گزینه ۳ چون انحراف معیار برابر ۳ است پس واریانس ۹ می‌باشد.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} (x_i - 25)^2 \rightarrow \sum_{i=1}^{18} (x_i - 25)^2 = 9 \times 18 = 162$$

$$\text{میانگین ۳ داده‌ی جدید اضافه شده ۲۵ است } \left(\frac{28 + 27 + 20}{3} = \frac{75}{3} = 25 \right) \text{ یعنی در ۲۱ داده‌ی جدید میانگین}$$

همان ۲۵ است و تغییر نمی‌کند.



$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{21} \left(\sum_{i=1}^{18} (x_i - 25)^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2 \right)$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{21} (162 + 25 + 4 + 9) = \frac{200}{21} = 9.52$$

خارج از کشور- ۱۳۹۳

۵۳- گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{2(10) + 3(8) + 7 + 5}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} ((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2)$$

$$= \frac{1}{7} (2(10 - 8)^2 + 3(8 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + (5 - 8)^2) = \frac{1}{7} (8 + 0 + 1 + 9) = \frac{18}{7}$$

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{18}{7}} = 3\sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3\sqrt{\frac{2}{7}}}{8} = \frac{3(0.534)}{8} \simeq 0.2$$

خارج از کشور- ۱۳۹۹

۵۴- گزینه ۳

$$CV_{\text{فصلی}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.08 = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \sigma = 0.08\bar{x}$$

اگر به تمام داده‌ها ۵ واحد اضافه شود انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین، ۵ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{جذب}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 5} \rightarrow 0.075 = \frac{0.08\bar{x}}{\bar{x} + 5} \rightarrow \frac{75}{1000} = \frac{\frac{8}{100}\bar{x}}{\bar{x} + 5} \rightarrow 80\bar{x} = 75\bar{x} + 375$$

$$\rightarrow 5\bar{x} = 375 \rightarrow \bar{x} = \frac{375}{5} = 75$$

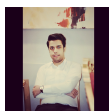
سراسری- ۱۳۹۱

۵۵- گزینه ۴

$$\bar{x} = \frac{240}{30} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{2190}{30} - 8^2 = 73 - 64 = 9 \rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{8} = 0.375$$



اگر هریک از داده‌ها را دو برابر کنیم انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و وقتی ۳ واحد به آن‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نکرده و به میانگین ۳ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}} = \frac{\frac{2\sigma}{2\bar{x}+3}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{2\bar{x}}{2\bar{x}+3} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x}+3}$$

سراسری - ۱۳۹۲

۵۷ - گزینه ۳ اگر اضلاع مربع‌ها را به صورت x_i نشان دهیم، در این صورت $\sum_{i=1}^N x_i^2$ مجموع مساحت‌های این مربع‌ها

و $\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}$ برابر میانگین مساحت این مربع‌ها می‌باشد.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \sigma = 3 \rightarrow \sigma^2 = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (15)^2 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} = 234$$

سراسری - ۱۳۹۵

۵۸ - گزینه ۴ طبق صورت سوال $CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 1.35$

داده‌های قدیم: $x_1, x_2, x_3, \dots$

داده‌های جدید: $2x_1 + \frac{\bar{x}}{4}, 2x_2 + \frac{\bar{x}}{4}, 2x_3 + \frac{\bar{x}}{4}, \dots$

داده‌ها دو برابر شده‌اند بنابراین انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و چون به داده‌ها $\frac{\bar{x}}{4}$ اضافه شده است به

میانگین نیز $\frac{\bar{x}}{4}$ اضافه می‌شود ولی انحراف معیار تغییری نمی‌کند.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x} + \frac{\bar{x}}{4}} = \frac{2\sigma}{\frac{9}{4}\bar{x}} = \frac{8}{9} \left(\frac{\sigma}{\bar{x}} \right) = \frac{8}{9} (1.35) = \frac{10.8}{9} = 1.2$$

خارج از کشور - ۱۳۹۴

۵۹ - گزینه ۴ طول اضلاع مربع را $x_1, x_2, \dots, x_N$ در نظر می‌گیریم، میانگین محیط مربع‌ها برابر ۸۴ است (مجموع محیط مربع‌ها تقسیم بر تعدادشان) پس داریم:

میانگین اضلاع $= \bar{x} = 21$

$$\bar{x} = \frac{4x_1 + 4x_2 + \dots + 4x_N}{N} \rightarrow 84 = \frac{4(x_1 + x_2 + \dots + x_N)}{N} \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = 21 \rightarrow$$

میانگین مساحت مربع‌ها برابر ۴۹۰ است (مجموع مساحت مربع‌ها تقسیم بر تعدادشان) پس داریم:



$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 490 \rightarrow \sum_{i=1}^N x_i^2 = 490$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = 490 - 441 = 49 \Rightarrow \sigma = 7$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7}{21} = 0.33$$

خارج از کشور- ۱۳۹۲

۶۰- گزینه ۱ ابتدا ضریب تغییرات داده های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را حساب می کنیم.

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} ((1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2)$$

$$= \frac{1}{5} (4 + 1 + 0 + 1 + 4) = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow \sigma = \sqrt{2} \sim 1.4$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1.4}{3}$$

حال اگر داده ها را ۱۲ برابر کنیم میانگین و انحراف معیار نیز ۱۲ برابر می شوند و اگر ۶ واحد به داده ها اضافه

کنیم، انحراف معیار تغییر نمی کند و به میانگین ۶ واحد اضافه می شود.

$$C_{V_{\text{جدید}}} = \frac{12 \times 1.4}{(12 \times 3) + 6} = \frac{16.8}{42} = 0.4$$

سراسری- ۱۳۹۵

$$\bar{x} = \frac{48}{8} = 6 \text{ با توجه به این که مجموع ۸ داده ی آماری ۴۸ است، بنابراین میانگین آن ها برابر است با ۶}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{2} \bar{x} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \rightarrow \sigma^2 = 3^2 = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{1}{8} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_8^2) - 36$$

$$\rightarrow 45 = \frac{1}{8} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_8^2) \rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_8^2 = 360$$

خارج از کشور- ۱۳۸۸

۶۲- گزینه ۱ ضریب تغییرات هر دو را محاسبه می کنیم و باهم مقایسه می کنیم.

$$C_{V_A} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3.6}{150} = 0.024, \quad C_{V_B} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3.84}{160} = 0.024$$

بنابراین دقت عمل آن ها یکسان است.

خارج از کشور- ۱۳۹۵

۶۳- گزینه ۲ در ابتدا میانگین دقت این دو کارگر را به دست می آوریم:



$$\frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = \frac{96}{6} = 16, \quad \bar{x}_B = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{6} (1 + 4 + 1 + 0 + 1 + 9) = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \rightarrow \sigma_A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{6} (0 + 4 + 1 + 4 + 1 + 4) = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \rightarrow \sigma_B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

می‌دانیم $C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ است و چون $C_{V_A} > C_{V_B}$ است پس دقت کاری B از A بیش‌تر است.
سراسری-۱۳۹۳

۶۴- گزینه ۲ طول اضلاع مربع را $x_1, x_2, \dots, x_N$ در نظر می‌گیریم، در این صورت میانگین مساحت مربع‌ها به

$$\text{صورت} \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} \text{ یا } \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} \text{ می‌باشد.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = 65.44 - 64 = 1.44 \rightarrow \sigma = \sqrt{1.44} = 1.2$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1.2}{8} = 0.15$$

خارج از کشور-۱۳۹۴

۶۵- گزینه ۳

$$\text{میانگین} = \bar{x} = \frac{9 + 2(11) + 2(12) + 13 + 2(14)}{8} = \frac{9 + 22 + 24 + 13 + 28}{8} = \frac{96}{8} = 12$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{8} ((9 - 12)^2 + 2(11 - 12)^2 + 2(12 - 12)^2 + (13 - 12)^2 + 2(14 - 12)^2)$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{9 + 2 + 0 + 1 + 8}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2.5 \rightarrow \sigma = \sqrt{2.5} \sim 1.6$$

$$C_V = \frac{1.6}{12} = \frac{16}{120} \sim 0.13$$

سراسری-۱۳۸۹

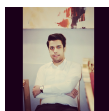
۶۶- گزینه ۱

$$C_{V_{\text{قدیم}}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow C_{V_{\text{جدید}}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 9} = \frac{1.2}{3 + 9} = \frac{1.2}{12} = \frac{1}{10}$$

به داده‌ها ۹ واحد اضافه کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین ۹ واحد اضافه می‌شود.

سراسری-۱۳۸۵

۶۷- گزینه ۲ می‌دانیم مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. بنابراین میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = 12$ است



و داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 12)^2 + (x_2 - 12)^2 + \dots + (x_{50} - 12)^2}{50} = \frac{\text{مجموع مجزورات اختلاف داده‌ها از 12}}{50} = \frac{450}{50} = 9$$

$$\Rightarrow \sigma = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25$$

سراسری-۱۳۹۴

۶۸-گزینه ۴

میانگین این داده‌ها برابر ۲ است. $\bar{x} = \frac{100}{50} = 2$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{272}{50} - (2)^2 = \frac{136}{25} - 4 = \frac{36}{25} \rightarrow \sigma = \frac{6}{5}$$

$$c_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{6}{5}}{2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

سراسری-۱۳۸۵

۶۹-گزینه ۴ اگر طول اضلاع مربع‌ها را با x_i و تعداد مربع‌ها را N در نظر بگیریم:

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \sigma = 3$$

مساحت مربع‌ها برابر $\sum_{i=1}^N x_i^2$ می‌باشد بنابراین میانگین مساحت مربع‌ها برابر $\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}$ است.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (15)^2 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} = 234$$

سراسری-۱۳۹۱

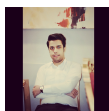
۷۰-گزینه ۴

$$(A) \text{ میانگین } \bar{x} = \frac{22 + 23 + 24 + 27 + 29}{5} = \frac{125}{5} = 25$$

$$(B) \text{ میانگین } \bar{x} = \frac{21 + 24 + 25 + 27 + 28}{5} = \frac{125}{5} = 25$$

اکنون ضریب تغییرات هر دو را حساب می‌کنیم:

$$\sigma_A^2 : \frac{(22 - 25)^2 + (23 - 25)^2 + (24 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (29 - 25)^2}{5}$$



$$= \frac{9 + 4 + 1 + 4 + 16}{5} = \frac{34}{5} = 6.8 \rightarrow \sigma_A = \sqrt{6.8} \rightarrow CV_A = \frac{\sqrt{6.8}}{25}$$

$$\sigma_B^2 : \frac{(21 - 25)^2 + (24 - 25)^2 + (25 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{5}$$

$$= \frac{16 + 1 + 0 + 4 + 9}{5} = 6 \rightarrow \sigma_B = \sqrt{6} \rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{6}}{25}$$

همانطور که مشاهده می کنید ضریب تغییرات فرد B کمتر از فرد A است یعنی پراکندگی دقت عمل او کمتر است پس دقت عمل بیش تری دارد.

سراسری - ۱۳۹۰

گزینه ۲ - ۷۱

$$\bar{x} = \frac{5(10) + 4(11) + 7(14)}{16} = \frac{192}{16} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}((x_i - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2)$$

$$= \frac{1}{16}(5(10 - 12)^2 + 4(11 - 12)^2 + 7(14 - 12)^2) = \frac{1}{16}(20 + 4 + 28) = \frac{52}{16}$$

$$= \frac{13}{4} \rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{13}}{2} \sim 1.8$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1.8}{12} = 0.15$$

سراسری - ۱۳۹۹

۷۲- گزینه ۱ وقتی داده های آماری را دو برابر کنیم، انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می شوند و وقتی از داده ها ۷ واحد کم می کنیم انحراف معیار تغییر نمی کند ولی از میانگین ۷ واحد کم می شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}}, \quad CV_{\text{جدید}} = \frac{2\sigma}{2\bar{x} - 7}$$

$$\text{سوال: } CV_{\text{جدید}} = 1.5 CV_{\text{قدیم}} \rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{x} - 7} = 1.5 \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \frac{2}{2\bar{x} - 7} = \frac{1.5}{\bar{x}}$$

$$\rightarrow 3\bar{x} - 10.5 = 2\bar{x} \rightarrow \bar{x} = 10.5$$

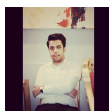
$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} \rightarrow 10.5 = \frac{x}{20} \rightarrow x = 210$$

سراسری - ۱۳۸۶

۷۳- گزینه ۱

اگر به تمام داده ها، میانگین را اضافه کنیم در این صورت انحراف معیار تغییر نمی کند ولی به میانگین، $\bar{x}$ اضافه می شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 1.2$$



$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + \bar{x}} = \frac{\sigma}{2\bar{x}} = \frac{1}{2} \times \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{2}(1.2) = 0.6$$

خارج از کشور - ۱۳۸۵

۷۴- گزینه ۴ تعداد کل دانش آموزان که وزن کشی شده‌اند برابر است با:

$$8 + 9 + 12 + 15 + 6 + 5 = 55 = \text{مجموع فراوانی ها}$$

با توجه به این که نسبت تعداد دانش آموزان با وزن کم‌تر از ۵۰ مورد نظر است. بنابراین داریم:

$$8 + 9 + 12 + 15 = 44 = \text{فراوانی وزن کم‌تر از ۵۰}$$

در نتیجه درصد این دانش آموزان برابر است با:

$$\text{درصد فراوانی نسبی وزن کم‌تر از ۵۰} = \frac{\text{فراوانی وزن کم‌تر از ۵۰}}{\text{مجموع فراوانی ها}} \times 100 = \frac{44}{55} \times 100 = 80$$

خارج از کشور - ۱۳۸۸

۷۵- گزینه ۴

جمع زوایا در نمودار دایره‌ای، 360° است.

$$\alpha + 70 + 10 + 80 + 65 = 360^\circ \rightarrow \alpha = 135^\circ$$

$$\text{درصد گروه سنی با زاویه مرکزی } 135^\circ = \frac{135}{360} \times 100 = 37.5$$

خارج از کشور - ۱۳۹۴

۷۶- گزینه ۴

$$50 + 260 + 220 + 180 + 90 = 800 = \text{تعداد کل اتومبیل ها}$$

$$220 + 260 = 480 = \text{فراوانی مطلق اتومبیل های با ۳ یا ۴ سر نشین}$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده ها}} \times 100 = \frac{480}{800} \times 100 = 60$$

سراسری - ۱۳۸۹

۷۷- گزینه ۳ چون داده‌ها در ۹ دسته طبقه‌بندی شده‌اند، دسته‌ی پنجم دسته‌ی وسط است و طول دسته‌ها ۳ می‌باشد، بنابراین می‌توان دسته‌ی پنجم را نوشت.

دسته‌ی پنجم

$$22 - 25 \quad 25 - 28 \quad 28 - 31 \quad 31 - 34 \quad 34 - 37 \dots\dots$$

$$\text{فراوانی مطلق دسته‌ی وسط: } F_i = 24 \rightarrow \frac{F_i}{120} = \frac{2}{100} \rightarrow \frac{F_i}{120} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده ها}} \rightarrow \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط}$$

$$\text{چون } 45 \text{ درصد داده ها کمتر از } 34 \text{ هستند یعنی } 54 = 120 \times \frac{45}{100} \text{ داده کمتر از } 34 \text{ هستند. پس تعداد داده های}$$

$$\text{کمتر از } 37 \text{ برابر } 54 + 24 = 78 \text{ می‌باشد.}$$

خارج از کشور - ۱۳۸۹

۷۸- گزینه ۳ وقتی گفته می‌شود که حداقل میانگین برای پذیرش ۷۵ است یعنی $\bar{x} \geq 75$ است.



$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \frac{1}{4+2+3+8} (4x + (2 \times 90) + (3 \times 81) + (8 \times 70)) \geq 75$$

$$\rightarrow \frac{1}{17} (4x + 180 + 243 + 560) \geq 75 \rightarrow \frac{4x + 983}{17} \geq 75$$

$$\rightarrow 4x + 983 \geq 1275 \rightarrow 4x \geq 1275 - 983 \rightarrow 4x \geq 292 \rightarrow x \geq \frac{292}{4} \rightarrow x \geq 73$$

بنابراین حداقل نمره‌ی ادبیات باید ۷۳ باشد.

سراسری-۱۳۹۱

۷۹- گزینه ۴ مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است بنابراین داریم:

$$10 + 15 + 18 + x + 20 + 12 = 100 \Rightarrow x = 25$$

$$\text{نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد فراوانی نسبی} = 100 \times \text{فراوانی نسبی} = \text{درصد فراوانی نسبی}$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{F_f}{120} \times 100 \Rightarrow F_f = 30$$

سراسری-۱۳۸۳

۸۰- گزینه ۲

$$R = \text{Max} - \text{Min} = 59 - 23 = 36, C = \frac{R}{n} = \frac{36}{9} = 4$$

بنابراین ۹ دسته به صورت زیر هستند.

$$\underbrace{[23, 27), [27, 31), [31, 35), [35, 39), [39, 43), [43, 47), [47, 51)}_x, \underbrace{[51, 55), [55, 59)}_{15}$$

$$51 = \text{تعداد داده‌های کمتر از } x \rightarrow x + 15 = 120 \rightarrow x = 120 - 15 = 105$$

$$51 = \text{درصد داده‌های کمتر از } x \rightarrow \frac{x}{120} \times 100 = \frac{105}{120} \times 100 = 87.5$$

سراسری-۱۳۹۵

۸۱- گزینه ۳

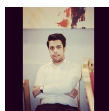
برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۸ واحد کم می‌کنیم و دقت کنید که واریانس تغییری نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{25} ((4 \times (-6)) + (3 \times (-3)) + (9 \times 0) + (7 \times 3) + (2 \times 6))$$

$$= \frac{1}{25} (-24 - 9 + 0 + 21 + 12) = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{25} (4(-6-0)^2 + 3(-3-0)^2 + 9(0-0)^2 + 7(3-0)^2 + 2(6-0)^2)$$



$$= \frac{1}{25}(144 + 27 + 63 + 72) = \frac{306}{25} = 12,24$$

خارج از کشور - ۱۳۹۰

۸۲- گزینه ۱

$$\text{فراوانی مطلق} = \frac{\text{فراوانی نسبی دسته‌ی اول}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \rightarrow 0,1125 = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{80} \rightarrow \text{فراوانی مطلق} = 80 \times 0,1125 = 9$$

با اضافه کردن ۱۰ داده‌ی بیشتر از میانه، فراوانی مطلق دسته‌ی اول تغییر نمی‌کند ولی تعداد کل داده‌ها ۱۰ واحد افزایش می‌یابد.

$$\text{فراوانی نسبی جدید دسته‌ی اول} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10} = 0,1$$

خارج از کشور - ۱۳۹۰

۸۳- گزینه ۲

$$[23, 26) \rightarrow \text{طول دسته } (C) = 26 - 23 = 3$$

$$C = \frac{R}{n} \rightarrow 3 = \frac{R}{12} \rightarrow R = 3 \times 12 = 36$$

تغییر تعداد دسته‌ها در دامنه‌ی تغییرات، تأثیری ندارد.

$$C' = \frac{R'}{n'} \rightarrow C' = \frac{36}{9} \rightarrow C' = 4$$

پس در دسته‌بندی جدید طول دسته‌ها ۴ است یعنی در دسته‌بندی جدید دسته‌ها به صورت:

$$[23 - 27), [27 - 31), [31 - 35), [35 - 39), [39 - 43), \dots$$

خواهد بود. دسته‌ی وسط در بین ۹ دسته، دسته‌ی پنجم است که حدود آن ۴۳ - ۳۹ است و مرکز آن برابر است با:

$$\text{مرکز دسته} = \frac{39 + 43}{2} = 41$$

سراسری - ۱۳۹۰

۸۴- گزینه ۲

$$C = \frac{R}{n} \Rightarrow C = \frac{52 - 31}{7} = \frac{21}{7} = 3$$

طول دسته‌ها ۳ می‌باشد بنابراین می‌توان کران پایین دسته‌ی وسط یعنی دسته‌ی چهارم را پیدا کرد.

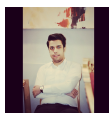
$$\text{کران پایین دسته‌ی چهارم} = Min + 3C = 31 + 9 = 40$$

پس دسته‌ی وسط $[40, 43)$ است می‌دانیم مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است بنابراین می‌توان درصد داده‌هایی که در این بازه قرار می‌گیرند را بدست آورد.

$$37 + x + 48 = 100 \Rightarrow x = 15$$

$$\text{بنابراین } 15 \text{ درصد کل داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرند یعنی: } \frac{15}{100} \times 80 = 12$$

سراسری - ۱۳۸۵



۸۵- گزینه ۲ اولاً چون کران بالای دسته‌ها مشخص شده است، پس گروه سنی بین ۲۰ و ۳۰ سال (دارای کران بالای ۳۰ است) همان دسته‌ی سوم می‌باشد. بنابراین به دنبال زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم داده‌ها در نمودار دایره‌ای می‌باشیم.

از طرفی می‌توان درصد فراوانی هر دسته را از تفاضل درصد فراوانی تجمعی آن دسته و دسته‌ی ماقبل آن به دست آورد، بنابراین:

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی سوم} = \frac{۱۵}{۱۰۰} = ۰٫۱۵ \Rightarrow ۱۵ = ۳۶ - ۵۱ = \text{درصد فراوانی دسته‌ی سوم}$$

$$d_3 = \underbrace{\frac{F_3}{N}}_{\text{فراوانی نسبی}} \times ۳۶۰^\circ = ۰٫۱۵ \times ۳۶۰^\circ = ۵۴^\circ$$

زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم

سراسری- ۱۳۹۲

گزینه ۳- ۸۶

$$\left. \begin{aligned} x &= \text{فراوانی مطلق دسته‌ی وسط قبل از تغییر} \\ N &= ۸۰ = \text{تعداد کل داده‌های جامعه قبل از تغییر} \\ a &= \text{تعداد داده‌های افزایش یافته در دسته‌ی وسط} \\ N + ۲۰ &= ۱۰۰ = \text{تعداد کل داده‌های جامعه بعد از تغییر} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \text{فراوانی نسبی} \rightarrow \begin{cases} \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط قبل از تغییر} = \frac{x}{۸۰} \\ \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط بعد از تغییر} = \frac{x+a}{۱۰۰} \end{cases}$$

در سوال گفته شده است که فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نکرده است و باید $\frac{a}{x}$ را پیدا کنیم

$$\frac{x}{۸۰} = \frac{x+a}{۱۰۰} \rightarrow ۱۰۰x = ۸۰x + ۸۰a \rightarrow ۲۰x = ۸۰a \rightarrow \frac{a}{x} = \frac{۲۰}{۸۰} = \frac{۱}{۴}$$

سراسری- ۱۳۹۰

۸۷- گزینه ۲ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$Q_1 = \frac{۱۴ + ۱۵}{۲} = ۱۴٫۵$$

$$۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۰, ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۶ \rightarrow Q_2 = \frac{۱۸ + ۲۰}{۲} = ۱۹$$

$$Q_3 = \frac{۲۱ + ۲۴}{۲} = ۲۲٫۵$$

میانگین داده‌های بزرگ‌تر از Q_1 و کوچک‌تر از Q_3 یعنی میانگین اعداد ۱۵ تا ۲۱.

$$\bar{x} = \frac{۱۵ + ۱۶ + ۱۸ + ۲۰ + ۲۰ + ۲۱}{۶} = \frac{۱۱۰}{۶} = \frac{۵۵}{۳} = ۱۸٫۳۳$$

خارج از کشور- ۱۳۸۵



داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب‌شده داده شده‌اند.

$$\underbrace{3, 3, 4, 6, 6, 8, 8, 9, 11, 12, 12, 13}_{\text{نیمه اول داده‌ها}} \quad \underbrace{\quad}_{\text{نیمه دوم داده‌ها}}$$

تعداد داده‌ها ۱۲ تا است. در هر سری شش داده داریم که میانه شش داده برابر با نصف مجموع دو داده وسط است. پس داریم:

$$Q_1 = \text{چارک اول} = \text{میانه نیمه اول داده‌ها} = \frac{4 + 6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$Q_3 = \text{چارک سوم} = \text{میانه نیمه دوم داده‌ها} = \frac{11 + 12}{2} = \frac{23}{2} = 11.5$$

طبق گفته مسأله از بین داده‌ها، اعداد کم‌تر از ۵ و بیش‌تر از ۱۱٫۵ را حذف می‌کنیم که اعداد باقی‌مانده عبارتند از:

$$6, 6, 8, 8, 9, 11$$

حالا ضریب تغییرات آن‌ها را می‌خواهیم. ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{2 \times (6) + 2 \times (8) + 9 + 11}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

حال، واریانس و سپس انحراف معیار را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{2(6-8)^2 + 2(8-8)^2 + (9-8)^2 + (11-8)^2}{6} = \frac{8 + 0 + 1 + 9}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sigma = \sqrt{3}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{3}}{8} \cong \frac{1.7}{8} \cong 0.21$$

خارج از کشور - ۱۳۹۰

برای راحتی در محاسبات از داده‌ها ۱۲ واحد کم می‌کنیم.

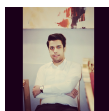
$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \bar{x} - 12 = \frac{1}{24} ((2 \times (-4)) + (5 \times (-2)) + (5 \times 0) + (9 \times 2) + (3 \times 4))$$

$$\rightarrow \bar{x} - 12 = \frac{1}{24} (-8 - 10 + 0 + 18 + 12) \rightarrow \bar{x} - 12 = \frac{12}{24} \rightarrow \bar{x} = 12 + \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 12.5 = 12 + 2a \rightarrow 2a = 0.5 \rightarrow a = 0.25$$

سراسری - ۱۳۸۸

۹۰- گزینه ۳ برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۲۲ واحد کم می‌کنیم.



$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \bar{x} - 22 = \frac{1}{20} ((2 \times (-6)) + (4 \times (-3)) + (6 \times 0) + (3 \times 3) + (5 \times 6))$$

$$\rightarrow \bar{x} - 22 = \frac{1}{20} (-12 - 12 + 0 + 9 + 30) \rightarrow \bar{x} = \frac{15}{20} + 22 = 22 + 3a$$

$$\rightarrow 3a = \frac{15}{20} \rightarrow a = \frac{1}{4} = 0.25$$

خارج از کشور - ۱۳۸۷

۹۱- گزینه ۱ وقتی از داده‌ها ۴۴ واحد کم می‌کنیم از میانگین نیز ۴۴ واحد کم می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n F_i x_i \rightarrow \bar{x} - 44 = \frac{1}{20} ((4 \times (-3)) + (7 \times (-1)) + (5 \times 1) + (3 \times 3) + (1 \times 5))$$

$$\rightarrow \bar{x} - 44 = 0 \rightarrow \bar{x} = 44$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n F_i (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{20} (4(-3)^2 + 7(-1)^2 + 5(1)^2 + 3(3)^2 + 1(5)^2)$$

$$= \frac{1}{20} (36 + 7 + 5 + 27 + 25) = \frac{100}{20} = 5 \rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{44} \sim \frac{2.2}{44} = 0.05$$

سراسری - ۱۳۹۳

۹۲- گزینه ۴ انحراف از میانگین داده‌ی x_i برابر $x_i - \bar{x}$ است و همواره مجموع انحراف از میانگین کل داده‌ها صفر است یعنی

$$\sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x}) = 0 \text{ می‌باشد.}$$

$$(-4 \times 5) + (-2 \times 11) + (-1 \times 9) + (0 \times 4) + (1 \times 8) + 2x + (3 \times 3) = 0 \rightarrow -34 + 2x = 0 \Rightarrow x = 17$$

خارج از کشور - ۱۳۸۵

۹۳- گزینه ۳ با توجه به اینکه میانگین برابر ۱۶ می‌باشد داریم:

x_i	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
$x_i - \bar{x}$	-۴	-۲	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۵	۷	۱۰	a	۳

مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر می‌باشد پس:

$$(5 \times (-4)) + (7 \times (-2)) + (10 \times 0) + (a \times 2) + (3 \times 4) = 0 \rightarrow -20 - 14 + 2a + 12 = 0 \rightarrow a = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2$$



$$= \frac{1}{5+7+10+11+3} ((5 \times 16) + (7 \times 4) + (10 \times 0) + (11 \times 4) + (3 \times 16)) = \frac{1}{36} (200) = 5,55$$

سراسری-۱۳۹۴

۹۴-گزینه ۲

نمره‌ی کل آزمون عمومی این داوطلب همان میانگین نمرات دروس عمومی ولی با حساب کردن ضریب هر درس است.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow 58 = \frac{1}{11} ((4 \times 65) + (2 \times 52) + (3 \times 70) + 2x)$$

$$\rightarrow 58 = \frac{260 + 104 + 210 + 2x}{11} \rightarrow 638 = 574 + 2x \rightarrow x = 32$$

سراسری-۱۳۸۱

۹۵-گزینه ۱ در ابتدا میانگین امتیازات دو نفر را بدست می‌آوریم.

$$\bar{x}_1 = \frac{7+9+8+9+7}{5} = 8, \quad \bar{x}_2 = \frac{10+8+6+7+9}{5} = 8$$

حال که میانگین‌ها برابر است دقت کاری نفری بیشتر است که ضریب تغییراتش کمتر باشد.

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(7-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (7-8)^2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(10-8)^2 + (8-8)^2 + (6-8)^2 + (7-8)^2 + (9-8)^2}{5} = \frac{10}{5}$$

چون میانگین‌ها برابر هستند بنابراین ضریب تغییرات نسبت مستقیم با واریانس دارد پس دقت نفر اول بیشتر است.

$$\sigma_1^2 < \sigma_2^2 \Rightarrow CV_1 < CV_2$$

سراسری-۱۳۸۷

۹۶-گزینه ۲ برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۰ واحد کم می‌کنیم (دقت کنید که واریانس و انحراف معیار،

تغییری نمی‌کنند).

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \bar{x} - 10 = \frac{1}{24} ((3 \times (-2)) + (2 \times (-1)) + (12 \times 0) + (6 \times 1) + (1 \times 2))$$

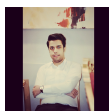
$$\rightarrow \bar{x} - 10 = \frac{1}{24} (-6 - 2 + 6 + 2) \rightarrow \bar{x} - 10 = 0 \rightarrow \bar{x}_{\text{اولیه}} = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{24} (3(-2-0)^2 + 2(-1-0)^2 + 12(0-0)^2 + 6(1-0)^2 + 1(2-0)^2) = \frac{1}{24} (12 + 2 + 6 + 4) = \frac{24}{24} = 1$$

$$\rightarrow \sigma_{\text{اولیه}} = 1 \rightarrow C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

خارج از کشور-۱۳۸۹



۹۷- گزینه ۱

مراکز دسته‌ها به ترتیب برابر ۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ می‌باشند.

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{12+a} ((3 \times 6) + (2 \times 8) + (a \times 10) + (6 \times 12) + (1 \times 14)) = \frac{120 + 10a}{12+a} = \frac{10(12+a)}{12+a} = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{12+a} (3(6-10)^2 + 2(8-10)^2 + a(10-10)^2 + 6(12-10)^2 + 1(14-10)^2)$$

$$= \frac{1}{12+a} (48 + 8 + 0 + 24 + 16) = \frac{96}{12+a} = 6 \rightarrow 72 + 6a = 96 \rightarrow 6a = 24 \rightarrow a = 4$$

خارج از کشور- ۱۳۸۹

۹۸- گزینه ۲

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum F_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum F_i}} = \sqrt{\frac{\sum F_i (x_i - 12)^2}{16}} = \sqrt{\frac{1(-3)^2 + 3(-2)^2 + 1(-1)^2 + 6(1)^2 + 2(2)^2}{16}}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{9 + 12 + 1 + 6 + 8}{16}} = \sqrt{\frac{36}{16}} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\sigma_y = \sigma_x} \sigma_x = \frac{3}{2}$$

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\frac{3}{2}}{12} = \frac{1}{8} \text{ پس:}$$

خارج از کشور- ۱۳۸۶

۹۹- گزینه ۴ مجموع فراوانی‌های نسبی N داده‌ی آماری برابر یک می‌باشد.

$$0.1 + 0.25 + 0.2 + \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 0.45$$

میانگین داده‌ها را می‌توان از مجموع حاصلضرب فراوانی نسبی هر دسته در مرکز آن دسته بدست آورد.

$$\bar{x} = (0.1 \times 8) + (0.25 \times 12) + (0.2 \times 16) + (0.45 \times 20) = 16$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N f_i (x_i - \bar{x})^2 = 0.1(8-16)^2 + 0.25(12-16)^2 + 0.2(16-16)^2 + 0.45(20-16)^2$$

$$= 6.4 + 4 + 0 + 7.2 = 17.6$$

توجه کنید که واریانس را برحسب فراوانی نسبی بدین گونه بدست می‌آورند.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{F_1}{N} (x_1 - \bar{x})^2 + \frac{F_2}{N} (x_2 - \bar{x})^2 + \dots = f_1 (x_1 - \bar{x})^2 + f_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots$$

خارج از کشور- ۱۳۹۳

۱۰۰- گزینه ۲

x_i	۱	۳	۵	۷	۹
F_i	۲	۲	۴	۲	۲

میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{N} = \frac{2(1) + 2(3) + 4(5) + 2(7) + 2(9)}{12} = \frac{2 + 6 + 20 + 14 + 18}{12} = \frac{60}{12} = 5$$



و واریانس داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{2(1-5)^2 + 2(3-5)^2 + 4(5-5)^2 + 2(7-5)^2 + 2(9-5)^2}{17}$$

$$= \frac{32 + 8 + 0 + 8 + 32}{17} = \frac{80}{17} = \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{20}{3} - 5 = \frac{5}{3}$$

smart- ۱۴۰۰

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۱۸ - ۲	۳۵ - ۴	۵۲ - ۳	۶۹ - ۴	۸۶ - ۳
۲ - ۳	۱۹ - ۳	۳۶ - ۴	۵۳ - ۲	۷۰ - ۴	۸۷ - ۲
۳ - ۱	۲۰ - ۲	۳۷ - ۲	۵۴ - ۳	۷۱ - ۲	۸۸ - ۳
۴ - ۲	۲۱ - ۳	۳۸ - ۳	۵۵ - ۴	۷۲ - ۱	۸۹ - ۱
۵ - ۳	۲۲ - ۲	۳۹ - ۳	۵۶ - ۴	۷۳ - ۱	۹۰ - ۳
۶ - ۲	۲۳ - ۴	۴۰ - ۴	۵۷ - ۳	۷۴ - ۴	۹۱ - ۱
۷ - ۳	۲۴ - ۲	۴۱ - ۳	۵۸ - ۴	۷۵ - ۴	۹۲ - ۴
۸ - ۴	۲۵ - ۴	۴۲ - ۳	۵۹ - ۴	۷۶ - ۴	۹۳ - ۳
۹ - ۳	۲۶ - ۳	۴۳ - ۲	۶۰ - ۱	۷۷ - ۳	۹۴ - ۲
۱۰ - ۳	۲۷ - ۳	۴۴ - ۱	۶۱ - ۳	۷۸ - ۳	۹۵ - ۱
۱۱ - ۳	۲۸ - ۱	۴۵ - ۳	۶۲ - ۱	۷۹ - ۴	۹۶ - ۲
۱۲ - ۳	۲۹ - ۳	۴۶ - ۴	۶۳ - ۲	۸۰ - ۲	۹۷ - ۱
۱۳ - ۲	۳۰ - ۴	۴۷ - ۲	۶۴ - ۲	۸۱ - ۳	۹۸ - ۲
۱۴ - ۴	۳۱ - ۱	۴۸ - ۲	۶۵ - ۳	۸۲ - ۱	۹۹ - ۴
۱۵ - ۴	۳۲ - ۳	۴۹ - ۴	۶۶ - ۱	۸۳ - ۲	۱۰۰ - ۲
۱۶ - ۴	۳۳ - ۳	۵۰ - ۲	۶۷ - ۲	۸۴ - ۲	
۱۷ - ۳	۳۴ - ۲	۵۱ - ۴	۶۸ - ۴	۸۵ - ۲	