

نویدپورزکی

فصل اول : منطق و استدلال ریاضی

۱- عبارت مطرح شده در کدام گزینه، گزاره محسوب نمی‌شود؟

- ① ریاضی، دشوارترین درس کنکور است.
 ② ایران، منابع نفت و گاز خود را به خارج صادرات نمی‌کند.
 ③ جمع دو عدد گنگ، می‌تواند گویا باشد.
 ④ حاصل a^2 همواره نامنفی است، $(a \in \mathbb{R})$

۲- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، کدام گزینه در مورد ستون نتیجه گزاره $[(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$ در جدول ارزش گذاری درست است؟

- ① شامل ۴ ردیف نادرست است.
 ② شامل ۲ ردیف نادرست و ۲ ردیف درست است.
 ③ شامل ۳ ردیف نادرست و یک ردیف درست است.
 ④ شامل ۳ ردیف درست و یک ردیف نادرست است.

۳- با توجه به جدول زیر در جاهای خالی، چه ارزش‌هایی باید قرار بگیرند؟

گزاره p : دامنه میان چارکی، تفاضل مُد و میانه است.	گزاره q : $Z \not\subseteq R$	$\sim p \wedge (\sim q \Rightarrow p)$
$\bigcirc$	$\square$	$\triangle$

- ① $\triangle \equiv T$, $\square \equiv T$, $\bigcirc \equiv T$
 ② $\triangle \equiv T$, $\square \equiv F$, $\bigcirc \equiv T$
 ③ $\triangle \equiv F$, $\square \equiv F$, $\bigcirc \equiv F$
 ④ $\triangle \equiv F$, $\square \equiv T$, $\bigcirc \equiv F$

۴- با توجه به جدول زیر، در جاهای خالی، چه ارزش‌هایی باید قرار بگیرند؟ (T یعنی درست و F یعنی نادرست)

$q \vee \sim p$	p	$\sim q$	$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$
F	$\bigcirc$	$\square$	$\triangle$

- ① $\triangle \equiv T, \square \equiv F, \bigcirc \equiv F$
 ② $\triangle \equiv F, \square \equiv T, \bigcirc \equiv F$
 ③ $\triangle \equiv T, \square \equiv T, \bigcirc \equiv T$
 ④ $\triangle \equiv F, \square \equiv T, \bigcirc \equiv T$



۵- کدام یک از گزاره‌های زیر به انتقای مقدم همواره درست است؟

- ① $(p \vee \sim p) \Rightarrow \sim p$ ② $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$ ③ $(p \Leftrightarrow p) \Rightarrow \sim p$ ④ $(p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow p$

۶- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره دارای ارزش درست است؟

- ① $p \Rightarrow \sim q$ ② $p \Rightarrow (p \wedge q)$ ③ $p \Rightarrow (p \vee q)$ ④ $p \wedge (p \Rightarrow q)$

۷- اگر p گزاره‌ای دلخواه باشد، هم‌ارز گزاره $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ کدام است؟

- ① p ② $\sim p$ ③ q ④ $\sim q$

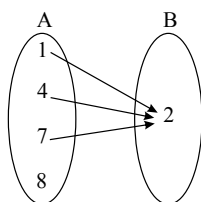
۸- عکس نقیض گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ کدام است؟

- ① $r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ ② $\sim r \Rightarrow (p \wedge q)$ ③ $\sim r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ ④ $r \Rightarrow (p \wedge q)$

۹- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت هم‌ارز گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ همواره کدام است؟

- ① p ② $\sim q$ ③ T ④ F

۱۰- با توجه به گزاره‌های زیر، ارزش گزاره‌های $\sim q \Leftrightarrow \sim (p \wedge q)$ و $(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$ به ترتیب کدام است؟ گزاره p : خط



۳ $y =$ موازی محور x هاست.

گزاره q : نمودار پیکانی مقابل بیان گر تابع است.

- ① T, T ② T, F ③ F, T ④ F, F



۱۱- اگر p گزاره‌ای دلخواه باشد، کدام هم‌ارزی زیر درست است؟

- ① $(p \Rightarrow \sim p) \equiv T$ ② $(p \Leftrightarrow \sim p) \equiv F$
 ③ $[(\sim p \vee F) \wedge (\sim p \wedge F)] \equiv \sim p$ ④ $\sim(\sim p \wedge p) \equiv p$

۱۲- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر همواره درست است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴
 (آ) $p \vee \sim p \equiv T$ (ب) $p \wedge \sim p \equiv F$ (پ) $p \Rightarrow \sim p \equiv F$ (ت) $\sim q \wedge (p \vee \sim q) \equiv q$

۱۳- نقیض گزاره $(\sim q \vee r)$ با کدام گزاره هم‌ارز است؟

- ① $p \wedge (q \vee \sim r)$ ② $p \wedge (q \wedge \sim r)$ ③ $\sim p \wedge (q \wedge \sim r)$ ④ $\sim p \vee (q \wedge \sim r)$

۱۴- گزاره «مجموع جواب‌های معادله $x^2 - 5x + 4 = 0$ برابر است با ۵-» با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

- ① خطی به معادله $y = mx + m - 3$ به‌ازای هر عدد منفی m از ناحیه اول محورهای مختصات نمی‌گذرد.
 ② معادله $3x^2 + 2x - 7 = 0$ دو ریشه حقیقی دارد.
 ③ اگر S مجموع و P حاصل ضرب ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشند، آنگاه آن معادله همواره به صورت $x^2 + Px + S = 0$ است.
 ④ اگر بین ضرایب معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ رابطه $a + b + c = 0$ برقرار باشد، آنگاه یکی از ریشه‌های معادله ۱ و ریشه دیگر $\frac{c}{a}$ است.

۱۵- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و s گزاره‌ای باشد که ارزش آن را ندانیم، آنگاه درباره ارزش گزاره

$((s \vee \sim q) \vee (p \wedge \sim r))$ کدام گزینه درست است؟

- ① به ارزش r بستگی دارد. ② به ارزش s بستگی دارد. ③ همواره درست است. ④ همواره نادرست است.



۱۶- کدام گزاره ارزش درست دارد؟

- (۱) عدد ۷ عددی اول است و کتاب قرآن ۱۲۰ سوره دارد.
 (۲) همهٔ سوره‌های قرآن با بسم‌الله شروع می‌شود و هفته ۷ روز دارد.
 (۳) ارسطو شاگرد افلاطون است و صفر عددی طبیعی است.
 (۴) ماه شهریور ۳۱ روز دارد و $۵ \times ۴ > ۳ \times ۲ + ۲^۳$

۱۷- کدام گزینه یک گزاره است؟

- (۱) $۲^۳ + ۱$ عدد مربع کامل است.
 (۲) حافظ بهترین شاعر ایرانی است.
 (۳) در مصرف آب صرفه جویی کنید.
 (۴) برای موفقیت باید تلاش بیش تر کنید.

۱۸- کدام یک از هم‌ارزی‌های زیر صحیح می‌باشد؟

- (۱) $p \Rightarrow (p \vee \sim q) \equiv p$
 (۲) $q \vee (\sim q \wedge p) \equiv q$
 (۳) $q \wedge (p \vee q) \equiv p$
 (۴) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

۱۹- کدام گزینه، ستون نتیجهٔ جدول زیر را نشان می‌دهد؟

p	q	$p \vee (\sim p \Rightarrow \sim q)$
T	T	?
T	F	?
F	T	?
F	F	?

- (۴) $\begin{matrix} F \\ T \\ T \\ F \end{matrix}$

- (۳) $\begin{matrix} F \\ F \\ F \\ F \end{matrix}$

- (۲) $\begin{matrix} T \\ T \\ F \\ T \end{matrix}$

- (۱) $\begin{matrix} T \\ T \\ T \\ T \end{matrix}$

۲۰- ارزش گزاره‌های زیر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

p : عدد ۴۰ اول است اگر و تنها اگر عدد ۹ مربع کامل باشد.

q : اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد، در این صورت داده‌ها با یکدیگر برابرند و برعکس.

- (۱) درست - درست
 (۲) نادرست - نادرست
 (۳) درست - نادرست
 (۴) نادرست - درست



۲۱- حاصل هم‌ارزی زیر به کمک جدول ارزش‌گذاری یا خواص گزاره‌ها کدام است؟

$$\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p] \equiv ?$$

۴) $\sim q$

۳) $\sim p$

۲) q

۱) p

۲۲- چه تعداد از موارد زیر گزاره می‌باشند؟

الف) آیا ۱۷ عددی زوج است؟

ب) هوای ابری دلگیر است.

پ) لطفاً کامپیوتر را خاموش کنید.

ت) مجموع زوایای شش ضلعی منتظم ۵۴۰ درجه است.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۲۳- نقیض جمله‌ی «متغیر x یک نام معتبر در زبان y است» کدام است؟

۲) متغیر y یک نام معتبر در زبان x نیست.

۱) متغیر y یک نام معتبر در زبان x است.

۴) متغیر x یک نام معتبر در زبان y نیست.

۳) متغیر x یک نام معتبر در هر زبان y است.

۲۴- چند مورد از گزاره‌های ترکیبی زیر درست است؟

الف) ۲ عددی اول است و ۷ شمارنده ۴۲ است.

ب) ۱۳ شمارنده‌ی اول ندارد و ۵ عددی فرد است.

پ) ۲۵ یک شمارنده‌ی اول دارد و $3^2 + 1$ عددی زوج است.

ت) $\sqrt{49}$ عددی گویاست و ۲۴ سه شمارنده‌ی اول دارد.

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



۲۵- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر درست است؟

الف) $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

ب) $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

پ) $\sim (\sim p) \equiv p$

④ صفر

③ ۳

② ۲

① ۱

۲۶- اگر حرف «د» اول کلمه‌ی درست و حرف «ن» اول کلمه‌ی نادرست باشد، کدام جدول ترکیب عطفی را به درستی نشان می‌دهد؟

p	q	$p \wedge q$
ن	د	ن
د	د	د
ن	ن	د
د	ن	ن

④

p	q	$p \wedge q$
د	ن	د
ن	ن	ن
د	د	د
ن	د	د

③

p	q	$p \wedge q$
ن	د	ن
د	د	د
ن	ن	ن
د	ن	ن

②

p	q	$p \wedge q$
د	ن	د
ن	ن	د
د	د	د
ن	د	ن

①

۲۷- اگر r, q, p سه گزاره‌ی دلخواه باشند و ارزش $(p \Leftrightarrow q)$ درست باشد، در این صورت ارزش گزاره‌ی $r \Rightarrow (\sim p \wedge q)$ کدام است؟

④ به ارزش گزاره‌ی p بستگی دارد.

③ به ارزش گزاره‌ی r بستگی دارد.

② نادرست است.

① درست است.

۲۸- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) اگر عدد ۱۳ اول و عدد ۷ زوج باشد، آن گاه ۱۸ مربع کامل است.

ب) اگر a عدد صحیح زوج یا فرد باشد، آن گاه عدد ۱ اول است.

پ) بزرگ‌ترین معجزه‌ی پیامبر اسلام (ص) قرآن است و اسلام اولین دین الهی است.

④ ۳

③ ۲

② ۱

① صفر

۲۹- کدام گزاره‌ی عطفی درست است؟

② عدد $۴^۲ + ۱$ اول و عدد $۳^۲ + ۴^۲$ مربع کامل است.

① هر هفته ۷ روز و هر ماه ۳۰ روز است.

④ $\sqrt{(-۶)^۲} = -۶$ و $۲^۳ = ۹$ است.

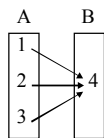
③ $۰ < ۲^{-۲}$ و ۲۹ عدد اول است.

استدلال و منطق ریاضی

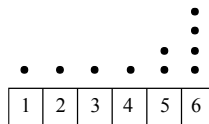


۳۰- در یک گزاره‌ی مرکب، اگر یک گزاره ساده‌ی دیگر به آن اضافه کنیم، در این صورت تعداد حالت‌های ارزشی گزاره‌ها در حالت جدید
 ① ۲ حالت بیش‌تر می‌شود. ② دو برابر می‌شود. ③ تغییری نمی‌کند. ④ نصف می‌شود.

۳۱- چند مورد از گزاره‌های زیر، ارزش درست دارند؟
 الف) نمودار مقابل، بیانگر تابع است.



ب) در یک جامعه‌ی آماری، واریانس همیشه با انحراف معیار داده‌ها برابر است.
 ج) در یک سری از داده‌ها، چارک دوم همان میانه است.
 د) در نمودار نقطه‌ای مقابل، میانه برابر ۴ است.



④ ۳

③ ۲

② ۱

① هیچ

۳۲- کدام جدول ارزش گذاری، به صورت درست نوشته شده است؟

$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$
ن	د	ن

④

$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$
ن	د	د

③

p	$\sim q$	$p \vee q$
د	د	د

②

$\sim p$	q	$p \wedge q$
د	د	د

①

۳۳- کدام یک از گزینه‌های زیر با گزاره‌ی "هفته هفت روز دارد و ماه شهریور ۳۱ روز دارد" هم ارزش است؟

- ① قرآن دارای ۳۰ جزء است و همه‌ی سوره‌های آن با بسم الله شروع می‌شوند. ② ۵۷ عددی اول است و ۳ عددی اول نیست.
 ③ ۱۲۱ مضرب ۱۲ است یا $\sqrt{3}$ گنگ است. ④ عدد $(-1)^n$ عددی همواره مثبت است یا ۳ عددی اول نیست.



۳۴- اگر p و q دو گزاره باشند که ترکیب فصلی آن‌ها دارای ارزش درست باشد، در این صورت به ترتیب از راست به چپ ارزش گزاره‌ی $p \vee (\sim p \wedge q)$ و $p \vee (\sim p \vee q) \wedge \sim q$ کدام است؟

① نادرست - درست ② نادرست - نادرست ③ درست - نادرست ④ درست - درست

۳۵- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، به کمک جدول در کدام حالت ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ نادرست است؟

① p و q هر دو نادرست باشند. ② p و q هر دو درست باشند. ③ p درست و q نادرست باشد. ④ p نادرست و q درست باشد.

۳۶- اگر p و q دو گزاره باشند و بدانیم گزاره $\sim p$ و گزاره q دارای ارزش درست است، کدام گزینه دارای ارزش درست می‌باشد؟

① $\sim p \vee (\sim q)$ ② $p \wedge q$ ③ $\sim (p \vee q)$ ④ $p \wedge (\sim q)$

۳۷- اگر گزاره $p \wedge q$ و گزاره $\sim q \vee r$ هم ارزش باشند، کدام گزینه حتماً دارای ارزش درست است؟

- ① p ② q
 ③ r ④ در مورد ارزش هیچ کدام از گزاره‌های q ، p و r نمی‌توان نظر داد.

۳۸- ارزش نقیض گزاره $(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$ کدام است؟

- ① همواره درست ② همواره نادرست ③ به ارزش گزاره $p \wedge q$ بستگی دارد ④ به ارزش گزاره p بستگی دارد

۳۹- اگر p گزاره درست و q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد. ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$ ، برابر ارزش کدام است؟

- ① r ② همیشه درست ③ $\sim r$ ④ همیشه نادرست



۴۰- کدام یک از هم‌ارزی‌های زیر، نادرست است؟

- ① $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ ② $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ ③ $(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$ ④ $(\sim p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q)$

۴۱- عبارت «مربع ثلث عددی بعلاوه‌ی آن عدد برابر نصف مربع آن عدد است» به صورت نماد ریاضی کدام است؟

- ① $\frac{x^2}{3} + x = \frac{x^2}{2}$ ② $(\frac{x}{3})^2 + x = (\frac{x}{2})^2$ ③ $\frac{x^2}{3} + x = (\frac{x}{4})^2$ ④ $(\frac{x}{3})^2 + x = \frac{x^2}{2}$

۴۲- دانش آموزی ادعا می‌کند که تنها جواب معادله‌ی $x^2 - 2x = 0$ برابر $x = 2$ است، و استدلال او به صورت زیر است؟ چرا استدلال او نادرست است؟

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$\frac{x(x-2)}{x} = \frac{0}{x} \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

② نمی‌توان طرفین یک تساوی را به عددی تقسیم کرد.

④ استدلال دانش آموز صحیح است.

① از x نمی‌توان فاکتور گرفت.

③ اجازه‌ی تقسیم دو طرف عبارت بر x را نداریم.

۴۳- عبارت "یک سوم از مربع نصف عددی برابر است با دو برابر آن عدد منهای یک چهارم عدد ۲۱" به صورت نماد ریاضی کدام است؟

- ① $\frac{x^2}{6} = 2x - \frac{1}{4}$ ② $\frac{x^2}{6} = (2x - \frac{1}{4}) \times 21$ ③ $\frac{x^2}{12} = 2x - \frac{21}{4}$ ④ $\frac{x^2}{12} = (2x - \frac{1}{4}) \times 21$

۴۴- به جای □ در گزاره □ $((p \Rightarrow \sim q) \wedge p) \Rightarrow$ کدام گزینه را قرار دهیم تا قاعده‌ی قیاس استثنایی کامل شود؟

- ① p ② $\sim p$ ③ q ④ $\sim q$



۴۵- کدام گزینه در مورد نوع استدلال‌های زیر درست است؟

الف) از اینکه دو خط موازی هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند و دو خط d_1 و d_2 موازی هستند، نتیجه می‌شود که دو خط d_1 و d_2 همدیگر را قطع نمی‌کنند.

ب) مقدمه ۱: اگر باران نبارد، آنگاه زمین خیس نمی‌شود.

مقدمه ۲: زمین خیس نیست.

نتیجه: باران نمی‌بارد.

- ① قیاس استثنایی - مغالطه ② مغالطه - مغالطه ③ قیاس استثنایی - قیاس استثنایی ④ مغالطه - قیاس استثنایی

۴۶- دانش آموزی برای دو عدد منفی x و y ($x < y$) استدلال زیر را انجام داده و ثابت کرده است مجموع آن‌ها مثبت است. کدام مرحله از استدلال او ایراد دارد؟

مرحله	$x < y$	
۱)	$x^2 < y^2$	طرفین به توان ۲
۲)	$x^2 - y < 0$	جمع طرفین با $-y^2$
۳)	$(x - y)(x + y) < 0$	تجزیه به کمک اتحاد مزدوج
۴)	$\frac{(x - y)(x + y)}{x - y} > \frac{0}{x - y}$	تقسیم طرفین بر $(x - y)$ [$(x - y)$ عددی منفی است.]
	$x + y > 0$	ساده سازی

- ① مرحله ۱ ② مرحله ۲ ③ مرحله ۳ ④ مرحله ۴

۴۷- چهار لیوان به صورت شکل زیر داریم که سه تا از آن‌ها وارونه است. در هر حرکت مجاز هستیم، دقیقاً دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم. حداقل با چند حرکت مجاز می‌توان هر چهار لیوان را در حالت درست (رو به بالا) قرار داد؟



- ① ۳ ② ۲ ③ ۴ ④ این کار امکان پذیر نیست.

۴۸- بازنویسی عبارت «حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳، بزرگتر از خودش است». به صورت ریاضی کدام است؟

- ① $a(a + 3) > 3$ ② $a(a + 3) > a$ ③ $a^2 + 3 > 3$ ④ $a^2 + 3 > a$



۴۹- بازنویسی گزارهٔ «مجموع معکوس‌های دو عدد، بزرگتر یا مساوی مجموع آن دو عدد است» به صورت نماد ریاضی کدام است؟

① $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq x + y$ ② $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$ ③ $\frac{1}{x+y} \leq x + y$ ④ $\frac{1}{x+y} \geq x + y$

۵۰- علی استدلال مقابل را انجام داده است که در آن a, b و c اعداد حقیقی‌اند. c کدام شرط را داشته باشد. تا استدلال او بدون ایراد باشد؟

الف) $a < b$

ب) $a + c < b + c$

پ) $c(a + c) > c(b + c)$

ت) $ca + c^2 > cb + c^2$

ث) $ca > cb$

① بزرگتر از صفر باشد. ② کوچکتر از صفر باشد. ③ مساوی صفر باشد. ④ هر عدد دلخواهی می‌تواند باشد.

۵۱- اگر دو سوم عددی به علاوهٔ نصف آن عدد، یک واحد از خود عدد بیشتر باشد، نماد ریاضی آن کدام است؟

① $\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} = x + 1$ ② $\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} = x + 1$ ③ $\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} + 1 = x$ ④ $\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} + 1 = x$

۵۲- کدام گزینه مغالطه نیست؟

① 2 عددی گویاست. $\Rightarrow (a = 10) \wedge \left(\frac{a}{5} \text{ گویاست} \Rightarrow a \text{ عددی گویا}\right)$

② $(x > 0 \Rightarrow x^2 > 0) \wedge (x^2 = 16) \Rightarrow x = 4$

③ $ABCD$ لوزی است $\Rightarrow (ABCD \text{ متوازی الاضلاع است}) \wedge (\text{چهارضلعی متوازی الاضلاع است.} \Rightarrow \text{اگر یک چهارضلعی لوزی باشد.})$

④ $(x > -5 \Rightarrow |x| > -5) \wedge (|x| = 1) \Rightarrow x > -5$



۵۳- در رابطه با راه حل معادله $x^2 - 9 = x + 3$ و یافتن تمام جواب‌ها، با توجه به استدلال زیر، در صورت وجود اشتباه، در چه مرحله‌ای اولین اشتباه رخ داده است؟

مرحله ۱ $\xrightarrow{\text{تجزیه سمت چپ}} (x - 3)(x + 3) = x + 3$

مرحله ۲ $\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین به } x+3} x - 3 = 1$

مرحله ۳ $\xrightarrow{\text{یافتن جواب}} x = 4$

(۴) فاقد اشتباه

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۴- در کدام گزینه استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است؟

مقدمه ۱: اگر شخصی در امتحان کتبی رانندگی حداقل نمره ۲۶ را کسب کند، آنگاه می‌تواند در آزمون عملی شرکت کند.

(۱) مقدمه ۲: علی در آزمون عملی رانندگی شرکت نکرده است.

∴ علی در آزمون کتبی رانندگی نمره کم‌تر از ۲۶ گرفته است.

مقدمه ۱: اگر شاخص آلودگی در شهری بالاتر از ۱۵۰ باشد، آنگاه مدارس آن شهر تعطیل می‌شوند.

(۲) مقدمه ۲: شاخص آلودگی شهر تهران امروز ۱۶۰ است.

∴ مدارس شهر تهران امروز تعطیل شده است.

مقدمه ۱: اگر کسی از من متنفر باشد، آنگاه پشت سر من حرف می‌زند.

(۳) مقدمه ۲: سعید پشت سر من حرف زده است.

∴ سعید از من متنفر است.

مقدمه ۱: اگر عددی مثبت باشد، آنگاه توان دوم آن عدد مثبت است.

(۴) مقدمه ۲: a^2 بزرگ‌تر از صفر است.

∴ a عددی مثبت است.

۵۵- دانش‌آموزی با راه حل زیر، ادعا می‌کند که معادله $x^3 - 8x^2 = 0$ فقط دارای ریشه $x = 8$ است. اولین اشتباه او در کدام مرحله است؟

معادله $x^3 - 8x^2 = 0$

مرحله ۱ $\xrightarrow{\text{فاکتور از } x^2} x^2(x - 8) = 0$

مرحله ۲ $\xrightarrow{\text{تقسیم دو طرف بر } x^2} \frac{x^2(x - 8)}{x^2} = \frac{0}{x^2}$

مرحله ۳ $\xrightarrow{\text{رسیدن به معادله ساده‌تر}} x - 8 = 0$

مرحله ۴ $\xrightarrow{\text{جواب معادله}} x = 8$

(۴) اشتباهی مرکب نشده است.

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



۵۶- نماد ریاضی گزاره «هر عدد حقیقی مثبت همواره بزرگتر یا مساوی تفاضل معکوسش از عدد ۲ است.» کدام است؟

- ① $x \geq 2 + \frac{1}{x}, x > 0$ ② $x \leq 2 + \frac{1}{x}, x > 0$ ③ $x \geq 2 - \frac{1}{x}, x > 0$ ④ $x \leq 2 - \frac{1}{x}, x > 0$

۵۷- نماد ریاضی کدام گزاره با متن فارسی آن تطابق کامل دارد؟

- ① مربع عددی از خود عدد ۷۲ واحد بیشتر است. / $x^2 + 72 = x$
 ② مجموع هر عدد طبیعی با معکوسش همواره بزرگتر از ۲ یا مساوی ۲ می باشد. / $x \in \mathbb{N}, x + \frac{1}{x} > 2$
 ③ مربع هر عدد حقیقی بین صفر و یک از خود آن عدد کوچکتر است. / $x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1 \Rightarrow x^2 < x$
 ④ اگر $n > 1$ باشد، آنگاه حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی n و $n+1$ از مجموع آنها بزرگتر است. / $n > 1, n(n+1) > n^2 + 1$

۵۸- "مجموع معکوس عدد a و مکعب عدد a از دو برابر a چهار واحد کمتر است" با نماد ریاضی کدام است؟

- ① $\frac{\frac{1}{a} + a^3}{2} = 4a$ ② $\frac{1}{a} + a^3 = 2(a+4)$ ③ $4 + \frac{1}{a} + a^3 = 2a$ ④ $\frac{1}{a+a^3} = 2a-4$

۵۹- در کدام گزینه، قطعاً خطای محاسباتی رخ نداده است؟

- ① $a > b \xrightarrow{\text{به توان ۴}} a^4 > b^4$ ② $a > b \xrightarrow{c>0} \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ③ $\frac{2+\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ④ $x^2 + 36 = 0 \Rightarrow x = \pm 6$

۶۰- با فرض اینکه $n < 0$ باشد؛ عکس نقیض گزاره شرطی « $n > 2n+1 \Rightarrow 2n^2+1 > n^2$ » کدام یک از گزینه های زیر است؟

- ① $n \leq 2n+1 \Rightarrow 2n^2+1 \leq n^2$ ② $2n^2+1 < n^2 \Rightarrow n < 2n+1$
 ③ $2n^2+1 > n^2 \Rightarrow 2n+1 < n$ ④ $2n^2+1 \leq n^2 \Rightarrow 2n+1 \geq n$



پاسخنامه تشریحی

۱- گزینه ۱ جملات سلیقه‌ای که ممکن است برای هر فرد ارزش متفاوتی داشته باشند جزء گزاره‌ها نیستند. یعنی ممکن است درس ریاضی برای عده‌ای دشوار و برای عده‌ای بسیار آسان باشد.

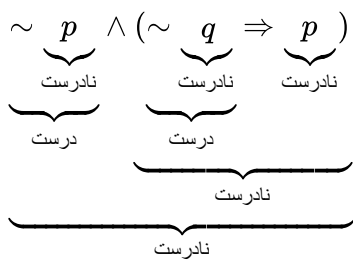
۲- گزینه ۴ جدول ارزش درستی گزاره ترکیبی $\sim[(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$ را رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$(\sim p \vee q) \wedge \sim q$	$\sim[(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$
د	د	ن	ن	د	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	د	ن

طبق جدول ارزش درستی برای گزاره ترکیبی صورت سوال ۳ ردیف درست و یک ردیف نادرست وجود دارد.

۳- گزینه ۳ گزاره p نادرست است چون دامنه میان چارکی برابر اختلاف چارک سوم و چارک اول است.

گزاره q نادرست است چون اعداد صحیح ($\mathbb{Z}$) زیرمجموعه اعداد حقیقی ($\mathbb{R}$) است.



p نادرست است پس نقیض آن ($\sim p$) درست خواهد بود.

q نادرست است پس ($\sim q$) درست است ترکیب شرطی.

$\sim q \Rightarrow p$ چون مقدم درست و تالی نادرست است، نادرست خواهد بود و ترکیب عطفی $\sim p$ و ($\sim q \Rightarrow p$) چون یکی از گزاره‌ها نادرست است نادرست خواهد بود.

در نتیجه داریم:

$$\bigcirc \equiv p \equiv F, \quad \square \equiv q \equiv F, \quad \Delta \equiv \sim p \wedge (\sim q \Rightarrow p) \equiv F$$

۴- گزینه ۳ گزاره $q \vee \sim p$ نادرست است پس q و $\sim p$ هر دو نادرست هستند. $\sim p$ نادرست است پس p درست است.

در نتیجه داریم:

$$p \equiv T, q \equiv F, \sim p \equiv F, \sim q \equiv T$$

p درست و q نادرست است پس $p \wedge q$ نادرست است و نقیض آن یعنی $\sim(p \wedge q)$ درست است.

q نادرست و p درست است در نتیجه ترکیب شرطی $q \Rightarrow p$ به انتفای مقدم درست است.



گزاره $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) \sim (p \wedge q)$ چون ارزش دو گزاره $q \Rightarrow p$ و $\sim (p \wedge q)$ درست است، ارزش ترکیب دو شرطی درست است.

در نتیجه:

$$p \equiv T, \sim q \equiv T, \sim (p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p) \equiv T$$

$$\bigcirc = T, \square = T, \Delta = T$$

۵- گزینه ۲ نکته ۱: گزاره $p \wedge \sim p$ گزاره ای همواره نادرست است.

نکته ۲: در گزاره شرطی هرگاه مقدم نادرست باشد ارزش گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است.

در گزاره $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$ و $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$ گزاره ای همواره نادرست است در نتیجه ترکیب شرطی دو گزاره همواره به انتفای مقدم درست است.

۶- گزینه ۳ جدول ارزش درستی هر کدام از گزینه ها را رسم می کنیم.



گزینه ۱:

$$p \Rightarrow \sim q$$

p	q	$\sim q$	$p \Rightarrow \sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د

گزینه ۲:

$$p \Rightarrow (p \wedge q)$$

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow p \wedge q$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	د

گزینه ۳:

$$p \Rightarrow (p \vee q)$$

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	ن	د

گزینه ۴:

$$p \wedge (q \Rightarrow q)$$

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \wedge p \Rightarrow q$
د	د	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن

باتوجه به جدول های مربوط به گزینه ها فقط $p \Rightarrow (p \vee q)$ همواره درست است.

۷- گزینه ۱ جدول ارزش درستی گزاره $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ را رسم می کنیم.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$
د	د	ن	ن	د	ن	د
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن

در نتیجه داریم:

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \equiv p$$

روش دوم:

باتوجه به هم ارزی



$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

داریم:

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \equiv p \wedge \underbrace{(q \vee \sim q)}_{\text{همواره درست}} \equiv p \wedge T \equiv p$$

۸- گزینه ۳ نکته ۱: عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim q \Rightarrow \sim p$ است.

نکته ۲: هم ارزی های زیر به قوانین دمورگان مشهور هستند.

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

باتوجه به نکته ۱ عکس نقیض گزاره شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow r$ به صورت $\sim r \Rightarrow \sim (p \wedge q)$ است. و طبق نکته ۲ و هم ارزی

$$\sim r \Rightarrow \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim r \Rightarrow \sim p \vee \sim q$$

۹- گزینه ۳ روش اول: جدول ارزش درستی گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ را رسم می کنیم.

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ گزاره ای همواره درست است پس:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

روش دوم:

با توجه به هم ارزی

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

داریم:

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q) \xrightarrow[\text{دمورگان } p \wedge \sim q \equiv \sim(\sim p \vee q)]{\text{با توجه به قوانین}}$$

$$\underbrace{\sim(\sim p \vee q)}_{\sim r} \vee \underbrace{(\sim p \vee q)}_r \implies \sim r \vee r \equiv T$$

۱۰- گزینه ۳ ابتدا ارزش دو گزاره p و q را مشخص می کنیم.

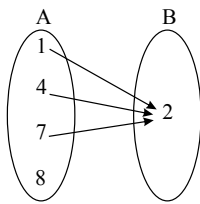
گزاره p : خط $y = ۳$ موازی محور x هاست. ارزش این گزاره درست است چون معادله کلی هر خط موازی محور x ها به صورت $y = a$ است.

گزاره q : نمودار پیکانی مقابل بیانگر تابع است.

ارزش این گزاره نادرست است چون نمایش پیکانی یک رابطه زمانی تابع است که از هر عضو دامنه دقیقاً یک پیکان خارج



می شود در حالیکه از عضو ۸ در دامنه پیکانی خارج نشده است پس تابع نیست. حال با داشتن ارزش گزاره p و q ارزش گزاره های ترکیبی را مشخص می کنیم:



$$\underbrace{\underbrace{(p \Rightarrow q)}_{\text{د}} \vee \underbrace{(p \wedge q)}_{\text{ن}}}_{\text{ن}}$$

و

$$\underbrace{\underbrace{\sim(p \wedge q)}_{\text{ن}} \Leftrightarrow \underbrace{\sim q}_{\text{د}}}_{\text{د}}$$

۱۱- گزینه ۲ جدول ارزش درستی هر کدام از گزینه ها را رسم می کنیم.

گزینه (۱):

$$p \Rightarrow \sim p \equiv T$$

p	$\sim p$	$p \Rightarrow \sim p$
د	ن	ن
ن	د	د

با توجه به ستون آخر جدول داریم: $p \Rightarrow \sim p \not\equiv T$

گزینه (۲):

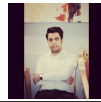
$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

p	$\sim p$	$p \Leftrightarrow \sim p$
د	ن	ن
ن	د	ن

با توجه به ستون آخر جدول داریم $p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$

گزینه (۳):

$$[(\sim p \vee F) \wedge (\sim p \wedge F)] \equiv \sim p$$



p	F	$\sim p$	$\sim p \vee F$	$\sim p \wedge F$	$(\sim p \wedge F) \wedge (\sim p \vee F)$
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

با توجه به دو ستون مشخص شده $[(\sim p \vee F) \wedge (\sim p \wedge F)] \not\equiv \sim p$ گزینه (۴):

$$\sim (\sim p \wedge p) \equiv p$$

p	$\sim p$	$\sim p \wedge p$	$\sim (\sim p \wedge p)$
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د

با توجه به دو ستون مشخص شده $\sim (\sim p \wedge p) \not\equiv p$

۱۲ - گزینه ۲ هم ارزی «آ» و «ب» درست و هم ارزی «پ» و «ت» نادرست است.

بررسی عبارت «آ»: ترکیب $p \vee q$ زمانی درست است که حداقل یکی از آن‌ها درست باشد، بنابراین در $p \vee \sim p$ اگر p درست، $\sim p$ نادرست و بالعکس می‌باشد که در هر دو حالت $p \vee \sim p \equiv T$ است.

بررسی عبارت «ب»: $p \wedge q$ زمانی نادرست است که حداقل یکی از آن‌ها نادرست باشد، بنابراین در $p \wedge \sim p$ اگر p درست، $\sim p$ نادرست است و بالعکس. بنابراین گزاره $p \wedge \sim p$ همواره نادرست به درستی بیان شده است.

بررسی عبارت «پ»: $p \Rightarrow q$ زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد، بنابراین برای $p \Rightarrow \sim p$ دو حالت داریم:

$$\text{حالت اول: } p \equiv T \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow T \Rightarrow F \equiv F$$

$$\text{حالت دوم: } p \equiv F \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow F \Rightarrow T \equiv T$$

بنابراین همواره F نیست.

بررسی عبارت «ت»: هم ارزی $\sim q \wedge (p \vee \sim q) \equiv \sim q$ به صورت $\sim q \wedge (p \vee \sim q) \equiv \sim q$ درست است.

۱۳ - گزینه ۲

$$p \Rightarrow (\sim q \vee r)$$

عبارت را نقیض می‌کنیم؛ داریم:

$$\sim (p \Rightarrow (\sim q \vee r)) \equiv \sim (\sim p \vee (\sim q \vee r)) \equiv p \wedge (q \wedge \sim r)$$

۱۴ - گزینه ۳ ارزش گزاره داده شده نادرست است، زیرا مجموع جواب‌های معادله درجه دوم $x^2 - 5x + 4 = 0$ برابر $\frac{-b}{a}$ یعنی ۵ است.

ارزش گزاره در گزینه ۳ نیز نادرست است، زیرا اگر S مجوع ریشه‌ها و P حاصل ضرب ریشه‌ها باشد، معادله درجه دوم به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است.



$$((s \vee \sim q) \vee (p \wedge \sim r))$$

می‌دانیم $p \equiv T$ و $q \equiv F$ است، بنابراین داریم:

$$((s \vee T) \vee (T \wedge \sim r))$$

می‌دانیم ارزش $s \vee T \equiv T$ می‌باشد.

$$(T \vee (T \wedge \sim r))$$

می‌دانیم ترکیب $T \vee \square \equiv T$ است، بنابراین حاصل همواره درست است.

۱۶- گزینه ۴ بین گزاره‌ها در تمام گزینه‌ها از «و» استفاده شده است. می‌دانیم ترکیب عطفی $p \wedge q$ زمانی درست است که p و q هر دو درست باشند. بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

بررسی مقادیر گزینه‌ها:

- (۱) کتاب قرآن ۱۱۴ سوره دارد.
- (۲) سوره توبه با بسم الله شروع نمی‌شود.
- (۳) صفر عدد طبیعی نیست.

۱۷- گزینه ۱ گزاره جمله‌ای است خبری که دارای ارزش درست یا نادرست است.

$1 + 2^3$ عدد مربع کامل است، جمله‌ای خبری است و دارای ارزش درست است، بنابراین گزاره‌ای درست است.

۱۸- گزینه ۴ جدول ارزش درستی مربوط به هر کدام از گزینه‌ها را رسم می‌کنیم:

گزینه (۱):

$$p \Rightarrow (p \vee \sim q) \equiv p$$

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \Rightarrow (p \vee \sim q)$
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	د	ن

هم ارز نیستند

$$q \vee (\sim q \wedge p) \equiv q$$

p	q	$\sim q$	$\sim q \wedge p$	$q \vee (\sim q \wedge p)$
د	د	ن	ن	د
د	ن	د	د	د
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	ن

هم ارز نیستند

گزینه (۳):



$$q \wedge (p \vee q) \equiv p$$

p	q	$p \vee q$	$q \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	ن
ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن

هم ارز نېستند

گزینه (۴):

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن

هم ارز هستند

۱۹- گزینه ۲ جدول ارزش درستی گزاره ترکیبی $p \vee (\sim p \Rightarrow \sim q)$ را رسم می کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$p \vee (\sim p \Rightarrow \sim q)$
T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T

۲۰- گزینه ۴ نکته: ترکیب دشرطی دو گزاره زمانی درست است که دو گزاره دو طرف هم ارزش باشند.

p: عدد ۴۰ اول است اگر و تنها اگر عدد ۹ مربع کامل باشد.

درست

نادرست

چون ارزش دو گزاره دو طرف یکسان نیست پس ترکیب دشرطی نادرست است.

q: اگر واریانس داده‌ها برابر صفر باشد در این صورت داده‌ها با یکدیگر برابرند و برعکس.

اگر واریانس داده‌ها صفر باشد داده‌ها با یکدیگر برابر و همچنین اگر داده‌ها با هم برابر باشد در این صورت واریانس داده‌ها برابر صفر است پس ارزش ترکیب دشرطی درست است.

۲۱- گزینه ۳ روش اول

جدول ارزش گذاری گزاره ترکیبی $\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p]$ را رسم می کنیم.



p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow p$	$(\sim q \Rightarrow p) \wedge p$	$\sim[(\sim q \Rightarrow p) \wedge p]$
د	د	ن	ن	د	د	ن
د	ن	ن	د	د	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	ن	ن	د

با توجه به جدول ارزش درستی گزاره ترکیبی هم ارزش $\sim p$ است.

روش دوم

$$\sim [(\sim q \Rightarrow p) \wedge p] \equiv \sim [(q \vee p) \wedge p] \equiv \sim p$$

تبدیل ترکیب شرطی به فصلی

قانون جذب

۲۲- گزینه ۱ الف) به طور کلی جملات پرسشی گزاره محسوب نمی‌شوند، چون درستی یا نادرستی آن‌ها قابل مشخص کردن نمی‌باشد.

ب) جملات عاطفی، دعایی و ندایی گزاره محسوب نمی‌شوند، این یک جمله عاطفی است.

پ) جملات امری یا خواهشی گزاره نیستند، چون درخواستی را مطرح می‌کنند و تعیین درستی یا نادرستی آن‌ها قابل بررسی نیست.

ت) این یک جمله خبری است که با استناد به قوانین هندسه می‌توان درست یا نادرست بودن آن را بررسی کرد.

۲۳- گزینه ۴ برای نوشتن و بیان نقیض یک جمله خبری کافی است فعل جمله را منفی کنیم یا اگر فعل منفی است آن را به فعل مثبت تبدیل کنیم. برای مثال نقیض جمله «عدد زوج بر ۲ بخش پذیر نمی‌باشد». جمله «عدد زوج بر ۲ بخش پذیر می‌باشد» خواهد بود.

۲۴- گزینه ۲ ترکیب عطفی (ترکیب گزاره‌ها با و) وقتی ارزش درست دارد که هر دو گزاره درست باشند. موارد الف و پ درست هستند چون ۲ عددی اول است. ۴۲ بر ۷ بخش پذیر است پس ۷ شمارنده‌ی (مقسوم‌علیه) ۴۲ است همچنین تنها شمارنده‌ی (مقسوم‌علیه) اول عدد ۲۵، ۵ است و $10 = 1 + 3^2$ که عددی زوج است هر دو درست می‌باشند. در موارد ب و پ چون ۱۳ شمارنده خود ۱۳ و اول است پس گزاره‌ی ابتدایی، نادرست و ترکیب عطفی است. پس کل (پ) نادرست است. از طرفی در مورد ت) شمارنده‌های عدد ۲۴ عبارتند از: $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ که تنها ۲ و ۳ شمارنده‌های اول ۲۴ هستند از طرفی ترکیب عطفی است پس گزاره «ت» نادرست است.

۲۵- گزینه ۳

موارد الف و ب قوانین دمورگان هستند که درست می‌باشند. با توجه به قانون دمورگان اگر نقیض روی ترکیب فصلی و عطفی توزیع شود $\vee$ را به $\wedge$ و $\wedge$ را به $\vee$ تبدیل می‌کند. مورد پ هم صحیح است. زیرا نقیض نقیض یک گزاره با خود گزاره هم‌ارز است، پس هر سه مورد صحیح است.

۲۶- گزینه ۲ ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی درست است که هر دو گزاره درست باشند.



p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	د

$p \Leftrightarrow q \equiv \neg \rightarrow$

p	q	r	$\sim p \wedge q$	$r \Rightarrow (\sim p \wedge q)$
د	د	د	ن	ن
د	د	ن	ن	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

پس بستگی به ارزش گزاره‌ی r دارد، یعنی ارزش گزاره با $\sim r$ یکسان است.

$\equiv \sim r$

۲۸- گزینه ۱ درست T و نادرست F

(الف) $F \equiv$ عدد اول ۱۳ $\wedge$ عدد زوج ۱۸ / مربع کامل است F

$(F \Rightarrow F \equiv \boxed{T})$

(ب) $F \equiv$ عدد صحیح زوج a $\vee$ عدد فرد a / عدد اول است T

$(T \Rightarrow F \equiv \boxed{F})$

(پ)

$\boxed{F} \equiv$ بزرگترین قرآن است $\wedge$ اسلام اولین است

$q \equiv F$

$p \equiv T$

۲۹- گزینه ۲ ترکیب عطفی وقتی درست است که هر دو گزاره در آن حتماً درست باشند.

گزینه‌ی ۱) هر هفته ۷ روز است درست است ولی هر ماه الزاماً ۳۰ روز نیست (ماه ۲۹ روزی و ۳۱ روزی هم داریم) اگر به جای هر ماه گفته می‌شد بعضی ماه‌ها ترکیب عطفی درست بود.

گزینه‌ی ۲) $17 = 4^2 + 1$ عددی اول است درست است. $5^2 = 4^2 + 3^2$ مربع کامل است درست، چون دو گزاره درست است ترکیب عطفی آن‌ها درست است.



گزینه ی ۳) $\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$ پس ترکیب نادرست خواهد بود.

گزینه ی ۴) $\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6$ و $2^3 = 8$ هر دو گزاره نادرست است.

۳- گزینه ۲ اگر گزاره ای مرکب از n گزاره ی ساده تشکیل شده باشد تعداد ردیف های مربوط به ترکیب گزاره ها 2^n خواهد بود اگر یک گزاره ی ساده به n گزاره اضافه شود تعداد ردیف ها 2^{n+1} خواهد بود.

در نتیجه چون $\frac{2^{n+1}}{2^n} = 2$ پس تعداد حالات جدید ۲ برابر حالت های قبل است.

۳۱- گزینه ۳ موارد الف و ج درست هستند و بقیه موارد نادرست

✓ الف) چون از هر عضوها A فقط یک پیکان (فلش) خارج شده پس رابطه تابع است.

× ب) به طور کلی انحراف معیار جذر وایانس است و عموماً با هم برابر نیستند.

✓ ج) چارک دوم همان میانه است زیرا داده ها را به دو بخش مساوی تقسیم می کند.

× د) داده ها عبارتند از ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۵, ۶, ۶, ۶, ۶ چون تعداد آن ها زوج است (۱۰ داده) میانه عبارت است از میانگین

داده های پنجم و ششم است. $(\frac{5+5}{2} = 5)$

۳۲- گزینه ۲ با توجه به جداول بالا ارزش گزاره های p و q را تعیین و ترکیب فصلی و عطفی آن ها را ارزش گذاری می نماییم.

$\sim p$	p	q	$p \wedge q$
د	ن	د	ن

گزینه ی ۱) در ترکیب عطفی لااقل یک گزاره نادرست باشد ترکیب نادرست است.

$\sim q$	p	q	$p \vee q$
د	د	ن	د

گزینه ی ۲) در ترکیب فصلی لااقل یک گزاره درست باشد ترکیب درست است.

$\sim p$	$\sim q$	p	q	$p \wedge q$
ن	د	د	ن	ن

گزینه ی ۳)

$\sim p$	$\sim q$	p	q	$p \vee q$
ن	د	د	ن	د

گزینه ی ۴)

۳۳- گزینه ۳

درست $\equiv$ هفته هفت روز دارد $\leftarrow$ است ترکیب عطفی آن ها درست

درست $\equiv$ ماه شهریور ۳۱ روز دارد

حال باید ببینیم کدام گزینه ارزش درست دارد.

گزینه ی ۱) نادرست است چون همه ی سوره های قرآن با بسم الله شروع نمی شود پس ترکیب عطفی نادرست است.

(در ترکیب عطفی یک گزاره (لااقل) نادرست باشد ترکیب نادرست است)

گزینه ی ۲) ۵۷ عدد اول نیست در ضمن ۳ عدد اول است، پس هر دو گزاره نادرست و ترکیب عطفی آن ها نادرست است.

گزینه ی ۳) $\sqrt{3}$ گنگ است پس ارزش گزاره درست است، در ترکیب فصلی یکی از گزاره ها (لااقل) درست باشد ترکیب

درست است.



گزینه ی ۴) عدد $(-1)^n$ همواره مثبت نیست و ۳ هم عدد اول است پس هر دو گزاره نادرست بوده ترکیب فصلی آن ها نادرست است.

۳۴- گزینه ۳ ترکیب فصلی $p \vee q$ وقتی درست است که لااقل یکی از آن ها درست باشند.

p	$\sim p$	q	$p \vee (\sim p \wedge q)$
د	ن	د	$\text{د} \vee \text{ن} \equiv \text{د}$
د	ن	ن	$\text{د} \vee \text{ن} \equiv \text{د}$
ن	د	د	$\text{ن} \vee \text{د} \equiv \text{د}$

درست $\rightarrow$

p	$\sim p$	q	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$\sim q \wedge (\sim p \vee q)$
د	ن	د	ن	د	ن
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن

نادرست $\rightarrow$

۳۵- گزینه ۴. ترکیب دو شرطی وقتی نادرست است که ارزش گزاره های دو طرف یکسان نباشد

راه $(p \Rightarrow q \equiv \text{درست}) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q \equiv \text{نادرست})$: حالت اول $\checkmark$
اول:

از آن جایی درست $p \Rightarrow q \equiv$ $p \equiv \text{ن}, q \equiv \text{د}$ ارزش یکی از گزاره های دو طرف درست و دیگری نادرست
حالت دوم $\times$: $(p \Leftrightarrow q \equiv \text{درست}) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q \equiv \text{ن})$
 $p \Rightarrow q$ فقط وقتی نادرست است که p درست q نادرست باشد $\rightarrow$ باید q, p هم ارزش باشند

هم زمان امکان پذیر نمی باشد که p و q هم ارزش بوده و p درست و q نادرست باشد.

راه دوم: جدول

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د

۳۶- گزینه ۱

نادرست $p \equiv \rightarrow$ درست $\sim p$

نادرست $\sim q \equiv \rightarrow$ درست q

درست $\equiv$ نادرست $\vee$ درست $\rightarrow \sim p \vee (\sim q)$

گزینه ۱)



گزینه ۲) نادرست $\equiv$ درست $\wedge$ نادرست $\rightarrow p \wedge q$

گزینه ۳) نادرست $\equiv$ (درست) $\equiv \sim$ (درست $\vee$ نادرست) $\rightarrow \sim (p \vee q)$

گزینه ۴) نادرست $\equiv$ نادرست $\wedge$ نادرست $\rightarrow p \wedge (\sim q)$

۳۷- گزینه ۲

$$\boxed{1} \left\{ \begin{array}{l} p \wedge q \equiv \text{درست} \rightarrow q \equiv \text{درست} , p \equiv \text{درست} \\ \sim q \vee r \equiv \text{درست} \rightarrow \sim q \equiv \text{نادرست} \rightarrow r \equiv \text{درست} \end{array} \right.$$

نکته: ترکیب عطفی وقتی درست است که هر دو گزاره درست باشند.

نکته: ترکیب فصلی وقتی درست است که لااقل یکی از گزاره ها درست باشند.

$$\boxed{2} \left\{ \begin{array}{l} \sim q \vee r \equiv \text{نادرست} \rightarrow \sim q \equiv \text{نادرست} , r \equiv \text{نادرست} \\ p \wedge q \equiv \text{نادرست} \rightarrow q \equiv \text{درست} \rightarrow p \equiv \text{نادرست} \end{array} \right.$$

به طوری که ملاحظه می شود در هر دو صورت q درست است.

۳۸- گزینه ۲

p	q	$\sim q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim q)$
د	د	ن	$د \Rightarrow د \equiv د$
د	ن	د	$د \Rightarrow د \equiv د$
ن	د	ن	$ن \Rightarrow ن \equiv د$
ن	ن	د	$ن \Rightarrow د \equiv د$

پس ترکیب شرطی سؤال همواره درست و نقیض آن همواره نادرست است.

۳۹- گزینه ۳

$$\underbrace{p}_T \wedge \underbrace{q}_F \equiv F$$

اگر r درست باشد $p \Leftrightarrow r$ درست است. (گزاره دو شرطی هنگامی دارای ارزش درست است که ارزش دو طرف مثل هم

باشد.) پس $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست است.

اگر r نادرست باشد: $p \Leftrightarrow r$ نادرست است.

پس: $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q)$ درست است.

پس ارزش گزاره $(p \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q)$ نقیض r است.



۴۰- گزینه ۳

با توجه به جدول، گزینه «۳» صحیح نیست.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د	ن
ن	ن	د	د	د	د

۴۱- گزینه ۴

عدد مورد نظر را x فرض می‌کنیم ثلث آن $\frac{x}{3}$ و مربع ثلث آن $(\frac{x}{3})^2$ خواهد بود، مربع آن x^2 و نصف مربع آن $\frac{x^2}{2}$ می‌شود.

$$\left(\frac{x^2}{3}\right) + x = \frac{x^2}{2}$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 مربع ثلث عدد آن عدد نصف مربع عدد

۴۲- گزینه ۳ چون ممکن است $x = 0$ باشد تقسیم دو طرف تساوی بر x مجاز نمی‌باشد.

۴۳- گزینه ۳

عدد مورد نظر را برابر x در نظر می‌گیریم.

$$\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2x - \frac{1}{4} \times 21$$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{4}\right) = 2x - \frac{21}{4} \rightarrow \frac{x^2}{12} = 2x - \frac{21}{4}$$

$$\frac{x^2}{4} = \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \text{مربع نصف عدد} \leftarrow \frac{x}{2} = \text{نصف عدد}$$

$$\frac{x^2}{12} = \frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{4}\right) = \text{یک سوم مربع نصف عدد}$$

۴۴- گزینه ۴ نکته: قاعده قیاس استثنایی با نماد ریاضی به صورت $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$ است.

۴۵- گزینه ۱ نکته (قیاس استثنایی): اگر p و q دو گزاره باشند، قیاس استثنایی را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\frac{p \Rightarrow q}{p} \\ \hline \therefore q$$

$$\frac{p \Rightarrow q}{q} \\ \hline \therefore p$$

نکته: یکی از اقسام مغالطه به صورت زیر است:



مطابق نکات، مورد «الف» قیاس استثنایی و مورد «ب» یک مغالطه است.

۴۶- گزینه ۱ در این استدلال در مرحله اول طرفین نامساوی به توان ۲ رسیده است. برای به توان ۲ رساندن طرفین یک نامساوی، قواعد زیر برقرار است:

$$x < y \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 > y^2 \quad \text{اگر دو عدد منفی باشند (۱)}$$

جهت عوض می شود

به طور مثال: $9 > 4 \Rightarrow -2 < -3$

$$x < y \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2 < y^2 \quad \text{اگر دو عدد مثبت باشند (۲)}$$

جهت عوض نمی شود

به طور مثال: $9 < 4 \Rightarrow 3 < 2$

۴۷- گزینه ۴ اگر تعداد لیوان وارونه را در هر مرحله S در نظر بگیریم، وضعیت فعلی به صورت $S = 3$ است.

هر بار دقیقاً می توان دو لیوان را تغییر وضعیت داد، پس حالات ممکن را می نویسیم:

$$S - 2 \Rightarrow \text{تعداد لیوان های وارونه دو تا کم می شود} \Rightarrow \text{دو لیوان (رو به بالا) درست می شود: حالت ۱}$$

$$S + 2 \Rightarrow \text{تعداد لیوان های وارونه دو تا اضافه می شود} \Rightarrow \text{دو لیوان وارونه می شود: حالت ۲}$$

بنابراین S همیشه به اندازه عددی زوج ($2 +$ یا $2 -$ یا 0) تغییر می کند و هرگز از ۳ به صفر کاهش نمی یابد؛ یعنی این کار امکان پذیر نیست.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۴۸- گزینه ۴ اگر عدد دلخواه را a در نظر بگیریم، آنگاه حاصل ضرب عدد در خودش به صورت $a \times a = a^2$ و حاصل ضرب عدد در خودش، به علاوه ۳ به صورت $a^2 + 3$ است. بنابراین حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳، بزرگتر از خودش است، با نماد ریاضی به صورت $a^2 + 3 > a$ است.

۴۹- گزینه ۲ اگر آن دو عدد را x و y فرض کنیم که مخالف صفر هستند، معکوس آن ها به صورت $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$ است. پس بازنویسی گزاره «مجموع معکوس های دو عدد بزرگتر یا مساوی مجموع آن دو عدد است» به صورت $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x + y$ می شود.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۵۰- گزینه ۲ می دانیم اگر طرفین یک نامساوی را در عددی منفی ضرب کنیم، جهت نامساوی عوض می شود و در اینجا جهت نامساوی بعد از ضرب طرفین نامساوی در عدد c ، عوض شده است. پس c عددی منفی بوده است.

۵۱- گزینه ۱ اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، $\frac{2}{3}$ عدد مورد نظر به علاوه نصف آن معادل $\frac{2}{3}x + \frac{x}{3}$ است که یک واحد از خود عدد بیشتر است، لذا داریم:

$$\frac{2}{3}x + \frac{x}{3} = x + 1$$



۵۲- گزینه ۱ در استدلال به کمک قیاس استثنایی اگر از گزاره p گزاره q نتیجه گرفته شود و گزاره p درست باشد، پس نتیجه می گیریم گزاره q نیز درست است، یعنی:

$$(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

اما در مغالطه به صورت زیر نوشته می شود که نتیجه گیری می تواند نادرست باشد و در واقع از استدلال قیاس استثنایی به اشتباه استفاده شده است.

$$(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$$

تنها در گزینه «۱» استدلال قیاس استثنایی به درستی استفاده شده است و سایر گزینه ها یک مغالطه است.

۵۳- گزینه ۲ طرفین معادله را نمی توان بر $(x + 3)$ تقسیم کرد، زیرا با این کار ریشه $x - 3$ حذف می شود، پس اشتباه در مرحله ۲ رخ داده است.

۵۴- گزینه ۲ تنها در گزینه «۲» استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: شاید علی در آزمون کتبی هم شرکت نکرده باشد.

گزینه «۳»: شاید سعید از من متنفر نباشد و پشت سر من حرف بدی زده باشد.

گزینه «۴»: a می تواند عددی منفی هم باشد و توان دوم آن مثبت باشد.

۵۵- گزینه ۲ در یک معادله، نمی توانیم دو طرف تساوی را بر یک مجهول یا عبارتی شامل مجهول تقسیم کنیم چون ممکن است مجهول در این حالت صفر باشد، راه حل صحیح به صورت زیر است:

$$x^3 - 8x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

۵۶- گزینه ۳ هر عدد حقیقی مثبت مانند x همواره بزرگتر یا مساوی تفاضل معکوسش از عدد ۲ است. بنابراین داریم:

$$x \geq 2 - \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

۵۷- گزینه ۳ بررسی سایر گزینه ها:

$$\text{گزینه ۱) } x^2 = x + 72 \text{ یا } x^2 - x = 72$$

گزینه ۲) $x \in \mathbb{N}, x + \frac{1}{x} \geq 2$ باید علامت بزرگ تر مساوی استفاده شود.

$$\text{گزینه ۴) مجموع دو عدد متوالی } n + (n + 1) = 2n + 1 \text{ می باشد پس به ازای } n > 1 \Leftrightarrow n(n + 1) > 2n + 1$$

$$\text{۵۸- گزینه ۳ مجموع (معکوس عدد } a = \frac{1}{a} \text{ و معکب عدد } a^3 = a) - 4 = (2a = a \text{ دو برابر عدد } a)$$



$$\frac{1}{a} + a^3 = 2a - 4 \rightarrow 4 + \frac{1}{a} + a^3 = 2a$$

۵۹- گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با قرار دادن $a = -1$ و $b = -2$ داریم:

$$a^4 = (-1)^4 = 1 \text{ و } b^4 = (-2)^4 = 16 \Rightarrow a^4 < b^4$$

گزینه «۳»: علامت جمعی که بین ۲ و $\sqrt{3}$ وجود دارد مانع از آن می‌شود که بتوانیم ۲ صورت را با ۲ مخرج ساده کنیم.

گزینه «۴»: معادله $x^2 + 36 = 0$ فاقد جواب حقیقی است. چون $x^2 = -36$ و می‌دانیم نمی‌توانیم از عدد منفی جذر بگیریم (توان دوم هیچ عددی نمی‌تواند برابر عددی منفی باشد)

۶۰- گزینه ۴ اگر بخواهیم $p \Rightarrow q$ را به روش عکس نقیض اثبات کنیم باید $\sim q \Rightarrow \sim p$ بررسی شود. خواهیم داشت:

$$\text{اگر } 2n^2 + 1 \leq n^2, \text{ آنگاه } 2n + 1 \geq n$$

پاسخنامه کلیدی

(۱) - ۱	(۱۱) - ۲	(۲۱) - ۳	(۳۱) - ۳	(۴۱) - ۴	(۵۱) - ۱
(۲) - ۴	(۱۲) - ۲	(۲۲) - ۱	(۳۲) - ۲	(۴۲) - ۳	(۵۲) - ۱
(۳) - ۳	(۱۳) - ۲	(۲۳) - ۴	(۳۳) - ۳	(۴۳) - ۳	(۵۳) - ۲
(۴) - ۳	(۱۴) - ۳	(۲۴) - ۲	(۳۴) - ۳	(۴۴) - ۴	(۵۴) - ۲
(۵) - ۲	(۱۵) - ۳	(۲۵) - ۳	(۳۵) - ۴	(۴۵) - ۱	(۵۵) - ۲
(۶) - ۳	(۱۶) - ۴	(۲۶) - ۲	(۳۶) - ۱	(۴۶) - ۱	(۵۶) - ۳
(۷) - ۱	(۱۷) - ۱	(۲۷) - ۳	(۳۷) - ۲	(۴۷) - ۴	(۵۷) - ۳
(۸) - ۳	(۱۸) - ۴	(۲۸) - ۱	(۳۸) - ۲	(۴۸) - ۴	(۵۸) - ۳
(۹) - ۳	(۱۹) - ۲	(۲۹) - ۲	(۳۹) - ۳	(۴۹) - ۲	(۵۹) - ۲
(۱۰) - ۳	(۲۰) - ۴	(۳۰) - ۲	(۴۰) - ۳	(۵۰) - ۲	(۶۰) - ۴