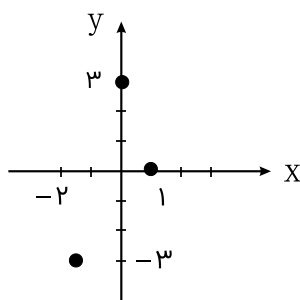


درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

۱ در تابع $f(x) = -x^2 + 1$ ، اگر دامنه تابع برابر $D_f = \{-1, 2\}$ ، آنگاه برد تابع برابر $R_f = \{2, -3\}$ خواهد بود.

۲ فرض کنید $f(x) = x^2 - 3x + 1$ و دامنه تابع $D_f = \{-1, 2\}$ باشد برد تابع f را بیابید.

دامنه توابع زیر را بیابید.



x	-3	$\sqrt{2}$	4
y	0	1	5

جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

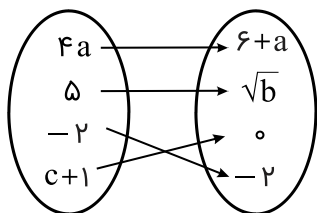
۵ اگر رابطه $f = \{(-1, m+1), (3, 0), (-1, 2m)\}$ بیانگر یک تابع باشد، آنگاه m برابر است.

۶ در توابع، برد تابع یک مجموعه تک عضوی است.

۷ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & ; x > 1 \\ 3 - x & ; x \leq 1 \end{cases}$ ، آنگاه $f(\sqrt{2}) = \dots\dots\dots$ است.

۸ حاصل عبارت $[-\pi] + [\frac{7}{4}] + [-0/1]$ برابر است.

۹ اگر f تابع همانی باشد، مقادیر a ، b و c را بیابید.



۱۰ جدول زیر را کامل کنید.

تابع بودن	برد	دامنه	نمودار مختصاتی	زوج مرتب	نمایش پیکانی

۱۱ اگر $A = \{(a, 1), (b, 2), (c, 5)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a و b و c را به دست آورید.

۱۲ اگر $A = \{(2, b), (a, 4), (7, a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

۱۳ اگر تابع $f = \{(a - 1, 5), (b + 3, 8), (10, \frac{c}{p})\}$ یک تابع همانی باشد، مقادیر a و b و c را به دست آورید.

۱۴ اگر $A = \{(2, b), (a, 4), (7, a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

۱۵ اگر $f = \{(2, a + 2b), (1, 4), (0, a - b)\}$ یک تابع ثابت باشد، a و b را بیابید.

۱۶ اگر f یک تابع ثابت باشد، مقدار ab چند است؟

x	3	a	4
y	$a + b$	8	b^3

۱۷ اگر تابع f یک تابع همانی باشد، مقدار m و n را به دست آورید.

$$f = \{(2m, 8), (m + 1, n)\}$$

۱۸ نمودار تابع همانی با دامنه $[-3, 5]$ را رسم کنید و برد آن را مشخص کنید.

۱۹ اگر $f = \{(-1, 4), (a, c - 1), (5, 3b + 1), (9, a^2 - 3a)\}$ تابعی ثابت باشد، مقادیر مجهول را به دست آورید.

۲۰ نقطه $(1 - 2a, a + 10)$ روی نیمساز ناحیه اول قرار دارد و تابع $\{(2, a - 1), (3, \frac{b}{p})\}$ تابعی ثابت است. مقدار a و b را بیابید.

۲۱ اگر f یک تابع ثابت و g همانی باشد، حاصل عبارت $\frac{2f(3) + g(4)}{g(4) + 2f(-1)}$ را بیابید. $(f(x) \neq -2)$

۲۲ اگر f تابعی ثابت و g تابع همانی باشد و $f(-2) = g(-3)$ باشد، مقدار $3f(\frac{1}{p}) - g(-5)$ را به دست آورید.

۲۳ در تابع ثابت $f(x) = k$ ، اگر $2f(3) + f(5) = 12$ باشد، مقدار $f(1)$ را به دست آورید.

۲۴ اگر تابع $f = \{(-1, a), (0, 2), (4, 3b - 4a)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $a + b$ چقدر است؟

۲۵ اگر $f = \{(1, a-2), (a, b), (0, 4)\}$ تابعی ثابت باشد و $g = \{(c, 1), (3, d)\}$ تابعی همانی باشد، حاصل $a + b + c + d$ را به دست آورید.

۲۶ اگر $f = \{(m-4, 3), (m+n, t), (-1, n^2-2n)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $t + n$ را بیابید.

۲۷ اگر $f(x) = \begin{cases} -x^2 - x & ; x < 1 \\ \sqrt{2x+1} & ; x \geq 1 \end{cases}$ باشد، مقدار $4f(\frac{1}{4}) - f(12)$ را بیابید.

۲۸ اگر $f(x) = \begin{cases} 3 & ; x \geq 4 \\ x+1 & ; 0 \leq x < 4 \\ x^2 & ; x < 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $2f(2) + f(-2)$ را بیابید.

۲۹ در تابع g ، مطلوب است:

$$g(x) = \begin{cases} 3x-2 & ; x > 0 \\ 5 & ; x = 0 \\ |x^2-1| & ; x < 0 \end{cases}$$

الف $g(\frac{2}{3})$

ب $g(-\sqrt{2})$

پ $g(g(-1))$

۳۰ در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \leq -2 \\ 4 & ; -2 < x \leq 5 \\ -x+3 & ; x > 5 \end{cases}$ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف $f(-1) + f(-2)$

ب $f(-\sqrt{5}) - f(6)$

۳۱ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & ; x \geq 1 \\ 2x-3 & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{3}) + f(0)$ را بیابید و تابع را رسم کنید.

۳۲ باتوجه به تابع سه ضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & ; x > 4 \\ x+1 & ; 2 \leq x < 4 \\ x^2-3 & ; x < 2 \end{cases}$ ، حاصل $f(-1) + f(3)$ را به دست آورید.

۳۳ در تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ 5 & x > 2 \end{cases}$ حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف $f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{3})$

ب $f(3) + f(0)$

۳۴ اگر $f(x) = \begin{cases} -۴ & ; x \geq ۱ \\ x^۲ & ; -۱ < x < ۱ \\ ۳ - x & ; x \leq -۱ \end{cases}$ باشد، مقادیر زیر را بیابید.

الف

$$f\left(-\frac{1}{۲}\right) =$$

ب

$$f(\sqrt{۳}) =$$

۳۵ نمودار تابع چندضابطه‌ای زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{۲} & ; x < ۲ \\ ۵ & ; ۲ \leq x < ۳ \\ x + ۴ & ; x \geq ۳ \end{cases}$$

۳۶ باتوجه به تابع زیر به سؤالات پاسخ دهید.

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ - ۱ & ; x > -۱ \\ -x + ۱ & ; x \leq -۱ \end{cases}$$

الف

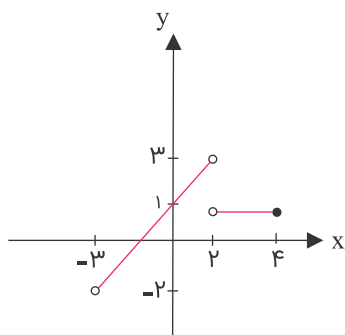
نمودار تابع f را رسم کنید.

ب

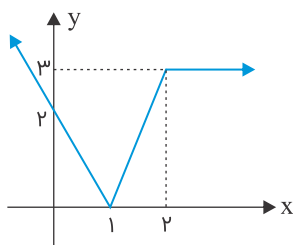
مقادیر $f(۲)$ و $f(f(-۳))$ را به دست آورید.

۳۷ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ & ; x > ۲ \\ ۳ + x & ; -۲ \leq x \leq ۲ \\ ۱ & ; x < -۲ \end{cases}$ را رسم کنید.

۳۸ اگر نمودار f به صورت زیر باشد، ضابطه این تابع را بیابید.

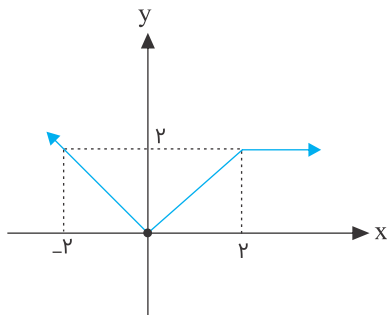


۳۹ باتوجه به نمودار، ضابطه تابع را بنویسید.



ضابطه تابع زیر را مشخص کنید.

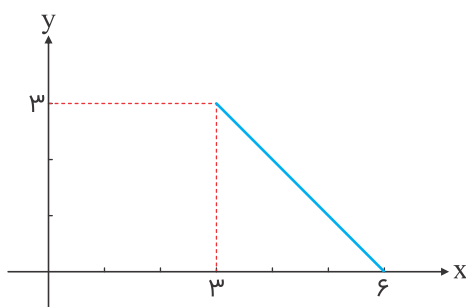
۴۰



ضابطه تابع و نمودار آن را کامل کنید.

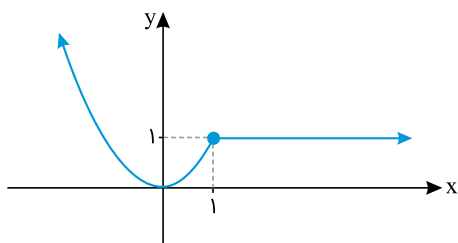
۴۱

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & ; -1 \leq x < 3 \\ \dots & ; 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$



ضابطه نمودار زیر را بنویسید.

۴۲



اگر تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & ; x \geq 1 \\ 3x + 2 & ; x < 1 \end{cases}$ و $f(\frac{2}{3}) = b$ باشد، در این صورت $f(b)$ را محاسبه کنید.

۴۳

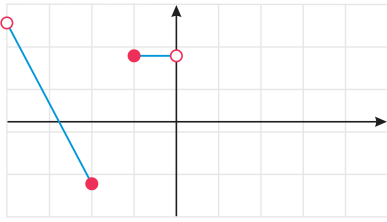
اگر $g = \{(a, 2), (b, 7), (c, 6)\}$ یک تابع همانی باشد، مقدار $a + b + c$ را بیابید.

۴۴

اگر تابع $f = \{(2, b), (a, 4), (7, a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقادیر a و b را بیابید.

۴۵

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & ; x \geq 0 \\ 2 & ; \dots \\ \dots & ; -4 < x \leq -2 \end{cases}$$



درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

۴۷ اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن تابع همانی است.

۴۸ تابع $f(x) = \begin{cases} x & ; x < -1 \\ x^2 & ; -1 \leq x \leq +2 \\ 5 & ; x > 2 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس حاصل عبارت $f(\sqrt{2}) + f(3)$ را به دست آورید.

۴۹ اگر $A = \{(4, m+n), (m, 2), (7, m-n)\}$ ثابت باشد، مقادیرهای m و n را بیابید.

۵۰ در تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x \geq 0 \\ x+1 & ; x < 0 \end{cases}$ حاصل عبارات زیر را بیابید.

الف

$$f(\sqrt{2})$$

ب

$$f(f(1))$$

۵۱ اگر تابع $f = \{(2, a-1), (0, 2), (3, 2b)\}$ یک تابع ثابت باشد، حاصل $a.b$ را به دست آورید.

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

۵۲ اگر دامنه یک تابع همانی، مجموعه اعداد حقیقی باشد، آن‌گاه $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است.

۵۳ در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 0 \\ 2x+1 & ; x \leq 0 \end{cases}$ حاصل عبارت $f(\sqrt{2}) + f(-1)$ را به دست آورید.

۵۴ اگر $f = \{(5, a+1), (6, c), (2b, 10)\}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $\frac{a+c}{b}$ را بیابید.

۵۵ اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 + 1$ برابر $D = \{-1, 0, 2\}$ باشد، برد تابع را به دست آورید.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۵۶ اگر f تابعی ثابت باشد، حاصل $f(۵) - f(۳)$ برابر است.

۵۷ اگر $n = ۲$ باشد، زوج مرتب $(n + ۱, \dots)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد.

۵۸ تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ & ; x < ۰ \\ ۳ & ; x \geq ۰ \end{cases}$ را رسم کنید. $f(-۴)$ و $f(۰)$ را به دست آورید.

۵۹ حاصل زیر را بیابید.

$$\text{sign}(x^۲ + ۱) - \text{sign}(-x^۲ - ۲)$$

۶۰ مجموعه جواب $[x - ۵] = ۱۲$ را بیابید.

۶۱ در هر قسمت عبارتهای مناسب را با فلش (پیکان) به هم وصل کنید.

$f(x) = \begin{cases} ۱ & ; x > ۰ \\ ۰ & ; x = ۰ \\ -۱ & ; x < ۰ \end{cases}$	الف $\{(-۱, -۲), (۵, -۲), (۰, -۲)\}$
$g(x) = -۲$	ب $[x]$
$h(x) = \begin{cases} x & ; x \geq ۰ \\ -x & ; x < ۰ \end{cases}$	پ $\{(\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۲}), (-۲, ۲), (۰, ۰)\}$
	ت $\text{sign}(x)$

۶۲ حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\text{sign}(\frac{۷}{۲}) + [-۲/۱] - \text{sign}(-۰/۲) + [\sqrt{۳}] =$$

۶۳ نمودار تابع $y = |x| + ۳$ را به کمک انتقال رسم کنید.

۶۴ تابع $f(x) = |۲x + ۱| - ۴$ به صورت چندضابطه‌ای کدام است؟

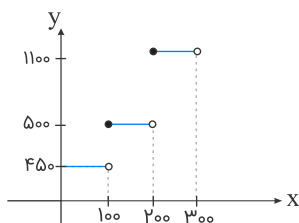
۶۵ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف نمودار مختصاتی تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ را رسم کنید.

۶۶ حاصل عبارت $A = ۲\text{Sign}(\frac{۱}{۲}) - \text{Sign}(-\frac{۲}{۵})$ را به دست آورید.

۶۷ حاصل عبارت $[\sqrt{۳}] - [-۲/۳]$ را به دست آورید.

۶۸ نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی یک خانه به صورت زیر است. اگر این خانواده ۱۵۰ کیلووات برق مصرف کند، چه هزینه‌ای بابت برق باید پرداخت کند؟



۶۹ حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{[\pi] + [\circ/7]}{[-1/4] + [-\circ/5]} =$$

۷۰ جاهای خالی را پر کنید.

$$[x] = -5 \Rightarrow \dots \leq x < \dots$$

۷۱ نمودار تابع $y = |2x - 4|$ را با استفاده از تعریف قدرمطلق رسم کنید.

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۷۲ حاصل $\text{sign}(+3) + \text{sign}(-3)$ برابر است.

درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.

۷۳ تابع چندضابطه‌ای که در هر ضابطه مقدار عددی ثابتی دارد را تابع پلکانی می‌نامیم.

۷۴ نمودار تابع $y = |x| - 2$ را به کمک انتقال رسم کنید.

۷۵ نمودار تابع زیر را در محدوده خواسته‌شده رسم کنید.

$$y = [x] \quad 1 \leq x < 2$$

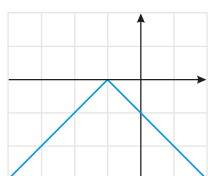
جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

۷۶ اگر $x \in \mathbb{Z}$ باشد، حاصل عبارت $[x] + [-x] = \dots$ خواهد بود.

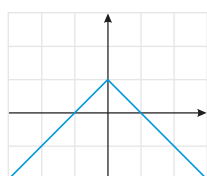
۷۷ باتوجه به نمودارهای زیر کدام نمودار تابع "الف" و کدام نمودار تابع "ب" را نشان می‌دهد.

$$y = -|x| + 1 \text{ (الف)}$$

$$y = -|x + 1| \text{ (ب)}$$



(۲)



(۱)

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:

۷۸ $\text{sign}(-1000) = \dots\dots\dots$

۷۹ ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را رسم کرده و به کمک آن نمودار تابع $y = |x| + 1$ را رسم نمایید.

۸۰ جدول مالیاتی که توسط هیئت مدیره یک شرکت برای سال مالی جدید آماده و تصویب شده، به صورت زیر است:

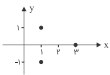
حقوق ماهیانه (برحسب تومان)	نرخ مالیات (درصد)
حقوق تا ۸,۰۰۰,۰۰۰	معاف از مالیات
مازاد بر ۸,۰۰۰,۰۰۰ تا ۱۲,۰۰۰,۰۰۰	۱۰
مازاد بر ۱۲,۰۰۰,۰۰۰	۱۵

کارمندی با حقوق ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان چقدر مالیات باید بپردازد؟

۸۱ ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را رسم کرده و با کمک انتقال آن، نمودار تابع $f(x) = |x - 3| + 2$ را رسم کنید.

$$۴a = ۶ + a \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲$$
$$\omega = \sqrt{b} \Rightarrow ۲\omega = b$$
$$c + ۱ = ۰ \Rightarrow c = -۱$$

۱۰

تابع بودن	برد	دامنه	نمودار مختصاتی	زوج مرتب	نمایش پیکانی
تابع نیست	$\{-۱, ۱, ۰\}$	$\{۱, ۳\}$		$\{(۱, -۱), (۱, ۱), (۳, ۰)\}$	

۱۱

$$a = ۱, \quad b = ۲, \quad c = \omega$$
$$\Rightarrow \overline{x} = \frac{۱ + ۲ + \omega}{۳} = \frac{\lambda}{۳}$$

۱۲

$$\text{تابع ثابت} \Rightarrow b = ۴, \quad a + b = ۴ \Rightarrow a + ۴ = ۴ \Rightarrow a = ۰$$

۱۳

تابع همانی است، پس:

$$\begin{cases} a - ۱ = \omega \Rightarrow a = ۶ \\ b + ۳ = \lambda \Rightarrow b = \omega \\ ۱۰ = \frac{c}{۲} \Rightarrow c = ۲۰ \end{cases}$$

۱۴

در تابع ثابت، برد تنها یک عضو است. در نمایش زوج مرتبی تابع ثابت، تمام مؤلفه‌های دوم (مقادیر y) با یکدیگر مساوی هستند، بنابراین:

$$b = ۴, \quad a + b = ۴ \xrightarrow{b=۴} a + ۴ = ۴ \Rightarrow a = ۰$$

۱۵

$$\times ۲ \begin{cases} a + ۲b = ۴ \\ a - b = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + \cancel{۲b} = ۴ \\ ۲a - \cancel{b} = \lambda \end{cases} \Rightarrow ۳a = ۱۲ \Rightarrow a = ۴$$
$$۴ - b = ۴ \Rightarrow b = ۰$$

۱۶

$$\left. \begin{array}{l} b^3 = \lambda \Rightarrow b = \sqrt[3]{\lambda} = 2 \\ a + b = \lambda \xrightarrow{b=2} a + 2 = \lambda \Rightarrow a = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow ab = 6 \times 2 = 12$$

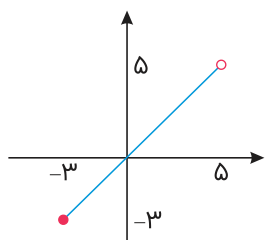
۱۷

$$f \text{ همانی} \Rightarrow 2m = \lambda \Rightarrow m = 4$$

$$m + 1 = n \xrightarrow{m=4} 4 + 1 = n \Rightarrow n = 5$$

۱۸

$$R = [-3, 5)$$



۱۹

$$c - 1 = 4 \Rightarrow c = 5 \quad 3b + 1 = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$a^2 - 3a = 4 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ قق}, a = 4 \text{ قق}$$

۲۰

چون نقطه $(1 - 2a, a + 10)$ روی نیمساز ناحیه اول است پس $y = x$ است.

$$1 - 2a = a + 10 \Rightarrow -3a = 9 \Rightarrow a = -3$$

و چون $\left\{ (2, a - 1), (3, \frac{b}{4}) \right\}$ تابعی ثابت است پس مؤلفه‌های دوم باهم برابرند.

$$a - 1 = \frac{b}{4} \xrightarrow{a=-3} -4 = \frac{b}{4} \Rightarrow b = -16$$

۲۱

چون f تابعی ثابت است پس $f(x) = k$ و g تابع همانی؛ یعنی $g(x) = x$ در نتیجه:

$$\frac{2f(3) + g(4)}{g(4) + 2f(-1)} = \frac{2k + 4}{4 + 2k} = 1$$

۲۲

چون g تابع همانی است پس $g(-3) = -3$ ، بنابراین $f(-2) = -3$ و چون f تابعی ثابت است پس $f(x) = -3$ می‌باشد.
همچنین $g(-5) = -5$ ، پس:

$$3f\left(\frac{1}{4}\right) - g(-5) = 3(-3) - (-5) = -9 + 5 = -4$$

چون f تابعی ثابت است پس $f(۳) = f(۵) = k$ می‌باشد، بنابراین:

$$۲f(۳) + f(۵) = ۱۲$$

$$\Rightarrow ۲k + k = ۱۲ \Rightarrow ۳k = ۱۲$$

$$\Rightarrow k = ۴ \Rightarrow f(۱) = k = ۴$$

چون f تابعی ثابت است همه مؤلفه‌های دوم باهم برابر هستند. پس:

$$a = ۲, \quad ۳b - ۴a = ۲ \xrightarrow{a=۲} ۳b - ۸ = ۲ \Rightarrow ۳b = ۱۰ \Rightarrow b = \frac{۱۰}{۳}$$

$$a + b = ۲ + \frac{۱۰}{۳} = \frac{۱۶}{۳}$$

چون f تابعی ثابت است پس همه مؤلفه‌های دوم باهم برابرند؛ یعنی:

$$b = ۴, \quad a - ۲ = ۴ \Rightarrow a = ۶$$

و g تابع همانی است؛ یعنی x و y باهم برابرند.

$$c = ۱, \quad d = ۳$$

درنتیجه:

$$a + b + c + d = ۶ + ۴ + ۱ + ۳ = ۱۴$$

چون تابع ثابت است، پس مؤلفه‌های دوم تابع همگی باهم برابرند و چون یکی از مؤلفه‌ها ۳ می‌باشد، پس بقیه نیز ۳ هستند یعنی:

$$t = ۳, \quad n^۲ - ۲n = ۳ \Rightarrow n^۲ - ۲n - ۳ = ۰ \Rightarrow (n - ۳)(n + ۱) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = ۳ \Rightarrow n + t = ۳ + ۳ = ۶ \\ n = -۱ \Rightarrow n + t = -۱ + ۳ = ۲ \end{cases}$$

ضابطه بالا

$$f\left(\frac{1}{۲}\right) = -\left(\frac{1}{۲}\right)^۲ - \frac{1}{۲} = -\frac{1}{۴} - \frac{۲}{۴} = -\frac{۳}{۴}$$

$$f(۱۲) = \sqrt{۲(۱۲) + ۱} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

ضابطه پایین

بنابراین داریم:

$$۴f\left(\frac{1}{۲}\right) - f(۱۲) = ۴\left(-\frac{۳}{۴}\right) - ۵ = -۳ - ۵ = -۸$$

ضابطه دوم

$$\begin{aligned} f(2) &= 2 + 1 = 3 \\ f(-2) &= (-2)^2 = 4 \end{aligned} \Rightarrow 2f(2) + f(-2) = 2(3) + 4 = 10$$

ضابطه سوم

$$g\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{2}{3}\right) - 2 = 2 - 2 = 0$$

$$g(-\sqrt{2}) = |(-\sqrt{2})^2 - 1| = |2 - 1| = |1| = 1$$

$$g(g(-1)) \Rightarrow g(-1) = |(-1)^2 - 1| = |1 - 1| = 0 \Rightarrow g(g(-1)) = g(0) = 5$$

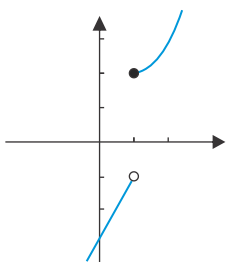
$$f(-1) = 4, f(-2) = 4$$

$$f(-1) + f(-2) = 4 + 4 = 8$$

$$f(-\sqrt{5}) = 5, f(6) = -3$$

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ 2x - 3 & ; x < 1 \end{cases}$$



$$f(\sqrt{3}) = 3 + 1 = 4, f(0) = -3$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}) + f(0) = 4 - 3 = 1$$

$$x = -۱ ; x < ۲ \Rightarrow f(x) = x^۲ - ۳ \Rightarrow f(-۱) = ۱ - ۳ = -۲$$

$$x = ۳ ; ۲ \leq x < ۴ \Rightarrow f(x) = x + ۱ \Rightarrow f(۳) = ۳ + ۱ = ۴$$

$$f(-۱) + f(۳) = -۲ + ۴ = ۲$$

$$f(-\sqrt{۲}) + f(\sqrt{۳}) \Rightarrow x + x^۲ \Rightarrow -\sqrt{۲} + (\sqrt{۳})^۲ = -\sqrt{۲} + ۳$$

$$f(۳) + f(۰) \Rightarrow ۵ + x^۲ \Rightarrow ۵ + ۰ = ۵$$

از ضابطه وسطی استفاده می‌کنیم:

$$f(-\frac{۱}{۲}) = (-\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱}{۴}$$

از ضابطه بالایی استفاده می‌کنیم:

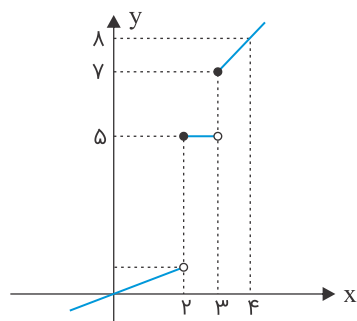
$$f(\sqrt{۳}) = -۴$$

$$y = \frac{x}{۲}$$

x	۲	۰
y	۱	۰

$$y = x + ۴$$

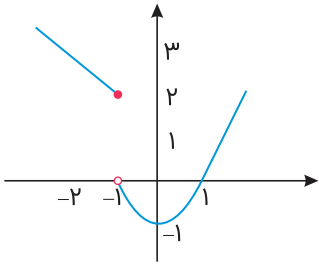
x	۳	۴
y	۷	۸



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x > -1 \quad (1) \\ -x + 1 & ; x \leq -1 \quad (2) \end{cases}$$

رسم (۱) سهمی $\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 1 \\ \hline y & 0 & -1 & 0 \end{array}$

رسم (۲) خط $\begin{array}{c|cc} x & -2 & -1 \\ \hline y & 3 & 2 \end{array}$

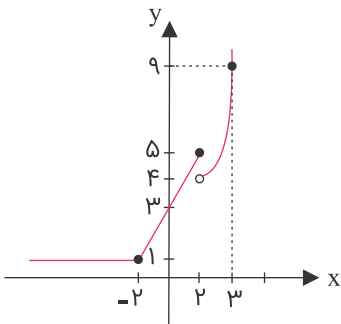


$$f(2) = (2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$f(-3) = -(-3) + 1 = 4$$

$$f(f(-3)) = f(4) = (4)^2 - 1 = 15$$

تابع چندضابطه‌ای داده شده دارای ۳ قطعه است. $f(x) = x^2$ ، قسمتی از سهمی است و $f(x) = 3 + x$ ، قسمتی از یک خط است و $f(x) = 1$ تابعی ثابت است.



دامنه تابع داده شده دارای ۲ قسمت است؛ یکی $-۳ < x < ۲$ و دیگری $۲ < x \leq ۴$ و اگر معادله خطها را بنویسیم، داریم:
اگر $-۳ < x < ۲$:

$$A \begin{vmatrix} -۳ \\ -۲ \end{vmatrix}, \quad B \begin{vmatrix} ۲ \\ ۳ \end{vmatrix}$$

$$m = \frac{-۲ - ۳}{-۳ - ۲} = \frac{-۵}{-۵} = ۱$$

$$y - ۳ = ۱(x - ۲) \Rightarrow y = x + ۱$$

و اگر $۲ < x \leq ۴$ باشد، داریم $f(x) = ۱$ که تابعی ثابت می باشد.
بنابراین داریم:

$$f(x) = \begin{cases} x + ۱ & ; -۳ < x < ۲ \\ ۱ & ; ۲ < x \leq ۴ \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -۲x + ۲ & ; x \leq ۱ \\ ۳x - ۳ & ; ۱ < x \leq ۲ \\ ۳ & ; x > ۲ \end{cases}$$

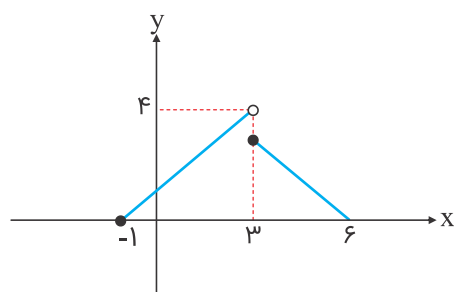
$$(۱, ۰), (۰, ۲) \Rightarrow m = \frac{۲ - ۰}{۰ - ۱} = -۲, \quad y = -۲(x - ۱) = -۲x + ۲$$

$$(۱, ۰), (۲, ۳) \Rightarrow m = \frac{۳ - ۰}{۲ - ۱} = \frac{۳}{۱} = ۳, \quad y = ۳(x - ۱) = ۳x - ۳$$

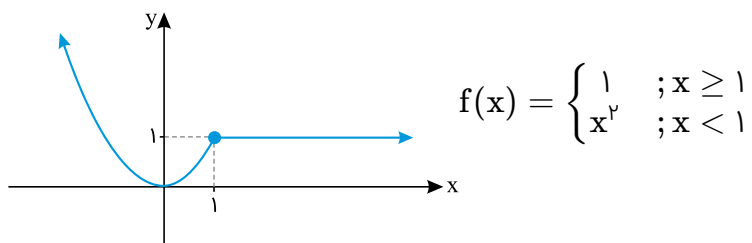
تابع سه قسمت است، پس سه ضابطه ای می باشد.

$$f(x) = \begin{cases} ۲ & x \geq ۲ \\ x & ۰ \leq x \leq ۲ \\ -x & x < ۰ \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x + ۱ & ; -۱ \leq x < ۳ \\ -x + ۶ & ; ۳ \leq x \leq ۶ \end{cases}$$



۴۲



۴۳

$$\begin{aligned} f\left(\frac{2}{3}\right) &= b \Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = 3\left(\frac{2}{3}\right) + 2 = 4 \\ \Rightarrow b &= 4 \Rightarrow f(4) = (4)^2 - 3(4) \\ &= 16 - 12 = 4 \end{aligned}$$

۴۴

$$a = 2, b = 7, c = 6 \Rightarrow a + b + c = 15$$

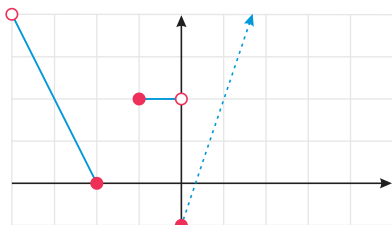
۴۵

$$b = 4$$

$$a + b = 4 \Rightarrow a + 4 = 4 \Rightarrow a = 0$$

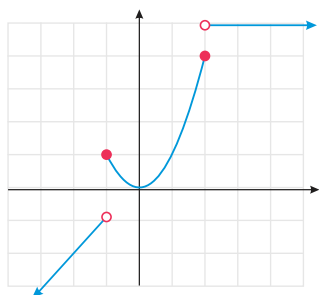
۴۶

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & ; x \geq 0 \\ 2 & ; -1 \leq x < 0 \\ -2x - 5 & ; -4 < x \leq -2 \end{cases}$$



پاسخ سؤال ۴۷

نادرست ۴۷



$$f(\sqrt{2}) + f(3) = 2 + 5 = 7$$

$$\begin{cases} m - n = 2 \\ m + n = 2 \end{cases}$$

$$2m = 4$$

$$m = 2, n = 0$$

$$f(\sqrt{2}) = -(\sqrt{2})^2 = -2$$

$$f(-1) = -1^2 = -1 \Rightarrow f(f(1)) = f(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$a - 1 = 2 \Rightarrow a = 2 + 1 \Rightarrow a = 3$$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$a.b = 3$$

پاسخ سؤال ۵۲

$$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1$$

$$2 + (-1) = 1$$

$$a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4, \quad c = 6, \quad 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

$$\frac{a+c}{b} = \frac{4+6}{5} = 2$$

$$f(0) = 0^2 + 1 = 1$$

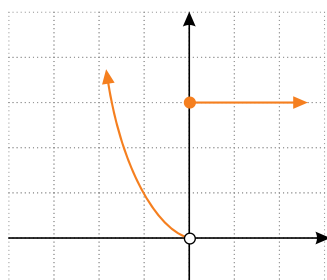
$$f(2) = 2^2 + 1 = 5 \quad \text{یا } \{1, 2, 5\}$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

پاسخ سؤالات ۵۶ تا ۵۷

صفر یا ۰

۳ یا $(n+1)$



$$f(0) = 3, \quad f(-4) = 16$$

$$\underbrace{\text{sign}(x^2 + 1)}_{\text{همواره مثبت}} - \underbrace{\text{sign}(-x^2 - 2)}_{\text{همواره منفی}} = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

$$[x - 5] = 12 \Rightarrow 12 \leq x - 5 < 13 \xrightarrow{+5} 17 \leq x < 18$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \Rightarrow \text{sign}(x) \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

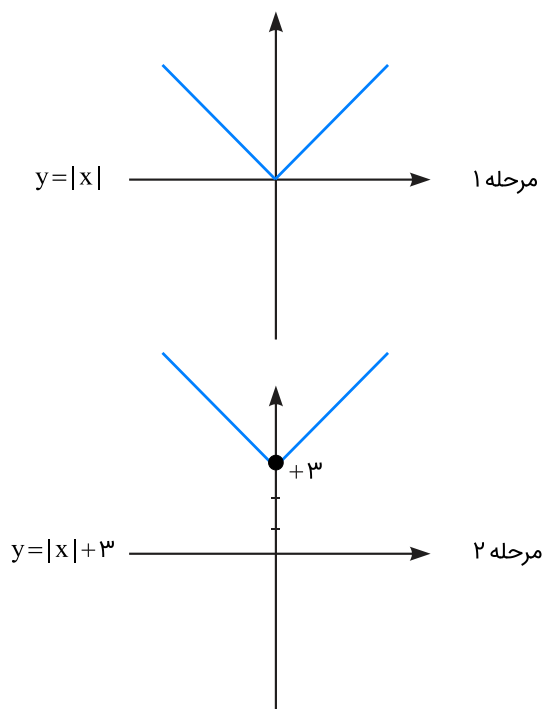
$$g(x) = -2 \Rightarrow \{(-1, -2), (5, -2), (0, -2)\}$$

$$h(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow \{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (-2, 2), (0, 0)\}$$

$$\text{sign}(\frac{1}{2}) = 1 \quad \text{sign}(-0/2) = -1$$

$$[-2/1] = -3 \quad [\sqrt{3}] = 1$$

$$1 - 3 - (-1) + 1 = 1 - 3 + 1 + 1 = 0 \quad \text{حاصل}$$



باتوجه به تعریف قدرمطلق:

$$|u| = \begin{cases} u & ; u \geq 0 \\ -u & ; u < 0 \end{cases}$$

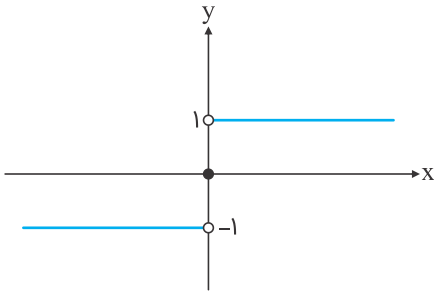
$$\Rightarrow f(x) = |2x + 1| - 4 = \begin{cases} (2x + 1) - 4 & ; 2x + 1 \geq 0 \\ -(2x + 1) - 4 & ; 2x + 1 < 0 \end{cases}$$

برای تعیین حدود x داریم:

$$\begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ 2x + 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq -1 \\ 2x < -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

درنتیجه ضابطه تابع به صورت زیر مشخص می شود:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & ; x \geq -\frac{1}{2} \\ -2x - 5 & ; x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

می‌دانیم تابع علامت عبارت است از:

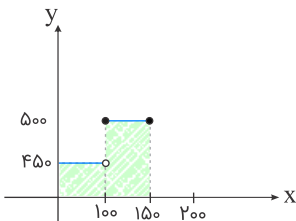
$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$A = 2 \underbrace{\text{Sign}\left(\frac{1}{2}\right)}_{+} - \underbrace{\text{Sign}\left(\frac{-2}{5}\right)}_{-} = 2 \times 1 - (-1) = 3$$

داریم:

$$\begin{aligned} \lceil \sqrt{3} \rceil &= \lceil 1/7 \rceil = 1 \\ \lfloor -2/3 \rfloor &= -3 \end{aligned} \Rightarrow 1 - (-3) = 4$$

$$\text{هزینه برق} = 100 \times 450 + 50 \times 500 = 45000 + 25000 = 70000$$



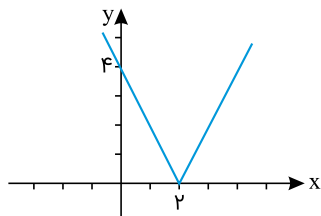
$$\begin{aligned} \frac{\lceil \pi \rceil + \lceil 0/7 \rceil}{\lfloor -1/4 \rfloor + \lfloor -0/5 \rfloor} &= \frac{3 + 0}{(-2) + (-1)} \\ &= \frac{3}{-3} = -1 \end{aligned}$$

$$\lfloor x \rfloor = -5 \Rightarrow -5 \leq x < -4$$

$$f(x) = |2x - 4|$$

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & ; x \geq 2 \\ -2x + 4 & ; x < 2 \end{cases}$$



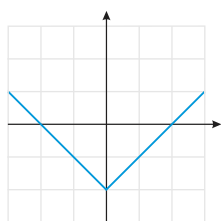
پاسخ سؤال ۷۲

صفر ۷۲

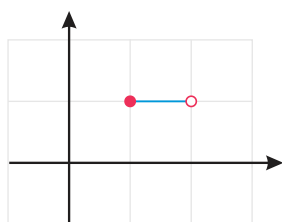
پاسخ سؤال ۷۳

درست ۷۳

۷۴



۷۵

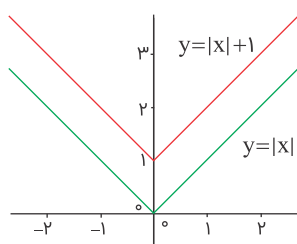


۷۶ .

۷۷ نمودار (۱) نمودار تابع $y = -|x| + 1$ و نمودار (۲) نمودار تابع $y = -|x + 1|$ است.

۷۸ $\text{sign}(-1000) = -1$

۷۹ رسم نمودار $y = |x|$ و رسم نمودار $y = |x| + 1$:



۸۰ روش اول:

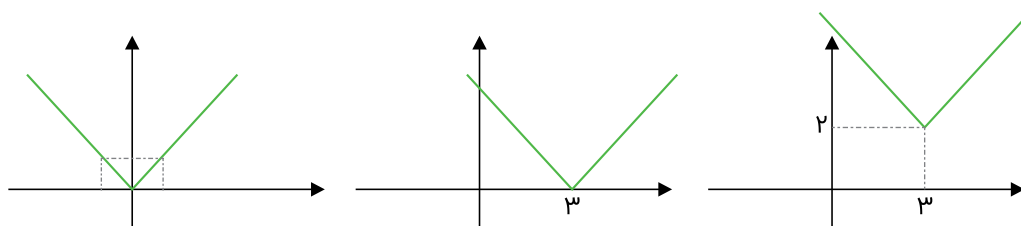
$$1000000 - 800000 = 200000$$

$$200000 \times \frac{10}{100} = 20000$$

روش دوم:

$$(800000 \times 0) + (200000 \times \frac{10}{100}) = 20000$$

۸۱





۱ اگر $f : \{(-4, 13), (-1, 7), (0, 5), (\frac{5}{4}, 0), (3, -5)\}$

و $g : \{(-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2), (9, 6)\}$ توابع $f + g$ و $f - g$ و $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

۲ اگر $f = \{(7, 1), (6, 2), (3, 0)\}$, $g = \{(7, 4), (3, 3), (1, 2)\}$ دو تابع باشند توابع $f \times g$, $f - g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۳ اگر $f = \{(-1, 2), (-3, a), (-2, 5)\}$ و $g = \{(-3, -4), (-2, b), (1, -1)\}$ و $f \times g = \{(-3, \frac{1}{p}), (-2, -5)\}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۴ اگر $f = \{(1, 4), (2, 1), (-1, 2), (0, 5)\}$ و $g = \{(2, -2), (0, 2), (5, 3)\}$ باشند، آنگاه حاصل $f \times g$ و $\frac{2f}{g}$ را بیابید.

۵ باتوجه به دو تابع f و g توابع زیر را مشخص کنید.

$$f = \{(-3, 2), (-2, 6), (-1, 4), (2, 5)\}$$

$$g = \{(-3, -8), (-2, -6), (-1, -4), (5, 2)\}$$

الف

$$f + g$$

ب

$$g - f$$

۶ اگر $f = \{(0, 2), (-1, 1), (1, 4)\}$ و $g = \{(1, 2), (0, 4), (5, 0)\}$ باشند، حاصل $2f \times g$ را بیابید.

۷ اگر $f = \{(1, 4), (8, 10), (-5, 30)\}$ و $g = \{(0, 1), (1, -1), (-5, 10)\}$ باشند، در این صورت مجموع اعضای برد تابع $f + g$ را به دست آورید.

۸ اگر $f(x) = \sqrt{5x+6}$ و $g(x) = \left[-\frac{x}{4}\right]$ باشد، حاصل $(f - g)(15)$ را بیابید.

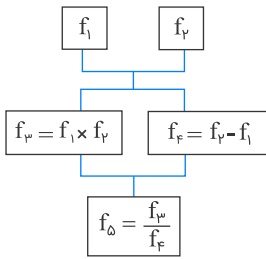
۹ اگر $f(x) = x + 5$ و $g(x) = x + 3$ باشد، ضابطه تابع $fg - g^2$ را بیابید.

۱۰ اگر $f(x) = 3x - 5$ و $g(x) = 4x^2 - 9$ باشد، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بیابید.

۱۱ اگر $f(x) = 4x^2 + 7x - 2$ و $g(x) = 3x^2 - 5x + 2$ باشد، دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بیابید.

۱۲ اگر $f(x) = |x^2 - 3x|$ و $g(x) = \text{Sign}(x)$ باشد، حاصل $(\frac{g}{f})(-2)$ را به دست آورید.

۱۳ اگر $f_1(x) = x - 2$ و $f_2(x) = 3x + 1$ باشد، باتوجه به درخت زیر $f_\Delta(3)$ را بیابید.



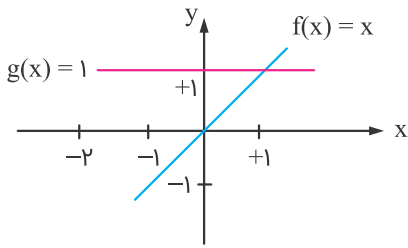
۱۴ اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = 2x - 2$ آن گاه دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.

۱۵ اگر دامنه تابع f برابر $-1 \leq x < 4$ و دامنه تابع g برابر $-2 < x < 8$ باشد، دامنه تابع $f \times g$ را بیابید.

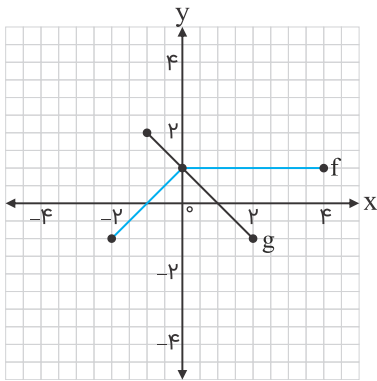
۱۶ اگر $f(x) = -|x - 1|$ و $g(x) = [2x - 3]$ ، آنگاه حاصل $(\frac{g}{f})(\frac{1}{p})$ کدام است؟

۱۷ اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 1$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $1 \leq x \leq 2$ باشد، نمودار و ضابطه $f(x) + g(x)$ را بیابید.

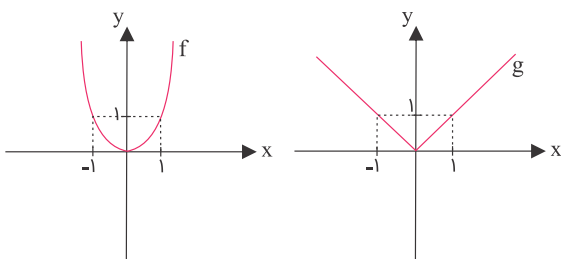
۱۸ به کمک نمودارهای رسم شده توابع f و g ، نمودار کلی تابع $f + g$ را رسم کنید.



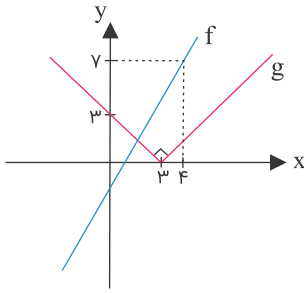
۱۹ باتوجه به نمودارهای f و g ، نمودار $f + g$ را رسم کنید.



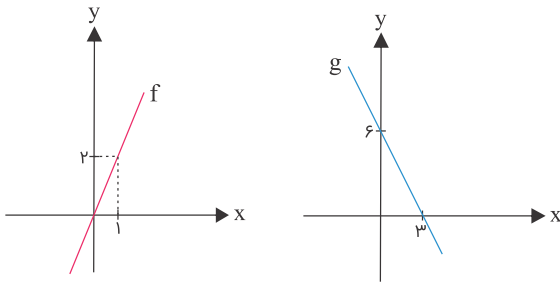
۲۰ اگر نمودارهای f و g به صورت زیر باشند، حاصل $\frac{(f+g)(-3)}{(f-g)(-2)}$ را بیابید.



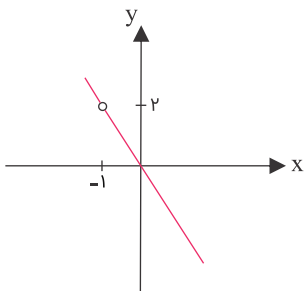
۲۱ باتوجه به شکل زیر حاصل $(f + g)(۲)$ را به دست آورید.



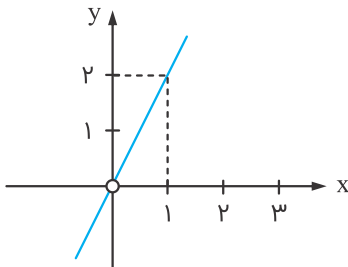
۲۲ اگر نمودار g و f مطابق شکل زیر باشد، نمودار $f + g$ را رسم کنید.



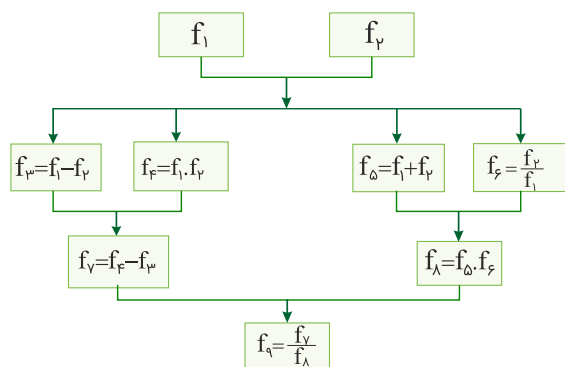
۲۳ اگر $f(x) = ۵x^۲$ و نمودار $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت زیر باشد، ضابطه $g(x)$ را بیابید.



۲۴ اگر $f(x) = x^۲$ ، و تابع $\frac{f}{g}(x)$ به صورت نمودار زیر باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید.



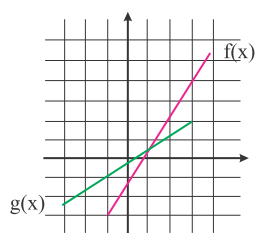
۲۵ باتوجه به ضابطه $f_۱(x) = |۱ - x|$ و $f_۲(x) = x^۲ - ۱$ ، درخت زیر را به ازای $x = ۲$ کامل کنید.



۲۶ اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 1$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $1 \leq x \leq 2$ و $h(x) = x^2 - 4$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ در نظر گرفته شوند، جدول زیر را کامل کنید.

نمودار تابع	دامنه تابع	ضابطه تابع	تابع خواسته شده
		$s(x) =$	$s(x) = f(x) + g(x)$
		$t(x) =$	$t(x) = \frac{h(x)}{f(x)}$
		$p(x) =$	$p(x) = h(x) \times g(x)$

۲۷ در شکل مقابل نمودار دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ داده شده است. نمودار تابع $(f - g)(x)$ را رسم کنید.



۲۸ توابع $f = \{(1, 2), (3, 7), (5, 2)\}$ و $g = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5), (7, 1)\}$ داده شده است. موارد خواسته شده را بنویسید.

الف تابع $f - g$ به صورت زوج مرتب

ب برد $\frac{f}{g}$

۲۹ اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$ و تابع $(\frac{f}{g})(x) = x + 1$ باشد، تابع $g(x)$ را بنویسید.

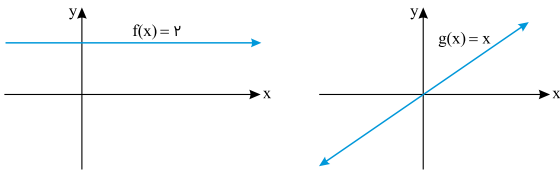
۳۰ اگر $f(x) = |x^2 - 5x|$ و $g(x) = x + 1$ باشند، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$(f + g)(0) =$$

$$(f \cdot g)(1) =$$

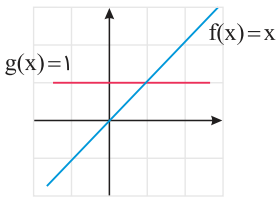
$$(\frac{g}{f})(3) =$$

۳۱ اگر نمودارهای توابع f و g به صورت زیر باشد، نمودار تابع $f + g$ را رسم کنید.



۳۲ اگر $f = \{(1, 4), (2, 8), (5, 0), (9, 0)\}$ و $g = \{(2, -1), (5, 3), (1, 6), (7, 8)\}$ باشند، توابع $f + g$ و $\frac{f}{g}$ را به همراه دامنه آن‌ها، مشخص کنید.

۳۳ به کمک نمودارهای رسم شده f و g ، نمودار تابع $f + g$ را در نقاط $x = 0$ و $x = 1$ مشخص کنید، سپس تابع $f + g$ را رسم کنید.



۳۴ اگر $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 4$ باشد، ضابطه و دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.

۳۵ اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = |x|$ باشد، نمودار $\frac{f}{g}$ را رسم کنید.

۳۶ اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g = \{(1, 0), (-1, 3), (3, 7)\}$ باشد، آنگاه حاصل عبارات زیر را بیابید.

الف

$$D_{f-g}$$

ب

$$(2f)(-3g)(1)$$

۳۷ اگر $f = \{(-2, 1), (3, 4), (2, -5), (1, 1)\}$ و $g = \{(5, -2), (3, -7), (1, 0)\}$ باشد، آنگاه حاصل توابع زیر را بیابید.

الف

$$\frac{f}{g}$$

ب

$$f - g$$

۳۸ اگر $f = \{(1, -1), (3, 2), (2, -2), (-3, 0)\}$ و $g = \{(0, 3), (2, -2), (3, 1), (1, 0)\}$ دو تابع باشند:

الف

دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

ب

تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.

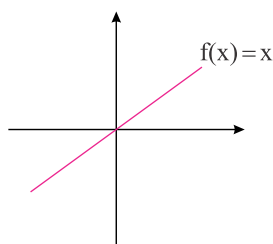
۳۹ اگر $f = \{(1, 0), (-1, 2), (3, 7)\}$ و $g = \{(-1, 4), (2, 5), (1, 8)\}$ باشد، توابع زیر را مشخص کنید:

الف $f - g$

ب $\frac{f}{g}$

۴۰ نمودار تابع f به صورت زیر داده شده است.

اگر $g(x) = 1$ باشد، ابتدا ضابطه تابع $f + g$ را نوشته، سپس نمودار آن را رسم کنید.



اگر $f = \{(2, 5), (-1, 0), (3, 7)\}$ و $g = \{(2, 2), (3, 6), (0, 1)\}$ باشد:

۴۱ توابع $f - g$ و $f \times g$ را مشخص کنید.

۴۲ مقدار $(\frac{f}{g})(2)$ را حساب کنید.

۴۳ توابع $f(x) = x + 5$ و $g(x) = \frac{4x}{x^2 - 7x}$ داده شده اند.

الف دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

ب حاصل $(f \cdot g)(1)$ را تعیین کنید.

۴۴ اگر $f = \{(0, 1), (1, 2), (3, 4)\}$ و $g = \{(-2, 1), (0, 0), (1, 5), (3, 3)\}$ دو تابع باشند:

الف $(f + g)(1)$ را به دست آورید.

ب تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج های مرتب مشخص کنید.

۴۵ دو تابع $f(x) = 3x^2 - 1$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ داده شده اند.

الف مقدار $(f - 3g)(1)$ را محاسبه کنید.

۴۶ اگر $f = \{(0, 2), (1, -1), (3, -\frac{1}{4}), (-2, 3), (-1, 0)\}$ و $g = \{(2, \sqrt{2}), (-1, 2), (\frac{1}{4}, 3), (1, \frac{3}{4})\}$ باشند:

الف تابع $2f - g$ را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید.

ب مقدار $(\frac{f}{g})(1)$ را محاسبه کنید.

۱

$$(f + g)(x) = \{(-4, 6), (0, 2), (3, -5)\}$$

$$(f - g)(x) = \{(-4, 20), (0, 8), (3, -5)\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \{(-4, -\frac{13}{7}), (0, -\frac{5}{3})\}$$

۲

$$f - g = \{(7, -3), (3, -3)\}$$

$$f \times g = \{(7, 4), (3, 0)\}$$

۳

$$D_f = \{-1, -3, -2\}, \quad D_g = \{-3, -2, 1\}$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{-3, -2\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-3) = a \\ g(-3) = -4 \\ (f \times g)(-3) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -4a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$$\begin{cases} f(-2) = 5 \\ g(-2) = b \\ (f \times g)(-2) = -5 \end{cases} \Rightarrow 5b = -5 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-1}{-\frac{1}{8}} = 8$$

۴

$$D_f \cap D_g \Rightarrow \{2, 0\}$$

$$f \times g = \{(2, -2), (0, 10)\}, \quad \frac{2f}{g} = \{(2, -1), (0, 5)\}$$

۵

 ابتدا دامنه مشترک دو تابع f و g را مشخص می‌کنیم.

الف

$$D_f = \{-3, -2, -1, 2\}, \quad D_g = \{-3, -2, -1, 5\}, \quad D_f \cap D_g = \{-3, -2, -1\}$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\begin{cases} (f + g)(-3) = f(-3) + g(-3) = 2 + (-8) = -6 \\ (f + g)(-2) = f(-2) + g(-2) = 6 + (-6) = 0 \\ (f + g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 4 + (-4) = 0 \end{cases}$$

$$f + g = \{(-3, -6), (-2, 0), (-1, 0)\}$$

$$(g - f)(x) = g(x) - f(x)$$

$$\begin{cases} (g - f)(-3) = g(-3) - f(-3) = -8 - 2 = -10 \\ (g - f)(-2) = g(-2) - f(-2) = -6 - 6 = -12 \\ (g - f)(-1) = g(-1) - f(-1) = -4 - 4 = -8 \end{cases}$$

$$g - f = \{(-3, -10), (-2, -12), (-1, -8)\}$$

$$D_f \cap D_g : \{0, 1\}$$

$$2f \times g = \{(0, 16), (1, 16)\}$$

برای یافتن $f + g$ باید دامنه مشترک f و g را بیابیم.

$$D_f \cap D_g = \{1, -5\}$$

$$f + g = \{(1, 4 - 1), (-5, 30 + 10)\} = \{(1, 3), (-5, 40)\}$$

$$f + g \text{ برد تابع} = \{3, 40\} \Rightarrow \text{مجموع اعضای برد} = 3 + 40 = 43$$

$$\begin{aligned} (f - g)(15) &= f(15) - g(15) = \sqrt{5(15) + 6} - \left[-\frac{15}{4}\right] \\ &= \sqrt{81} - [-3/4] = 9 - (-4) = 13 \end{aligned}$$

$$g^r(x) = (g(x))^r = (x + 3)^r = x^r + 6x + 9$$

$$(f \times g)(x) = (x + 5)(x + 3) = x^r + 8x + 15$$

$$\begin{aligned} g^r(x) - (f \times g)(x) &= (x^r + 6x + 9) - (x^r + 8x + 15) \\ &= x^r + 6x + 9 - x^r - 8x - 15 = -2x - 6 \end{aligned}$$

طبق تعریف داریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

ازطرفی $D_g = \mathbb{R}$ و $D_f = \mathbb{R}$ و با حل $g(x) = 0$ داریم:

$$4x^r - 9 = 0 \Rightarrow 4x^r = 9 \Rightarrow x^r = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \left\{\pm \frac{3}{2}\right\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

تابع f و g چندجمله‌ای هستند پس $D = \mathbb{R}$. فقط باید x هایی که $g(x)$ را صفر می‌کند به دست آوریم؛ پس معادله $3x^2 - 5x + 2 = 0$ را حل می‌کنیم و چون مجموع ضرایب صفر است، داریم:

$$x = 1, \quad x = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \left\{1, \frac{2}{3}\right\}$$

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + b + c = 0$ باشد، ریشه‌ها عبارت‌اند از: $x = 1$, $x = \frac{c}{a}$.

$$\left(\frac{g}{f}\right)(-2) = \frac{g(-2)}{f(-2)} = \frac{\text{Sign}(-2)}{|4 + 6|} = \frac{-1}{10}$$

می‌دانیم در تابع علامت داریم:

$$\text{Sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x > 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \\ -1 & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

ضابطه‌های f_3 و f_4 و f_5 را به دست می‌آوریم و در نهایت در ضابطه f_5 به جای x ها عدد ۳ می‌گذاریم:

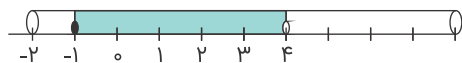
$$f_3 = f_1 \times f_2 = (x - 2)(3x + 1) = 3x^2 + x - 6x - 2 = 3x^2 - 5x - 2$$

$$f_4 = f_2 - f_1 = (3x + 1) - (x - 2) = 3x + 1 - x + 2 = 2x + 3$$

$$f_5 = \frac{f_3}{f_4} = \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x + 3} \Rightarrow f_5(3) = \frac{27 - 15 - 2}{2(3) + 3} = \frac{10}{9}$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \mathbb{R} \Rightarrow g = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{1\}$$



$$D_f \cap D_g : -1 \leq x < 4$$

$$D_{f \times g} : -1 \leq x < 4$$

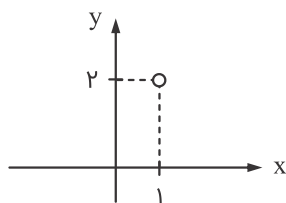
$$f\left(\frac{1}{\nu}\right) = -\left|\frac{1}{\nu} - 1\right| = -\left|-\frac{1}{\nu}\right| = -\frac{1}{\nu}$$

$$g\left(\frac{1}{\nu}\right) = [\nu\left(\frac{1}{\nu}\right) - \mathfrak{z}] = [1 - \mathfrak{z}] = [-\nu] = -\nu$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)\left(\frac{1}{\nu}\right) = \frac{g\left(\frac{1}{\nu}\right)}{f\left(\frac{1}{\nu}\right)} = \frac{-\nu}{-\frac{1}{\nu}} = \mathfrak{r}$$

$$D_{(f+g)} = D_f \cap D_g = (\circ \leq x \leq 1) \cap (1 \leq x \leq \nu) = \{1\}$$

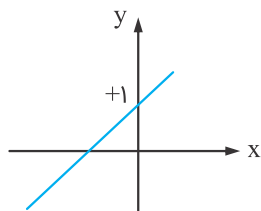
$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = [x] + |x| = [1] + |1| = \nu$$



$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x + 1$$

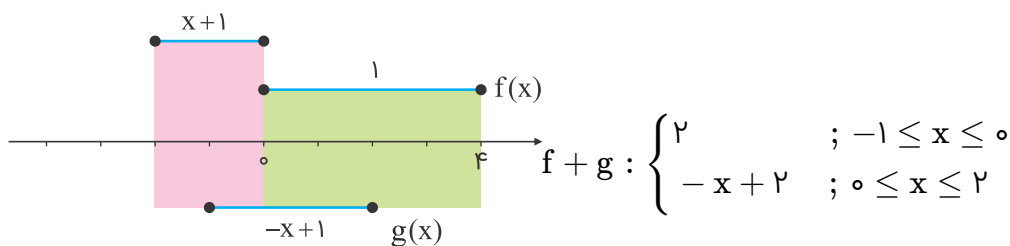
x	y
o	1
1	\nu

$$D_{(f+g)} = \mathbb{R}$$

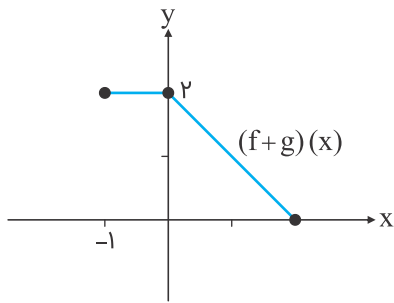


$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; \circ \leq x \leq \mathfrak{r} \\ x + 1 & ; -\nu \leq x \leq \circ \end{cases}$$

$$g(x) = -x + 1$$



$$f+g : \begin{cases} \nu & ; -1 \leq x \leq \circ \\ -x + \nu & ; \circ \leq x \leq \mathfrak{r} \end{cases}$$



باتوجه به شکل‌های دو تابع و نقاط داده شده روی آن‌ها داریم:

۲۰

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = |x|$$

$$\frac{(f+g)(-3)}{(f-g)(-2)} = \frac{f(-3) + g(-3)}{f(-2) - g(-2)} = \frac{9 + 3}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6$$

ابتدا ضابطه f و g را به دست می‌آوریم و از آنجا که تابع مجموع را در $x = 2$ خواسته، کافی است ضابطه تابع g را در حالتی که $x \leq 3$ است، به دست آوریم:

۲۱

$$f: \left| \begin{array}{cc} 4 & 0 \\ 1 & 0 \end{array} \right| \Rightarrow m = \frac{4}{1}, y = \frac{4}{1}x \Rightarrow f(x) = \frac{4}{1}x$$

$$g: \left| \begin{array}{cc} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{array} \right| \Rightarrow m' = -1 \Rightarrow y = -x + 3 \Rightarrow g(x) = -x + 3$$

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = \frac{4}{1}(2) + (-2 + 3) = \frac{4}{1} + 1 = \frac{5}{1}$$

تابع f از نقاط $\left| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{array} \right|$ می‌گذرد، بنابراین معادله خط f عبارت است از:

۲۲

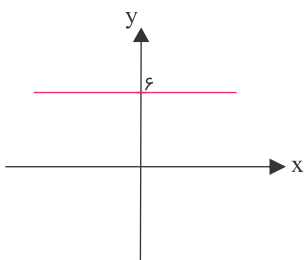
$$m = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2 \Rightarrow y - 0 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x \Rightarrow f(x) = 2x$$

و تابع g از نقاط $\left| \begin{array}{cc} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{array} \right|$ می‌گذرد، پس داریم:

$$m = \frac{0 - 3}{6 - 0} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 0) \Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$f + g = 2x + \left(-\frac{1}{2}x + 3\right) = \frac{3}{2}x + 3$$

پس نمودار $f + g$ به صورت زیر می‌باشد:



ضابطه $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ را باتوجه به نمودار به دست می آوریم.

دو نقطه از آن داریم: $\left. \begin{matrix} -1 \\ 2 \end{matrix} \right|_0$ ، پس:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = -2(x - 0)$$

$$\Rightarrow y = -2x$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow -2x = \frac{\Delta x^2}{g(x)}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{\Delta x^2}{-2x} \Rightarrow g(x) = -\frac{\Delta}{2}x, \quad x \neq -1$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2}{g(x)} = 2x \Rightarrow x^2 = 2xg(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{\cancel{x^2}}{2\cancel{x}} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{2}$$

$$f_1(x) = |1 - x| \xrightarrow{x=2} f_1 = |1 - 2| = |-1| = 1$$

$$f_2(x) = x^2 - 1 \xrightarrow{x=2} f_2 = 2^2 - 1 = 3$$

$$f_3 = f_1 - f_2 = 1 - 3 = -2, \quad f_4 = f_1 \cdot f_2 = 1 \times 3 = 3$$

$$f_5 = f_1 + f_2 = 1 + 3 = 4, \quad f_6 = \frac{f_2}{f_1} = \frac{3}{1} = 3$$

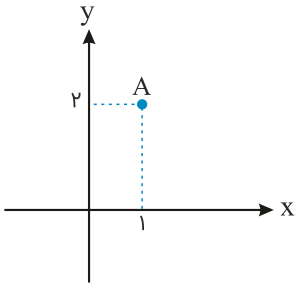
$$f_7 = f_4 - f_3 = 3 - (-2) = 5$$

$$f_8 = f_5 \cdot f_6 = 4 \times 3 = 12$$

$$f_9 = \frac{f_7}{f_8} = \frac{5}{12}$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{0 \leq x \leq 1\} \cap \{1 \leq x \leq 2\} = \{1\}$$

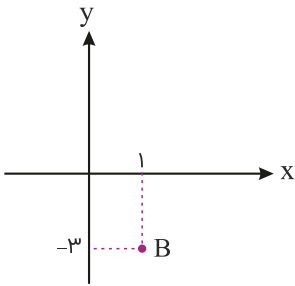
$$f(x) + g(x) = [x] + |x| \xrightarrow{x \text{ فقط می‌تواند ۱ باشد}} y = [1] + |1| \\ = 1 + 1 = 2 \Rightarrow A(1, 2)$$



$$D_{\frac{h}{f}} = D_f \cap D_h - \{x | f(x) = 0\}$$

$$= \{0 \leq x \leq 1\} \cap \{-1 \leq x \leq 1\} - \underbrace{\{x | [x] = 0\}}_{0 \leq x < 1} = \{1\}$$

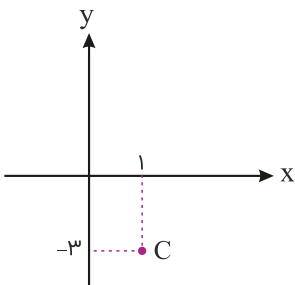
$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{x^2 - 2}{[x]} \xrightarrow{x \text{ فقط می‌تواند ۱ باشد}} y = \frac{1^2 - 2}{[1]} = \frac{-1}{1} = -1 \Rightarrow B(1, -1)$$



$$D_{h \cdot g} = D_h \cap D_g = \{-1 \leq x \leq 1\} \cap \{1 \leq x \leq 2\} = \{1\}$$

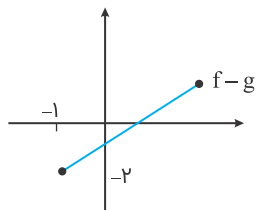
$$(h \times g)(x) = (x^2 - 2) \times |x|$$

$$\xrightarrow{x=1} y = (1^2 - 2) \times |1| = -1 \Rightarrow C(1, -1)$$



$$(f - g)(-۱) = f(-۱) - g(-۱) = -۳ - (-۱) = -۲$$

$$(f - g)(۳) = f(۳) - g(۳) = ۲$$



$$f - g = \{(۱, -۲), (۳, ۲)\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(۱, \frac{۱}{۲} \right), \left(۳, \frac{۷}{۵} \right) \right\} \Rightarrow R = \left\{ \frac{۱}{۲}, \frac{۷}{۵} \right\}$$

$$f(x) = x^۲ - ۲x - ۳$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x + ۱$$

$$g(x) = ?$$

$$f(x) = x^۲ - ۲x - ۳$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - ۳)(x + ۱)$$

$$\Rightarrow g(x) = (x - ۳)$$

$$f(x) = |x^۲ - ۵x| \quad g(x) = x + ۱$$

$$f(۰) = |(۰)^۲ - ۵(۰)| = ۰$$

$$g(۰) = ۰ + ۱ = ۱$$

$$(f + g)(۰) = f(۰) + g(۰) = ۰ + ۱ = ۱$$

$$f(۱) = |(۱)^۲ - ۵(۱)| = |۱ - ۵| = |-۴| = ۴$$

$$g(۱) = ۱ + ۱ = ۲$$

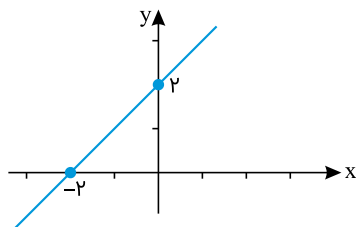
$$(f \cdot g)(۱) = f(۱) \cdot g(۱) = ۴ \times ۲ = ۸$$

$$f(۳) = |۳^۲ - ۵(۳)| = |۹ - ۱۵| = |-۶| = ۶$$

$$g(۳) = ۳ + ۱ = ۴$$

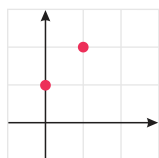
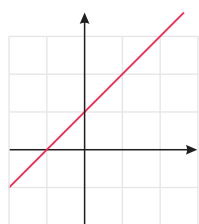
$$\left(\frac{g}{f}\right)(۳) = \frac{g(۳)}{f(۳)} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= ۲ & D_f &= \mathbb{R} \\g(x) &= x & D_g &= \mathbb{R} \\(f+g)(x) &= ۲+x \\D_{f+g} &= D_f \cap D_g = \mathbb{R}\end{aligned}$$

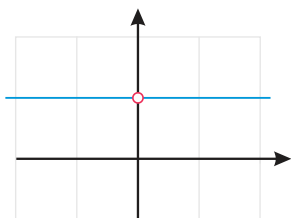


$$\begin{aligned}f &= \{(۱, ۴), (۲, ۱), (۵, ۰), (۹, ۰)\} \\D_f &= \{۱, ۲, ۵, ۹\} \\g &= \{(۲, -۱), (۵, ۳), (۱, ۶), (۷, ۱)\} \\D_g &= \{۲, ۵, ۱, ۷\} \\f+g &= \{(۱, ۱۰), (۲, ۷), (۵, ۳)\} \\D_{f+g} &= D_f \cap D_g = \{۱, ۲, ۵\} \\\frac{f}{g} &= \{(۱, \frac{۴}{۶}), (۲, -۱), (۵, ۰)\} \\D_{\frac{f}{g}} &= D_f \cap D_g - \{x|g = ۰\} = \{۱, ۲, ۵\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x = ۰ &\Rightarrow f(۰) + g(۰) = ۰ + ۱ = ۱ \\x = ۱ &\Rightarrow f(۱) + g(۱) = ۱ + ۱ = ۲\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\frac{f}{g}(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x+۲}{x-۱}}{x^۲-۴} = \frac{x+۲}{(x-۱)(x^۲-۴)} = \frac{۱}{(x-۱)(x-۲)} \\D_{\frac{f}{g}} &= D_f \cap D_g - \{x|g(x) = ۰\} = (\mathbb{R} - \{۱\}) \cap \mathbb{R} - \{۲, -۲\} = \mathbb{R} - \{۱, ۲, -۲\}\end{aligned}$$



$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{|x|}{|x|} = 1$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \{1, -1, 3\} = \{1, -1, 3\}$$

$$(2f)(-3g)(1) = 2f(1) \times -3g(1) = 2(2) \times (-3)(0) = 0$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(3, -\frac{4}{3} \right) \right\}$$

تابع $\frac{f}{g}$ در $x = 1$ تعریف نشده است.

$$f - g = \{(3, 1), (1, 1)\}$$

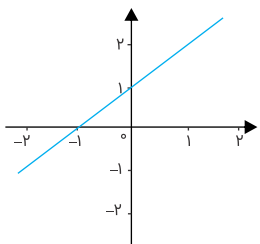
$$D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{3, 2\}$$

$$\frac{f}{g} = \{(3, 2), (2, 1)\}$$

$$f - g = \{(-1, -2), (1, -8)\}$$

$\frac{g}{f}$ در $x = 0$ تعریف نشده است $\frac{g}{f} = \{(-1, 2)\}$

$$f(x) + g(x) = x + 1$$



۴۱

$$\text{دامنه مشترک} = \{۲, ۳\}$$

$$f - g = \{(۲, ۳), (۳, ۱)\}$$

$$f \times g = \{(۲, ۱۵), (۳, ۴۲)\}$$

۴۲

$$\left(\frac{f}{g}\right)(۲) = \frac{f(۲)}{g(۲)} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

۴۳

الف

$$D_f = \mathbb{R} \text{ و } D_g = \mathbb{R} - \{۰, ۷\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | f(x) = ۰\} = \mathbb{R} - \{۰, -۵, ۷\}$$

ب

$$(f \cdot g)(۱) = f(۱) \times g(۱) = ۶ \times \left(\frac{-۴}{۶}\right) = -۴$$

۴۴

الف

$$(f + g)(۱) = f(۱) + g(۱) = ۲ + ۵ = ۷$$

ب

$$\frac{f}{g} = \left\{\left(۱, \frac{۲}{۵}\right), \left(۳, \frac{۴}{۳}\right)\right\}$$

۴۵

الف

$$(f - ۳g)(۱) = f(۱) - ۳g(۱) = ۲ - ۳\left(-\frac{۱}{۳}\right) = ۳$$

۴۶

الف

$$۲f - g = \left\{\left(۱, -\frac{۷}{۲}\right), (-۱, -۲)\right\}$$

ب

$$\left(\frac{f}{g}\right)(۱) = -\frac{۲}{۳}$$