



کدامیک از جملات داده شده گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

۱ شما چند سال دارید؟

۲ عدد ۲ عددی اول است.

۳ عدد $\sqrt{2}$ عددی گویا است.

۴ $2 + 3 \times 4 = 20$

۵ دو گزاره درست و دو گزاره نادرست بیان کنید.

در هریک از حالات داده شده نقیض گزاره را بنویسید.

۶ عدد ۵ زوج است.

۷ $(5 \times 4) > (3 \times 7)$

ارزش گزاره‌های ترکیبی داده شده را بیابید.

۸ ۵ عددی فرد است و ۴ عددی اول است.

۹ ۱۲۱ مضرب ۱۲ است یا $\sqrt{3}$ مثبت است.

۱۰ جای خالی را به صورتی کامل کنید که گزاره درست باشد.

۹۱ عددی مرکب است یا

۱۱ ثابت کنید که دو گزاره داده شده هم‌ارزند.

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

۱۲ جدول ارزش گزاره مرکب را بنویسید.

$$(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge q$	$p \vee q$

۱۴ درستی هم‌ارزی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید.

۱۵ اگر گزاره p : " $\sqrt{2}$ عددی گنگ است" و گزاره q : "معادله $x^2 + 25 = 0$ دو ریشه حقیقی دارد" باشد، آنگاه ارزش گزاره‌های $p \Leftrightarrow q$ و $q \Rightarrow \sim p$ را تعیین کنید.

۱۶ اگر $p \vee q \equiv F$ و r دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف

$$(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$$

ب

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

۱۷ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، گزاره‌های $\sim p \Leftrightarrow p$ و $p \Leftrightarrow \sim p$ را باهم مقایسه کنید.

۱۸ اگر گزاره p درست و q نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ را بررسی کنید.

۱۹ اگر گزاره‌ای درست و q نادرست باشد، بر روی ارزش گزاره $(p \Rightarrow \sim r) \Leftrightarrow (r \wedge \sim q)$ بحث کنید.

۲۰ گزاره $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow p$ نادرست و گزاره $p \Leftrightarrow \sim q$ درست است. ارزش گزاره‌های p و q را مشخص کنید.

۲۱ جدول ارزش گزاره $\sim q \Leftrightarrow (p \vee q)$ را رسم کنید.

۲۲ جدول ارزش گزاره زیر را رسم کنید.

$$(\sim r \vee q) \Leftrightarrow (\sim q \wedge p)$$

۲۳ جدول ارزش گزاره‌ها را برای عبارت $(\sim r \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$ رسم کنید.

۲۴ با استفاده از رسم جدول ارزش گزاره‌ها ثابت کنید:

$$\sim p \Leftrightarrow q \equiv \sim q \Leftrightarrow p$$

۲۵ اگر p گزاره‌ای درست و q نادرست و r دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

الف

$$(q \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow p)$$

ب

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$$

۲۶

اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، مطلوب است ارزش گزاره‌های زیر:

الف

$$(\sim p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv ?$$

ب

$$((p \vee q) \wedge (r \vee p)) \Rightarrow q \equiv ?$$

پ

$$(\sim p \Rightarrow r) \wedge \sim q \equiv ?$$

ت

$$(r \Leftrightarrow r) \vee (p \wedge q) \equiv ?$$

۲۷

اگر $(p \wedge q)$ درست باشد، ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف

$$\sim p \Leftrightarrow \sim q$$

ب

$$\sim q \Rightarrow (p \wedge r)$$

پ

$$(p \vee \sim q) \wedge \sim p$$

۲۸

جدول ارزش گزاره زیر را رسم کنید:

$$p \vee (q \wedge (r \Rightarrow p))$$

۲۹

با استفاده از جدول گزاره‌ها، درستی گزاره زیر را نشان دهید.

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

۳۰

اگر p گزاره درست و q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، در این صورت ارزش گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید:

الف

$$(q \Rightarrow p) \wedge r$$

ب

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

۳۱

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:

$$(p \wedge T) \vee (q \vee F) \equiv p \vee q$$

۳۲

با تشکیل جدول ارزش گزاره‌ها، ثابت کنید گزاره‌های $p \vee (\sim p \wedge \sim q)$ و $p \vee \sim q$ هم‌ارز هستند.

۳۳

با استفاده از جدول، درستی گزاره زیر را نشان دهید.

$$\sim p \wedge (q \vee \sim p) \equiv \sim p$$

$$\sim p \vee [\sim (q \vee \sim p)]$$

۳۵ اگر p گزاره‌ای با ارزش درست، q گزاره‌ای با ارزش نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، با مشخص کردن ارزش هر قسمت از گزاره‌های زیر، ارزش کلی هر مورد را مشخص کنید.

الف $(\sim q \wedge p) \vee r$

ب $(p \wedge \sim p) \vee (q \vee \sim q)$

پ $(p \wedge r) \vee \sim q$

ت $(\sim q \wedge \sim p) \vee (r \wedge q)$

۳۶ با استفاده از جدول ارزش‌ها، ارزش گزاره $(p \vee \sim p) \wedge q$ را بررسی کنید.

۳۷ جدول ارزش گزاره زیر را بنویسید.

$$p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv F$$

۳۸ اگر $p \vee q \equiv F$ و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(p \wedge r) \Rightarrow (r \vee q)$ را بیابید.

۳۹ جدول زیر را کامل کنید و ارزش گزاره‌های داده‌شده را به دست آورید.

T	F	گزاره
✓		(۱) ۱۲۱ مربع کامل است یا $(\dots) \Leftrightarrow (\dots)$
	✓	(۲) اگر ۹۹ عددی اول نباشد. $(\dots \wedge \dots) \Leftrightarrow (\dots)$

۴۰ اگر p گزاره‌ای نادرست، q گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، بدون رسم جدول، جواب هم‌ارزی‌های زیر را بنویسید.

الف $r \wedge (p \Leftrightarrow q) \equiv ?$

ب $(\sim p \Rightarrow \sim q) \vee (q \Leftrightarrow p) \equiv ?$

پ $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) \equiv ?$

ت $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv ?$

ث

$$\sim (\sim p \vee r) \Leftrightarrow (\sim q \wedge r) \equiv ?$$

ج

$$\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim (q \Leftrightarrow p) \equiv ?$$

درستی و نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۴۱

اگر ۴ عددی فرد باشد، آنگاه ۴ مربع کامل نیست.

۴۲

درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

۴۳

یک گزاره شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

۴۴

گزاره $(p \vee \sim q)$ همواره درست است.

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

۴۵

گزاره فصلی $p \vee \sim p$ ، همواره درست است.

۴۶

درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:

$$\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$$

۴۷

اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش مرکب زیر را مشخص کنید:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

۴۸

در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر p نادرست باشد، گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

۴۹

گزاره "مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است." را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

۵۰

درستی هم‌ارزی زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۵۱

اگر گزاره $p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(\sim p \vee q)$ را مشخص کنید.

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:

۵۲ ارزش گزاره $(p \vee \sim p)$ ، همواره است.

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

۵۳ جمله "سیب قرمز، از سیب زرد خوش‌مزه‌تر است." یک گزاره است.

۵۴ با استفاده از جدول ارزش‌ها درستی هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ را نشان دهید.

۵۵ اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$ را مشخص کنید.

۵۶ ارزش گزاره "عدد ۹ مربع کامل است" را مشخص کرده، سپس نقیض آن را بنویسید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۵۷ گزاره‌ای که به صورت "اگر p آنگاه q و برعکس" بیان می‌شود، دارای ترکیب است.

درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۵۸ گزاره $(P \wedge \sim P)$ همیشه نادرست است.

۵۹ ارزش گزاره شرطی $(p \Rightarrow q)$ به انتفای مقدم، همواره درست است.

۶۰ با وارد کردن جدول زیر در پاسخ‌برگ و سپس تکمیل آن، نشان دهید که: $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$.

p	q			
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

هر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

۶۱ اگر p یک گزاره دلخواه و F یک گزاره همواره نادرست باشد، آنگاه:

$$p \vee F \equiv \dots\dots\dots$$

۶۲ ثابت کنید اگر n^2 زوج باشد، آنگاه n زوج است.

۶۳ عبارت زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.
عددی به علاوه ۵ مساوی دو برابر آن عدد است.

۶۴ با استفاده از جدول ارزش‌ها، درستی قاعدهٔ قیاس استثنایی $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ را نشان دهید.

۶۵ در حل معادلهٔ زیر در کدام مرحله ایراد وجود دارد؟

$$x^6 - 7x^3 = 0$$

$$\Rightarrow 1) x^3(x - 7) = 0 \Rightarrow 2) \frac{x^3(x - 7)}{x^3} = \frac{0}{x^3}$$

$$\Rightarrow 3) x - 7 = 0 \Rightarrow 4) x = 7$$

۶۶ دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

$$1) a = \frac{a - d}{c - d}$$

$$2) ac - ad = a - d$$

$$3) ac - a = ad - d$$

$$4) a(c - 1) = (a - 1)d$$

$$5) \frac{a(c - 1)}{a - 1} = d$$

$$6) -(c - 1) = d$$

۶۷ گزارهٔ زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

۶۸ با استفاده از جدول ارزشی، درستی قاعدهٔ قیاس استثنایی $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$ را نشان دهید.

۶۹ فرمول قیاس استثنایی و مغالطه را نوشته و برای هر یک مثالی بزنید.

۷۰ عبارت زیر را با نماد ریاضی بنویسید:

مجموع مکعب معکوس دو عدد گویا، کوچک‌تر از مربع مجموع همان دو عدد است.

۷۱ عبارت‌های فارسی زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

الف) مجموع نصف و مجذور عددی، برابر با ۲ است.

ب) معکوس جذر عددی سه برابر همان عدد است.

پ) قدر مطلق تفاضل دو عدد، کوچک‌تر از تفاضل قدر مطلق‌های آن دو عدد است.

ت) ثلث عددی از ربع آن پنج واحد بیشتر است.

۷۲ نام استدلال زیر را بیان کرده و بگویید روش به کار رفته در این استدلال درست است یا خیر؟ نتیجه آن چطور؟

مقدمه ۱: اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، آنگاه بر ۳ نیز بخش‌پذیر است.

مقدمه ۲: ۴۵۰۰ بر ۹ بخش‌پذیر است.

نتیجه: ۴۵۰۰ بر ۳ بخش‌پذیر است.

۷۳ نماد ریاضی "مجموع هر عدد با معکوس خودش بیشتر یا مساوی یک است" به صورت می باشد.

۷۴ نام استدلال زیر چیست؟ درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید.
آرش معتقد است که "هر کس مرا دوست دارد، عیوب مرا به من می گوید. از طرفی سعید عیوب مرا به من گفته است، پس سعید مرا دوست دارد."

۷۵ گزاره "مجموع مکعبات دو عدد، بزرگ تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است" را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

۷۶ درستی یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید. اگر استدلال به کار رفته نادرست است آن را اصلاح کنید:
گزاره: اگر طول و عرض مستطیل را ۳ برابر کنیم، آنگاه مساحت آن ۳ برابر می شود.

$$\text{استدلال : } \begin{cases} S = x \cdot y \text{ مساحت اولیه} \Rightarrow y = \text{عرض اولیه} = x = \text{طول اولیه} \\ S' = (3x)(y) = 3xy = 3S \text{ مساحت جدید} \Rightarrow y = \text{عرض جدید} = 3x = \text{طول جدید} \end{cases}$$

۷۷ عکس نقیض گزاره شرطی "اگر n^2 عددی زوج باشد، آنگاه n عددی زوج است" را بنویسید. ($n \in \mathbb{Z}$)

گزاره های زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید.

۷۸ اگر از مکعب عددی یک واحد کم کنیم، حاصل برابر با ۲۶ می شود.

۷۹ حاصل ضرب عددی در خودش، به علاوه ۵ بزرگ تر از خود آن عدد است.

۸۰ به کمک قیاس استثنایی، استدلال زیر را کامل کنید.

مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است.

نتیجه:



پاسخ سؤالات ۱ تا ۴

۱ گزاره نیست سؤالی می باشد.

۲ گزاره است و درست است.

۳ گزاره است و نادرست است.

۴ گزاره است و نادرست است.

۵ دو گزاره درست:

عدد ۱۲ از ۱۵ کوچکتر است.

تساوی " $4 = 2 + 2$ " برقرار است.

دو گزاره نادرست:

عدد ۱۲ از ۱۵ بزرگتر است.

تساوی " $4 = 1 + 2$ " برقرار است.

پاسخ سؤالات ۶ تا ۷

۶ عدد ۵ زوج نیست، یا چنین نیست که ۵ زوج است، یا ۵ عددی فرد است. (هر کدام از موارد ذکر شود درست است.)

۷ $5 \times 4 \leq 3 \times 7$

پاسخ سؤالات ۸ تا ۹

۸ نادرست

۹ درست

۱۰ $4 = 2 + 2$

هر گزاره دلخواه که درست باشد نیز مورد قبول است.

p	q	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim p \vee q$	$(p \vee q) \wedge (\sim p \vee q)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	ن

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	ن	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	د	ن	د
ن	د	د	ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن	د	ن	ن

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

هم ارزند

گزاره p درست و گزاره q نادرست است.

توجه: در گزاره شرطی اگر مقدم نادرست باشد گزاره شرطی به انتفای مقدم، درست است.

$$\underbrace{q}_{\downarrow F} \Rightarrow \underbrace{\sim p}_{\downarrow F} \equiv T$$

و در گزاره دوشروطی اگر یکی درست و دیگری نادرست باشد، ارزش کل گزاره دوشروطی نادرست است.

$$\underbrace{p}_{\downarrow T} \Leftrightarrow \underbrace{q}_{\downarrow F} \equiv F$$

$$p \vee q \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv \text{ن} \\ q \equiv \text{ن} \end{cases}$$

دلخواه $r \equiv$

$$(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$$

$$(\text{د} \Rightarrow r) \Rightarrow \begin{cases} r \equiv \text{د} \Rightarrow (\text{د} \Rightarrow \text{د}) \equiv T \\ r \equiv \text{ن} \Rightarrow (\text{ن} \Rightarrow \text{د}) \equiv T \end{cases} \equiv T$$

$$p \vee q \equiv F \Rightarrow \begin{cases} p \equiv \text{ن} \\ q \equiv \text{ن} \end{cases}$$

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

$$\text{د} \Leftrightarrow \text{د} \equiv T$$

جدول ارزش گزاره‌ها را برای گزاره‌های خواسته‌شده به صورت زیر رسم می‌کنیم:

p	$\sim p$	$p \Leftrightarrow \sim p$	$\sim p \Leftrightarrow p$
د	ن	ن	ن
ن	د	ن	ن

بنابراین مشخص می‌شود دو گزاره هم‌ارز و همواره نادرست هستند؛ یعنی:

$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv \sim p \Leftrightarrow p \equiv F$$

در جدول زیر ارزش گزاره خواسته‌شده به دست آمده است:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$q \Rightarrow \sim p$	$(p \Leftrightarrow \sim q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$
د	ن	ن	د	د	د	د

بنابراین ارزش گزاره درست است.

در جدول زیر برحسب حالت‌های مختلف r ، بر روی ارزش گزاره خواسته‌شده بحث شده است.

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$p \Rightarrow \sim r$	$r \wedge \sim q$	$(p \Rightarrow \sim r) \Leftrightarrow (r \wedge \sim q)$
د	ن	د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	د	د	ن	ن

یعنی گزاره خواسته‌شده همیشه نادرست است.

بهتر است مسئله با رسم جدول ارزش گزاره‌ها، بررسی شود. بنابراین:

p	q	$\sim q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$p \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$	$(p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow p$
د	د	ن	د	ن	د	د
د	ن	د	ن	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

همان‌طور که دیده می‌شود، سطر دوم جواب است و بنابراین باید p درست و q نادرست باشد.

جدول ارزش گزاره موردنظر به صورت زیر رسم می شود:

p	q	$\sim q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \Leftrightarrow \sim q$
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	ن

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(\sim r \vee q)$	$(\sim q \wedge p)$	کل
د	د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	د	ن	ن	د	د	ن	ن
د	ن	د	د	ن	ن	د	ن
د	ن	ن	د	د	د	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	د
ن	ن	ن	د	د	د	ن	ن

جدول ارزش گزاره‌ها را برای گزارهٔ موردنظر به صورت زیر رسم می‌کنیم:

p	q	r	$\sim r$	$p \Rightarrow r$	$\sim r \vee q$	$(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (\sim r \vee q)$
د	د	د	ن	د	د	د
د	د	ن	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	د	د
ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	د	د

جدول ارزش گزاره‌ها را برای دو طرف هم‌ارزی به صورت زیر رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$\sim q$	$\sim q \Leftrightarrow p$
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د	ن

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ارزش گزاره‌های دو طرف باهم یکی است.

$$(q \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv \underbrace{(F \Rightarrow r)}_T \wedge \underbrace{(F \Rightarrow T)}_T \equiv T$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q) \equiv \underbrace{(F \vee T)}_T \Leftrightarrow \sim \underbrace{(T \vee F)}_T \equiv T \Leftrightarrow \underbrace{\sim T}_F \equiv F$$

$$\underbrace{(\sim p \Leftrightarrow \sim q)}_F \Rightarrow \underbrace{(p \Leftrightarrow q)}_F \equiv T$$

$$\underbrace{((\underbrace{p \vee q}_T) \wedge (\underbrace{r \vee p}_T))}_{T} \Rightarrow \underbrace{q}_F \equiv F$$

ب

$$\underbrace{(\underbrace{\sim p}_F \Rightarrow r)}_T \wedge (\underbrace{\sim q}_T) \equiv T$$

پ

$$(\underbrace{r \Leftrightarrow r}_T) \vee (\underbrace{(\underbrace{p}_T \wedge \underbrace{q}_F)}_F) \equiv T$$

ت

الف اگر $p \wedge q \equiv د$ باشد، آنگاه هر دو گزاره p و q دارای ارزش درست هستند.

۲۷

$$p \equiv د , \quad q \equiv د$$

$$\underbrace{\sim p \Leftrightarrow \sim q}_{\text{ن} \Leftrightarrow \text{ن}} \equiv د$$

ب اگر $p \wedge q \equiv د$ باشد، آنگاه هر دو گزاره p و q دارای ارزش درست هستند.

ب

$$\sim q \Rightarrow (p \wedge r)$$

(گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است) $\Rightarrow (p \wedge r) \equiv د$

$$(p \vee \sim q) \wedge \sim p \equiv (د \vee \text{ن}) \wedge \text{ن} \equiv د \wedge \text{ن} \equiv \text{ن}$$

پ

p	q	r	$r \Rightarrow p$	$q \wedge (r \Rightarrow p)$	$p \vee (q \wedge (r \Rightarrow p))$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	F
F	T	F	T	T	T
F	F	T	F	F	F
F	F	F	T	F	F

p	q	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$p \wedge \sim q$
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	F	F

به r بستگی دارد $\equiv d \wedge r \equiv (d \Rightarrow n) \wedge r \equiv (q \Rightarrow p) \wedge r$

همواره درست $\equiv n \Rightarrow r \equiv T \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

جدول ارزش گزاره‌های خواسته‌شده را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

p	q	$p \wedge T$	$q \vee F$	$(p \wedge T) \vee (q \vee F)$	$p \vee q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	ن	ن

همان‌طور که دیده می‌شود، ارزش گزاره‌های دو ستون آخر یکی هستند؛ پس دو گزاره هم‌ارزند.

جدول ارزش گزاره‌های خواسته‌شده به صورت زیر است:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \vee (\sim p \wedge \sim q)$	$p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د	د

همان‌طور که مشاهده می‌شود، دو ستون آخر هم‌ارزش هستند؛ پس:

$$p \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv p \vee \sim q$$

p	q	$\sim p$	$q \vee \sim p$	$\sim p \wedge (q \vee \sim p)$
T	T	F	T	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

همان‌طور که دیده می‌شود، ارزش گزاره‌های دو ستون $\sim p$ و $\sim p \wedge (q \vee \sim p)$ یکی هستند؛ پس دو گزاره هم‌ارزند.

p	q	$\sim p$	$q \vee \sim p$	$\sim (q \vee \sim p)$	$\sim p \vee [\sim (q \vee \sim p)]$
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن	د

$$\underbrace{(\sim q \wedge p)}_d \vee r \equiv T \quad (د)$$

$$\underbrace{(p \wedge \sim p)}_{d \wedge n} \vee \underbrace{(q \vee \sim q)}_{n \vee d} \equiv T \quad (د)$$

$$\underbrace{(p \wedge r)}_r \vee \underbrace{\sim q}_d \equiv T \quad (د)$$

$$\underbrace{(\sim q \wedge \sim p)}_{d \wedge n} \vee \underbrace{(r \wedge q)}_{r \wedge n} \equiv F \quad (ن)$$

توجه: به جای T می‌توان از "د" (درست) و به جای F "ن" (نادرست) استفاده کرد.

p	q	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$(p \vee \sim p) \wedge q$
T	T	F	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	F

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$	$p \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F

چون $p \vee q \equiv F$ پس $p \equiv F$ و $q \equiv F$ بنابراین:

$$(p \wedge r) \equiv F \Rightarrow \sim (p \wedge r) \equiv T$$

$$r \vee q \equiv r \vee F \equiv r$$

بنابراین:

$$\sim (p \wedge r) \Rightarrow (r \vee q) \equiv (T \Rightarrow r) \equiv r$$

(۱) چون ۱۲۱ مربع کامل است درست می‌باشد، در جای خالی اول هر گزاره‌ای قرار دهیم درست می‌شود و برای اینکه در کل ارزش گزاره دوشروطی درست باشد باید گزاره سمت چپ نیز ارزشی درست داشته باشد؛ مثلاً $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.
(۲) ۹۹ عددی اول نباشد گزاره‌ای درست است و چون در کل ارزش گزاره نادرست است باید گزاره سمت چپ نادرست باشد و در ترکیب عطفی اگر یکی از گزاره‌ها نادرست باشد کافی است. پس یکی از گزاره‌ها را مثلاً ۲۰ عددی اول است در نظر می‌گیریم.

الف

$$[r \wedge (p \Leftrightarrow q)] \equiv [r \wedge \underbrace{(F \Leftrightarrow T)}_F] \equiv (r \wedge F) \equiv F$$

ب

$$[(\sim p \Rightarrow \sim q) \vee (q \Leftrightarrow p)] \equiv [(\sim F \Rightarrow \sim T) \vee (T \Leftrightarrow F)]$$

$$\equiv [\underbrace{(T \Rightarrow F)}_F \vee \underbrace{(T \Leftrightarrow F)}_F] \equiv (F \vee F) \equiv F$$

پ

$$[(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)] \equiv [\underbrace{(F \wedge T)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(T \Rightarrow F)}_F] \equiv (F \Leftrightarrow F) \equiv T$$

ت

$$[(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q)] \equiv [\underbrace{(F \vee T)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(F \wedge T)}_F] \equiv F$$

ث

$$[\sim (\sim p \vee r) \Leftrightarrow (\sim q \wedge r)] \equiv [\sim (\sim F \vee r) \Leftrightarrow (\sim T \wedge r)]$$

$$\equiv [\underbrace{\sim (T \vee r)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(F \wedge r)}_F] \equiv (F \Leftrightarrow F) \equiv T$$

ج

$$[\sim (p \Rightarrow q) \wedge \sim (q \Leftrightarrow p)] \equiv [\underbrace{\sim (F \Rightarrow T)}_T \wedge \underbrace{\sim (T \Leftrightarrow F)}_F] \equiv (F \wedge T) \equiv F$$

پاسخ سؤال ۴۱

۴۱ درست

۴۲

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

p	q	~p	~q	p ∨ q	~(p ∨ q)	~p ∧ ~q
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

هر دو ستون مانند هم شده‌اند لذا هم‌ارزی درست است.

پاسخ سؤالات ۴۳ تا ۴۴

۴۳ درست

۴۴ نادرست

پاسخ سؤال ۴۵

۴۵ درست

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

چون p درست است $\sim p$ نادرست است و چون q نادرست است $\sim q$ درست است.

$p \Rightarrow q$ ترکیب شرطی است، مقدم درست و تالی نادرست، لذا نادرست است.

$\sim q \Rightarrow \sim p$ ترکیب شرطی است مقدم درست و تالی نادرست، لذا نادرست است.

ترکیب این دو گزاره ترکیب دو شرطی است، هر دو نادرست هستند، لذا ارزش گزاره درست است.

پاسخ سؤال ۴۸

به "انتفای مقدم" یا "همواره"

$$x^3 > \forall x + 5$$

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

از نادرستی گزاره $p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ مشخص می‌شود که مقدم p باید درست باشد و تالی یعنی $p \wedge \sim q$ باید نادرست باشد و از نادرستی ترکیب عطفی $p \wedge \sim q$ چون p درست است لذا $\sim q$ باید نادرست باشد پس q گزاره درست باشد.

$$p \equiv T, \quad q \equiv T, \quad \sim p \equiv F \Rightarrow \sim p \vee q \equiv F \vee T \equiv T$$

پاسخ سؤال ۵۲

پاسخ سؤال ۵۳

نادرست ۵۳

۵۴

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

(هم‌ارزند)

درست ۵۵

ارزش: درست ۵۶

نقیض: عدد ۹ مربع کامل نیست یا (چنین نیست که عدد ۹ مربع کامل است).

پاسخ سؤال ۵۷

۵۷ دو شرطی یا $(p \Leftrightarrow q)$

پاسخ سؤالات ۵۸ تا ۵۹

درست ۵۸

درست ۵۹

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

پاسخ سؤال ۶۱

۶۱ p

از عکس نقیض استفاده می‌کنیم.

۶۲

$$n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 \Rightarrow n^2 = 2(\alpha) + 1 \Rightarrow n^2 = 2\alpha + 1$$

همواره برقرار است که فرد است.

۶۳

عدد را x فرض می‌کنیم.

$$x + 5 = 2x$$

۶۴

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

همواره صحیح است.

۶۵

در مرحله ۲ اشتباه رخ داده است و معادله دو جواب دارد.

ب

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = {}^3x$$

پ

$$|x - y| < |x| - |y|$$

ت

$$\frac{1}{3}a = \frac{1}{4}a + 5$$

۷۲

استدلال استثنایی است چون به شکل زیر است:

مقدمه ۱: اگر p آنگاه q

مقدمه ۲: p

$\therefore q$

روش به کار رفته در استدلال استثنایی همیشه درست است ولی نتیجه آن وقتی درست است که مقدمه ۱ آن درست باشد در این سؤال مقدمه ۱ درست است. پس نتیجه هم درست است.

پاسخ سؤال ۷۳

۷۳

$$x + \frac{1}{x} \geq 1$$

۷۴

استدلال مغالطه به صورت زیر است:

$$p \Rightarrow q$$

$$\frac{q}{\quad}$$

$$\therefore p$$

با فرض:

p : هر کس مرا دوست دارد.

q : عیوب مرا به من می گوید.

پس استدلال از نوع مغالطه است.

ولی نتیجه آن باید بررسی شود. مغالطه همیشه نادرست است.

۷۵

$$a^3 + b^3 \geq (a + b)^3$$

۷۶

چون عرض مستطیل جدید همان عرض اولیه مستطیل است اشتباه رخ داده است.

اصلاح شده آن به صورت زیر است:

$${}^3y = \text{عرض جدید} \quad {}^3x = \text{طول جدید}$$

$$\Rightarrow S' = ({}^3x)({}^3y) = {}^9xy = {}^9S$$

۷۷

اگر n زوج نباشد، آنگاه n^2 زوج نیست یا (اگر n فرد باشد، آنگاه n^2 فرد است)
(نقیض کردن گزارهٔ اولی و نقیض کردن گزارهٔ دومی و نوشتن عکس گزارهٔ شرطی)

پاسخ سؤالات ۷۸ تا ۷۹

۷۸

$$x^3 - 1 = 26$$

۷۹

$$x \times x + 5 > x \text{ یا } (x^2 + 5 > x)$$

۸۰

ماه کامل است.