

۱ اگر $\frac{108 \times \sqrt[3]{27a^3}}{8^5 \times 4^{-10}} = 6^4$ باشد، مقدار $f\left(\frac{1}{2}\right)$ در تابع $f(x) = \sqrt{2}a^x - \frac{3}{5}$ کدام است؟

(۲) $-3/2$

(۱) $3/4$

(۴) $-5/1$

(۳) $0/3$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

۲ اگر $\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = 5^{a+3}$ باشد، مقدار $f(2)$ در تابع $f(x) = \frac{1}{5}a^x - 1$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۴

(۴) ۵

(۳) ۳

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

۳ اگر $\log_3(-x) + \log(x^2 - 2x + 1) + 3\log(1 - x) = 5$ باشد، مقدار $\log_3(-x)$ کدام است؟

(۲) -2

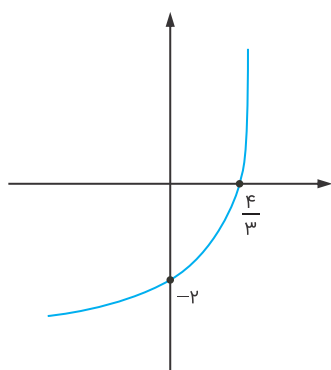
(۱) ۲

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

۴ شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_c(ax + b)$ است. اگر $b - c = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



(۱) -5

(۲) $\frac{1}{5}$

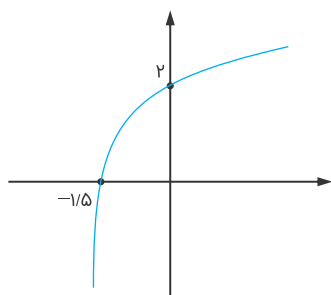
(۳) -3

(۴) $\frac{1}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۵

شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



(۱) $-\frac{3}{5}$

(۲) -3

(۳) $-\frac{2}{5}$

(۴) -2

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۶

اگر $\log_{\sqrt{2}}(-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ کدام است؟

(۱) -6

(۲) 6

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $-\frac{1}{4}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

۷

مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته $\frac{12}{5}$ درصد از جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز، $\frac{1}{7}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_2 3 = \frac{1}{6}$ و $\log_3 3 = \frac{0}{6}$)

(۱) 8

(۲) 28

(۳) 56

(۴) 126

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

۸

نمودار تابع $y = \log_{\frac{1}{2}}(ax + b)$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول -1 و نیمساز ناحیه چهارم را در نقطه‌ای به عرض -1 قطع کرده است. b کدام می‌باشد؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) 2

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) 3

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۹

تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_p^{(3x+b)^2}$ از دو نقطه $(5, 11)$ و $(21, 15)$ می‌گذرد، a کدام است؟

(۱) 1

(۲) 2

(۳) 3

(۴) 4

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۰

تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_p^{(bx-4)}$ از دو نقطه $(2, 6)$ و $(12, 10)$ می‌گذرد. a کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۱۱

مجموع جواب‌های معادله $\log_2(4^x + 15) = x + 3$ ، کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۵
(۳) $\log_2 15$
(۴) $\log_4 15$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۱۲

اگر لگاریتم عدد $2\sqrt[3]{5/25}$ در مبنای ۸ برابر A باشد، آنگاه لگاریتم عدد $(\frac{1}{A} - 1)$ در پایه ۴ کدام است؟

- (۱) -۳
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

۱۳

حاصل عبارت $(\log_{21}(3))^2 + \log_{21}(147)\log_{21}(1323)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۱۴

اگر $a^2 + 9b^2 = 10ab$ باشد، مقدار $\log(\frac{a+3b}{4})$ ، واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟

- (۱) $\log a, \log 3b$
(۲) $\log a, \log b$
(۳) $\log \sqrt{a}, \log \sqrt{b}$
(۴) $\log \sqrt{a}, \log \sqrt{3b}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۵

اگر $A = \{\log_9 x + 3\log_x 3 : x > 1\}$ باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) $\sqrt{6}$
(۴) $\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۱۶

اگر $\log 2 \simeq 0/3$ و $\log 3 \simeq 0/4$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $\log \frac{5}{6} = 0$ $x^2(\log 30) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6} = 0$ چقدر است؟

(۲) ۵/۰

(۱) ۷/۰

(۴) ۱

(۳) ۴/۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۱۷

دامنه تابع $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ کدام است؟

(۲) $(-4, 9)$ (۱) $(-9, 9)$ (۴) $(-4, 4)$ (۳) $(4, 9)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۱۸

اگر $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ کدام بازه است؟

(۲) $(-\infty, 0)$ (۱) $[-1, 1]$ (۴) $(0, +\infty)$ (۳) $(-\infty, +\infty)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۱۹

نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $f^{-1}(27)$ کدام است؟

(۲) -۲

(۱) -۳

(۴) ۳

(۳) ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۲۰

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = A(2)^{Bx}$ و خط به معادله $4y = 5x$ در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع هستند. مقدار $f^{-1}(10)$ ، کدام است؟

(۲) ۵

(۱) ۳

(۴) ۸

(۳) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۲۱

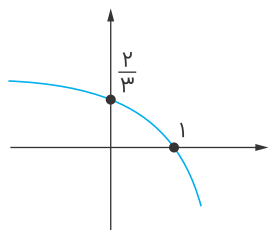
فرض کنید $[a, b]$ برد تابع $f(x) = 2^{-\sqrt{5 \sin^2(x) - 1}}$ باشد. مقدار $a + b$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۲

شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟



(۱) $\frac{10}{9}$

(۲) $\frac{8}{9}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{7}{8}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۲۳

اگر $\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt[3]{2}} x$ کدام است؟

(۲) $\frac{4}{3}$

(۴) ۴

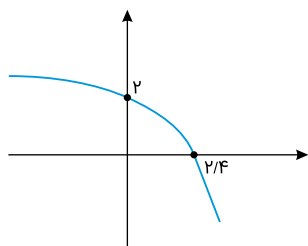
(۱) $\frac{3}{2}$

(۳) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

۲۴

نمودار تابع $y = c + \log_5(ax + b)$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟



(۱) $-\frac{2}{5}$

(۲) $-\frac{3}{5}$

(۳) $-\frac{1}{10}$

(۴) $-\frac{3}{10}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

۲۵

فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، ضابطه f کدام است؟

(۲) $\frac{x-1}{2x-1}$

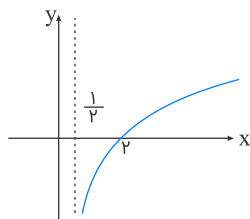
(۴) $\frac{x+1}{2x+1}$

(۱) $\frac{2x+1}{x+1}$

(۳) $\frac{2x-1}{x-1}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_b^{(y_{x+a})}$ است. این منحنی خط $y = 1$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

اگر $\log 2 \simeq 0/3$ و $\log 3 \simeq 0/4$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0$ چقدر است؟

(۲) $\frac{14}{3}$ (۱) $\frac{26}{3}$ (۴) $\frac{26}{11}$ (۳) $\frac{14}{11}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

اگر $A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log_{\lambda} x + 4 \log_{x^2} 2}} : x > 1 \right\}$ باشد، بزرگ‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac{1}{6}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_3 5 = 1/4$ و $\log_2 5 = 2/4$)

(۲) ۳۶۰

(۱) ۳۸۰

(۴) ۴۲۰

(۳) ۴۴۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

دامنه $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳۱

اگر $\frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}} = 52$ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۳۲

مقدار $\log_n m = a$ و مقدار $\log_{mn} m^n n = b$ است. اگر $a > 0$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳۳

α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - \lambda x + 4 = 0$ هستند. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ برابر باشند، مقدار $\log_{\sqrt{a}} a$ کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳۴

تابع نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+b}$ را در نظر بگیرید. اگر $f(0) = \frac{1}{2}f(\frac{1}{2}) = 2$ باشد، مقدار جزء صحیح $f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) -۱
(۴) صفر

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

۳۵

اگر برد تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{12 + \sqrt{[x]} - [x]} \right) - 1$ برابر $\{\log_2 3 + 1\}$ باشد، دامنه تابع f ، کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است) (با تغییر)

- (۱) $[0, 2)$
(۲) $(0, 2)$
(۳) $(0, 1)$
(۴) $[0, 1]$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۳۶

اگر $\log 5 = 3k$ ، آنگاه $\log \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

- (۱) $1 - 4k$
(۲) $2 - 5k$
(۳) $1 - 2k$
(۴) $1 - k$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۳۷

از دو معادله $\log(y + 2) = 1$ و $\log(y - x) + \log(4x + y) = 2$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

۳۸

اگر $81^x = 3^{x^2 - 2}$ باشد، $\log_9^{(x-2)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۳۹

اگر $\log_3 a = 2$ و $\log_3 b = \frac{2}{3}(1 + a)$ باشد، مقدار $\log(3b - 8)$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $1/5$
(۳) ۲
(۴) $2/5$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۴۰

اگر $\log_8 18 = m$ باشد، حاصل $\log_4 12$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}(m + 1)$
(۲) $\frac{3m + 1}{4}$
(۳) $\frac{3}{4}(m - 1)$
(۴) $\frac{3m - 1}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۴۱

اگر $\log_7^{(5x+1)} + \log_7^x = 2$ باشد، عدد $\frac{4}{x}$ کدام است؟

- (۱) -۴
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۰

۴۲

اگر $\log 3 + \log \sqrt[3]{3} = \log (81)^K$ ، آنگاه لگاریتم $\frac{5}{K}$ در پایه ۲ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۴۳ اگر $4\sqrt{2} = 4^x$ و $1 + \log \sqrt{x+1} = \log y$ ، مقدار y کدام است؟

- (۱) $7/5$ (۲) $12/5$
(۳) 15 (۴) 25

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

۴۴ از دو معادله $\log_3^x + \log_3^y = 2$ و $x^2 + y^2 = 46$ ، لگاریتم $(x+y)$ در پایه ۴، کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) 2
(۳) $2/5$ (۴) 3

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

۴۵ از دو معادله $4^x + 2^x = 72$ و $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 7
(۳) 8 (۴) 9

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۴۶ از تساوی $\log_x^{(x^2+4)} = 1 + \log_x^5$ ، مقدار لگاریتم x در پایه ۲ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 2

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۴۷ اگر $1 = \log \frac{2}{x} + \log(x+1)$ باشد، لگاریتم عدد x در پایه ۸ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

۴۸ اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ ، لگاریتم $(4a+1)$ در پایه ۴ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $\sqrt{2}$
(۳) 2 (۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

۴۹

تابع $f(x) = \sqrt[3]{2^{ax+b}}$ از نقطه $(\frac{1}{p}, 1)$ عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(1) = 5$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟

- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۵۰

در تابع با ضابطه $f(x) = a \cdot b^x$; $b > 0$ داریم $f(0) = \frac{3}{p}$ و $f(-2) = \frac{3}{3p}$. مقدار $f\left(\frac{3}{p}\right)$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۲۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

۵۱

اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ از دو نقطه $A\left(-\frac{1}{p}, \frac{1}{p}\right)$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$
(۲) $-\frac{1}{p}$
(۳) $-\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{3}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۵۲

اگر $\log 2 = k$ باشد، حاصل $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2\log(1 + \sqrt{5})$ کدام است؟

- (۱) $2k$
(۲) $4k$
(۳) $1 + k$
(۴) $2 + 4k$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۵۳

نمودارهای دو تابع $f(x) = \log_p \frac{1}{x}$ و $g(x) = \log_{\frac{1}{p}} x$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

- (۱) $f(x)$ بالاتر
(۲) $g(x)$ بالاتر
(۳) منطبق‌اند
(۴) فقط در یک نقطه متقاطع

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۵۴

اگر $2^{-x} < 0/000001$ و $\log 2 = 0/301$ ، کوچک‌ترین عدد x با دو رقم اعشاری کدام است؟

- (۱) $19/19$
(۲) $19/91$
(۳) $19/94$
(۴) $19/97$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

۵۵

از معادله لگاریتمی $\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$ مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه ۴، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۵۶

مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ ($\log 3 = 0.48$)

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۲۴۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۵۷

دو تابع f و g مفروض‌اند، در کدام گزینه دو تابع مساوی‌اند؟

- (۱) $f(x) = 2 \log x$ و $g(x) = \log x^2$ (۲) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$ و $g(x) = 1$
(۳) $f(x) = (\sqrt{x})^2$ و $g(x) = x$ (۴) $f(x) = \frac{x}{|x|}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

۵۸

اگر $3^a = A$ باشد، $\log_3 9A^2$ همواره کدام است؟

- (۱) $2 + 2a$ (۲) $3 + 2a$ (۳) $2 + a^2$ (۴) $3 + a^2$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱
علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

۵۹

اگر تساوی $\log_x y - 2 \log_y x = 1$ به ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

- (۱) $y = x^2$ (۲) $y = x^3$ (۳) $y = \sqrt{x}$ (۴) $xy = 2$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۶۰

از معادله لگاریتمی $\log_3(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$ مقدار لگاریتم $(2x - 1)$ در پایه ۸، کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۶۱ کدام یک از توابع زیر، با تابع $y = \log \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

- (۱) $\log(x-2) - \log x$
- (۲) $\log \frac{x^2-4}{x^2+2x}$
- (۳) $\frac{1}{2} \log \left(\frac{x-2}{x} \right)^2$
- (۴) $2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}}$

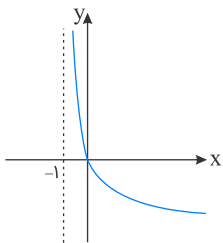
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۶۲ اگر $f(x) = 2^x$ باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x)}$ به کدام صورت است؟

- (۱) $\mathbb{R} - (-1, 1)$
- (۲) $[-1, 0) \cup (0, 1]$
- (۳) $[-1, 0) \cup [1, +\infty)$
- (۴) $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

۶۳ شکل زیر، نمودار تابع $y = \log_p U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟



- (۱) $x+1$
- (۲) $(x+1)^{-1}$
- (۳) $x-1$
- (۴) $1-x$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۶۴ تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ فقط برای مقادیر $x \in (-\frac{1}{p}, +\infty)$ با معنی است. اگر $f(4) = 2$ باشد، آنگاه $f(-\frac{4}{9})$ کدام است؟

- (۱) -2
- (۲) -1
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) 1

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۶۵ نمودارهای دو تابع $f(x) = 4^x$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} + \frac{3}{4}$ در نقطه A متقاطع‌اند. فاصله نقطه A تا نقطه $(-\frac{1}{4}, 1)$ ، کدام است؟

- (۱) 1
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) 2
- (۴) $\sqrt{5}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۶۶

نمودار تابع با ضابطه $y = a\left(\frac{1}{3}\right)^x$ در نقطه‌ای به عرض ۴ محور yها را قطع می‌کند. مقدار تابع در $x = -2$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$
(۳) ۲۷ (۴) ۳۶

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۷

تابع $f(x) = a + b\left(\frac{1}{p}\right)^x$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(-1) = -1$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱
(۳) ۲ (۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۶۸

از تساوی $9^{x-1} \times (81)^{-1} = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴
(۳) ۱ (۴) ۲

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

۶۹

اگر در معادله $2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2$ مقدار x برابر ۹ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) ۳ (۴) ۹

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۷

۷۰

از رابطه $\log(2x - 5) + \log(x + 1) = \log(4x - 1)$ ، مقدار لگاریتم $(2x + 1)$ در پایه ۳، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱
(۳) ۱/۵ (۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۷

۷۱

اگر $\left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2x-1}$ باشد، $\log_8^{(9x+1)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۷

۷۲

از رابطه $\log(x+2) + \log(2x-1) = \log(4x+1)$ مقدار لگاریتم $(2x+5)$ در پایه ۴، کدام است؟

(۲) ۰/۷۵

(۱) ۰/۵

(۴) ۱/۵

(۳) ۱/۲۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۶

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۷

۷۳

اگر a و b ریشه‌های معادله $x^2 - 10x + 0/1 = 0$ باشند، حاصل $\log a + \log b - \log(a+b)$ کدام است؟

(۲) -۱

(۱) -۲

(۴) ۱

(۳) صفر

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

۷۴

در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ $(\log 2 = 0/3, \log 3 = 0/48)$

(۲) ۲۴

(۱) ۲۰

(۴) ۳۲

(۳) ۳۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۷۵

یک قایق کاملاً بادی، روزانه ۵ درصد بادش را از دست می‌دهد. باد این قایق پس از چند روز، به نصف باد روز اول می‌رسد؟ $(\log 19 = 1/287, \log 2 = 0/301)$

(۲) ۱۸/۵

(۱) ۱۷

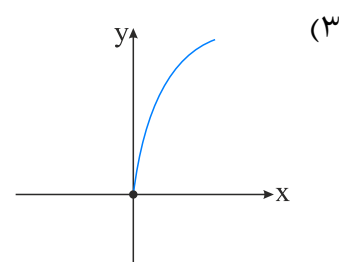
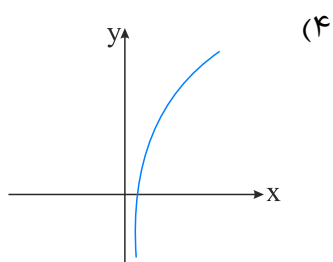
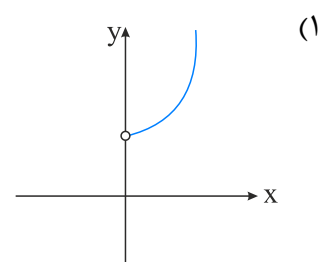
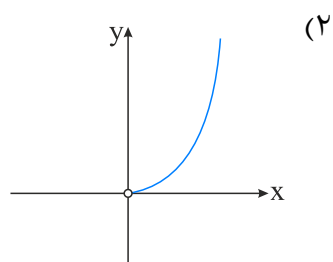
(۴) ۲۵

(۳) ۲۱/۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۷۶

نمودار تابع $f(x) = 9^{\log_3 x}$ ، کدام است؟ (با تغییر)



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک a ، b و c تساوی $\log_a c + \log_b c = 1$ برقرار باشد، آنگاه $\log_c a \cdot \log_c b$ کدام است؟

(۱) $\log_c(ab)$

(۲) $2\log_c(ab)$

(۳) $\log_c(a+b)$

(۴) $2\log_c(a+b)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a\left(\frac{1}{p}\right)^x + b$ ، محور x ها را با طول -1 و محور y ها را با عرض 2 قطع می‌کند. مقدار تابع f در $x = 1$ ، کدام است؟

(۱) 1

(۲) 2

(۳) 3

(۴) 4

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\log_2(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ ، کدام است؟

(۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

(۲) $(-1, 2)$

(۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

(۴) $(-2, 1)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

(۱) $\log_2(2 - \sqrt{3})$

(۲) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$

(۳) $\log_2(1 + \sqrt{3})$

(۴) $\log_2(2 + \sqrt{3})$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

نمودارهای دو تابع $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$ و $y = 3^x + \frac{1}{3}$ در نقطه A متقاطع‌اند. فاصله نقطه A از نقطه $(-1, 1)$ کدام است؟

(۱) 1

(۲) $\sqrt{2}$

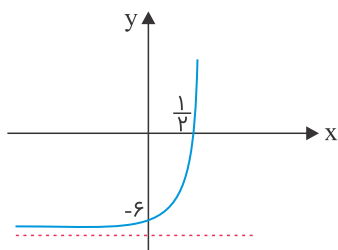
(۳) 2

(۴) $\sqrt{5}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

۸۲

شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$ است. $f(2)$ ، کدام است؟



(۱) ۲۳۴

(۲) ۱۰۸

(۳) ۷۲

(۴) ۱۸

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۸۳

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ را در نظر بگیرید. $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

(۲) $\log_2^{(1+\sqrt{5})}$ (۱) $\log_2^{(-1+\sqrt{5})}$ (۴) $\log_2^{(3+\sqrt{5})}$ (۳) $\log_2^{(2+\sqrt{5})}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۸۴

اگر $\log_8^2 = \frac{5}{\lambda}$ باشد، آنگاه $\log_{18}^{\lambda}$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{5}{7}$ (۱) $\frac{15}{22}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{8}{11}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۸۵

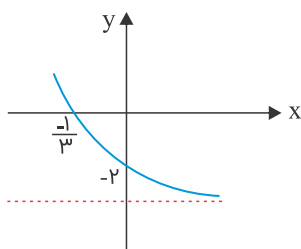
اگر $\log_6^3 = \frac{5}{\lambda}$ باشد، مقدار $\log_{12}^6$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{8}{11}$ (۱) $\frac{13}{18}$ (۴) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{3}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۸۶

شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f\left(-\frac{5}{3}\right)$ ، کدام است؟



(۱) ۵۴

(۲) ۶۰

(۳) ۴۸

(۴) ۲۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۸۷

نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{p}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۸۸

فاصله نقطه تلاقی دو منحنی به معادلات $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$ از نقطه $A(0, 4)$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۸۹

اگر $\log_b^a = \frac{3}{p}$ آنگاه $\log_{\sqrt{b}}^{ab^p}$ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

۹۰

از دو معادله دوجمله‌ای $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\log(x + 2y) = 1 + \log y$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $1/2$
(۲) $1/4$
(۳) $1/5$
(۴) $1/6$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۹۱

نمودار یک تابع به صورت $f(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطه تلاقی تابع f با محور y ها، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{27}$
(۲) $\frac{1}{9}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\sqrt{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۹۲

اگر لگاریتم a در پایه $\sqrt{3}$ برابر $\frac{4}{3}$ باشد، آنگاه لگاریتم $(a^3 + 7)$ در پایه ۸ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۹۳

از معادلات $2^x \times 8^y = 4$ و $\log x = \log 2 + \log y$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۹۴

از تساوی $\log_x^{(3x+8)} = 2 - \log_x^{(x-6)}$ ، مقدار لگاریتم x در پایه ۴، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) 2

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۹۵

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ به کدام صورت بازه‌ها است؟

- (۱) $[-2, 0) \cup (3, 5]$ (۲) $[-2, 0] \cup (3, 5)$
(۳) $[-2, 3]$ (۴) $(0, 5]$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۹۶

از دو معادله دوجمله‌ای $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$ و $\log y = 2 \log 3 + \log x$ ، مقدار y کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2
(۳) 3 (۴) 4

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

۹۷

جمعیت شهری با نرخ زوال یک درصد در سال، کم می‌شود. با این روند با گذشت چند سال جمعیت این شهر، نصف جمعیت فعلی آن می‌شود؟ ($\log 2 = 0/3$ ، $\log 99 = 1/995$)

- (۱) 50 (۲) 60
(۳) 64 (۴) 72

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۹۸

دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{1 - \log(x - 1)}$ به کدام صورت است؟

- (۱) $(1, 2]$ (۲) $[2, 10]$
(۳) $[1, 11]$ (۴) $(1, 11]$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۹۹ حاصل $\log_4(\log_3(\log_2 512))$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) صفر
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\frac{1}{2}$

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۱۰۰ تعداد جوابهای معادله $10^{2x} - 10^{x+1} + 24 = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

گزینه ۴

۱

$$\frac{10\lambda \times \sqrt[3]{27a^3}}{\lambda^5 \times 2^{-10}} = \frac{27 \times 3 \times 3a}{2^5 \times 4^5 \times 2^{-10}} = \frac{27 \times 3a \times 4}{2^5 \times 2^{-5}}$$

$$= 3^3 \times 2^6 \times 2^{-5}a = 3^3 \times 2^{12} \times 2^{-5}a$$

$$= 3^3 \times 2^7 \times 2^8 \times 2^{-5}a = 6^6 \times 2^3a$$

$$\Rightarrow 6^6 \times 2^3a = 6^6 \Rightarrow \lambda a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{\lambda}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2} \times \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{5} = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{\lambda}} - \frac{3}{5} = \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{5-6}{10} = \frac{-1}{10} = -0.1$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

گزینه ۱

۲

$$\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = \frac{\cancel{a^5} \times \cancel{3^3} \times 5^3}{\cancel{3^3} \times \frac{\cancel{a^5}}{5^5}} = 5^8$$

$$\Rightarrow 5^8 = 5^{a+3} \Rightarrow a = 5$$

$$f(2) = \frac{1}{5} \times 5^2 - 1 = 5 - 1 = 4$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

گزینه ۱

۳

$$\Rightarrow \log(x^2 - 2x + 1) + 3\log(1-x) = 5 \Rightarrow \log(1-x)^2 + 3\log(1-x) = 5$$

$$\Rightarrow 2\log(1-x) + 3\log(1-x) = 5$$

$$\Rightarrow 5\log(1-x) = 5 \Rightarrow \log(1-x) = 1 \Rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow x = -9$$

$$\log_3(-x) = \log_3 9 = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

طبق نمودار $f(\frac{4}{3}) = 0$ و $f(0) = -2$:

$$f(0) = -1 + \log_c b = -2 \Rightarrow \log_c b = -1 \Rightarrow b = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = 1$$

$$\begin{cases} bc = 1 \\ b - c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow b - \frac{1}{b} = \frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b = 3 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$b = -\frac{1}{3} \Rightarrow c = -3$$

$c > 0$ است؛ بنابراین $c = \frac{1}{3}$ قابل قبول است.

$$f(\frac{4}{3}) = 0 \Rightarrow -1 + \log_{\frac{1}{3}}(\frac{4a}{3} + b) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{4a}{3} + 3 = \frac{1}{3} \Rightarrow a = -2$$

$$(a + c)b = (-2 + \frac{1}{3})(3) = -5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$f(o) = 2 \Rightarrow 1 - \log_c(-b) = 2 \Rightarrow \log_c(-b) = -1$$

$$\Rightarrow -b = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1$$

$$f(-1/5) = o \Rightarrow 1 - \log_c(-\frac{3}{2}a - b) = o$$

$$\Rightarrow \log_c(-\frac{3}{2}a - b) = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}a - b = c \Rightarrow -\frac{3}{2}a = b + c \Rightarrow a = 1$$

حال b و c را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} b + c = -\frac{3}{2} \\ bc = -1 \end{cases} \Rightarrow b - \frac{1}{b} = -\frac{3}{2} \Rightarrow b^2 + \frac{3}{2}b - 1 = o$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow c = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

باتوجه به دامنه تابع، $b = -2$ و $c = \frac{1}{2}$ قابل قبول است ($c > o$). بنابراین:

$$(a + c)b = (1 + \frac{1}{2})(-2) = -3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3 \Rightarrow \log(2-x) - \log \frac{1}{(2-x)^2} = 3$$

$$\Rightarrow \log \frac{(2-x)}{1} = 3 \Rightarrow \log(2-x)^3 = 3 \Rightarrow 3 \log(2-x) = 3$$

$$\Rightarrow \log(2-x) = 1 \Rightarrow 2-x = 10 \Rightarrow x = -8 \quad \text{ق.ق}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{2}}(-x) = \log_{\sqrt{2}} 8 = \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_2 2 = 6$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

در هر هفته ۱۲/۵ درصد از جرم باقی‌مانده را از دست می‌دهد، یعنی $\frac{12/5}{100} = \frac{1}{\lambda}$ از جرم از دست می‌دهد و $\frac{\gamma}{\lambda}$ از جرم باقی می‌ماند. همچنین داریم:

$$\log_{\gamma} \gamma = 1/6 \Rightarrow \log_{\gamma} 2 = \frac{10}{16}$$

$$\log_{\gamma} \gamma = 0/6 \Rightarrow \log_{\gamma} \gamma = \frac{10}{6}$$

اگر جرم اولیه را M فرض کنیم، داریم:

$$\text{جرم باقی‌مانده} = \left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{t}{\gamma}} \times M = \frac{1}{\gamma} \times M$$

$$\xrightarrow{\frac{t}{\gamma}=n} \left(\frac{\gamma}{\lambda}\right)^n \times M = \frac{1}{\gamma} M \Rightarrow \left(\frac{\gamma}{\lambda}\right)^n = \frac{1}{\gamma}$$

$$\log_{\gamma} \left(\frac{\gamma}{\lambda}\right)^n = \log_{\gamma} \frac{1}{\gamma} \Rightarrow n(\log_{\gamma} \gamma - \log_{\gamma} \lambda) = -\log_{\gamma} \gamma$$

$$\Rightarrow n\left(\frac{10}{6} - 3\log_{\gamma} 2\right) = -\left(\frac{10}{6}\right) \Rightarrow n\left(\frac{10}{6} - 3\left(\frac{10}{16}\right)\right) = -\frac{10}{6} \Rightarrow n = \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{t}{\gamma} = n \Rightarrow t = \gamma \times \lambda = 56$$

بنابراین پس از ۵۶ روز $\frac{1}{\gamma}$ از جرم عنصر باقی می‌ماند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

نکته: هر نقطه روی نیمساز ربع دوم و چهارم به صورت $(\alpha, -\alpha)$ است.

$$\begin{cases} y(-1) = 0 \\ y(1) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(-a+b) = 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(a+b) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a+b=1 \\ a+b=2 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

چون تابع از دو نقطه $(5, 11)$ و $(21, 15)$ می‌گذرد، بنابراین مختصات این نقاط در تابع صدق می‌کند، داریم:

$$(5, 11) \in f \Rightarrow 11 = a + \log_v^{(15+b)^2}$$

$$(21, 15) \in f \Rightarrow 15 = a + \log_v^{(6^3+b)^2}$$

$$\begin{cases} 11 = a + \log_v^{(15+b)^2} \\ 15 = a + \log_v^{(6^3+b)^2} \end{cases} \Rightarrow \times(-1) \begin{cases} -11 + a = -\log_v^{(15+b)^2} \\ 15 - a = \log_v^{(6^3+b)^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4 = \log_v^{(6^3+b)^2} - \log_v^{(15+b)^2} \Rightarrow 4 = 2 \log_v^{(6^3+b)} - 2 \log_v^{(15+b)}$$

$$\Rightarrow 4 = 2(\log_v^{(6^3+b)} - \log_v^{(15+b)}) \Rightarrow 2 = \log_v^{\frac{6^3+b}{15+b}} \Rightarrow \frac{6^3+b}{15+b} = v^2$$

$$\Rightarrow 6^3 + b = 6 \cdot 0 + 4b \Rightarrow 3b = 3 \Rightarrow b = 1$$

$$11 = a + \log_v^{(15+b)^2} \xrightarrow{b=1} 11 = a + \log_v^{(16)^2}$$

$$\Rightarrow 11 - a = 4 \Rightarrow a = 7$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

گام اول

مختصات دو نقطه $(2, 6)$ و $(12, 10)$ در ضابطه تابع صدق می‌کند؛ بنابراین مختصات این دو نقطه را در ضابطه تابع جایگذاری کرده و مقادیر a و b را تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$f(2) = 6 \Rightarrow a + \log_v^{(2b-4)} = 6 \Rightarrow \log_v^{(2b-4)} = 6 - a$$

$$\Rightarrow v^{6-a} = 2b - 4 \quad (1)$$

$$f(12) = 10 \Rightarrow a + \log_v^{(12b-4)} = 10 \Rightarrow \log_v^{(12b-4)} = 10 - a$$

$$\Rightarrow 12b - 4 = v^{10-a} \quad (2)$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{v^{6-a}}{v^{10-a}} = \frac{2b-4}{12b-4} \Rightarrow v^{-4} = \frac{2b-4}{12b-4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v^4} = \frac{2(b-2)}{4(3b-1)} \Rightarrow 3b-1 = 4(b-2) \Rightarrow 3b-1 = 4b-8 \Rightarrow 4b-8=3b-1 \Rightarrow b=7$$

$$\Rightarrow 5b = 15 \Rightarrow b = 3 \xrightarrow{(2)} v^{10-a} = 32 = 2^5 \Rightarrow 10-a=5 \Rightarrow a=5$$

$$\log_2(2^x + 15) = x + 3 \Rightarrow 2^x + 15 = 2^{x+3}$$

$$\xrightarrow{2^x=t} t^2 + 15 = 8t \Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 3)(t - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 = 2^x \Rightarrow x = \log_2 3 \\ t = 5 = 2^x \Rightarrow x = \log_2 5 \end{cases}$$

$$\log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 15$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

$$A = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \xrightarrow{\sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}}} \log_{2^{\frac{1}{3}}} (2 \times 2^{-\frac{1}{3}}) = \log_{2^{\frac{1}{3}}} 2^{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{A} - 1\right) \xrightarrow{A=\frac{1}{9}} \log_{\frac{1}{2}} (9 - 1) = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

دو عبارت لگاریتمی $\log_{21} 147$ و $\log_{21} 1323$ را بر حسب $\log_{21} 3$ می‌نویسیم:
جای ۱۴۷، می‌توانیم $\frac{441}{3}$ بنویسیم که خود ۴۴۱ هم 21^2 است.

$$\log_{21} 147 = \log_{21} \frac{441}{3} = \log_{21} 21^2 - \log_{21} 3 = 2 - \log_{21} 3$$

عدد ۱۳۲۳ هم 3×441 است:

$$\log_{21} 1323 = \log_{21} (21^2 \times 3) = \log_{21} 21^2 + \log_{21} 3 = 2 + \log_{21} 3$$

پس:

$$(\log_{21} (3))^2 + \log_{21} (147) \log_{21} (1323) = (\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3) (2 + \log_{21} 3)$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (\log_{21} 3)^2 + 4 - (\log_{21} 3)^2 = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$\begin{aligned}
 a^2 + 9b^2 &= 10ab \Rightarrow (a + 3b)^2 - 6ab = 10ab \Rightarrow (a + 3b)^2 = 16ab \\
 &\Rightarrow \left(\frac{a + 3b}{4}\right)^2 = ab \\
 \log\left(\frac{a + 3b}{4}\right)^2 &= \log(ab) \Rightarrow 2\log\left(\frac{a + 3b}{4}\right) = \log a + \log b \\
 &\Rightarrow \log\left(\frac{a + 3b}{4}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}
 \end{aligned}$$

حاصل به دست آمده دقیقاً واسطه حسابی دو عدد $\log a$ و $\log b$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{aligned}
 \log_9 x + 3\log_{x^3} 3 &= \frac{\log x}{\log 9} + \frac{3\log 3}{2\log x} \\
 \underbrace{\frac{\log x}{\log 9}}_a \times \underbrace{\frac{3\log 3}{2\log x}}_b &= \frac{3}{4}, \quad ab = \frac{3}{4} \Rightarrow \min(a + b) = ? \\
 \Rightarrow a = b = \sqrt{\frac{3}{4}} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \min(a + b) = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\begin{aligned}
 x^2(\log 30) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6} &= 0 \\
 \Rightarrow x^2(\log 5 + \log 6) + 2x(\log 6) - (\log 5 - \log 6) &= 0 \\
 \Rightarrow (\log 5 + \log 6)x^2 + (2\log 6)x + (\log 6 - \log 5) &= 0 \\
 \text{در معادله درجه دوم } ax^2 + bx + c = 0 \text{ که } a + c = b \text{ یکی از ریشه‌های } x = -1 \text{ و دیگری } x = \frac{-c}{a} \text{ است.} \\
 \xrightarrow{a+c=b} x = -1, x = \frac{\log 5 - \log 6}{\log 5 + \log 6} \simeq 0 \\
 \text{تفاضل ریشه‌ها } \simeq |-1 - 0| = 1
 \end{aligned}$$

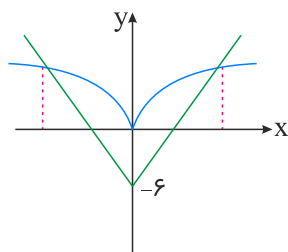
برای محاسبه $\log 5$ و $\log 6$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 \log 2 &\simeq 0/3 \Rightarrow \log 5 = 1 - \log 2 \simeq 0/7 \\
 \log 3 &\simeq 0/4, \log 2 \simeq 0/3 \Rightarrow \log 6 = \log 2 + \log 3 \simeq 0/7
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$\sqrt{|x|}$ برای تابع مشکلی ایجاد نمی‌کند.

$$6 + \sqrt{|x|} - |x| > 0 \Rightarrow \sqrt{|x|} > |x| - 6$$

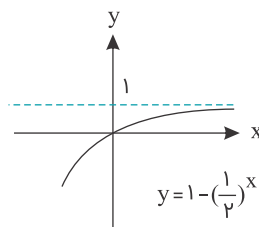
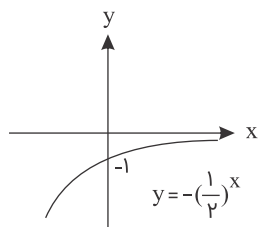
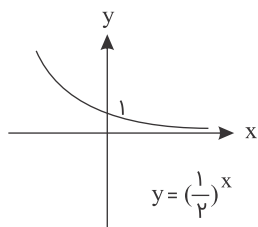


$$\sqrt{|x|} = |x| - 6 \xrightarrow{|x|=t} \sqrt{t} = t - 6 \Rightarrow t = 9 \Rightarrow |x| = 9 \Rightarrow x = \pm 9$$

پس جواب $(-9, 9)$ خواهد بود.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

ابتدا محدوده تابع $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x$ را تعیین کنید (بهترین شیوه رسم شکل است). سپس دامنه تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ را به دست می‌آوریم. نمودار تابع $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x$ را رسم می‌کنیم:



عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج باید نامنفی باشد. داریم:

$$y = \sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x, f(x) \geq 0 \\ x, f(x) < 0 \end{cases} \quad (f(x) \text{ و } x \text{ باید هم علامت باشند})$$

باتوجه به نمودار تابع $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{p}\right)^x$ ، هر جا که x مثبت است، $f(x)$ هم مثبت است و هر جا که x منفی است، $f(x)$ هم منفی است. بنابراین دامنه تعریف تابع به صورت $(-\infty, +\infty)$ در می‌آید.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

نمودارهای دو تابع f و g در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند، پس:

$$\begin{aligned} f(-1) = g(-1) &\Rightarrow 3^{-a+b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} \\ &\Rightarrow 3^{-a+b} = 9 = 3^2 \Rightarrow -a + b = 2 \quad (*) \end{aligned}$$

ازطرفی $f(2) = \frac{1}{3}$ ، بنابراین:

$$3^{2a+b} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow 2a + b = -1 \quad (**)$$

از حل دستگاه معادلات $(*)$ و $(**)$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = -1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 3a = -3 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{(*)} b = 1 \Rightarrow f(x) = 3^{-x+1}$$

حال برای محاسبه $f^{-1}(27)$ ، کافی است معادله $f(x) = 27$ را حل کنیم:

$$3^{-x+1} = 27 = 3^3 \Rightarrow -x + 1 = 3 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow f^{-1}(27) = -2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

نقاط برخورد در ضابطه توابع $f(x) = A(2)^{Bx}$ و $fy = 5x$ صدق می‌کند.

$$fy = 5x \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \Rightarrow (2, \frac{5}{2}) \\ x = 4 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow (4, 5) \end{cases}$$

$$f(x) = A(2)^{Bx} \Rightarrow \begin{cases} (2, \frac{5}{2}) : \frac{5}{2} = A(2)^{B \times 2} \Rightarrow 5 = 2A(2)^{2B} \\ (4, 5) : 5 = A(2)^{B \times 4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2A(2)^{2B} = A(2)^{4B} \Rightarrow 2^{2B+1} = 2^{4B} \Rightarrow 2B + 1 = 4B \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

$$5 = A(2)^{4B} \xrightarrow{B=\frac{1}{2}} 5 = A(2)^2 \Rightarrow A = \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}(2)^{\frac{x}{2}}$$

$$\frac{5}{4}(2)^{\frac{x}{2}} = 10 \Rightarrow (2)^{\frac{x}{2}} = 8 = 2^3 \Rightarrow \frac{x}{2} = 3 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow f^{-1}(10) = 6$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

دو نقطه با مختصات مشخص $(0, 2)$ و $(2/4, 0)$ را روی تابع صدق می‌دهیم.

$$\begin{aligned}(0, 2) &\Rightarrow 2 = c + \log_{\Delta} b \\ (2/4, 0) &\Rightarrow 0 = c + \log_{\Delta} (2/4a + b) \\ &\Rightarrow \log_{\Delta} (2/4a + b) - \log_{\Delta} b = -2 \\ &\Rightarrow \log_{\Delta} \frac{2/4a + b}{b} = -2\end{aligned}$$

پس:

$$\begin{aligned}\frac{2/4a + b}{b} &= \Delta^{-2} \Rightarrow 2/4 \frac{a}{b} + 1 = \frac{1}{2\Delta} \\ &\Rightarrow \frac{2/4}{10} \cdot \frac{a}{b} = \frac{-2/4}{2\Delta} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-10}{2\Delta} = \frac{-2}{\Delta}\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

راه حل اول:

$$\begin{aligned}\Delta^x &= 10 \Rightarrow x = \log_{\Delta} 10 = \log_{\Delta} (2 \times \Delta) = \log_{\Delta} 2 + \log_{\Delta} \Delta \\ &\Rightarrow x = \log_{\Delta} 2 + 1 \Rightarrow \log_{\Delta} 2 = x - 1 \\ 2^{f(x)} &= 20 \Rightarrow f(x) = \log_2 20 = \frac{\log_{\Delta} 20}{\log_{\Delta} 2} = \frac{\log_{\Delta} (4 \times \Delta)}{\log_{\Delta} 2} \\ &= \frac{\log_{\Delta} (2^2 \times \Delta)}{\log_{\Delta} 2} = \frac{2\log_{\Delta} 2 + \log_{\Delta} \Delta}{\log_{\Delta} 2} = \frac{2(x - 1) + 1}{x - 1} = \frac{2x - 1}{x - 1}\end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned}\log_{\Delta} 2 &= x - 1 \\ 2^{f(x)} &= 20 \Rightarrow f(x) = \log_2 20 = \log_2 (2^2 \times \Delta) \\ &= 2\log_2 2 + \log_2 \Delta = 2 + \frac{1}{x - 1} = \frac{2x - 2 + 1}{x - 1} = \frac{2x - 1}{x - 1}\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

راهحل اول:

$$y = -1 + \log_b^{(2(x+\frac{a}{2}))}$$

تابع به اندازه $\frac{1}{2} +$ نسبت به نمودار $y = \log x$ انتقال افقی به سمت راست داشته است. پس:

$$\frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

$$y = -1 + \log_b^{(2x-1)}$$

به علاوه مقدار تابع در $x = 2$ صفر است:

$$y(2) = -1 + \log_b^3 = 0 \Rightarrow \log_b^3 = 1 \Rightarrow b = 3$$

$$y = -1 + \log_3^{(2x-1)} \xrightarrow{y=1 \text{ با } y=1} -1 + \log_3^{(2x-1)} = 1$$

$$\Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x = 5$$

راهحل دوم: (برای به دست آوردن a و b)

$$y = -1 + \log_b^{(2x+a)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + a > 0 \Rightarrow x > -\frac{a}{2} \\ x > \frac{1}{2} : \text{طبق نمودار} \end{array} \right\} \Rightarrow a = -1$$

$$(2, 0) \Rightarrow -1 + \log_b^3 = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$\log 5 = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2 \simeq 0.7$$

$$\log 9 = \log 3^2 = 2 \log 3 \simeq 0.8$$

$$\log 15 = \log 5 + \log 3 \simeq 1.1$$

$$\log \frac{5}{3} = \log 5 - \log 3 \simeq 0.3$$

$$(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0 \Rightarrow 0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} x_1 = 1, x_2 = -\frac{1/1}{0.3}$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = 1 + \frac{1/1}{0.3} = 1 + \frac{11}{3} = \frac{14}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$\log_{\lambda} x + 4 \log_{x^3} 2 = \frac{1}{3} \log_{\lambda} x + \frac{4}{3} \log_x 2 \geq 2 \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \log_{\lambda} x + \frac{4}{3} \log_x 2 \geq \frac{4}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3} \log_{\lambda} x + \frac{4}{3} \log_x 2} \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\log_{\lambda} x + 4 \log_{x^3} 2}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

نکته ۱: دو عدد معکوس با ضرایب a و b که هر دو مثبت هستند، رابطه زیر را دارند:

$$ax + \frac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$$

نکته ۲: $\log_m n$ و $\log_n m$ معکوس هم هستند.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

اگر در هر $\frac{1}{q}$ جرم از دست برود، پس $\frac{1}{q}$ آن باقی می‌ماند.

... پس از یک ساعت ، در لحظه صفر
 $\frac{1}{q}a$ ، a ، ...

بنابراین یک دنباله هندسی داریم که بهتر است جمله اول را $\frac{1}{q}a$ فرض کنیم، چون در لحظه صفر هنوز جرمی از دست نرفته است، پس:

$$a_n = ar^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{\epsilon}a = \frac{1}{q}a\left(\frac{1}{q}\right)^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{q}\right)^n = \frac{1}{\epsilon}$$

بنابراین:

$$n = \log_{\frac{1}{q}} \frac{1}{\epsilon} = \frac{-\log \epsilon}{\log \frac{1}{q}} = \frac{-(\log 2 + \log 3)}{3 \log 2 - 2 \log 3} = \frac{-\log 2(1 + \log_2 3)}{\log 2(3 - 2 \log_2 3)}$$

با توجه به اطلاعات مسئله:

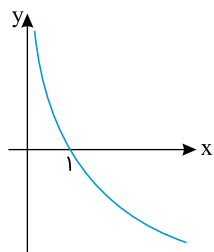
$$\frac{\log_2 5 = 2/4}{\log_3 5 = 1/4} \rightarrow \frac{\log_2 5}{\log_3 5} = \frac{2/4}{1/4} = \frac{\log_5 3}{\log_5 2} = \frac{24}{14} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{12}{7}$$

پس:

$$n = \frac{-(1 + \frac{12}{7})}{3 - \frac{24}{7}} = +\frac{19}{3} \Rightarrow n = \frac{19}{3} \times 60 = 19 \times 20 = 380$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

نمودار تابع $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ به صورت زیر است:



برای آنکه $\frac{x}{g(x)} \geq 0$ باشد باید x و $g(x)$ هم علامت باشند. x هایی که در ناحیه اول است، انتخاب می کنیم. بنابراین $0 < x < 1$ است و در این بازه هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\frac{3^x(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5)}{2^x(2^{-2} + 2^{-1} + 1 + 2 + 2^2 + 2^3)} = 52$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{52 \times 15/75}{364} = \frac{819}{364} = 2/25 \Rightarrow x = 2$$

نکته:

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 = \frac{1(1 - 3^6)}{1 - 3} = 364$$

$$2^{-2} + 2^{-1} + 1 + 2 + 2^2 + 2^3 = \frac{1}{4}(1 - 2^6) = \frac{63}{4} = 15/75$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\log_{mn}(m^a n) = \frac{a \log m + \log n}{\log m + \log n} = \frac{a(\log_n m) + 1}{(\log_n m) + 1} = b \Rightarrow b = \frac{a + 1}{a + 1}$$

$$\Rightarrow [b] = \left[\frac{a + 1}{a + 1}\right] = \left[\frac{a + 1}{a + 1} + \frac{a}{a + 1}\right] \Rightarrow [b] = 1 + \left[\frac{a}{a + 1}\right]$$

چون $a > 0$ پس $1 < \frac{a}{a + 1} < 1$ است. بنابراین $\left[\frac{a}{a + 1}\right] = 0$ و در نتیجه $[b] = 1$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$ax^{\gamma} - \lambda x + \mathfrak{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{\lambda}{a} \\ \alpha\beta = \frac{\mathfrak{F}}{a} \end{cases}$$

$$(\alpha^{\gamma}\beta)(\beta^{\gamma}\alpha) = \alpha^{\gamma}\beta + \beta^{\gamma}\alpha \Rightarrow (\alpha\beta)^{\gamma} = \alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\mathfrak{F}}{a}\right)^{\gamma} = \frac{\lambda}{a} \times \frac{\mathfrak{F}}{a} \Rightarrow \frac{\mathfrak{F}\mathfrak{F}}{a^{\gamma}} = \frac{\gamma\gamma}{a^{\gamma}} \Rightarrow a = \gamma$$

$$\log_{\sqrt{\gamma}} a = \log_{\sqrt{\gamma}} \gamma = \log_{\gamma^{\frac{1}{2}}} \gamma = \gamma$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$f(0) = 5 - \gamma^b = \gamma \Rightarrow \gamma^b = \gamma^1 \Rightarrow b = 1$$

$$\frac{1}{\gamma} f\left(\frac{1}{\gamma}\right) = \gamma \Rightarrow f\left(\frac{1}{\gamma}\right) = \mathfrak{F}$$

$$5 - \gamma^{\frac{a}{\gamma}+1} = \mathfrak{F} \Rightarrow \gamma^{\frac{a}{\gamma}+1} = 1 = \gamma^0 \Rightarrow \frac{a}{\gamma} + 1 = 0 \Rightarrow a = -\gamma$$

$$f\left(-\frac{1}{\mathfrak{F}}\right) = 5 - \gamma^{(-\frac{1}{\mathfrak{F}})(-\gamma)+1} = 5 - \gamma^{\frac{\gamma}{\gamma}}$$

$$5 - \sqrt[\gamma]{\gamma^{\gamma}} = 5 - \underbrace{\gamma^{\sqrt{\gamma}}}_{1/\gamma} \simeq -0/1$$

$$\Rightarrow \left[f\left(-\frac{1}{\mathfrak{F}}\right)\right] = [-0/1] = -1$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به تابع f داریم:

$$\begin{aligned} 12 + \sqrt{[x]} - [x] > 0 &\Rightarrow (\sqrt{[x]} - 4)(\sqrt{[x]} + 3) < 0 \\ \Rightarrow (\sqrt{[x]} - 4) < 0 &\Rightarrow \sqrt{[x]} < 4 \Rightarrow [x] < 16 \\ \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x < 16 \end{aligned}$$

درنتیجه داریم:

$$\begin{aligned} 0 \leq x < 1 &\Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = \log_{\frac{1}{12}}\left(\frac{1}{12}\right) - 1 = \log_2(12) - 1 \\ &= \log_2(4 \times 3) - 1 = \log_2(4) + \log_2(3) - 1 = \log_2 3 + 1 \\ 1 \leq x < 2 &\Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = \log_{\frac{1}{12}}\left(\frac{1}{12}\right) - 1 = \log_2 3 + 1 \end{aligned}$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow f(x) = \log_{\frac{1}{12}}\left(\frac{1}{10 + \sqrt{2}}\right) - 1 = \log_2(10 + \sqrt{2}) - 1$$

⋮

$$15 \leq x < 16 \Rightarrow [x] = 15 \Rightarrow f(x) = \log_{\frac{1}{12}}\left(\frac{1}{-3 + \sqrt{15}}\right) - 1 = \log_2(-3 + \sqrt{15}) - 1$$

درنتیجه دامنه تابع f برابر است با $[0, 2]$.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

یک رابطه فوق‌العاده مهم در مبحث لگاریتم وجود دارد که قبل از حل سؤال، ابتدا آن را بیان می‌کنیم:

$$\log 10 = 1 \Rightarrow \log 2 \times 5 = 1 \Rightarrow \log 2 + \log 5 = 1$$

پس همواره به خاطر داشته باشید که مجموع $\log 2$ و $\log 5$ برابر یک است. یعنی اگر در سؤالی یکی از این دو مورد داده شد، دیگری را هم به صورت غیر مستقیم به ما داده‌اند.

$$\begin{aligned} \log \sqrt[3]{1/6} &= \log \sqrt[3]{\frac{16}{10}} = \log \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \log \frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \log 2 - \log \sqrt[3]{5} = \log 2 - \log 5^{\frac{1}{3}} \\ &= \log 2 - \frac{1}{3} \log 5 \xrightarrow{\log 5 = 1 - \log 2} \log \sqrt[3]{1/6} = 1 - \log 2 - \frac{1}{3}(\log 2) = 1 - \log 2 - \frac{1}{3} \log 2 = 1 - \frac{4}{3} \log 2 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

با استفاده از معادله $\log(y + 2) = 1$ به آسانی مقدار y را حساب می‌کنیم.

$$\log(y + 2) = 1 \Rightarrow \log_{10}^{(y+2)} = 1 \Rightarrow y + 2 = 10 \Rightarrow y = 8$$

y را در معادله دوم قرار داده و مقدار x را به دست می‌آوریم.

$$\log(y - x) + \log(4x + y) = 2 \Rightarrow \log(8 - x) + \log(4x + 8) = 2$$

$$\xrightarrow{\log a + \log b = \log ab} \log_{10} (8 - x)(4x + 8) = 2 \Rightarrow (8 - x)(4x + 8) = 10^2 = 100$$

$$\Rightarrow -4x^2 + 24x + 64 = 100 \Rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

$$3x^2 - 2 = 11^x \Rightarrow 3x^2 - 2 = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x$$

$$x^2 - 4x = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 6 \Rightarrow (x - 2)^2 = 6 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{6}$$

حاصل $\log_6^{(x-2)}$ را می‌خواهیم:

$$\log_6^{(x-2)} = \log_6^{\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\log_2 3 = a \Rightarrow 2^a = 3 \Rightarrow 2^{2a} = 9 (*)$$

$$\log_2 b = \frac{2}{3}(1 + a) \Rightarrow b = 2^{\frac{2}{3}(1+a)} \xrightarrow{\lambda=2^{\frac{2}{3}}} b = 2^{2(1+a)} \Rightarrow b = 2^2 \times 2^{2a}$$

$$\xrightarrow{(*)} b = 2^2 \times 9 \Rightarrow b = 36$$

$$\log(3b - 8) = \log(3(36) - 8) = \log(108 - 8) = \log 100 = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\log_{\lambda} 18 = \log_{\sqrt{3}} 18 = \frac{1}{\sqrt{3}} \log_{\sqrt{3}} (3^{\sqrt{3}} \times 2) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} \log_{\sqrt{3}} 3 + \log_{\sqrt{3}} 2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} \log_{\sqrt{3}} 3 + 1) = m \Rightarrow \sqrt{3} \log_{\sqrt{3}} 3 + 1 = \sqrt{3} m$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \log_{\sqrt{3}} 3 = \sqrt{3} m - 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}} 3 = \frac{\sqrt{3} m - 1}{\sqrt{3}}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} 12 = \log_{\sqrt{2}} 12 = \frac{1}{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} (2^{\sqrt{2}} \times 3) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\log_{\sqrt{2}} 2^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}} 3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} + \log_{\sqrt{2}} 3) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3} m - 1}{\sqrt{3}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{\sqrt{3} m + \sqrt{2}}{\sqrt{3}}) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} (m + 1)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

با استفاده از ویژگی‌های $\log_b^a = c \Rightarrow a = b^c$ و $\log_b^a + \log_b^c = \log_b^{ac}$ می‌کنیم:

$$\log_{\sqrt{3}}^{(\omega x + 1)} + \log_{\sqrt{3}}^x = 2 \Rightarrow \log_{\sqrt{3}}^{(\omega x + 1)x} = 2 \Rightarrow (\omega x + 1)x = \sqrt{3}^2 = 3 \Rightarrow \omega x^2 + x = 3$$

$$\Rightarrow \omega x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow (\omega x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega x - 3 = 0 \Rightarrow \omega x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{\omega} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$x = -1$ به این دلیل قابل قبول نیست که عدد جلوی لگاریتم نباید منفی شود. اگر $x = \frac{3}{\omega}$ باشد، مقدار $\frac{3}{x}$ برابر ω به دست می‌آید.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۰

با استفاده از ویژگی $\log A^n = n \log A$ ، ابتدا مقدار K را محاسبه می‌کنیم.

$$\log 3 + \log \sqrt[4]{3} = \log (31)^K \Rightarrow \log 3 + \log 3^{\frac{1}{4}} = \log (3^4)^K = \log 3^{4K}$$

$$\xrightarrow{\log A^n = n \log A} \log 3 + \frac{1}{4} \log 3 = 4K \log 3 \Rightarrow (1 + \frac{1}{4}) \log 3 = 4K \log 3$$

$$\Rightarrow 4K = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow K = \frac{5}{16} \text{ یا } \frac{5}{K} = 16$$

اکنون حاصل لگاریتم $\frac{5}{K}$ در پایه ۲ را محاسبه می‌کنیم:

$$\log_{\sqrt{2}}^{\frac{5}{K}} = \log_{\sqrt{2}}^{\frac{5}{16}} = \log_{\sqrt{2}}^{2^{\frac{5}{16}}} = \frac{5}{16} \log_{\sqrt{2}} 2 = \frac{5}{16} \times 1 = \frac{5}{16}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

گام اول

الف) در صورت سؤال دو معادله یکی به صورت نمایی و دیگری لگاریتمی داده شده است. در معادله نمایی تنها مجهول x و در معادله لگاریتمی x و y مجهول است. پس ابتدا معادله نمایی را حل کرده و x را محاسبه می‌کنیم. سپس با جایگذاری x در معادله لگاریتمی مقدار y را هم به دست می‌آوریم.

ب) برای حل معادله نمایی دو طرف را به دو عدد توان‌دار با پایه ۲ تبدیل کرده و با مساوی قرار دادن توان‌ها مقدار x را حساب می‌کنیم.

گام دوم

$$4\sqrt{2} = 4^x \Rightarrow 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = (2^2)^x \Rightarrow 2^{\frac{5}{2}} = 2^{2x} \Rightarrow 2x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

حال با داشتن مقدار x و حل معادله لگاریتمی مقدار y را محاسبه می‌کنیم:

$$1 + \log \sqrt{x+1} = \log y \xrightarrow{x=\frac{5}{4}} 1 + \log \sqrt{\frac{5}{4}+1} = \log y \Rightarrow \log 10 + \log \sqrt{\frac{9}{4}} = \log y \\ \Rightarrow \log 10 + \log \frac{3}{2} = \log y \Rightarrow \log 10 \left(\frac{3}{2}\right) = \log 15 = \log y \Rightarrow y = 15$$

با استفاده از ویژگی $\log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab}$ معادله لگاریتمی را ساده کرده و مقدار xy را حساب می‌کنیم.

$$\log_3^x + \log_3^y = 2 \Rightarrow \log_3^{xy} = 2 \xrightarrow{\log_b^a=c \Rightarrow a=b^c} xy = 3^2 = 9$$

مقادیر $x^2 + y^2$ و xy را داریم. با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای و باتوجه به اینکه x و y هر دو مثبت هستند، حاصل $x + y$ را محاسبه می‌کنیم.

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \xrightarrow{xy=9} (x+y)^2 = 46 + 18 = 64 \\ \xrightarrow{x,y>0} x+y = \sqrt{64} = 8 \log_8^{(x+y)} = \log_8^8 = \log_{3^2}^3 = \frac{3}{2} \log_3^2 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

عدد جلوی لگاریتم

معادله توانی را با استفاده از تغییر متغیر $2^x = t$ حل می‌کنیم. توجه داشته باشید که مقدار 2^x همیشه مثبت است.

$$\begin{aligned} 4^x + 2^x &= 72 \Rightarrow (2^x)^2 + 2^x = 72 \Rightarrow (2^x)^2 + 2^x - 72 = 0 \\ &\Rightarrow t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t + 9)(t - 8) = 0 \\ &\Rightarrow \begin{cases} t = -9 & \text{غ.ق.ق} \\ t = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

حال که مقدار x را به دست آوردیم آن را در معادله لگاریتمی قرار داده و با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، مقدار y را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \log(x+1) + \log(2y+x^2) &= 2 \xrightarrow{x=3} \log 4 + \log(2y+9) = 2 \\ \xrightarrow{\log a + \log b = \log ab} \log_{10} 4(2y+9) &= 2 \xrightarrow{\log_b^a = c \Rightarrow a = b^c} 4(2y+9) = 10^2 = 100 \\ \Rightarrow 2y+9 &= 25 \Rightarrow 2y = 16 \Rightarrow y = 8 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

$$\begin{aligned} \log_x(x^2+4) &= 1 + \log_x^{\Delta} \Rightarrow \log_x(x^2+4) = \log_x^x + \log_x^{\Delta} \Rightarrow \log_x(x^2+4) = \log_x^{\Delta x} \\ \Rightarrow x^2 + 4 &= \Delta x \Rightarrow x^2 - \Delta x + 4 = 0 \\ \Rightarrow (x - 4)(x - 1) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ.ق.ق} \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

حال مقدار لگاریتم ۴ در پایه ۲ را حساب می‌کنیم:

$$\log_2^4 = \log_2^{2^2} = 2 \log_2^2 = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

با استفاده از ویژگی $\log a + \log b = \log ab$ ، معادله لگاریتمی را حل کرده و مقدار x را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \log \frac{2}{x} + \log(x+1) &= 1 \Rightarrow \log \frac{2}{x}(x+1) = 1 \Rightarrow \frac{2(x+1)}{x} = 10 \\ \Rightarrow 2(x+1) &= 10x \Rightarrow 2x+2 = 10x \Rightarrow 8x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

برای محاسبه $\log_{\frac{1}{8}}^x$ از ویژگی $\log_{b^n}^a = \frac{m}{n} \log_b^a$ استفاده می‌کنیم.

$$\log_{\frac{1}{8}}^x = \log_{\frac{1}{8}}^{\frac{1}{4}} = \log_{2^{-3}}^{2^{-2}} = -\frac{2}{3} \log_2^2 = -\frac{2}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

ابتدا از معادله‌ی نمایی داده‌شده مقدار a را حساب می‌کنیم.

$$۴^a = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow (۲^۲)^a = ۲^1 \times ۲^{\frac{1}{۲}} = ۲^{۲a} = ۲^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow ۲a = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{۳}{۴}$$

با دانستن مقدار a محاسبه‌ی لگاریتم داده‌شده کار چندان سختی نیست.

$$\log_۴ (۴a + ۱) = \log_۴ \left(۴\left(\frac{۳}{۴}\right) + ۱ \right) = \log_۴ (۳ + ۱) = \log_۴ ۴ = ۱$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

$$f\left(\frac{1}{۲}\right) = ۱ \xrightarrow{\text{جایگذاری}} ۱ = \sqrt[۳]{۲^{\frac{a}{۲}+b}} \Rightarrow ۲^{\frac{a}{۲}+b} = ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲} + b = ۰ \Rightarrow b = -\frac{a}{۲} (*)$$

$$f^{-1}(\lambda) = ۵ \Rightarrow f(۵) = \lambda \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \lambda = \sqrt[۳]{۲^{۵a+b}}$$

$$۲^{۵a+b} = ۲^۹ \Rightarrow ۵a + b = ۹ \xrightarrow{(*)} ۵a - \frac{a}{۲} = ۹ \Rightarrow \frac{۹a}{۲} = ۹ \Rightarrow a = ۲ \xrightarrow{(*)} b = -۱$$

در آخر داریم:

$$a - b = ۲ - (-۱) = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا با توجه به دو تساوی $f(۰) = \frac{۳}{۲}$ و $f(-۲) = \frac{۳}{۳۲}$ مقادیر a و b را محاسبه می‌کنیم.

$$f(۰) = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a \times b^۰ = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a \times ۱ = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}$$

$$f(-۲) = \frac{۳}{۳۲} \Rightarrow \frac{۳}{۲} b^{-۲} = \frac{۳}{۳۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲b^۲} = \frac{۱}{۳۲} \Rightarrow ۲b^۲ = ۳۲ \Rightarrow b^۲ = ۱۶ \xrightarrow{b>۰} b = ۴$$

بنابراین ضابطه‌ی $f(x)$ به صورت $f(x) = \frac{۳}{۲} \times ۴^x$ در می‌آید. مقدار $f\left(\frac{۳}{۲}\right)$ برابر است با:

$$f\left(\frac{۳}{۲}\right) = \frac{۳}{۲} \times ۴^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۳}{۲} \times (۲^۲)^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۳}{۲} \times ۲^۳ = \frac{۳}{۲} \times ۸ = ۳ \times ۴ = ۱۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

برای حل تست گام های زیر را برمی داریم:

الف) مختصات دو نقطه A و B را در ضابطه تابع $f(x)$ قرار داده و مقادیر a و b را تعیین می کنیم.
 ب) با مشخص شدن ضابطه $f(x)$ ، حاصل $f(-1)$ را به دست می آوریم.

$$f(x) = a(b)^x - 1 \xrightarrow{A(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})} \frac{1}{3} = a(b)^{-\frac{1}{3}} - 1 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{a}{\sqrt[3]{b}} \Rightarrow a = \frac{4}{3} \sqrt[3]{b} \quad (I)$$

$$f(x) = a(b)^x - 1 \xrightarrow{B(1, 11)} 11 = ab - 1 \Rightarrow ab = 12 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{4}{3} \sqrt[3]{b} \times b = 12 \Rightarrow b^{\frac{4}{3}} = 9 \Rightarrow \sqrt[3]{b^4} = 9$$

$$\xrightarrow{\text{به توان } 3} b^4 = 27 \Rightarrow b = \sqrt[4]{27} \xrightarrow{(II)} 4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

پس ضابطه $f(x)$ به صورت $f(x) = 3(4)^x - 1$ در می آید. $f(-1)$ برابر است با:

$$f(-1) = 3(4)^{-1} - 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

با استفاده از ویژگی $\log_b^a = n \log_b^a$ تغییراتی در عبارت $2 \log(1 + \sqrt{5})$ ایجاد می کنیم.

$$2 \log(1 + \sqrt{5}) = \log(1 + \sqrt{5})^2 = \log(1 + 2\sqrt{5} + 5) = \log(6 + 2\sqrt{5})$$

برای محاسبه حاصل عبارت داده شده از ویژگی $\log a + \log b = \log ab$ استفاده می کنیم.

$$A = \log(6 - 2\sqrt{5}) + \log(6 + 2\sqrt{5}) = \log(6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5}) \\ = \log(36 - 20) = \log 16 = \log 2^4 = 4 \log 2 \xrightarrow{\log 2 = k} A = 4k$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

با استفاده از ویژگی های لگاریتم ضابطه های $f(x)$ و $g(x)$ را ساده می کنیم تا بتوانیم به آسانی با یکدیگر مقایسه کنیم.

$$f(x) = \log_{\frac{1}{x}} = \log_{\frac{1}{x}} x^{-1} = -\log_{\frac{1}{x}} x, \quad D_f = (0, +\infty)$$

$$g(x) = \log_{\frac{1}{x}} x = \log_{\frac{1}{x}} x = -\log_{\frac{1}{x}} x, \quad D_g = (0, +\infty)$$

مشاهده می کنیم دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ ضابطه های برابر و دامنه تعریف یکسان دارند. پس دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ با هم مساوی هستند و نمودارهای آنها بر هم منطبق اند.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

برای تعیین محدوده x ، از دو طرف نامعادله در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم. همچنین در ساده کردن نامعادله داده‌شده از ویژگی $\log a^n = n \log a$ استفاده می‌کنیم.

$$2^{-x} < 0.000001 \Rightarrow 2^{-x} < 10^{-6} \xrightarrow{\text{از دو طرف در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم}} \log 2^{-x} < \log 10^{-6}$$

$$\xrightarrow{\log a^n = n \log a} -x \log 2 < -6 \log 10 \xrightarrow{\log 10 = 1} -x \log 2 < -6 \xrightarrow{\times (-1)} x \log 2 > 6$$

در صورت سؤال $\log 2 = 0.301$ فرض شده است. بنابراین داریم:

$$x(0.301) > 6 \Rightarrow x\left(\frac{301}{1000}\right) > 6 \Rightarrow x > \frac{6000}{301} \Rightarrow x > 19.933$$

پس کوچک‌ترین مقدار x با دو رقم اعشار برابر ۱۹/۹۴ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

الف) می‌دانیم:

$$\log a - \log b = \log \frac{a}{b}, \quad \log_{b^m}^a = \frac{n}{m} \log_b^a, \quad \log_a^a = 1$$

ب) در تابع لگاریتمی $y = \log_b^a$ ، همواره باید $a > 0$ و $b \neq 1$ باشد.

گام دوم

ابتدا با حل معادله لگاریتمی داده‌شده، مقدار x را محاسبه می‌کنیم:

$$\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$$

$$\Rightarrow \log(x - 3)(x + 2) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$$

$$\Rightarrow \log \frac{(x - 3)(x + 2)}{(x - 3)} = \log(2x - 5) \Rightarrow \log(x + 2) = \log(2x - 5)$$

$$\Rightarrow x + 2 = 2x - 5 \Rightarrow x = 7$$

به ازای $x = 7$ تمام لگاریتم‌ها تعریف شده پس این مقدار قابل قبول است. حال مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه ۴ را به ازای $x = 7$ حساب می‌کنیم:

$$\log_4^{\sqrt[3]{x+1}} = \log_4^{\sqrt[3]{7+1}} = \log_4^{\sqrt[3]{8}} = \log_4^{\sqrt[3]{2^3}} = \log_4^2 = \log_{2^2}^2 = \frac{1}{2} \log_2^2 = \frac{1}{2}$$

مقدار اولیهٔ عنصر ۲۴ گرم است. همچنین پس از گذشت ۳۰ روز، $\frac{1}{10}$ باقی‌مانده را از دست می‌دهد، پس هر ماه مقدار عنصر $\frac{9}{10}$ برابر می‌شود. پس از گذشت n ماه داریم:

$$f(n) = 24 \left(\frac{9}{10}\right)^n$$

طبق مفروضات مسئله داریم:

$$1 = 24 \left(\frac{9}{10}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^n = \frac{1}{24}$$

از طرفین $\log_{10}$ می‌گیریم:

$$\begin{aligned} n(\log(\frac{9}{10})) &= \log(\frac{1}{24}) \Rightarrow n(\log 9 - \log 10) = \log(\frac{1}{24}) \\ \Rightarrow n(2 \log 3 - \log 10) &= -\log 24 \Rightarrow n(2 \times 0.477 - 1) = -0.3802 \\ \Rightarrow n(0.954 - 1) &= -0.3802 \Rightarrow 0.046n = 0.3802 \Rightarrow n = 8.26 \end{aligned}$$

پس ۸ ماه یعنی $8 \times 30 = 240$ روز زمان نیاز است. (یک ماه را برابر ۳۰ روز در نظر گرفتیم.)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

اگر دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ باهم مساوی باشند باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$۱) D_f = D_g$$

$$۲) \forall x \in D_f = D_g \Rightarrow f(x) = g(x)$$

حالا این دو شرط را برای هر زوج تابع $f(x)$ و $g(x)$ در گزینه‌های داده شده بررسی می‌کنیم.
بررسی گزینه اول:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2 \log x \Rightarrow D_f = (0, +\infty) \\ g(x) = \log x^2 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

بررسی گزینه دوم:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ g(x) = 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

بررسی گزینه سوم:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = (\sqrt{x})^2 \Rightarrow D_f = [0, +\infty) \\ g(x) = x \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

بررسی گزینه چهارم:

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \frac{x}{|x|} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ g(x) = \frac{|x|}{x} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f = D_g$$

هر دو تابع به ازای مقادیر مثبت برابر ۱ و به ازای مقادیر منفی برابر -۱ می‌شوند، پس برابرند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

$$k = \log_3^{9A^2} = \log_3^9 + \log_3^{A^2} = \log_3^{3^2} + \log_3^{A^2} \Rightarrow k = 2 \log_3^3 + 2 \log_3^A$$

$$\xrightarrow{\log_3^3=1} k = 2 + 2 \log_3^A$$

از آنجاکه $A = 3^a$ ، مقدار k برابر است با:

$$\Rightarrow k = 2 + 2 \log_3^{3^a} = 2 + 2a \log_3^3 = 2 + 2a$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۷

فرض می‌کنیم $\log_y x = t$ باشد:

$$\frac{1}{t} - 2t = 1 \Rightarrow 1 - 2t^2 = t \Rightarrow 2t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow t = -1, \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{x, y > 1} \log_y x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{y} \Rightarrow x^2 = y$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\log_3 (2x^2 + 1) - \log_3 (x + 2) = 1 \Rightarrow \log_3 \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 1 \Rightarrow \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4} \Rightarrow x = -1, \frac{10}{4}$$

چون باید $0 < 2x - 1$ باشد، بنابراین جواب $x = \frac{10}{4}$ قابل قبول است.

$$\log_\lambda (2x - 1) = \log_\lambda \left(\frac{10}{2} - 1 \right) = \log_\lambda 4 = b \Rightarrow 4 = \lambda^b \Rightarrow 2^2 = 2^{3b} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

برای آنکه دو تابع برابر باشند، باید دامنه‌های یکسانی داشته باشند. در این تست کافی است دامنه تابع $y = \log \frac{x-2}{x}$ را پیدا کنیم و با دامنه تک‌تک گزینه‌ها مقایسه کنیم.

$$y = \log \frac{x-2}{x} \Rightarrow \text{دامنه : } \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \text{یا} \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۱ : } y = \log(x-2) - \log x \Rightarrow \text{دامنه : } \begin{cases} x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \\ x > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x > 2$$

$$\text{گزینه ۲ : } y = \log \frac{x^2-4}{x(x+2)} = \log \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} > 0$$

در گزینه ۲ باید $x \neq -2$ باشد، پس دامنه آن با دامنه تابع اولیه مغایرت دارد.

$$\text{گزینه ۳ : } y = \frac{1}{2} \log \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 2, 0$$

$$\text{گزینه ۴ : } y = 2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}} \xrightarrow{\text{دامنه}} \sqrt{\frac{x-2}{x}} > 0 \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \text{یا} \\ x < 0 \end{cases}$$

بنابراین فقط دامنه گزینه ۴ با دامنه تابع اولیه برابر است.

$$y = \sqrt{f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x)} = \sqrt{2^{\frac{1}{x}} - 2^x}$$

برای یافتن دامنه تعریف تابع به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$2^{\frac{1}{x}} - 2^x \geq 0 \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} \geq 2^x$$

اگر از طرفین لگاریتم در مبنای ۲ بگیریم، داریم:

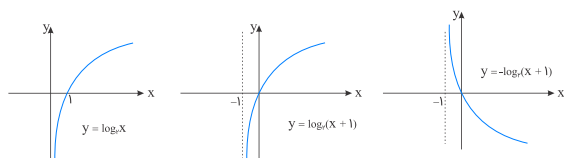
$$\log_2 2^{\frac{1}{x}} \geq \log_2 2^x \Rightarrow \frac{1}{x} \geq x \Rightarrow x - \frac{1}{x} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} \leq 0$$

x	-۱	۰	۱
$\frac{x^2-1}{x}$	- ۰ +	- ۰ +	- ۰ +

پس دامنه تعریف تابع عبارت است از: $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

به کمک انتقال و قرینه نمودار تابع $\log_2 x$ ، به راحتی به جواب می‌رسیم.



$$y = -\log_2(x+1) = \log_2(x+1)^{-1} \Rightarrow U(x) = (x+1)^{-1}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گام اول

الف) عبارت جلوی لگاریتم باید مثبت باشد، پس $ax + b > 0$ بوده و $x > -\frac{b}{a}$ می‌شود. از طریق مقایسه با مقادیر قابل قبول برای x ، رابطه بین a و b مشخص می‌شود.

ب) $f(4) = 2$ است. با حل دو معادله و دو مجهول داده شده مقادیر a و b مشخص شده و در نهایت $f(-\frac{4}{9})$ حساب می‌شود.

گام دوم

$$x > -\frac{b}{a}, x \in (-\frac{1}{2}, +\infty) \Rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b \quad (I)$$

$$f(4) = 2 \Rightarrow \log_3(4a + b) = 2 \Rightarrow 4a + b = 3^2 = 9 \Rightarrow 4a + b = 9$$

$$\xrightarrow{(I)} 4(2b) + b = 9 \Rightarrow 8b + b = 9 \Rightarrow 9b = 9 \Rightarrow b = 1 \xrightarrow{(I)} a = 2$$

پس ضابطه تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = \log_3(2x + 1)$ به دست آمد. حالا $f(-\frac{4}{9})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(-\frac{4}{9}) = \log_3(-\frac{4}{9} + 1) = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2 \log_3 3 = -2$$

با مساوی قرار دادن ضابطه‌های دو تابع مختصات نقطه تقاطع یعنی نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f(x) = 4^x \\ g(x) = (\frac{1}{4})^{2x} + \frac{3}{2} = (\frac{1}{4})^x + \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4^x = (\frac{1}{4})^x + \frac{3}{2} \Rightarrow 4^x - (\frac{1}{4})^x = \frac{3}{2} \xrightarrow{(*)} x = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در یکی از توابع}} y = 2 \Rightarrow A(\frac{1}{2}, 2)$$

$$\Rightarrow \text{فاصله} = \sqrt{(\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}))^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{2}$$

حل معادله (*):

$$4^x - (\frac{1}{4})^x = \frac{3}{2}, \quad a = 4^x$$

$$\Rightarrow a - \frac{1}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow a^2 - \frac{3}{2}a - 1 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + \frac{1}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ a = -\frac{1}{2} \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$f(o) = f \Rightarrow a\left(\frac{1}{3}\right)^o = f \Rightarrow a = f \Rightarrow f(x) = f\left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$f(-2) = f\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = f \times 3^2 = f \times 9 = 36$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

$$f(o) = o \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{2}\right)^o = o \Rightarrow a + b = o \quad (1)$$

$$f^{-1}(-1) = -1 \Rightarrow f(-1) = -1 \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -1$$

$$\Rightarrow a + 2b = -1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a + b = o \\ a + 2b = -1 \end{cases} \Rightarrow b = -1, a = 1$$

$$a - b = 1 - (-1) = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$(81)^{-1} = 3^{-4}, \quad 9^{x-1} = 3^{2x-2}, \quad \left(-\frac{1}{3}\right)^x = (-3)^{-x}$$

معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$3^{-4} \times 3^{2x-2} = (-3)^{-x} \Rightarrow 3^{2x-6} = (-3)^{-x}$$

$$2x - 6 = -x \Rightarrow x = 2$$

چون x زوج است، $(-3)^{-x}$ برابر همان 3^{-x} می‌باشد.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

بافرض $x = 9$ و تغییر متغیر $\log_a 9 = t$ معادله را تنظیم می‌کنیم:

$$2 \times \frac{1}{t} + \frac{1}{2}t = 2 \Rightarrow \frac{2}{t} + \frac{t}{2} = 2 \Rightarrow \frac{t}{2} = 1 \Rightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow \log_a 9 = 2 \Rightarrow 9 = a^2 \xrightarrow{a > 0} a = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۴۰۱

$$\log(2x - 5) + \log(x + 1) = \log(4x - 1) \Rightarrow \log(2x - 5)(x + 1) = \log(4x - 1)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 5x - 5 = 4x - 1 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \frac{3 \pm 9}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 & (\text{ق.ق}) \\ x = -\frac{1}{2} & (\text{غ.ق.ق}) \end{cases}$$

$$\log_3^{(2x+1)} = \log_3^{(2 \times 4 + 1)} = \log_3^9 = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

$$(\circ/4)^{2x-1} = \left(\frac{125}{\lambda}\right)^{x^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{125}{\lambda}\right)^{x^2} = \left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^{x^2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2} = \left(\frac{4}{10}\right)^{-3x^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{10}\right)^{2x-1} = \left(\frac{4}{10}\right)^{-3x^2} \Rightarrow -3x^2 = 2x - 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غ.ق.ق} \\ x = \frac{1}{3} & \text{ق.ق} \end{cases}$$

به ازای $x = -1$ عبارت $\log_{\lambda}^{(9x+1)}$ تعریف نشده است.

برای $x = \frac{1}{3}$ داریم:

$$\log_{\lambda}^{(9x+1)} = \log_{\lambda}^{(9 \times \frac{1}{3} + 1)} = \log_{\lambda}^4 = \log_{2^2}^{2^2} = \frac{2}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

$$\log(x+2) + \log(2x-1) = \log(4x+1) \Rightarrow \log(x+2)(2x-1) = \log(4x+1) \\ \Rightarrow (x+2)(2x-1) = (4x+1)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x + 4x - 2 = 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = +\frac{3}{2} \end{cases}$$

$x = \frac{3}{2}$ قابل قبول است.

$$\log_5(2x+5) = \log_5(3+5) = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} = 1/5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۴۰۱

در معادله درجه دو به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

همچنین از ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$\log a + \log b = \log ab$$

پس حاصل $a+b$ و $a \times b$ را به دست می آوریم:

$$x^2 - 10x + 0/1 = 0 \xrightarrow{\text{a و b ریشه های معادله}} \begin{cases} S = a + b = -\left(\frac{-10}{1}\right) = 10 \\ P = a \times b = \frac{0/1}{1} = 0/1 \end{cases}$$

حاصل عبارت لگاریتمی را محاسبه می کنیم:

$$\log a + \log b - \log(a+b) = \log ab - \log(a+b) \\ = \log 0/1 - \log 10 = \log 10^{-1} - \log 10 = -\log 10 - \log 10 = -1 - 1 = -2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

در هر روز غلظت محلول $\frac{100-4}{100}$ یعنی $\frac{96}{100}$ غلظت روز قبل می‌شود، داریم:

$$a_n = a \left(\frac{96}{100} \right)^n$$

حال از معلومات سؤال نتیجه می‌گیریم که:

$$\begin{aligned} a \left(\frac{96}{100} \right)^n &= \frac{1}{3} a \Rightarrow n \log \left(\frac{96}{100} \right) = -\log 3 \Rightarrow n(\log 2^5 \times 3 - \log 10^2) = -\log 3 \\ \Rightarrow n(5 \log 2 + \log 3 - 2) &= -\log 3 \Rightarrow n(1/5 + 0/48 - 2) = -0/48 \Rightarrow n = \frac{-0/48}{-0/02} = 24 \end{aligned}$$

بنابراین پس از گذشت ۲۴ روز، غلظت محلول $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

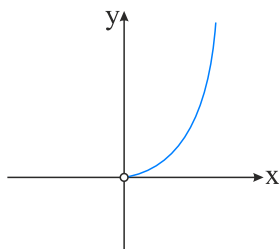
اگر باد اولیه قایق را x در نظر بگیریم آنگاه در روز n م باد قایق $x(0/95)^n$ خواهد بود.

$$\begin{aligned} x(0/95)^n &= \frac{x}{2} \Rightarrow \left(\frac{95}{100} \right)^n = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{19}{20} \right)^n = \frac{1}{2} \Rightarrow n(\log 19 - \log 20) = \log 2 \\ \Rightarrow n &= \frac{0/301}{1/301 - 1/287} = 21/5 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

دامنه تابع $x > 0$ است.

$$f(x) = 9^{\log_3 x} = 3^{2 \log_3 x} = 3^{\log_3 x^2} = x^2$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

$$\log_a c + \log_b c = 1 \Rightarrow \frac{1}{\log_c a} + \frac{1}{\log_c b} = 1 \Rightarrow \frac{\log_c b + \log_c a}{\log_c a \cdot \log_c b} = 1$$

$$\Rightarrow \log_c a + \log_c b = (\log_c a)(\log_c b)$$

$$\Rightarrow (\log_c a)(\log_c b) = \log_c(ab)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

مختصات نقاط $(-1, 0)$ و $(0, 2)$ را در ضابطه تابع جایگذاری می‌کنیم و با استفاده از دستگاه معادلات، a و b را به دست می‌آوریم.

$$a\left(\frac{1}{p}\right)^{-1} + b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0, \quad a\left(\frac{1}{p}\right)^0 + b = 2 \Rightarrow a + b = 2$$

$$\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = 2 \end{cases} \xrightarrow{-} a = -2, \quad b = 4$$

ضابطه تابع f را نوشته و مقدار تابع را در $x = 1$ به دست می‌آوریم.

$$f(x) = -2\left(\frac{1}{p}\right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2\left(\frac{1}{p}\right) + 4 = 3$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

$$x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \quad (1)$$

$$x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad (2)$$

اشتراک جواب‌های به دست آمده $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} \xrightarrow{f^{-1}(2)=?} \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2$$

$$\Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = 4 \xrightarrow{t=2^x} t + \frac{1}{t} = 4$$

$$\Rightarrow t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3} \\ t = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$t = 2^x \Rightarrow x = \log_2 t \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2(2 + \sqrt{3}) \\ x = \log_2(2 - \sqrt{3}) \end{cases} < 0 \quad \text{غ ق ق}$$

جواب $x = \log_2(2 - \sqrt{3})$ غیرقابل قبول است، زیرا دامنه $[0, +\infty)$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

گام اول

دو تابع در نقطه A متقاطع هستند؛ بنابراین در این نقطه با یکدیگر برخورد می‌کنند. با مساوی قرار دادن ضابطه دو تابع نقطه برخورد را تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x} = 3^x + \frac{1}{3} \Rightarrow \left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{2x} = 3^x + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3^{-x} = 3^x + \frac{1}{3} \xrightarrow{3^{-x}=t} t = \frac{1}{t} + \frac{1}{3} \xrightarrow{\times t} t^2 = 1 + \frac{1}{3}t$$

$$\xrightarrow{\times 3} 3t^2 = 3 + t \Rightarrow 3t^2 - t - 3 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(3)(-3) = 1 + 36 = 37$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1 + \sqrt{37}}{6} = \frac{1}{6} = 3 \Rightarrow 3^{-x} = 3 \Rightarrow x = -1 \\ t_2 = \frac{1 - \sqrt{37}}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \quad \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 3^{-1} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 3$$

بنابراین نقطه برخورد دو تابع نقطه $A(-1, 3)$ است.

فاصله نقطه $(-1, 3)$ از نقطه $(-1, 1)$ برابر با $3 - 1 = 2$ است.

باتوجه به شکل، دو نقطه $(\frac{1}{3}, 0)$ و $(0, -6)$ در تابع $f(x)$ صدق می کنند؛ بنابراین:

$$(0, -6) : f(0) = -6 \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{0+b} = -6 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^b = 3$$

$$\Rightarrow 3^{-b} = 3 \Rightarrow -b = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$\left(\frac{1}{3}, 0\right) : f\left(\frac{1}{3}\right) = 0 \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}a-1} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}a-1} = 9$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}a-1} = 3^2 \Rightarrow 3^{-\frac{1}{3}a+1} = 3^2 \Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}a = 1 \Rightarrow a = -3$$

مقادیر a و b را در تابع f جایگذاری می کنیم:

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \Rightarrow f(2) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-4-1} = -9 + 3^5$$

$$= -9 + 243 = 234$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$f(x) = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} \xrightarrow{f^{-1}(2)=?} \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2$$

$$\Rightarrow 2^x - \frac{1}{2^x} = 4 \xrightarrow{t=2^x} t - \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 1 = 4t$$

$$\Rightarrow t^2 - 4t - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 20 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4 + 2\sqrt{5}}{2} = 2 + \sqrt{5} \\ t = \frac{4 - 2\sqrt{5}}{2} = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$t = 2^x \Rightarrow x = \log_2 t \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2(2+\sqrt{5}) \\ x = \log_2(2-\sqrt{5}) \end{cases} < 0 \text{ غ ق ق}$$

جواب $x = \log_2(2-\sqrt{5})$ غیرقابل قبول است، زیرا $2 - \sqrt{5} < 0$ می باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

نکته:

$$۱) \log_b^a = \frac{\log_x^a}{\log_x^b} (x > 0, x \neq 1)$$

$$۲) \log_a^{b^n} = n \log_a^b$$

با استفاده از نکات فوق داریم:

$$\begin{aligned} \log_{18}^8 &= \frac{\log_3^8}{\log_3^{18}} = \frac{\log_3^{2^3}}{\log_3^{2 \cdot 3^2}} = \frac{3 \log_3^2}{\log_3^2 + \log_3^{3^2}} \\ &= \frac{3 \log_3^2}{\log_3^2 + \underbrace{2 \log_3^3}} = \frac{3 \left(\frac{5}{8} \right)}{\frac{5}{8} + 2} = \frac{\frac{15}{8}}{\frac{21}{8}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

نکته:

$$۱) \log_b^a = \frac{\log a}{\log b}$$

$$۲) \log_a^{b^n} = n \log_a^b$$

با استفاده از نکات فوق داریم:

$$\log_6^3 = ۵/۸ \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 6} = ۵/۸ \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2^2} = ۵/۸$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \frac{\log 3}{\log 2} = ۵/۸ \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2} = ۱۰/۸ \Rightarrow \log 3 = ۱۰/۸ \log 2 \quad (*)$$

سپس باتوجه به (*) مقدار $\log_{12}^6$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \log_{12}^6 &= \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{\log 2 \times 3}{\log 2^2 \times 3} = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 2^2 + \log 3} = \frac{\log 2 + \log 3}{2 \log 2 + \log 3} \\ &= \frac{\log 2 + ۱۰/۸ \log 2}{2 \log 2 + ۱۰/۸ \log 2} = \frac{(۱ + ۱۰/۸) \log 2}{(۲ + ۱۰/۸) \log 2} = \frac{۲/۸}{۳/۸} = \frac{۲}{۳} \end{aligned}$$

توجه کنید که برای به دست آوردن رابطه (*), می‌توانستیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\log_{a^m}^{b^n} = \frac{n}{m} \log_a^b \quad \text{نکته:}$$

$$\log_6^3 = \log_{2^2}^3 = \frac{۱}{۲} \log_2^3 = ۵/۸ \Rightarrow \log 3 = ۱۰/۸ \log 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

باتوجه به شکل، دو نقطه $(-\frac{1}{3}, ۵)$ و $(۵, -۲)$ در تابع f صدق می‌کنند. بنابراین:

$$(۵, -۲) : f(۵) = -۲ \Rightarrow -۴ + ۲^b = -۲ \Rightarrow ۲^b = ۲ \Rightarrow b = ۱$$

$$(-\frac{1}{3}, ۵) : f(-\frac{1}{3}) = ۵ \Rightarrow -۴ + ۲^{-\frac{1}{3}a+1} = ۵ \Rightarrow ۲^{-\frac{1}{3}a+1} = ۹ = ۲^2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2 \Rightarrow -\frac{1}{3}a = 1 \Rightarrow a = -3$$

با جایگذاری مقادیر a و b در تابع f داریم:

$$f(x) = -4 + 2^{-3x+1}$$

$$f(-\frac{5}{3}) = -4 + 2^{-3 \times (-\frac{5}{3})+1} = -4 + 2^{5+1} = -4 + 2^6 = ۶۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

ابتدا نقاط مشترک دو تابع را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 - x \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A(1, 0) \\ x = 2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow B(2, 2) \end{cases}$$

$$A \in f \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 2 \Rightarrow A + B = -1 \quad (1)$$

$$B \in f \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 4 \Rightarrow 2A + B = -2 \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} A + B = -1 \\ 2A + B = -2 \end{cases} \xrightarrow{(-)} A = -1, B = 0$$

تابع به فرم $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ خلاصه می‌شود.

$$f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$$\begin{cases} y = 2^x \\ y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4 \end{cases} \Rightarrow 2^x = \sqrt{2} \times 2^{\frac{x}{2}} + 4 \xrightarrow{2^{\frac{x}{2}}=t} t^2 = \sqrt{2}t + 4 \Rightarrow t^2 - \sqrt{2}t - 4 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t = 2\sqrt{2} \\ t = -\sqrt{2} \text{ غق} \end{cases}$$

$$2^{\frac{x}{2}} = t \xrightarrow{t=2\sqrt{2}} 2^{\frac{x}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 2^3 = 8$$

$$d = \sqrt{(3-0)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

با استفاده از دو ویژگی $\log ab = \log a + \log b$ و $\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a$ ، عبارت لگاریتمی را ساده کرده و با توجه به فرض $\log_b^a = \frac{3}{2}$ ، مقدار آن را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{b}}^{ab^2} &= \log_{\sqrt{b}}^a + \log_{\sqrt{b}}^{b^2} = \log_{b^{\frac{1}{2}}}^a + \log_{b^{\frac{1}{2}}}^{b^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_b^a + \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_b^b \\ &= 2 \log_b^a + 4 \log_b^b = 2\left(\frac{3}{2}\right) + 4(1) = 3 + 4 = 7\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

$$\begin{aligned}3^{2x+y} &= 9 \times 3^{x-y} \Rightarrow 3^{2x+y} = 3^{2+x-y} \Rightarrow 2x+y = 2+x-y \Rightarrow 2y = 2-x \quad (1) \\ \log(x+2y) &= 1 + \log y \Rightarrow \log(x+2y) - \log y = \log 10 \\ \log \frac{(x+2y)}{y} &= \log 10 \Rightarrow \frac{x+2y}{y} = 10 \Rightarrow x+2y = 10y \quad (2) \\ \xrightarrow{(2)} x+2y &= 8 \times (2y) \xrightarrow{(1)} x+2-x = 8(2-x) \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

نقاط مشترک دو تابع $C(1, 1)$ و $D(3, 9)$ است.

$$\begin{aligned}C \in f &\Rightarrow 3^{A+B} = 1 \Rightarrow A+B = 0 \\ D \in f &\Rightarrow 3^{3A+B} = 9 \Rightarrow 3A+B = 2 \\ \begin{cases} A+B=0 \\ 3A+B=2 \end{cases} &\xrightarrow{(-)} 2A = 2 \Rightarrow A = 1, B = -1 \\ f(x) = 3^{x-1} &\Rightarrow f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

با استفاده از فرضیات بیان شده در صورت سؤال، مقدار a^3 را به دست می‌آوریم.

$$\log_{\sqrt{3}}^a = \frac{4}{3} \Rightarrow \log_{3^{\frac{1}{2}}}^a = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_3^a = \frac{4}{3} \Rightarrow 2 \log_3^a = \frac{4}{3} \Rightarrow \log_3^a = \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\log_b^a = c \Rightarrow a = b^{\frac{c}{a}}} a = 3^{\frac{2}{3}} \Rightarrow a^3 = (3^{\frac{2}{3}})^3 = 3^2 = 9$$

با استفاده از ویژگی $\log_{b^n}^a = \frac{m}{n} \log_b^a$ حاصل لگاریتم $(a^3 + 7)$ را در مبنای ۸ حساب می‌کنیم:

$$\log_8^{(a^3+7)} = \log_8^{(9+7)} = \log_8^{16} = \log_{2^3}^{2^4} = \frac{4}{3} \log_2^2 = \frac{4}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

دو معادله نمایی و لگاریتمی داده شده را ساده می‌کنیم. سپس با تشکیل یک دستگاه، مقادیر x و y را به دست می‌آوریم.
برای حل از دو ویژگی $\log a + \log b = \log ab$ و $a^n \times a^m = a^{m+n}$ استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} 2^x \times 8^y = 4 \Rightarrow 2^x \times (2^3)^y = 2^2 \Rightarrow 2^x \times 2^{3y} = 2^2 \Rightarrow x + 3y = 2 \\ \log x = \log 2 + \log y \Rightarrow \log x = \log 2y \Rightarrow x = 2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2y + 3y = 2 \Rightarrow 5y = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{5} \xrightarrow{x=2y} x = \frac{4}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

$$\log_x^{(3x+8)} + \log_x^{(x-6)} = 2 \Rightarrow \log_x^{(3x+8)(x-6)} = 2 \Rightarrow x^2 = 3x^2 - 10x - 48 \Rightarrow x^2 - 5x - 48 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=8 \Rightarrow \log_8^8 = \log_{8^{\frac{3}{2}}}^{8^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{2} \\ x=-3 \text{ غق} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

گام اول

الف) عبارت جلوی لگاریتم باید همواره مثبت باشد.
 ب) عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج، باید نامنفی باشد.

گام دوم

باتوجه به دو قسمت گام اول، مجموعه جواب را به دست آورده و بین آن‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$I) x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x(x - 3) > 0 \Rightarrow x > 3 \text{ یا } x < 0$$

$$II) 1 - \log(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log(x^2 - 3x) \Rightarrow \log 10 \geq \log(x^2 - 3x)$$

$$\Rightarrow 10 \geq x^2 - 3x \Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5$$

اشتراک دو مجموعه جواب به دست آمده برابر $[-2, 0) \cup (3, 5]$ است.

گزینه ۳

گام اول

معادلات نمایی و لگاریتمی را به صورت ساده شده می‌نویسیم (از معادله لگاریتمی y را بر حسب x به دست می‌آوریم) با حل دستگاه دومعادله و دومجهول حاصل x و y را تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$\log y = 2 \log 3 + \log x \Rightarrow \log y = \log 3^2 + \log x$$

$$\Rightarrow \log y = \log 9x \Rightarrow y = 9x \quad (1)$$

$$2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1 \Rightarrow 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y} = 1 \Rightarrow 2^{x-7} \times 2^{2x+2y} = 1$$

$$\Rightarrow 2^{3x+2y-7} = 1 = 2^0 \Rightarrow 3x + 2y - 7 = 0 \xrightarrow{(1)} 3x + 18x - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 21x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

$$y = 9x \Rightarrow y = 9 \times \frac{1}{3} = 3$$

اگر جمعیت اولیه x نفر باشد، سال اول $\frac{99}{100}x$ و سال دوم $\left(\frac{99}{100}\right)^2 x$ و سال n ام $\left(\frac{99}{100}\right)^n x$ نفر خواهد بود.

$$\left(\frac{99}{100}\right)^n x = \frac{1}{2}x \Rightarrow \left(\frac{100}{99}\right)^n = 2$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{100}{99}\right)^n = \log 2 \Rightarrow n(\log 100 - \log 99) = \log 2$$

$$\Rightarrow n = \frac{0.3}{2 - 1.995} = 60$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

در حل تست به دو نکته زیر توجه داشته باشید:

الف) دامنه تعریف تابع $y = \log g(x)$ به صورت $g(x) > 0$ است.

ب) عبارت زیر رادیکال با فرجه زوج همواره نامنفی است.

$$y = \log(x-1) \Rightarrow x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \quad (I)$$

$$f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)} \Rightarrow 1 - \log(x-1) \geq 0 \Rightarrow \log(x-1) \leq 1$$

$$\Rightarrow \log(x-1) \leq \log 10 \Rightarrow 0 < x-1 \leq 10 \Rightarrow 1 < x \leq 11 \quad (II)$$

دامنه تعریف تابع اصلی اشتراک دو مجموعه جواب (I) و (II) است:

$$(I) \cap (II) : D_f = (1, 11]$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

$$\log_2 512 = 9 \Rightarrow \log_3 (\log_2 512) = \log_3 9 = 2$$

$$\Rightarrow (\log_4 (\log_3 (\log_2 512))) = \log_4 2 = \frac{1}{2}$$

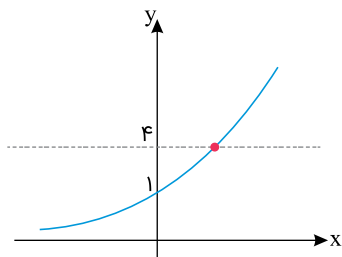
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

معادله را با استفاده از تغییر متغیر حل می‌کنیم.

$$(10^x)^2 - 10 \times (10^x) + 24 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t + 24 = 0 \\ \Rightarrow (t - 4)(t - 6) = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ یا } t = 6$$

$$t = 4 \Rightarrow 10^x = 4$$

یک جواب:



$$t = 6 \Rightarrow 10^x = 6$$

یک جواب

