



۱	☐ ☐ ☐ ☒	۱۱	☒ ☐ ☐ ☐	۲۱	☒ ☐ ☐ ☐	۳۱	☐ ☒ ☐ ☐	۴۱	☐ ☒ ☐ ☐
۲	☐ ☒ ☐ ☐	۱۲	☐ ☒ ☐ ☐	۲۲	☐ ☐ ☐ ☒	۳۲	☐ ☐ ☒ ☐	۴۲	☐ ☐ ☐ ☒
۳	☒ ☐ ☐ ☐	۱۳	☒ ☐ ☐ ☐	۲۳	☐ ☐ ☐ ☒	۳۳	☒ ☐ ☐ ☐	۴۳	☒ ☐ ☐ ☐
۴	☐ ☒ ☐ ☐	۱۴	☐ ☐ ☐ ☒	۲۴	☐ ☐ ☐ ☒	۳۴	☐ ☒ ☐ ☐	۴۴	☐ ☐ ☒ ☐
۵	☐ ☒ ☐ ☐	۱۵	☐ ☐ ☐ ☒	۲۵	☐ ☒ ☐ ☐	۳۵	☐ ☐ ☐ ☒	۴۵	☐ ☒ ☐ ☐
۶	☐ ☐ ☐ ☒	۱۶	☐ ☐ ☒ ☐	۲۶	☐ ☒ ☐ ☐	۳۶	☐ ☐ ☒ ☐	۴۶	☐ ☐ ☒ ☐
۷	☐ ☒ ☐ ☐	۱۷	☒ ☐ ☐ ☐	۲۷	☐ ☐ ☒ ☐	۳۷	☒ ☐ ☐ ☐	۴۷	☐ ☐ ☐ ☒
۸	☐ ☐ ☒ ☐	۱۸	☐ ☐ ☐ ☒	۲۸	☒ ☐ ☐ ☐	۳۸	☐ ☐ ☒ ☐	۴۸	☐ ☐ ☒ ☐
۹	☒ ☐ ☐ ☐	۱۹	☐ ☒ ☐ ☐	۲۹	☐ ☐ ☐ ☒	۳۹	☐ ☒ ☐ ☐	۴۹	☐ ☐ ☒ ☐
۱۰	☐ ☐ ☒ ☐	۲۰	☐ ☐ ☒ ☐	۳۰	☐ ☒ ☐ ☐	۴۰	☐ ☒ ☐ ☐	۵۰	☐ ☐ ☐ ☒
۵۱	☐ ☒ ☐ ☐								
۵۲	☒ ☐ ☐ ☐								
۵۳	☒ ☐ ☐ ☐								
۵۴	☒ ☐ ☐ ☐								
۵۵	☐ ☐ ☒ ☐								
۵۶	☐ ☐ ☒ ☐								
۵۷	☒ ☐ ☐ ☐								
۵۸	☐ ☐ ☐ ☒								
۵۹	☐ ☐ ☒ ☐								
۶۰	☒ ☐ ☐ ☐								



منبع:

گزینه ۴

۱

$$\frac{10\lambda \times \sqrt[3]{27a^3}}{\lambda^5 \times 2^{-10}} = \frac{27 \times 2 \times 3a}{2^5 \times 4^5 \times 2^{-10}} = \frac{27 \times 3a \times 2}{2^5 \times 2^{-5}}$$

$$= 3^2 \times 2^6 \times 2^{-5}a = 3^2 \times 2^{12} \times 2^{-5}a$$

$$= 3^2 \times 2^2 \times 2^8 \times 2^{-5}a = 2^6 \times 2^3a$$

$$\Rightarrow 2^6 \times 2^3a = 2^6 \Rightarrow \lambda a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{\lambda}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2} \times \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{5} = \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{\lambda}} - \frac{3}{5} = \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{3}{5}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{5-6}{10} = \frac{-1}{10} = -0.1$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

گزینه ۲

۲

$$n = 1 : a_{1+1} = \frac{1}{1+a_1} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$n = 2 : a_3 = \frac{1}{1+a_2} \Rightarrow a_3 = \frac{1}{1+\frac{3}{5}} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{8}} = \frac{24}{25} = \frac{96}{100} = 0.96$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

از ۶ طبقه، ۳ طبقه انتخاب می‌کنیم تا رضا رنگ کند و از ۳ طبقه باقی‌مانده هم ۳ طبقه برای امین انتخاب می‌کنیم:

$$n(S) = \binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = 20$$

تعداد حالاتی که طبقات مربوط به رضا، متوالی باشد، برابر است با:

$$A = \{(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (4, 5, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

قرار است طبقات رضا، متوالی نباشد. پس:

$$n(A') = 20 - 4 = 16$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

واریانس داده‌ها برابر ۴ است؛ پس انحراف معیار که در واقع طول میله است، برابر ۲ می‌شود:

$$b - a = 2 \quad (1)$$

باتوجه به نمودار داریم:

$$\bar{x} = a = \frac{11 + a + 12 + 13 + b + 15 + 17}{7}$$

$$\Rightarrow 7a = a + b + 68 \Rightarrow 6a - b = 68 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} b = 2 + a \xrightarrow{(2)} 6a - (2 + a) = 68 \Rightarrow 5a = 70$$

$$\Rightarrow a = 14$$

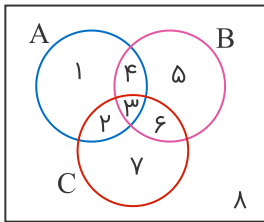
$$\xrightarrow{(1)} b = 2 + 14 = 16$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

نکته: $A - B = A \cap B'$

$$\begin{aligned}(A' - (B' - C'))' &= (A' - (B' \cap C))' = (A' \cap (B' \cap C)')' \\ &= A \cup (B' \cap C) = A \cup (C \cap B') = A \cup (C - B)\end{aligned}$$

راه حل دوم:

روی نمودار ون مجموعه‌های A, B, C را نشان می‌دهیم و آن را به ۸ ناحیه تقسیم می‌کنیم. سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$A' = \{۵, ۶, ۷, ۸\}$$

$$B' - C' = \{۱, ۲, ۷, ۸\} - \{۱, ۴, ۵, ۸\} = \{۲, ۷\}$$

$$\Rightarrow A' - (B' - C') = \{۵, ۶, ۷, ۸\} - \{۲, ۷\} = \{۵, ۶, ۸\}$$

$$\Rightarrow (A' - (B' - C'))' = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۷\}$$

$$\text{گزینه ۱: } A \cup (B - C')' = \{۱, ۲, ۳, ۴\} \cup (\{۳, ۴, ۵, ۶\} - \{۱, ۴, ۵, ۸\})'$$

$$= \{۱, ۲, ۳, ۴\} \cup (\{۳, ۶\})' = \{۱, ۲, ۳, ۴\} \cup \{۱, ۲, ۴, ۵, ۷, ۸\} = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۸\} \quad \times$$

$$\text{گزینه ۲: } A \cup (C - B) = \{۱, ۲, ۳, ۴\} \cup (\{۲, ۳, ۶, ۷\} - \{۳, ۴, ۵, ۶\})$$

$$= \{۱, ۲, ۳, ۴\} \cup \{۲, ۷\} = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۷\} \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه ۳: } (B - A) \cup (A \cup C)' = (\{۳, ۴, ۵, ۶\} - \{۱, ۲, ۳, ۴\}) \cup (\{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۷\})'$$

$$= \{۵, ۶\} \cup \{۵, ۸\} = \{۵, ۶, ۸\} \quad \times$$

$$\text{گزینه ۴: } (B - A) \cup (C' - A) = (\{۳, ۴, ۵, ۶\} - \{۱, ۲, ۳, ۴\}) \cup (\{۱, ۴, ۵, ۸\} - \{۱, ۲, ۳, ۴\})$$

$$= \{۵, ۶\} \cup \{۵, ۸\} = \{۵, ۶, ۸\} \quad \times$$

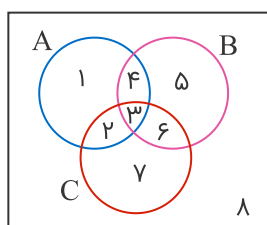
راه حل اول:

نکته: $A - B = A \cap B'$

$$\begin{aligned}
 (A - B) - (C - B) &= (A \cap B') - (C \cap B') \\
 &= (A \cap B') \cap (C \cap B')' = (A \cap B') \cap (C' \cup B) \\
 &= (A \cap B' \cap C') \cup \underbrace{(A \cap B' \cap B)}_{\emptyset} = A \cap B' \cap C' \\
 &= (A - B) \cap C' = (A - B) - C
 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

روی نمودار ون مجموعه‌های A, B, C را نشان می‌دهیم و آن را به ۸ ناحیه تقسیم می‌کنیم. سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



$$\begin{aligned}
 (A - B) &= \{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2\} \\
 (C - B) &= \{2, 3, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{2, 7\} \\
 \Rightarrow (A - B) - (C - B) &= \{1, 2\} - \{2, 7\} = \{1\} \\
 \text{گزینه ۱: } (B - C) - A &= (\{3, 4, 5, 6\} - \{2, 3, 6, 7\}) - \{1, 2, 3, 4\} \\
 &= \{4, 5\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5\} \quad \times \\
 \text{گزینه ۲: } A - (B \cup C') &= \{1, 2, 3, 4\} - (\{3, 4, 5, 6\} \cup \{1, 4, 5, 8\}) \\
 &= \{1, 2, 3, 4\} - \{1, 3, 4, 5, 6, 8\} = \{2\} \quad \times \\
 \text{گزینه ۳: } B - (A \cup C) &= \{3, 4, 5, 6\} - (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 6, 7\}) \\
 &= \{3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 6, 7\} = \{5\} \quad \times \\
 \text{گزینه ۴: } (A - B) - C &= (\{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4, 5, 6\}) - \{2, 3, 6, 7\} \\
 &= \{1, 2\} - \{2, 3, 6, 7\} = \{1\} \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

جمله ششم، واسطه هندسی جمله چهارم و هشتم است:

$$a_4, a_6, a_8$$

$$a_6^2 = a_4 \times a_8 \Rightarrow \left(\frac{1}{\lambda_1}\right)^2 = \frac{1}{27} \times a_8$$

$$\Rightarrow a_8 = \frac{27}{\lambda_1 \times \lambda_1} = \frac{1}{243}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

دنباله حاصل، یک دنباله حسابی است:

$$8, 12, 16, \dots$$

$$a_1 = 8, d = 4, n = 24$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{24} = \frac{24}{2} [2(8) + (24-1)(4)] = 12[16 + 92] = 1296$$

می‌خواهیم سالن‌های جدید، $\frac{1}{4}$ سالن اولیه، ظرفیت داشته باشند:

$$\frac{1296}{4} = 324$$

در سالن‌های جدید:

$$d = 4, n = 12, S_{12} = 324$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} [2a_1 + (12-1)(4)] = 6[2a_1 + 44] = 324$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 44 = 54 \Rightarrow 2a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\frac{a^5 \times 15^3}{3^3 \times \left(\frac{a}{5}\right)^5} = \frac{\cancel{a^5} \times \cancel{3^3} \times 5^3}{\cancel{3^3} \times \frac{\cancel{a^5}}{5^5}} = 5^8$$

$$\Rightarrow 5^8 = 5^{a+3} \Rightarrow a = 5$$

$$f(2) = \frac{1}{5} \times 5^2 - 1 = 5 - 1 = 4$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

دنباله حاصل، یک دنباله حسابی است:

$$8, 12, 16, \dots$$

$$a_1 = 8, d = 4, n = 12$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [2(8) + (12-1)(4)] = 6[16 + 44] = 360$$

می‌خواهیم سالن‌های جدید، نصف ظرفیت سالن اولیه باشند:

$$\frac{360}{2} = 180$$

$$4, 8, 12, \dots$$

$$n = ?, a_1 = 4, d = 4$$

$$S_n = 180 = \frac{n}{2} [2(4) + 4(n-1)]$$

$$\Rightarrow 180 = \frac{n}{2} (4n + 4) \Rightarrow n^2 + n - 90 = 0$$

$$\Rightarrow (n-9)(n+10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=9 & \text{ق.ق} \\ n=-10 & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$n = 1 : a_{1+1} = a_2 = \frac{1}{1 + 2a_1} \Rightarrow a_2 = \frac{1}{1 + 2\left(\frac{3}{4}\right)} = \frac{2}{5}$$

$$n = 2 : a_3 = \frac{1}{1 + 2a_2} = \frac{1}{1 + 2\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{9}} = \frac{18}{25} = 0.72$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

از ۶ سؤال، ۳ سؤال برای حسن و از ۳ سؤال باقی‌مانده، ۳ سؤال برای علی انتخاب می‌کنیم:

$$n(S) = \binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = 20$$

تعداد حالات مطلوب، به‌صورت زیر است:

$$A = \{(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (4, 5, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

مهمانی اول: واریانس سن افراد، برابر ۴ است؛ پس انحراف معیار که در واقع طول میله است، برابر ۲ می‌شود:

$$b - a = 2 \quad (1)$$

$$\bar{x} = a = \frac{a + b + 21 + 23 + 25 + 27 + 29}{7}$$

$$\Rightarrow 7a = a + b + 118 \Rightarrow 6a - b = 118 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 6a - (a + 2) = 118 \Rightarrow 5a - 2 = 118 \Rightarrow 5a = 120$$

$$\Rightarrow a = 24 \Rightarrow b = 26 \Rightarrow \bar{x} = 24$$

مهمانی دوم: در این مهمانی، فرزند مریم، پدربزرگ و مادربزرگش هم حضور دارند؛ پس تعداد افراد حاضر، ۱۰ نفر است. سه نفری که به مهمانی اضافه شده‌اند، داده دورافتاده هستند؛ بنابراین، میانه، شاخص مناسبی است:

مادربزرگ، پدربزرگ، ۳۷، ۳۶، ۳۴، ۳۵، ۳۳، ۳۲، ۳۱، فرزند مریم

$$\text{میانه} = \frac{34 + 35}{2} = 34.5$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

جمله هفتم واسطه هندسی جمله سوم و یازدهم است:

$$a_3, a_7, a_{11}$$

$$a_7^2 = a_3 \times a_{11} \Rightarrow (49)^2 = 7a_{11} \Rightarrow a_{11} = \frac{49 \times 49}{7} = 343$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

"ی" حتماً باید در آخر کلمه باشد تا بدون نقطه شود:

$$\frac{7}{1} \boxed{\quad \quad \quad \quad} = 1 \times 4! = 24$$

۴! = جایگشت ۴ حرف دیگر

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

"ی" باید حتماً در آخر کلمه ظاهر شود، وگرنه کلمه، بیش از یک حرف نقطه‌دار خواهد داشت:

$$\frac{۷}{۱} \boxed{\quad \quad \quad \quad} = ۱ \times ۴! = ۲۴$$

$۴! =$ جایگشت ۴ حرف دیگر

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

راه حل اول:

$$n(S) = \binom{۶}{۳} \times ۳! \times \binom{۳}{۳} \times ۳!$$

$$= ۲۰ \times ۶ \times ۱ \times ۶ = ۷۲۰$$

$$n(A) = \left(\binom{۴}{۱} \times \underbrace{۲!}_{\text{جایگشت ۲ کتاب}} \times \underbrace{۲!}_{\text{جایگشت بسته‌ها}} \times \binom{۳}{۳} \times ۳! \right) \times \underbrace{۲}_{\text{جابه‌جایی ردیف}} = ۱۹۲$$

یکی از ۴ کتاب دیگر را با دو کتاب موردنظر در یک ردیف قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{۱۹۲}{۷۲۰} = \frac{۴}{۱۵}$$

راه حل دوم:

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲! \times ۴ \times ۴!}{۶!} = \frac{۱۹۲}{۷۲۰} = \frac{۴}{۱۵}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

کل اعداد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام که فرد باشد و مضرب ۵ نباشد، برابر است با:

$$\frac{۴}{\text{به غیر از صفر و رقم یکان به کار برده شده}} \times \frac{۴}{\text{}} \times \frac{۲}{\{۱ \text{ یا } ۷\}} = ۳۲$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

درصد تورم در سال ۹۴ تا ۹۶ یکسان است. با فرض r درصد تورم ثابت داریم ۴۴ درصد تورم در ۲ سال، پس $f(2)$ برابر $1/44c$ می‌شود. (c مقدار اولیه)

$$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow 1/44c = c(1+r)^2 \\ \Rightarrow (1/2)^2 = (1+r)^2 \Rightarrow r = 0/2 \Rightarrow r = \frac{20}{100}$$

یعنی در هر سال ۲۰ درصد تورم داشته است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$b_4 = \frac{8+1}{4+1} = \frac{9}{5} \\ a_3 = \frac{9+1}{9+1} = \frac{10}{10} \\ \Rightarrow b_4 - a_3 = \frac{9}{5} - \frac{1}{10} = \frac{17}{10} = 1/7$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2} = 7^3 \Rightarrow \frac{(2x)^5 \times 3^3 \times 7^3}{3^3 \times 5^3 \times 5^2} = 7^3 \\ \Rightarrow \frac{(2x)^5}{5^3 \times 5^2} = 1 \Rightarrow (2x)^5 = 5^5 \\ \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2/5$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$mx^2 - 4x + m^2 - 4 = 0$$

$$\frac{c}{a} = \frac{m^2 - 4}{m} \xrightarrow{\text{واسطه } \sqrt{3}} \frac{m^2 - 4}{m} = \sqrt{3}^2 \Rightarrow m^2 - 4 = 3m \\ \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow (m+1)(m-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \\ \xrightarrow{m=-1} -x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow S = -\frac{b}{a} = -4 \\ \xrightarrow{m=4} 4x^2 - 4x + 12 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه ندارد}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned}
 C &= (A' - B) \cup (A' - B') = (A' \cap B') \cup (A' \cap B) \\
 &= A' \cap \underbrace{(B' \cup B)}_U = A' \\
 D &= (B' \cap A') \cup (B' \cap A) = B' \cap \underbrace{(A' \cup A)}_U = B' \\
 E &= C \cup D = A' \cup B' \Rightarrow E' = A \cap B
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned}
 a_1 &= ۱۴۵۸, \quad r = \frac{1}{۳} \\
 a_n &= ۲ \Rightarrow a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow ۲ = ۱۴۵۸ \times \left(\frac{1}{۳}\right)^{n-1} \\
 \Rightarrow \left(\frac{1}{۳}\right)^{n-1} &= \frac{1}{۷۲۹} \Rightarrow \left(\frac{1}{۳}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{۳}\right)^6 \\
 \Rightarrow n - 1 &= 6 \Rightarrow n = ۷
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned}
 a_۳ + a_{۲۸} &= a_۵ + ۶۱ \Rightarrow a_1 + ۲d + a_1 + ۲۷d = a_1 + ۴d + ۶۱ \\
 \Rightarrow a_1 + ۲۵d &= ۶۱ \Rightarrow a_{۲۶} = ۶۱
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

باتوجه به نمودار داریم:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{3}{2}a \\ \sigma &= \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a \\ \xrightarrow{\text{فرض سؤال}} \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a &= \frac{1}{4} \times \frac{3}{2}a \Rightarrow \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a = \frac{3}{8}a \\ \xrightarrow{\times 24} 20b - 36a &= 9a \Rightarrow 20b = 45a \Rightarrow b = \frac{9}{4}a \quad (*)\end{aligned}$$

ازطرفی باتوجه به داده‌ها و نمودار داریم:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{6 + 12 + \frac{a}{2} + a + b}{5} = \frac{3}{2}a \\ \Rightarrow 18 + \frac{3}{2}a + b &= \frac{15}{2}a \xrightarrow{\times 2} 36 + 3a + 2b = 15a \\ \Rightarrow 12a &= 2b + 36 \xrightarrow{(*)} 24a = 9a + 72 \Rightarrow 15a = 72 \\ \Rightarrow a &= \frac{72}{15} = \frac{24}{5} \Rightarrow b = \frac{9}{4} \times \frac{24}{5} = \frac{54}{5} \\ \Rightarrow \sigma &= \frac{5}{6} \times \frac{54}{5} - \frac{3}{2} \times \frac{24}{5} = 9 - \frac{36}{5} = 9 - 7\frac{2}{5} = 1\frac{1}{5}\end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

p درست، q نادرست و r دلخواه است.
بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (T \Rightarrow F) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow r \equiv T \quad (\text{انتفای مقدم})$$

$$۲) (r \Rightarrow F) \Rightarrow T \equiv T \quad (\text{تالی درست است})$$

$$۳) \underbrace{(r \Rightarrow T)}_{\equiv T} \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

$$۴) \underbrace{(T \Rightarrow F)}_{\equiv F} \Rightarrow \sim r \equiv T \quad (\text{انتفای مقدم})$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$x = -2 \Rightarrow |x| = |-2| = 2 \quad \text{زوج}$$

$$\Rightarrow f(-2) = \left[\frac{-2}{3} + \frac{9}{5} \right] = \left[\frac{17}{15} \right] = 1, \quad 1 < \frac{17}{15} < 2$$

$$x = -3 \Rightarrow |x| = |-3| = 3 \quad \text{فرد}$$

$$\Rightarrow f(-3) = \left[\frac{-3}{2} - \frac{2}{3} \right] = \left[\frac{-13}{6} \right] = -3, \quad -3 < \frac{-13}{6} < -2$$

$$f(-2) + f(-3) = 1 - 3 = -2$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

تابع همانی به صورت $f(x) = x$ تعریف می‌شود.

$$f(x) = c + bx^2 + (2 + ab)x + 2a - 3x^2$$

$$= (b - 3)x^2 + (2 + ab)x + 2a + c$$

چون f همانی است، باید ضریب x را برابر یک و بقیه ضرایب را صفر در نظر بگیریم:

$$b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$2 + ab = 1 \xrightarrow{2+3a=1} 3a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

$$2a + c = 0 \xrightarrow{a=-\frac{1}{3}} -\frac{2}{3} + c = 0 \Rightarrow c = \frac{2}{3}$$

$$\left[\frac{a}{c} \right] = \left[\frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \right] = \left[-\frac{1}{2} \right] = -1$$

تذکر: $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

f و g تابع هستند؛ پس:

$$1 - n = 2n - 5 \Rightarrow 3n = 6 \Rightarrow n = 2$$

$$m + 2 = -1 \Rightarrow m = -3$$

$$\begin{cases} f = \{(-1, 4), (-2, -1), (2, 5)\} \\ g = \{(1, -1), (-2, -3), (2, 8)\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f + g = \{(-2, -4), (2, 13)\}$$

$$\Rightarrow A = \{-4, 13\} \Rightarrow -4 + 13 = 9$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

p درست، q نادرست و r دلخواه است.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (F \Rightarrow r) \Rightarrow T \equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

$$۳) (r \Rightarrow T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

$$۴) (r \Rightarrow T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

بررسی گزینه ۲:

$$(T \Rightarrow r) \Rightarrow F$$

اگر r درست باشد، داریم:

$$(T \Rightarrow T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

اگر r نادرست باشد، داریم:

$$(T \Rightarrow F) \Rightarrow F \equiv F \Rightarrow F \equiv T$$

پس به ارزش r بستگی دارد.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$x = \sqrt{\pi} \Rightarrow x|x| \text{ مثبت} \Rightarrow f(\sqrt{\pi}) = [1 - \sqrt{\pi}]$$

$$\xrightarrow{1 < \sqrt{\pi} < 2} f(\sqrt{\pi}) = -1$$

توجه: چون $1 < \sqrt{\pi} < 2$ ، پس $0 < 1 - \sqrt{\pi} < 1$ و $-1 < 1 - \sqrt{\pi} = -1$.

$$x = -1/7 \Rightarrow x|x| \text{ منفی}$$

$$\Rightarrow f(-1/7) = [1 + 2(-1/7)] = [-2/7] = -3$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{\pi}) + f(-1/7) = -1 - 3 = -4$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$f(x) = [\omega x^2 - ax^2 + abx - x + b]c$$

$$= [(\omega - a)x^2 + (ab - 1)x + b]c$$

$f(x)$ تابعی ثابت است، پس ضرایب x و x^2 باید برابر صفر باشند:

$$\begin{cases} \omega - a = 0 \Rightarrow a = \omega \\ ab - 1 = 0 \Rightarrow \omega b - 1 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{\omega} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = bc = \frac{1}{\omega}c$$

$$f(x+y) = f(x)f(y) - 2 \Rightarrow \frac{1}{\omega}c = \frac{1}{\omega^2}c^2 - 2$$

$$\xrightarrow{\times \omega^2} \omega c = c^2 - \omega \Rightarrow c^2 - \omega c - \omega = 0$$

$$\Rightarrow (c - \omega)(c + \omega) = 0 \Rightarrow c = \omega, c = -\omega$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

f و g، تابع هستند؛ پس:

$$\frac{k}{2} - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow k = 3$$

$$\frac{n-1}{2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow n-1 = -3 \Rightarrow n = -2$$

$$\begin{cases} f = \{(7, \frac{1}{2}), (-\frac{5}{2}, -2), (5, 2)\} \\ g = \{(5, -2), (-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}), (4, -5)\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f - g = \{(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}), (5, 4)\}$$

$$A = \{-\frac{1}{2}, 4\} \Rightarrow A \text{ مجموع مقادیر} = 4 + (-\frac{1}{2}) = \frac{7}{2}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\text{میلیون ریال } \bar{x} \leq 160 \Rightarrow \bar{x} \leq 160 \Rightarrow \frac{\bar{x}}{2} \leq 80 \Rightarrow \text{خط فقر}$$

میانگین، حداکثر ۱۶۰ میلیون ریال است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\text{میلیون ریال } \bar{x} \leq 100 \Rightarrow \bar{x} \leq 100 \Rightarrow \frac{\bar{x}}{2} \leq 50 \Rightarrow \text{خط فقر}$$

میانگین، حداکثر ۱۰۰ میلیون ریال است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{ضابطه بالا}} f(\frac{1}{2}) &= \left| \frac{1}{2} \right| \text{sign}(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \\ \xrightarrow{\text{ضابطه پایین}} f(-\frac{1}{3}) &= 2 - \underbrace{\text{sign}(\frac{1}{3})}_1 = 1 \\ \Rightarrow f(\frac{1}{2}) + f(-\frac{1}{3}) &= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$p \equiv T, \quad q \equiv F$$

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

- ۱) $(T \Rightarrow F) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$
- ۲) $(T \Rightarrow (T \wedge F)) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$
- ۳) $(F \Rightarrow (T \wedge F)) \wedge r \equiv T \wedge r \equiv r$
- ۴) $(T \Rightarrow F) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$f \times g = \{(\sqrt{2}, 2), (\sqrt{3}, -6), (\sqrt{5}, -3)\}$$

$$\frac{f}{f \times g} = \{(\sqrt{2}, -1), (\sqrt{3}, \frac{1}{6}), (\sqrt{5}, -\frac{1}{3})\}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\{(m, 3m - 1), (-1, k^2 - k), (k^2 - k, 2)\}$$

$$k^2 - k = 2 \Rightarrow (k + 1)(k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 2 \end{cases}$$

$$3m - 1 = 2 \Rightarrow 3m = 3 \Rightarrow m = 1$$

$$\text{حاصل ضرب اعضای دامنه} = (m)(-1)(k^2 - k) = 1 \times (-1) \times (2) = -2$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۸, ۱۰/۵, ۱۱, ۱۲, ۱۵, ۱۷/۵, ۱۸, ۲۰, ۲۳
میانه

تعداد داده‌ها، ۹ تا است، پس دادهٔ وسط، یعنی پنجم، میانه است:

$$\text{میانه} = ۱۵$$

$$\bar{x} = \frac{۸ + ۱۰/۵ + ۱۱ + ۱۲ + ۱۵ + ۱۷/۵ + ۱۸ + ۲۰ + ۲۳}{۹}$$

$$= \frac{۱۳۵}{۹} = ۱۵$$

$$\frac{\text{میانه}}{\text{میانگین}} = \frac{۱۵}{۱۵} = ۱$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

حاصل ضرب ریشه‌ها ($P = \frac{c}{a}$) باید مثبت و حاصل جمع ریشه‌ها ($S = \frac{-b}{a}$) باید منفی باشد:

$$P = \frac{1-2a}{a} > 0, S = \frac{-(1-a)}{a} = \frac{a-1}{a} < 0 \quad (*)$$

همچنین باید $\Delta > 0$ باشد:

$$\Delta = (1-a)^2 - 4(a)(1-2a) = a^2 - 2a + 1 - 4a + 8a = 5a^2 - 6a + 1$$

$$= 9a^2 - 6a + 1 = (3a-1)^2 > 0; a \neq \frac{1}{3} \quad (**)$$

$$\text{گزینه ۱: } a = -\frac{1}{4} \Rightarrow S = \frac{(-\frac{1}{4}) - 1}{(-\frac{1}{4})} > 0, P = \frac{1 - 2(-\frac{1}{4})}{(-\frac{1}{4})} < 0 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۲: } a = \frac{5}{6} \Rightarrow S = \frac{(\frac{5}{6}) - 1}{(\frac{5}{6})} < 0, P = \frac{1 - 2(\frac{5}{6})}{(\frac{5}{6})} < 0 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۳: } a = -\frac{3}{4} \Rightarrow S = \frac{(-\frac{3}{4}) - 1}{(-\frac{3}{4})} > 0, P = \frac{1 - 2(-\frac{3}{4})}{(-\frac{3}{4})} < 0 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۴: } a = \frac{1}{4} \Rightarrow S = \frac{(\frac{1}{4}) - 1}{(\frac{1}{4})} < 0, P = \frac{1 - 2(\frac{1}{4})}{(\frac{1}{4})} > 0 \quad \checkmark$$

در بین گزینه‌ها، فقط گزینه "۴" در (*) صدق می‌کند.

تذکر: باتوجه به اینکه تمام گزینه‌ها نامساوی با $\frac{1}{3}$ هستند، بنابراین شرط (**) برای همه گزینه‌ها برقرار است.

طول ضلع مربع را x در نظر می‌گیریم:

$$\text{طول هر مستطیل} = \frac{x}{۲}$$

$$\text{عرض هر مستطیل} = \frac{x}{۳}$$

$$S_{\text{مستطیل}} = \left(\frac{x}{۲}\right)\left(\frac{x}{۳}\right) = \frac{x^۲}{۶}$$

$$S_{\text{مربع}} = (x)(x) = x^۲$$

$$\frac{x^۲}{۶} = \frac{۱}{۳}x^۲ - ۶ \xrightarrow{\times ۶} x^۲ = ۲x^۲ - ۳۶$$

$$\Rightarrow x^۲ = ۳۶ \xrightarrow{x>۰} x = ۶$$

$$\frac{x}{۲} - \frac{x}{۳} = \frac{۶}{۲} - \frac{۶}{۳} = ۳ - ۲ = ۱$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

ابتدا شیب نمودار را حساب می‌کنیم:

$$m = \frac{45000 - 0}{0 - 500} = -90$$

عرض از مبدأ، برابر ۴۵۰۰۰ است:

$$N = -90p + 45000$$

$$\Rightarrow 90p = 45000 - N \Rightarrow p = \frac{45000 - N}{90} = 500 - \frac{N}{90}$$

$$\text{درآمد} = (500 - \frac{N}{90})N = -\frac{N^2}{90} + 500N$$

$$\text{هزینه} = 45000 + 20N$$

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} = (-\frac{N^2}{90} + 500N) - (45000 + 20N)$$

$$= -\frac{N^2}{90} + 480N - 45000$$

$$x_S = N_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-480}{2(\frac{-1}{90})} = 21600$$

$$\Rightarrow p = \frac{45000 - 21600}{90} = 260$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 4} - 3 = \frac{x^2 - 5x - 3x^2 + 12}{x^2 - 4} = \frac{x + 3}{2 - x}$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2 - 5x + 12}{(\cancel{x-2})(x+2)} = \frac{x+3}{-(\cancel{x-2})}$$

$$\Rightarrow -2x^2 - 5x + 12 = -(x+3)(x+2)$$

$$\Rightarrow -2x^2 - 5x + 12 = -(x^2 + 5x + 6) = -x^2 - 5x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \pm\sqrt{18}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

برای اینکه ۳ نقطه، روی یک خط باشند، باید شیب گذرنده از هر دو نقطه، یکسان باشد:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\frac{a - 2 - (-1)}{3 - 3a} = \frac{2/5 - (-1)}{-\frac{a}{2} - 3a} \Rightarrow \frac{(a-1)}{-3(a-1)} = \frac{3/5}{-a-6a}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{\frac{3}{5}}{-7a} \Rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{1}{a} \Rightarrow a = 3$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

ابتدا شیب نمودار را حساب می‌کنیم:

$$m = \frac{18000 - 0}{0 - 30} = -600$$

عرض از مبدأ، برابر ۱۸۰۰۰ است، پس:

$$N = -600p + 18000$$

$$600p = 18000 - N \Rightarrow p = \frac{18000 - N}{600} = 30 - \frac{N}{600}$$

$$\text{درآمد} = (30 - \frac{N}{600})N = -\frac{N^2}{600} + 30N$$

$$\text{هزینه} = 18000 + 25N$$

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} = (-\frac{N^2}{600} + 30N) - (18000 + 25N)$$

$$= -\frac{N^2}{600} + 5N - 18000$$

طول رأس تابع سود را محاسبه می‌کنیم:

$$N_S = x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2(\frac{-1}{600})}$$

$$\Rightarrow N_S = 1500 \Rightarrow p = \frac{18000 - 1500}{600} = 27/5$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$f_D = x \Rightarrow f_C = 3x, f_B = 6x$$

$$\Rightarrow f_D + f_C + f_B = 10x$$

x ، برابر با فراوانی داده D است، پس یک عدد طبیعی می‌باشد. اگر جای x اعداد $1, 2, 3, \dots$ قرار دهیم، مقدار $10x$ برابر با $10, 20, 30, \dots$ می‌شود. بنابراین در بین گزینه‌ها، فقط گزینه "۳" می‌تواند جواب باشد.

$$x = 1 \Rightarrow 10x = 10$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

حاصل ضرب ریشه‌ها $(P = \frac{c}{a})$ و حاصل جمع ریشه‌ها $(S = \frac{-b}{a})$ باید مثبت باشد:

$$P = \frac{2a-1}{2a+1} > 0, S = \frac{4a}{2a+1} > 0 \quad (*)$$

همچنین باید $\Delta > 0$ باشد:

$$\Delta = (-4a)^2 - 4(2a+1)(2a-1) = 16a^2 - 4(4a^2 - 1) = 4 > 0 \quad \text{همواره برقرار است}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه ۱: } a = \frac{1}{4} \Rightarrow S = \frac{4(\frac{1}{4})}{2(\frac{1}{4})+1} > 0, P = \frac{2(\frac{1}{4})-1}{2(\frac{1}{4})+1} < 0 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۲: } a = -\frac{3}{10} \Rightarrow S = \frac{4(-\frac{3}{10})}{2(-\frac{3}{10})+1} < 0, P = \frac{2(-\frac{3}{10})-1}{2(-\frac{3}{10})+1} < 0 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۳: } a = -\frac{2}{3} \Rightarrow S = \frac{4(-\frac{2}{3})}{2(-\frac{2}{3})+1} > 0, P = \frac{2(-\frac{2}{3})-1}{2(-\frac{2}{3})+1} > 0 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه ۴: } a = \frac{3}{8} \Rightarrow S = \frac{4(\frac{3}{8})}{2(\frac{3}{8})+1} > 0, P = \frac{2(\frac{3}{8})-1}{2(\frac{3}{8})+1} < 0 \quad \times$$

در بین گزینه‌ها، فقط گزینه "۳" در $(*)$ صدق می‌کند.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

۱, ۴, ۵, ۹, $\frac{۱۰}{۵}$, ۱۱, $\frac{۱۱}{۵}$, ۱۵, ۱۷
میانه

$$\text{میانه} = ۱۰/۵ = \frac{۲۱}{۲}$$

$$\text{میانگین} = \frac{۸۴}{۹} = \frac{۲۸}{۳}$$

$$\text{حاصل ضرب میانه و میانگین} = \frac{۲۱}{۲} \times \frac{۲۸}{۳} = ۷ \times ۱۴ = ۹۸$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

برای اینکه ۳ نقطه روی یک خط باشند، باید شیب خط گذرنده از هر دو نقطه، یکسان باشد.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\frac{a - ۳}{-۱ - a} = \frac{۳a - a}{۱ + ۱} \Rightarrow \frac{a - ۳}{-۱ - a} = a \Rightarrow a - ۳ = -a - a^۲$$

$$\Rightarrow a^۲ + ۲a - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ a = -۳ \end{cases} \checkmark$$

$a = ۱$ غیر قابل قبول است؛ چون سه نقطه متمایز تولید نمی‌کند:

$(۱, ۳), (-۱, ۱), (۱, ۳)$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

ضلع هر مربع را x در نظر می‌گیریم؛ پس طول و عرض مستطیل به ترتیب $۳x$ و x است.

$$S_{\text{مستطیل}} = (۳x)(x) = ۳x^۲$$

$$S_{\text{مربع}} = (x)(x) = x^۲$$

$$۳x^۲ = \frac{۲}{۳}x^۲ + ۱۴ \xrightarrow{\times ۳} ۹x^۲ = ۲x^۲ + ۴۲$$

$$\Rightarrow ۷x^۲ = ۴۲ \Rightarrow x^۲ = ۶ \xrightarrow{x>۰} x = \sqrt{۶}$$

$$\text{اختلاف مورد نظر} = ۳x - x = ۲x = ۲\sqrt{۶}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$f_C = x \Rightarrow f_A = x, f_B = \frac{x}{2}, f_D = \frac{x}{2}$$

$$x + x + \frac{x}{2} = 20 \xrightarrow{\times 2} 2x + x = 40 \Rightarrow 3x = 40 \Rightarrow x = \frac{40}{3}$$

$$\frac{x}{x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2}} \times 360^\circ = \frac{1}{2} \times 360^\circ = 120^\circ$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x} - 1 = \frac{x^2 - 2x + 3 - (x^2 - 2x)}{x^2 - 2x}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{x^2} - \cancel{2x} + 3 - \cancel{x^2} + \cancel{2x}}{x^2 - 2x} = \frac{3}{x - 2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^2 - 2x} = \frac{3}{x - 2} \Rightarrow x(x^2 - 2x) = 3(x - 2)$$

$$\Rightarrow 3(\cancel{x - 2}) = x^2(\cancel{x - 2}) \Rightarrow x^2 = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\frac{1}{n-4} - \frac{1}{4n} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{n-n+4}{n^2-4n} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{n^2-4n} = \frac{1}{3} \Rightarrow n^2-4n-12=0 \Rightarrow (n+2)(n-6)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = 6 \end{cases} \times \xrightarrow[\checkmark]{\text{تقسیم نصف کیک}} \frac{\frac{1}{2}}{6} = \frac{1}{12}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} \frac{P(x)=0}{\text{نقطهٔ سربه سر}} &\rightarrow -x^2 - 540x + 112000 = 0 \\ &\Rightarrow x^2 + 540x - 112000 = 0 \\ &\Rightarrow (x - 160)(x + 700) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 160 & \checkmark \\ x = -700 & \times \end{cases} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} \text{مجموع فراوانی‌ها: } 25 + 13 + 35 + 42 + 20 + 25 &= 160 \\ \text{زاویه مرکزی دسته ج: } \alpha_{\text{ج}} &= \frac{35}{160} \times 360^\circ = 78.75^\circ \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

تنها با تبدیل ۸ به ۷ می‌توانیم عددی فرد اضافه کنیم که فقط از ۸ کوچک‌تر باشد و از ۴، ۲ و ۶ بزرگ‌تر است، پس:

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 7}{4} = \frac{19}{4} = 4.75$$

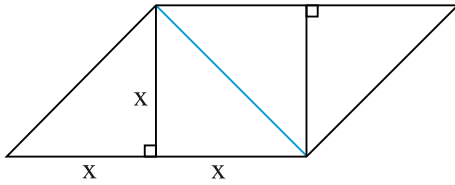
دقت کنید که در این حالت با کم شدن دامنه تغییرات، واریانس و انحراف معیار نیز کم می‌شود.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} f(x) = -mx - h &\xrightarrow{(-2,3)} 2m - h = 3 \Rightarrow h = 2m - 3 \\ g(x) = ax + h &\xrightarrow{(-2,3)} -2a + h = 3 \Rightarrow -2a + 2m = 6 \\ \Rightarrow -a + m &= 3 \Rightarrow m = 3 + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{5}{4}\right) &= g(-5) \Rightarrow \frac{5m}{4} - h = -5a + h \\ \Rightarrow 5m + 20a - 4h &= 0 \Rightarrow 5m + 20a - 4(2m - 3) = 0 \\ \Rightarrow 5(a + 3) + 20a - 16(a + 3) + 24 &= 0 \\ \Rightarrow 5a + 15 + 20a - 16a - 48 + 24 &= 0 \\ \Rightarrow 9a = 9 \Rightarrow a &= 1 \\ \Rightarrow m = 1 + 3 &= 4 \\ \Rightarrow \frac{m}{a} &= \frac{4}{1} = 4 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳



$$\begin{aligned}
 x(2x) &= \frac{x^2}{2} + 3 \\
 \Rightarrow 2x^2 &= \frac{x^2}{2} + 3 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + 6 \Rightarrow 3x^2 = 6 \\
 \Rightarrow x^2 &= 2
 \end{aligned}$$

قطر مربع برابر است با $x^2 + x^2 = r^2$

$$\Rightarrow r^2 = 2x^2 \Rightarrow r^2 = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

گزینه ۲

$x = 2$ در معادله صدق می‌کند:

$$x = \gamma \Rightarrow -w - 1 = \frac{\gamma m^\gamma}{-\gamma} \Rightarrow m^\gamma = \mathfrak{F} \Rightarrow m = \pm \gamma$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

گزینہ ۲

برای پیدا کردن میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

9, 10, 12/5, 13, 13, 14, 15, 16, 17, 17/5

تعداد داده‌ها زوج است بنابراین میانه برابر با میانگین دو داده پنجم و ششم است. داریم:

$$\text{میانہ} = \frac{13 + 14}{2} = 13.5$$

میانگین داده‌ها را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{میانگین} = \frac{9 + 10 + 12/5 + 13 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 17/5}{10} = 13/7$$

بنابراین تفاضل میانه از میانگین برابر است با:

$$13/7 - 13/5 = 0/2$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

گزینه ۲

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

ሠ, ለ, ሂፌ, ሠፍ, ቶሂ, ፍፌ, ለፌ, ለፌ, ሂፑ, 10ፌ

تعداد داده‌ها ده‌تا می‌باشد، پس چارک اول، داده سوم و چارک سوم، داده هشتم است:

$$R = \max - \min = 1050 - 3 = 1047$$

$$\text{IQR} = x_{\wedge} - x_{\vee} = 15 - 9 = 6.$$

$$\frac{R}{IOR} = \frac{1047}{60} = \frac{349}{20} = 17/10$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

گزینه ۴

انحراف معیار جذر واریانس است، یعنی انحراف معیار $\sqrt{36} = 6$ می‌باشد. ۹۶ درصد داده‌ها در فاصله‌ای به مرکز میانگین و شعاع دو برابر انحراف معیار هستند.

$$(\bar{x} - \gamma\sigma, \bar{x} + \gamma\sigma) = (152 - \gamma(6), 152 + \gamma(6)) = (140, 164)$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

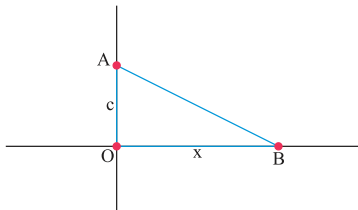
مقیاس فاصله‌ای برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و همچنین اختلاف بین مقادیر داده‌ها بامعنا است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

نوع متغیر رتبه‌های شرکت‌کنندگان در کنکور، کیفی- ترتیبی است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

مثلث OAB به اضلاع c و x روی محورهای مختصات نشان داده شده است. پس:



$$S_{OAB} = c^2 \Rightarrow \frac{1}{2}c \times x = c^2 \Rightarrow x = 2c$$

مقدار x ریشه معادله است و در آن صدق می‌کند، یعنی:

$$-x^2 + 2x + c = 0 \xrightarrow{x=2c} -4c^2 + 4c + c = 0 \Rightarrow -4c^2 + 5c = 0$$

$$c(-4c + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ -4c + 5 = 0 \Rightarrow c = \frac{5}{4} = 1/25 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲

باتوجه به ضابطه تابع خطی f ، مقادیر داده شده را در آن صدق می‌دهیم:

$$f(1) = 2a - 1 \Rightarrow 2a - 1 = \frac{-4}{a+2} + b$$

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{-4}{a+2} \times \frac{-a}{2} + b$$

اگر رابطه دوم را در منفی ضرب کنیم و با رابطه اول جمع کنیم b حذف می‌شود:

$$2a - 1 - 2 = \frac{-4}{a+2} - \frac{2a}{a+2} \Rightarrow 2a - 3 = \frac{-4 - 2a}{a+2} \Rightarrow 2a - 3 = \frac{-2(a+2)}{a+2}$$

$$\Rightarrow 2a - 3 = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

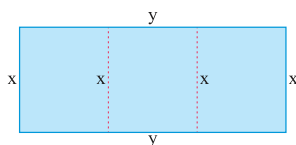
مقدار a به دست آمده را در رابطه اول می‌گذاریم تا b به دست آید:

$$2\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = \frac{-4}{\frac{1}{2}+2} + b \Rightarrow 0 = \frac{-4}{\frac{5}{2}} + b \Rightarrow b = \frac{8}{5}$$

بنابراین:

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲



$$\text{طول حصار} = 2y + 4x = 190$$

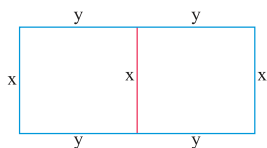
$$\Rightarrow y + 2x = 95 \Rightarrow y = 95 - 2x$$

$$S = y \cdot x \Rightarrow S = x(95 - 2x) \Rightarrow S = 95x - 2x^2$$

دقت شود که چون مساحت لازم است عددی مثبت شود، پس:

$$95x - 2x^2 > 0 \Rightarrow 0 < x < 47\frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲



طول حصار عبارت است از:

$$4y + 3x = 210 \Rightarrow y = \frac{210 - 3x}{4}$$

مساحت زمین به صورت زیر است:

$$S = x \times 2y = x \times 2 \times \frac{210 - 3x}{4} \Rightarrow S = \frac{210x - 3x^2}{2} \Rightarrow S = 105x - \frac{3}{2}x^2$$

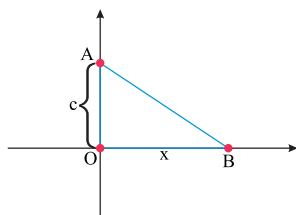
پس لازم است که:

$$0 < 3x < 210 \Rightarrow 0 < x < 70$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲

رابطه مساحت مثلث قائم الزاویه عبارت است از:

$$S = \frac{1}{2} OA \times OB \Rightarrow c^2 = \frac{1}{2} \times c \times x \Rightarrow x = 2c$$



در معادله قرار می‌دهیم:

$$x^2 + 5x + c = 0 \Rightarrow 4c^2 + 10c + c = 0 \Rightarrow 4c^2 + 11c = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = -\frac{11}{4} = -2.75 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

در نمودار جعبه‌ای داده‌ها میانه برابر ۱۰ می‌باشد و داده‌های بعد از میانه ۴ عدد هستند بنابراین ۴ داده نیز قبل میانه هستند.

○○○○, ۱۰, ○○○○

با توجه به نمودار جعبه‌ای و چارک اول و min داده‌ها می‌توان ۴ داده را به صورت زیر فرض کرد:

$$8, 8, 10, 10 \Rightarrow \bar{x} = \frac{8 + 8 + 10 + 10}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

زوج $n: x_1, x_2, \dots, x_{\frac{n}{2}}, x_{\frac{n}{2}+1}, \dots, x_n$

$$-\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{\frac{n}{2}}}{\frac{n}{2}}\right) = \left(\frac{x_{\frac{n}{2}+1} + \dots + x_n}{\frac{n}{2}}\right) - 6$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{\frac{n}{2}} = 6 \Rightarrow 2\left(\frac{x_1 + \dots + x_n}{n}\right) = 6 \Rightarrow 2\bar{x} = 6 \Rightarrow \bar{x} = 3$$

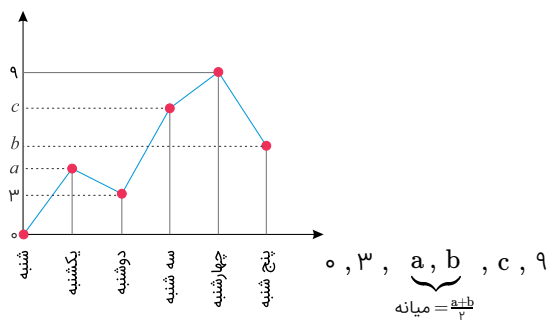
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\frac{x^2 - 2x + 4 - x^2 + 9x + 2}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4} \Rightarrow \frac{7x + 6}{x + 2} = 6x \Rightarrow 6x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{12} = \frac{-5 \pm 13}{12} \quad \text{یک جواب مثبت}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

داده‌ها به صورت زیر می‌باشند:



اگر داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، داریم: (داده‌ها متمایز هستند)

مقدار a حداقل ۴ و حداکثر ۶ می‌تواند باشد.

مقدار b نیز حداقل ۵ و حداکثر ۷ می‌تواند باشد.

بنابراین:

$$\frac{9}{2} < \frac{a+b}{2} < \frac{13}{2} \Rightarrow 4.5 < \frac{a+b}{2} < 6.5$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

$C(x) = ax + b$: تابع هزینه

$$\begin{cases} 20 \\ 850 \\ 25 \\ 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 850 = 20a + b \\ 25 \\ 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 30 \\ b = 250 \end{cases} \Rightarrow C(x) = 30x + 250$$

$R(x) = 55x$: تابع سود $P(x) = 55x - (30x + 250) = 25x - 250$

نقطه سربه‌سر $x = 10 \Rightarrow 25x = 250 \Rightarrow P(x) = 0$

پس از $x = 11$ سوددهی آغاز می‌شود.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

$$2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$$

$$P = \alpha\beta = \frac{-4k - 5}{2k} = -2 - \frac{5}{2k}$$

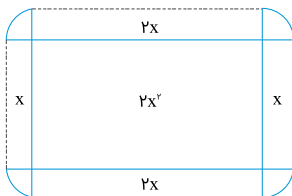
چون قرار است $2k$ عدد صحیح باشد و $2k$ باید حداکثر مقدار صحیح منفی باشد، پس: $2k = -1$

$$\xrightarrow{k=-\frac{1}{2}} 2\left(-\frac{1}{2}\right)x^2 - 4x - 4\left(-\frac{1}{2}\right) - 5 = 0 \Rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(-1)(-3) = 4$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

باتوجه به اینکه طول دو برابر عرض است، پس طول را $2x$ و عرض را x در نظر می‌گیریم.



از ۴ رأس کمانی به شعاع ۱ رسم می‌کنیم که در این صورت مساحت ۴ ربع دایره برابر مساحت یک دایره به شعاع ۱ خواهد بود.

$$S = 2x^2 \text{ باغچه}$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{باغچه}} + \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right)S_{\text{باغچه}}$$

$$S_{\text{کل}} = 2x^2 + 6x + \pi$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x + \pi = 2x^2 + \left(1 + \frac{\pi}{18}\right)2x^2$$

$$\Rightarrow 6x + \pi = \left(1 + \frac{\pi}{18}\right)2x^2 \Rightarrow \frac{6x + \pi}{2x^2} = \frac{18 + \pi}{18}$$

با امتحان کردن گزینه‌ها $x = 3$ جواب خواهد بود، پس $2x = 6$ است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

$$x^y + yx - z = 0 \Rightarrow S = -y, P = -z$$

یعنی حاصل جمع ریشه‌ها منفی و حاصل ضربشان منفی است پس یکی از ریشه‌ها منفی و دیگری مثبت خواهد بود و باتوجه به اینکه $S < 0$ است یعنی $|\alpha| < |\beta|$ در نتیجه ریشه منفی مقدار بزرگتری داشته است.

$$|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta| \xrightarrow{\alpha > 0, \beta < 0} \underbrace{|\alpha + \beta + \beta|}_S + \underbrace{|\alpha|}_{+\alpha} - \underbrace{|\beta|}_{-\beta}$$

$$= |-y + \beta| + \alpha + \beta = y - \beta + (-y) = -\beta$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

۹۶٪ داده‌ها در فاصله دو انحراف معیار از میانگین قرار دارند. پس:

$$4\sigma = 230 - 220 = 10 \Rightarrow \sigma = \frac{10}{4} = 2.5 \Rightarrow \sigma^2 = 6.25$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

$$(a, f)(a, x + y)(a, m^y - 1) \Rightarrow x + y = m^y - 1, f = x + y, m^y - 1 = f \Rightarrow m^y = 5$$

$$(b, m^y), (b, x - y) \Rightarrow x - y = m^y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = f \end{cases} \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, y = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^y + y^y = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20.5$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

نقطهٔ سربه‌سر یعنی $P(x) = 0$.

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 10x^2 + 2200x - 720000 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 220x - 72000 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 400)(x - 180) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 180 \\ x = -400 \end{cases}$$

$x = 180$ تعداد پذیرفته‌ای برای تعداد کالا است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

روش اول:

محیط مستطیل $۲(a + b)$ و مساحت ab است.

$$۲(a + b) = ۳۰ \Rightarrow a + b = ۱۵ \Rightarrow b = ۱۵ - a$$

$$\text{مساحت} = ab = a(۱۵ - a) = -a^2 + ۱۵a$$

برای به دست آوردن ماکزیمم این عبارت، رأس سهمی را می‌یابیم؛ توجه کنید که طول رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $x = \frac{-b}{2a}$ است.

$$a = \frac{-۱۵}{-۲} = \frac{۱۵}{۲}$$

حال $a = \frac{۱۵}{۲}$ را در عبارت قرار می‌دهیم:

$$-\left(\frac{۱۵}{۲}\right)^2 + ۱۵\left(\frac{۱۵}{۲}\right) = -\frac{۲۲۵}{۴} + \frac{۲۲۵}{۲} = \frac{۲۲۵}{۴} = ۵۶\frac{۳}{۴}$$

روش دوم: به یاد داشته باشید در میان مستطیل‌هایی با محیط ثابت، بیشترین مساحت زمانی است که مربع باشد؛ پس:

$$۲(a + b) = ۳۰ \Rightarrow a + b = ۱۵ \xrightarrow{a=b} 2a = ۱۵ \Rightarrow a = \frac{۱۵}{۲}$$

و ادامه حل مانند روش اول است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

$$f = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\} \cup \{(0, 0+0), (0, 0+1), (0, 0+2), (1, 1+0), (1, 1+1), (1, 1+2), (2, 2+0), (2, 2+1), (2, 2+2)\}$$

$$f = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

f دارای ۹ عضو است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

$x = ۳$ جواب معادله است، پس در معادله به جای x ، مقدار ۳ را قرار می‌دهیم. داریم:

$$\frac{x-۲}{ax-۵} = \frac{a+۲}{x-۱} - ۱ \xrightarrow{x=۳} \frac{۱}{3a-۵} = \frac{a+۲}{۲} - ۱ \Rightarrow \frac{۱}{3a-۵} = \frac{a+۲-۲}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{3a-۵} = \frac{a}{۲} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۳a^2 - ۵a = ۲$$

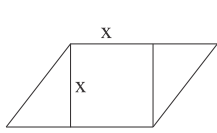
$$\Rightarrow ۳a^2 - ۵a - ۲ = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (a-۲)(3a+۱) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

با یک تناسب به جواب می‌رسیم.

$$\frac{۱۰۰}{۴۱} \cdot \frac{۵}{x} \Rightarrow x = \frac{۵ \times ۴۱}{۱۰۰} = ۲\frac{۵}{۲۰}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱



$$S_{\text{مربع}} = \frac{3}{4} S_{\text{مثلث}} + \frac{27}{32} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4} \left(\frac{x}{2} \right) + \frac{27}{32}$$

$$\xrightarrow{\times 32} 32x^2 = 12x + 27 \Rightarrow 32x^2 - 12x - 27 = 0$$

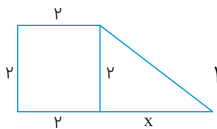
$$\Rightarrow \Delta = 144 + 4(32)(27) = 3600 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm 60}{64} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{8} \\ x = \frac{12 - 60}{64} < 0 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\text{اندازه قاعده} = x + 1 = \frac{9}{8} + 1 = \frac{17}{8}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

معادله را می‌نویسیم:



$$2^2 = \frac{1}{3} \times \frac{2x}{2} + 3 \Rightarrow 4 = \frac{x}{3} + 3 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده} = \text{مساحت دوزنقه}$$

$$= \frac{(2 + 5) \times 2}{2} = 7$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

$$\begin{matrix} 2, 2, 4, 5, 8, 10, 12 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \end{matrix}$$

دامنه تغییرات اولیه را می‌یابیم:

$$R_1 = 12 - 2 = 10$$

دامنه تغییرات جدید بعد از حذف ۱۲:

$$R_2 = 10 - 2 = 8$$

توجه کنید که ۲ کوچک‌تر از ۲ نیست و آن را حذف نمی‌کنیم. (هر چند تأثیری در حل سؤال نداشت)

$$\frac{10}{2} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{2 \times 100}{10} = 20\%$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

راه حل اول: با در دست داشتن دو نقطه $(۱, -۴)$ و $(-۱, ۳)$ معادله خط را می نویسیم. ابتدا شیب خط را می یابیم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{۳ - (-۴)}{-۱ - ۱} = \frac{-۷}{۲}$$

حال معادله خط را از رابطه $y - y_0 = m(x - x_0)$ می نویسیم:

$$y - ۳ = -\frac{۷}{۲}(x + ۱)$$

نقطه $(-۲, a)$ را صدق می دهیم:

$$a - ۳ = -\frac{۷}{۲}(-۱) \Rightarrow a = \frac{۷}{۲} + ۳ = \frac{۱۳}{۲} = ۶/۵$$

راه حل دوم: باتوجه به نقاط $(-۱, ۳)$ و $(۱, -۴)$ می توانیم نتیجه بگیریم که خط مذکور با افزایش x واحدی ۷ واحد از y آن کاهش می یابد؛ پس به ازای افزایش هر واحد x ، $\frac{۷}{۲}$ کاهش y داریم.

نقطه $(-۲, a)$ یک واحد x کمتری نسبت به $(-۱, ۳)$ دارد، پس y آن باید $\frac{۷}{۲}$ بیشتر باشد:

$$a = ۳ + \frac{۷}{۲} = \frac{۱۳}{۲} = ۶/۵$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

تابع $y = ax^2 + bx + c$ دارای ماکسیمم است اگر $a < 0$ باشد و طول آن $x = \frac{-b}{2a}$ است.

$$۱ - ۱۸m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{18}$$

$$x = \frac{-\lambda(m^2 + 1)}{2(1 - 18m)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 16m^2 - 36m + 18 = 0$$

$$\Rightarrow (4m - 3)(4m - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{4} \\ m = \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

هر دو مقدار بزرگتر از $\frac{1}{18}$ هستند، بنابراین قابل قبول می باشند.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

محور تقارن $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ است:

$$y = ax^2 + 3x + c \Rightarrow \text{محور تقارن} = x = \frac{-3}{2a} = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

عرض رأس سهمی $y = ۱$ است؛ پس $S(-۱, ۱)$ در تابع صدق می کند:

$$y = \frac{3}{2}x^2 + 3x + c \xrightarrow{S(-1,1)} 1 = \frac{3}{2} - 3 + c \Rightarrow c = \frac{5}{2}$$

$$ac = \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4} = ۳/۷۵$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} f(1) = 5 \Rightarrow a + b = 5 \\ f(3) = -9 \Rightarrow 3a + b = -9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a - b = -5 \\ 3a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow 2a = -14 \Rightarrow a = -7$$

$$a + b = 5 \xrightarrow{a=-7} b = 12$$

$$\Rightarrow f(x) = -7x + 12$$

$$0 \leq x \leq 5 \Rightarrow -35 \leq -7x \leq 0 \Rightarrow -23 \leq -7x + 12 \leq 12$$

$$\Rightarrow -23 \leq y \leq 12$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

درآمد شرکت به صورت $205x$ است.

هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود} = 205x - (x^2 + 2x + 600) \Rightarrow \text{سود} = -x^2 + 203x - 600$$

هم قابلیت حل معادله با روش تجزیه و هم دلتا را داریم؛ طبیعتاً تجزیه آسان‌تر است.

توجه کنید نقطهٔ سر به سر یعنی سود برابر صفر:

$$-x^2 + 203x - 600 = 0 \Rightarrow x^2 - 203x + 600 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 200)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 200 \end{cases}$$

بیشترین مقدار خواسته شده است، پس $x = 200$ می‌باشد.

$$x = 200 \text{ ازای درآمد} = 205 \times 200 = 41000$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

به رابطهٔ مربوط به نمودار راداری توجه کنید:

$$\text{زاویهٔ بین دو شعاع متوالی} = \frac{360}{\text{تعداد متغیر}} \Rightarrow 45 = \frac{360}{n}$$

$$\Rightarrow n = \frac{360}{45} \Rightarrow n = 8$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

زوج مرتب‌های $(۱, x - ۲y)$ و $(۱, -۷)$ دارای مؤلفه‌های اول یکسان هستند، پس برای تابع بودن این رابطه، باید مؤلفه‌های دوم هم برابر باشند:

$$x - ۲y = -۷$$

به همین ترتیب برای $(۹, x + y)$ و $(۹, ۵)$ داریم:

$$x + y = ۵$$

از حل دو معادله دو مجهول فوق داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x - ۲y = -۷ \\ x + y = ۵ \end{array} \right\} \Rightarrow -۳y = -۱۲ \Rightarrow y = ۴ \Rightarrow x = ۱$$

خواسته سؤال را می‌یابیم:

$$\frac{x^۲ + y^۲}{-x - ۴y} = \frac{۱ + ۱۶}{-۱ - ۱۶} = \frac{۱۷}{-۱۷} = -۱$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

نمرات ۹ و ۲۰ را حذف می‌کنیم:

$$۱۴, ۱۲, ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۱۱$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۱۲}{۸} = ۱۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{(x_1 - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \dots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۱۱ - ۱۴)^۲ + (۱۲ - ۱۴)^۲ + ۲(۱۴ - ۱۴)^۲ + ۳(۱۵ - ۱۴)^۲ + (۱۶ - ۱۴)^۲}{۸}$$

$$= \frac{۹ + ۴ + ۰ + ۳ + ۴}{۸} = \frac{۲۰}{۸} = ۲/۵$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{۲/۵} \simeq ۱/۶$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

$$\left\{ \begin{array}{l} (۳, a + ۲b) \in f \\ (۳, ۷) \in f \end{array} \right. \xrightarrow{f \text{ تابع است}} a + ۲b = ۷$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (۵, ۴) \in f \\ (۵, ۲a - b) \in f \end{array} \right. \xrightarrow{f \text{ تابع است}} ۲a - b = ۴$$

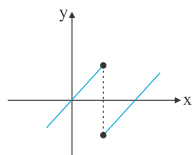
حال برای به دست آوردن a و b ، دستگاه $\begin{cases} a + ۲b = ۷ \\ ۲a - b = ۴ \end{cases}$ را حل می‌کنیم:

$$\times (-۲) \left\{ \begin{array}{l} a + ۲b = ۷ \\ ۲a - b = ۴ \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cancel{۲a} - ۴b = -۱۴ \\ \cancel{۲a} - b = ۴ \end{array} \right. \\ \hline -۵b = -۱۰ \Rightarrow b = ۲$$

$$a + ۲b = ۷ \xrightarrow{b=۲} a + ۴ = ۷ \Rightarrow a = ۳ \\ \Rightarrow a^۲ - b^۲ = ۹ - ۴ = ۵$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

نمودار یک رابطه، زمانی تابع است که هر خط عمودی (موازی محور y) نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. در گزینه ۴، هر خط عمودی (موازی محور y) نمودار داده شده را حداکثر در یک نقطه قطع می کند، بنابراین تابع است. دقت کنید که در گزینه ۱، خطی عمودی از روی خط چین می توان رسم کرد که نمودار را در دو نقطه قطع کند.



کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

جواب معادله باید در خود معادله صدق کند، پس مقدار $x = 1$ را در معادله جایگزین می کنیم و معادله به دست آمده برحسب a را حل می کنیم:

$$\xrightarrow{x=1} \frac{4}{a-2 \times 1} + \frac{a}{1+1} = \frac{a}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{a-2} + \frac{a}{2} = a \Rightarrow \frac{4}{a-2} = a - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{4}{a-2} = \frac{a}{2}$$

با فرض $a \neq 2$ طرفین وسطین می کنیم $\rightarrow a^2 - 2a = 8$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0$$

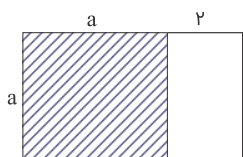
$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-8) = 36$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{2+6}{2} = 4 \\ a_2 = \frac{2-6}{2} = -2 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

طول ضلع مربع را a در نظر می گیریم. بنابراین رابطه زیر بین مساحت مربع و مستطیل برقرار است:

$$\text{مساحت مربع} = \frac{3}{4} (\text{مساحت مستطیل}) + 18$$



ضلع مربع به علاوه ۲ برابر با طول مستطیل است $(a+2)$:

$$\Rightarrow a^2 = \frac{3}{4} (a(a+2)) + 18 \xrightarrow{\times 4} 4a^2 = 3(a^2 + 2a) + 72$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 3a^2 - 6a - 72 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a - 72 = 0 \Rightarrow (a+6)(a-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } a = 12 \\ \text{غ ق } a = -6 \end{cases}$$

بنابراین طول ضلع مربع برابر با ۱۲ است. باتوجه به شکل طول و عرض مستطیل بزرگتر برابر با $a+2 = 14$ و $a = 12$ می باشد. بنابراین محیط مستطیل بزرگتر برابر است با:

$$\text{محیط مستطیل بزرگ} = 2(a + (a+2)) = 2(12 + 14) = 2(26) = 52$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

نکته: انحراف معیار داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ به صورت زیر محاسبه می‌شود ($\bar{x}$ میانگین داده‌ها است):

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

برای تعیین میانه و چارک‌ها ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم. سپس باتوجه به اینکه تعداد داده‌ها ۹ تا است، عدد ۵ام چارک دوم (میانه) است. حال در هر دو طرف میانه، چارک اول و چارک سوم را مشخص می‌کنیم.

$$12, 13, \quad 14/5, 15, \quad 15/5, \quad 17, 18, \quad 18/5, 20$$

$\downarrow$ چارک اول: Q_1 $\downarrow$ چارک دوم: Q_2 $\downarrow$ چارک سوم: Q_3

$$Q_1 = \frac{12 + 14/5}{2} = 13/5$$

$$Q_3 = \frac{18 + 18/5}{2} = 18/5$$

داده‌های بین Q_1 و Q_3 داده‌های درون جعبه هستند، بنابراین میانگین این داده‌ها را محاسبه کرده و سپس انحراف معیار را به دست می‌آوریم.
داده‌های داخل جعبه:

$$14/5, 15, 15/5, 17, 18$$

میانگین:

$$\bar{x} = \frac{14/5 + 15 + 15/5 + 17 + 18}{5} = 16$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-1/5)^2 + (-1)^2 + (-5/5)^2 + 1^2 + 2^2}{5}} = \sqrt{1/5} \simeq 1/3$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

با یک تناسب ساده زاویه مربوط به گروه B به دست می‌آید. باتوجه به اینکه درصد تعداد عضوهای متغیر کیفی اسمی مربوط گروه B، ۴۰ می‌باشد، داریم:

۴۰	x
۱۰۰	۳۶۰

$$\Rightarrow x = \frac{40 \times 360}{100} = 144$$

تذکر: تعداد کل (مجموع درصد اعضا) برابر است با :

$$20 + 40 + 30 + 10 = 100$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

نکته: مختصات رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ است.

باتوجه به اینکه سهمی و خط در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۸ متقاطع‌اند، بنابراین این دو نقطه در معادله خط و سهمی صدق می‌کنند. ابتدا با استفاده از معادله خط مقدار y هر دو نقطه را به دست آورده، سپس با جایگذاری در معادله سهمی مقادیر a و b را به دست می‌آوریم.
بنابراین داریم:

$$y = 13 - x$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 13 - 2 = 11 \Rightarrow (2, 11)$$

$$x = 8 \Rightarrow y = 13 - 8 = 5 \Rightarrow (8, 5)$$

این دو نقطه در معادله سهمی صدق می‌کنند:

$$y = -\frac{1}{p}x^2 + ax + b$$

$$(2, 11) : 11 = -\frac{1}{p}(2)^2 + a(2) + b \Rightarrow 2a + b = 13 \quad (*)$$

$$(8, 5) : 5 = -\frac{1}{p}(8)^2 + a(8) + b \Rightarrow 8a + b = 37 \quad (**)$$

دو معادله و دو مجهول داریم؛ پس مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases} \xrightarrow{-} 6a = 24 \Rightarrow a = 4 \quad (1)$$

$$a = 4 \Rightarrow 2(4) + b = 13 \Rightarrow b = 13 - 8 = 5 \Rightarrow b = 5 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} y = -\frac{1}{p}x^2 + 4x + 5 \Rightarrow x_s = \frac{-4}{2(-\frac{1}{p})} = \frac{-4}{-1} = 4$$

برای محاسبه y_s هم می‌توان از فرمول نکته استفاده کرد و هم در معادله سهمی جایگذاری کرد:

$$y_s = -\frac{1}{p}(4)^2 + 4(4) + 5 = -8 + 16 + 5 = 13$$

بنابراین نقطه $(4, 13)$ رأس سهمی است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

ابتدا از طرف چپ معادله مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} &= \frac{(2x-1)(x-2) - (x-3)(x+2)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{(2x^2 - 5x + 2) - (x^2 - x - 6)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2 - 4x + 8}{(x+2)(x-2)} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

با فرض $x \neq \pm 2$ طرفین وسطین انجام می‌دهیم.

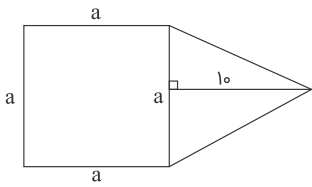
$$3x^2 - 12x + 24 = 2x^2 - 8 \Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = 12$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

باتوجه به اطلاعات داده شده در صورت تست: رابطه زیر بین مساحت مربع و مساحت مثلث متساوی الاضلاع برقرار است:

$$(S_{\Delta}) = \frac{2}{3}((S_{\square}) - \frac{1}{3}) \quad (*)$$



$$S_{\square} = a^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times 10 \times a = 5a$$

می‌دانیم:

بنابراین:

$$\xrightarrow{(*)} 5a = \frac{2}{3}(a^2) - \frac{1}{3}$$

طرفین را در ۳ ضرب می‌کنیم:

$$15a = 2a^2 - 1 \Rightarrow 2a^2 - 15a - 1 = 0$$

$$\Delta = (15)^2 - 4(2)(-1) = 225 + 8 = 233$$

$$\Rightarrow a = \frac{15 \pm \sqrt{233}}{4} = \frac{15 \pm 15.26}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{30.26}{4} = 7.56 \\ a = \frac{-0.26}{4} \end{cases}$$

بنابراین $a = 7.56$ می‌باشد، پس قاعده مثلث برابر ۷.۵۶ است. مساحت مثلث را به دست می‌آوریم:

$$S_{\Delta} = 5a = 5(7.56) = 37.8$$

$$\frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1 \Rightarrow \frac{(3x)^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(3x - (x+3))(3x + x+3)}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(2x-3)(4x+3)}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$$

$$\Rightarrow 4x+3 - \frac{2}{x} = 1 \xrightarrow{\times x} 4x^2 + 3x - 2 = x$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 2x - 2 = 0 \xrightarrow{\div 2} 2x^2 + x - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow |x_2 - x_1| = \left| \frac{1}{2} - (-1) \right| = \frac{3}{2}$$

پس از تشکیل معادله درجه دوم برای تعیین قدرمطلق تفاضل جواب‌ها، می‌توان از رابطه زیر هم استفاده کرد:

$$2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2}$$

معادله داده شده را طرفین وسطین می‌کنیم، معادله درجه دوم می‌سازیم و دلتای آن را بزرگ‌تر از صفر قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - a}{x + 3} = 2x - 1 &\Rightarrow (x + 3)(2x - 1) = x^2 - a \\ \Rightarrow 2x^2 - x + 6x - 3 &= x^2 - a \Rightarrow x^2 + 5x + a - 3 = 0 \\ \Delta = (5)^2 - 4(1)(a - 3) > 0 &\Rightarrow 25 - 4a + 12 > 0 \\ \Rightarrow 4a < 37 &\Rightarrow a < \frac{37}{4}\end{aligned}$$

دقت کنید که به ازای $a = 9$ معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3} = 2x - 1 \Rightarrow \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3} = 2x - 1 \Rightarrow x - 3 = 2x - 1 \Rightarrow x = -2$$

ملاحظه می‌کنید که به ازای $a = 9$ معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز نمی‌باشد، پس جواب کامل این سوال $a < \frac{37}{4}$, $a \neq 9$ است. با این شرایط محدوده مشخص شده در گزینه "۱" می‌تواند محدوده تغییرات a باشد.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

نمودار تابع $f(x)$ ، خط با شیب ثابت می‌باشد. بنابراین برای تعیین مقدار متوسط عضوهای برد تابع f ، کافی است که y نقاط ابتدا و انتهای نمودار تابع f را محاسبه کرده و میانگین آنها را به دست آوریم.

$$\begin{cases} f(-99) = -\frac{1}{2}(-99) + 4 = 53/5 \\ f(100) = -\frac{1}{2}(100) + 4 = -46 \end{cases} \Rightarrow \frac{53/5 + (-46)}{2} = 3/10$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

راه حل اول:

$$\frac{ax^3 + 2x}{x+1} = x^2 - x$$

$$x \neq -1 : ax^3 + 2x = x^3 - x \Rightarrow (a-1)x^3 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow x((a-1)x^2 + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1) x = 0 \\ 2) (a-1)x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{3}{a-1} \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{3}{a-1}} \end{cases}$$

معادله صورت سوال دارای سه ریشه حقیقی می باشد. $x = 0$ یکی از ریشه ها است، بنابراین (۲) نیز باید دو ریشه داشته باشد به طوری که $x \neq -1$.

$$\begin{cases} x^2 = -\frac{3}{a-1} > 0 \Rightarrow \frac{3}{a-1} < 0 \Rightarrow a-1 < 0 \Rightarrow a < 1 \\ \frac{3}{a-1} \neq -1 \Rightarrow a-1 \neq -3 \Rightarrow a \neq -2 \end{cases}$$

بنابراین گزینه "۱" همواره برقرار است.

راه حل دوم: اگر $a = 1$ آنگاه $x = 0$ و معادله یک ریشه دارد که با فرض سوال در تناقض است، پس گزینه ۲ و ۳ حذف می شوند.

گزینه ۴ شامل $a = -2$ است اما در گزینه ۱، $a < -2$ است. پس حالت $a = -2$ را بررسی می کنیم:

$$a = -2 \Rightarrow \frac{-2x^3 + 2x}{x+1} = x^2 - x \Rightarrow \frac{-2x(x^2 - 1)}{x+1} = x(x-1)$$

$$\frac{-2x\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{x+1}} = x(x-1) \xrightarrow{x \neq -1} -2x(x-1) = x(x-1)$$

معادله حاصل درجه دوم می باشد که دارای دو ریشه $x = 0$ و $x = 1$ است. در حالی که شرط سؤال این بود که معادله مورد نظر دارای سه ریشه باشد، بنابراین $a = -2$ قابل قبول نیست. پس گزینه "۴" نیز رد می شود.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

گزینه ۱ کامل ترین پاسخ است.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲: حتی یک روش آماری مناسب نمی تواند دقیق تر یا صحیح تر از داده ها و حقایق اصلی باشد.

گزینه ۳: دادگان ها همیشه اطلاعات ثبتی را در اختیار آمارگیر قرار نمی دهند.

گزینه ۴: عدد آماره می تواند کوچکتر یا بزرگتر یا حتی مساوی با عدد پارامتر باشد.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

در یک جامعه آماری با میانگین $\bar{x}$ و انحراف معیار σ تقریباً ۶۸ درصد داده ها در فاصله $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ قرار می گیرد.

$$\begin{cases} \bar{x} - \sigma = 35 \\ \bar{x} + \sigma = 45 \end{cases} \xrightarrow{\bar{x}=40} \sigma = 5 \Rightarrow \sigma^2 = 25$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

مقیاس فاصله ای به دلیل استفاده از لوازم یا قواعد دقیق اندازه گیری، ویژگی افراد یا اشیا به دقت اندازه گیری می شود.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

تابع سود شرکت را تشکیل می‌دهیم.

$$P(x) = R(x) - C(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 + 30x\right) - (ax + 18) = -\frac{1}{2}x^2 + (30 - a)x - 18$$

بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می‌آید.

$$-\frac{30 - a}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = 9 \Rightarrow 30 - a = 9 \Rightarrow a = 21$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

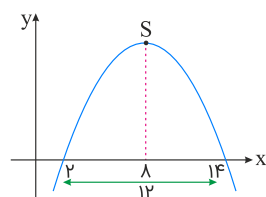
تابع سود شرکت را می‌نویسیم و طول نقطه رأس را به دست می‌آوریم.

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 8x - (4x + b) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - b$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = 4$$

تابع سود، تابع درجه دوم است و نمودار آن به شکل سهمی می‌باشد. محل برخورد نمودار با محور x ها، نقطه سربه‌سر تابع است. تصویر نقطه ماکسیمم تابع بر روی محور x ها وسط نقاط سربه‌سر تابع قرار می‌گیرد. بنابراین فاصله تصویر نقطه S روی محور x ها تا هریک از نقاط سربه‌سر ۶ واحد طول می‌باشد. به این ترتیب طول نقاط سربه‌سر به ترتیب ۲ و ۱۴ است (شکل زیر).

مختصات یکی از نقاط سربه‌سر مثلاً $(2, 0)$ را در تابع سود جایگذاری می‌کنیم تا b را به دست آوریم.



$$-\frac{1}{2}(2)^2 + 4(2) - b = 0 \Rightarrow -1 + 8 - b = 0 \Rightarrow b = 7$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

$$\frac{4x^2 - (4 - 4x + x^2)}{x + 2} - \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{3x^2 + 4x - 4}{x + 2} - \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{(3x - 2)(x + 2)}{x + 2} - \frac{y}{x} = 2$$

چون $x = -2$ مخرج کسر را صفر می‌کند، نمی‌تواند ریشه معادله باشد، بنابراین $x + 2$ را از صورت و مخرج کسر ساده می‌کنیم.

$$(3x - 2) - \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x - y}{x} = 2 \Rightarrow 3x^2 - 2x - y = 2x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - y = 0 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$$

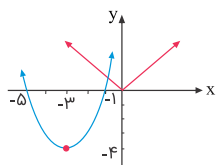
کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

در یک جامعه آماری، پارامتر ثابت و آماره متغیر است.

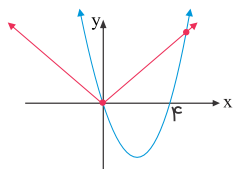
کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$y = x^2 + 6x + 5 \Rightarrow y = (x + 3)^2 - 4$$

هر دو نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



اگر ۵ واحد نمودار را به راست منتقل کنیم، دو تابع در $x = 0$ برخورد می‌کنند و به مطلوب سؤال می‌رسیم.



کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

در تابع ثابت مؤلفه‌های دوم همگی باهم برابرند:

$$\begin{aligned} n^2 + 2n &= \lambda \Rightarrow n^2 + 2n - \lambda = 0 \\ \Rightarrow (n - 2)(n + 4) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

n طبیعی است و $n = 2$ را می‌پذیریم.

$$\begin{aligned} 2t^2 &= \lambda \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = \pm 2 \\ f &= \{(m + 6, \lambda), (-2, \lambda), (1 - 3m, \lambda)\} \end{aligned}$$

تابع دو عضوی است و m و n طبیعی‌اند:

$$\begin{aligned} m + 6 &= -2 \Rightarrow m = -8 \quad \text{غ.ق.ق} \\ 1 - 3m &= -2 \Rightarrow m = 1 \quad \text{ق.ق} \\ f &= \{(7, \lambda), (-2, \lambda)\} \Rightarrow 7 - 2 = 5 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

خط فقر، نصف میانگین است؛ یعنی میانگین داده‌ها $2 \times 3/5$ یعنی ۷ میلیون است.

$$\begin{aligned} \frac{19 + 8/2 + 1/8 + 2/2 + 6 + 13 + 3/4 + 3/4 + a + 6/2 + 10 + 4/8}{12} &= 7 \\ \Rightarrow 78 + a &= 12 \times 7 \Rightarrow 78 + a = 84 \Rightarrow a = 6 \end{aligned}$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$1/8, 2/2, 3/4, 3/4, 4/8, 6, 6, 6/2, 8/2, 10, 13, 19$$

میانۀ داده‌ها ۶ می‌شود و در نتیجه داده‌های کمتر از ۳، زیر خط فقر هستند. پس دو داده زیر خط فقر داریم.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

حداقل میانگین: بقیه روزها یک دستگاه فروش رود:

$$\text{میانگین} = \frac{5 \times 1 + 8}{6} = \frac{13}{6}$$

حداکثر میانگین: بقیه روزها ۷ دستگاه فروش رود:

$$\text{میانگین} = \frac{5 \times 7 + 8}{6} = \frac{43}{6}$$

پس میانگین عددی بین $\frac{13}{6}$ و $\frac{43}{6}$ است و فقط ۵ قابل قبول می باشد.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$[(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)] \equiv [(r \Leftrightarrow T) \Rightarrow \underbrace{(T \wedge F)}_F]$$

اگر گزاره r درست باشد $(r \Leftrightarrow T)$ هم درست است و ارزش کل گزاره بالا نادرست می شود، ولی اگر r نادرست باشد $(r \Leftrightarrow T)$ نادرست و ارزش کل درست است. بنابراین ارزش گزاره $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$ برابر ارزش $r \sim$ است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

ابتدا شاخص سه کالا را حساب می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{شاخص سه کالا} &= \frac{\text{ارزش جاری}}{\text{ارزش پایه}} \times 100 \\ &= \frac{3000 \times 60 + 10000 \times 100 + 5000 \times 80}{2000 \times 60 + 7500 \times 100 + 3500 \times 80} \times 100 \\ &= \frac{1580000}{1150000} \times 100 \simeq 137/4 \\ &\Rightarrow \text{شاخص سال پایه} - \text{شاخص سه کالا} = \text{تورم سه کالا} \\ &= 137/4 - 100 = 37/4 \text{ درصد} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

با فرض $p \equiv q \equiv r \equiv F$ ارزش گزاره موردنظر و ارزش هریک از گزینه ها را تعیین می کنیم.
با فرض اینکه p و q هر دو نادرست باشند، ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ به انتقای مقدم درست است.
گزینه "۱": با فرض اینکه p نادرست است، ارزش گزاره $(q \vee r) \Rightarrow p$ به انتقای مقدم درست است.
گزینه "۲": با فرض اینکه هر سه گزاره p , q , r نادرست باشند، ارزش گزاره $(p \wedge q) \vee r$ نادرست است.
گزینه "۳": با فرض اینکه p نادرست است، $(p \sim)$ درست است، پس ارزش گزاره $p \vee q \vee r \sim$ نیز درست است.
گزینه "۴": با فرض اینکه p نادرست است $(p \Rightarrow q)$ به انتقای مقدم درست است و ارزش $(p \Rightarrow q) \vee r$ نیز درست است.
فقط ارزش گزاره "۲" با ارزش گزاره موردنظر یکسان نیست.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

روش اول: تشریحی

طبق تعریف تابع قدرمطلق، در فاصله $-\frac{1}{3} < x < -\frac{2}{3}$ تابع $|x| = -x$ است.

$$y = [-2x + (-x)] + x = [-3x] + x$$

برای تعیین $[-3x]$ باید محدوده تغییرات $-3x$ را مشخص کنیم.

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \xrightarrow{\times(-3)} 1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1$$

بنابراین ضابطه تابع در دامنه موردنظر به صورت زیر است:

$$y = [-2x + |x|] + x = [-3x] + x = 1 + x$$

روش دوم: تستی (عددگذاری)

عدد $x = -\frac{1}{4} = -0.25$ را که در دامنه تابع قرار دارد، در ضابطه تابع و هریک از گزینه‌ها جایگذاری می‌کنیم.

$$y = [-2(-0.25) + |-0.25|] + (-0.25) = [1 + 0.25] - 0.25$$

$$= [1.25] - 0.25 = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$1 \text{ (گزینه ۱)} - 2(-0.25) = 1$$

$$2 \text{ (گزینه ۲)} - 0.25 + 1 = 0.75$$

$$3 \text{ (گزینه ۳)} - 0.25 - 2 = -2.25$$

$$4 \text{ (گزینه ۴)} 2(-0.25) + \frac{1}{3} = -1 + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

فقط مقدار به دست آمده از گزینه "۲" با مقدار تابع برابر است.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \Rightarrow 6 = \frac{143 - x}{1500 + 143} \times 100$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{143 - x}{1643} \times 100 \Rightarrow 9858 = 14300 - 100x$$

$$\Rightarrow 100x = 4442 \Rightarrow x = 44.42$$

پس حداقل باید ۴۵ شغل ایجاد شود.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow q$
T	T	F	T	F	T
T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	F	F

$$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv T \end{cases} \Rightarrow \times \text{ گزینه (۴)}$$

$$\begin{cases} p \equiv F \\ q \equiv T \end{cases} \Rightarrow \times \text{ گزینه (۱)}$$

$$\begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \Rightarrow \times \text{ گزینه (۳)}$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

برای تابع $g(x)$ می‌دانیم:

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] + [-x] = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$

که در این حالت تابع $\frac{f}{g}$ تعریف نمی‌شود بنابراین هیچ مقدار صحیحی در تابع $\frac{f}{g}$ صدق نمی‌کند.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲

اشکال در گام ۵ است زیرا در این گام بر $a - b$ تقسیم شده است که چون $a - b$ عددی منفی است پس باید جهت نامعادله تغییر می‌کرد که این کار انجام نشده است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲

در گام پنجم طرفین رابطه بر $a - b$ تقسیم می‌شود که چون $a = b$ پس $a - b$ صفر است و غلط می‌باشد.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

برای تابع f می‌دانیم:

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ 1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین در تمام نقاط صحیح تابع $\frac{g}{f}$ تعریف نشده است و نمی‌تواند برابر ۳ شود.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

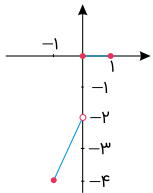
$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow f.g = (2 - 2x)(-1) = 2x - 2$$

x	-1	0
y	-۲	-۲

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f.g = (2 - 2x)(0) = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow f.g = 0 \times 1 = 0$$

حال تابع $f.g$ را رسم می‌کنیم. باتوجه به شکل $y = -3$ عضو برد این تابع خواهد بود.



کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

$$\begin{cases} f(x) = x \\ f(-x) = -x \end{cases} \Rightarrow f(x) + f(-x) = x + (-x) = 0$$

$$\Rightarrow (0, 3x^2 - 17x + 10) \xrightarrow{y=-x} 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$\Delta = (-17)^2 - 4(3)(10) = 169$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{17 + \sqrt{169}}{6} = 5 \\ x_2 = \frac{17 - \sqrt{169}}{6} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow 5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge \sim q) \vee q$$

$$(\sim p \vee q) \vee q \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

$$\begin{cases} f(x) = b - 3ax \xrightarrow{f \text{ ثابت}} 3a = 0 \Rightarrow a = 0 \\ g(x) = c - (3b - 3)x \xrightarrow{g \text{ ثابت}} 3b - 3 = 0 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 1, \quad g(x) = c$$

$$f + g = 5 \Rightarrow 1 + c = 5 \Rightarrow c = 4$$

$$bc = 1 \times 4 = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

می‌دانیم اگر همهٔ داده‌ها را n برابر کنیم، میانگین و میانه هم n برابر می‌شوند. ازطرفی خط فقر برابر نصف میانگین و نصف میانه است، پس می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$\text{میانگین اولیه} = x \Rightarrow \text{خط فقر اولیه} = \frac{x}{2} = a$$

$$\Rightarrow \text{میانگین ثانویه} = 4x \Rightarrow \text{خط فقر ثانویه} = 2x = 4a$$

$$\text{میانه اولیه} = m \Rightarrow \text{خط فقر اولیه} = \frac{m}{2} = b$$

$$\Rightarrow \text{میانه ثانویه} = 4m \Rightarrow \text{خط فقر ثانویه} = 2m = 4b$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، خط فقر به هر دو روش ۴ برابر می‌شوند.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

ابتدا $f(-\frac{1}{2})$ را می‌یابیم؛ به این منظور در تابع $f(x)$ ، به جای x ، $-\frac{1}{2}$ را قرار می‌دهیم:

$$f(-\frac{1}{2}) = [1 - 3(-\frac{1}{2})] = [1 + \frac{3}{2}] = [\frac{5}{2}] = 3$$

به‌طورمشابه برای $f(-\frac{1}{4})$ داریم:

$$f(-\frac{1}{4}) = [1 - 3(-\frac{1}{4})] = [1 + \frac{3}{4}] = [\frac{7}{4}] = 2$$

پس داریم:

$$f(-\frac{1}{2}) - f(-\frac{1}{4}) = 3 - 2 = 1$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

$$f(\frac{1}{2}) = [1 - \frac{\frac{1}{2}}{3}] = [1 - \frac{1}{6}] = [\frac{5}{6}] = 0$$

$$f(\pi) = [1 - \frac{\pi}{3}] = -1$$

$$f(\frac{1}{2}) + 2f(\pi) = 0 + 2(-1) = -2$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$۱) (T \Leftrightarrow T) \vee r \equiv T \vee r \equiv T$$

$$۲) \sim (T \wedge T) \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

$$۳) (T \Leftrightarrow F) \Leftrightarrow (T \Rightarrow T) \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

$$۴) (F \vee T) \Leftrightarrow \sim (T \vee F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{cases} f(x) \Rightarrow \exists (b^2 - 1) = 0 \Rightarrow b = \pm 1 \\ g(x) \Rightarrow (b + 1) = 0 \Rightarrow b = -1 \end{cases} \Rightarrow b = -1$$

توجه کنید که $g(x) = (b + 1)x^2 - 2a$ به صورت $g(x) = (b + 1)x^2 - 2a$ است.

$$\begin{cases} f(x) = a \\ g(x) = -2a \end{cases} \Rightarrow f \times g = -2a^2 = -\lambda \Rightarrow a^2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \\ \Rightarrow |ab| = 2$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

$p \Rightarrow q$ نادرست است اگر p درست و q نادرست باشد.

پس در این سؤال $p \equiv F$ و $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q) \equiv T$ و چون می‌دانیم $p \equiv F$ است، داریم:

$$((\sim F \Rightarrow q) \wedge (F \Rightarrow \sim q)) \equiv ((T \Rightarrow q) \wedge (T)) \equiv (T \Rightarrow q)$$

پس داریم:

$$(T \Rightarrow q) \equiv T \Rightarrow q \equiv T \Rightarrow \sim q \equiv F$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

تابع همانی به صورت $y = x$ است، پس داریم:

$$f(x) = (|a| - |b|)x = x \Rightarrow |a| - |b| = 1 \quad (I)$$

تابع ثابت به صورت $y = k$ است، پس داریم:

$$g(x) = (b^2 - 1)x + (a^2 + 1)c = k \Rightarrow b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b = \pm 1$$

از قرار دادن این مقدار در رابطه (I) داریم:

$$|a| - |b| = 1 \Rightarrow |a| - |\pm 1| = 1 \Rightarrow |a| - 1 = 1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

از $(f - g)(x) = x + 5$ نتیجه می‌گیریم:

$$f(x) - g(x) = x - (a^2 + 1)c = x + 5 \Rightarrow -(a^2 + 1)c = 5 \\ \xrightarrow{a=\pm 2} -5c = 5 \Rightarrow c = -1$$

اما $a = 2$ و $a = -2$ هر دو پذیرفته هستند؛ پس داریم:

$$ac = -2(-1) = 2$$

$$ac = 2(-1) = -2$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

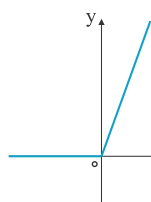
$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv \sim (p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (q \vee r)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۱

$$y = x + |x| = \begin{cases} x + x & ; x \geq 0 \\ x - x & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 2x & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$$



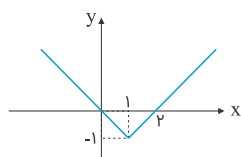
$$y = x - |x| = \begin{cases} x - x & ; x \geq 0 \\ x + x & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 0 & ; x \geq 0 \\ 2x & ; x < 0 \end{cases}$$

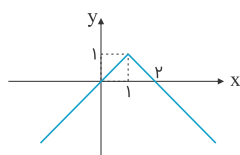
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱:

گزینه‌های ۳ و ۴ نیز به صورت زیر می‌باشند:



گزینه ۳



گزینه ۴

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$$D_{g-f} = D_g \cap D_f = \{1, 4, 7\}$$

$$g - f = \{(1, 3 - 7), (2, 6 - 5), (4, 9 - 6)\}$$

$$= \{(1, -4), (2, 1), (4, 3)\} \Rightarrow \text{برد} = \{-4, 1, 3\}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

$$f\left(\frac{9}{4}\right) = \left[\frac{9}{4} + \frac{3}{4}\right] - \left[-\frac{9}{4}\right] = \left[\frac{12}{4}\right] - \left[-\frac{9}{4}\right] = 3 - (-3) = 6$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \left[-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right] - \left[+\frac{1}{4}\right] = [1] - \left[\frac{1}{4}\right] = 1 - 0 = 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right) = 6 + 1 = 7$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

اعداد داده شده را در ضابطه تابع قرار می دهیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2[x] + [-x] \\ \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) &= (2[-\frac{1}{2}] + [-(-\frac{1}{2})]) + (2[\frac{3}{2}] + [-\frac{3}{2}]) \\ -1 < -\frac{1}{2} < 0 &\Rightarrow [-\frac{1}{2}] = -1, \quad 0 < \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow [\frac{1}{2}] = 0 \\ -2 < -\frac{3}{2} < -1 &\Rightarrow [-\frac{3}{2}] = -2, \quad 1 < \frac{3}{2} < 2 \Rightarrow [\frac{3}{2}] = 1 \\ \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) &= (2 \times (-1) + 0) + (2 \times 1 + (-2)) = -2 + 0 = -2 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

ابتدا دامنه تابع $g \times f$ را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} D_{g \times f} &= D_f \cap D_g = \{1, 2, 4, 3\} \cap \{3, 2, 6, 1\} = \{1, 2, 3\} \\ \text{مقادیر تابع } g \times f \text{ را به ازای دامنه به دست آمده باتوجه به رابطه } (g \times f)(x) &= g(x) \times f(x) \text{ به دست می آوریم:} \\ \Rightarrow g \times f &= \{(1, 1 \times 2), (2, 3 \times 4), (3, 2 \times 3)\} \\ \Rightarrow g \times f &= \{(1, 2), (2, 12), (3, 6)\} \\ \Rightarrow g \times f \text{ برد} &= \{2, 12, 6\} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

اگر نمودار $y = |x|$ را دو واحد به سمت راست در راستای محور x ها انتقال دهیم، نمودار $y_1 = |x - 2|$ به دست می آید و اگر نمودار y_1 را دو واحد به سمت پایین در راستای محور y ها انتقال دهیم، نمودار $y = |x - 2| - 2$ به دست می آید. پس ضابطه نمودار رسم شده به صورت $y = |x - 2| - 2$ است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

مقدار تابع را به ازای مقادیر خواسته شده محاسبه کرده و سپس مجموع را به دست می آوریم:

$$f(x) = \left[1 - \frac{x}{2}\right] \Rightarrow f(\sqrt{2}) = \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = 0$$

توجه کنید که:

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 &\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \Rightarrow -1 < -\frac{\sqrt{2}}{2} < -\frac{1}{2} \\ \Rightarrow 0 < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{1}{2} &\Rightarrow \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{3}{2}\right) &= \left[1 - \frac{\left(-\frac{3}{2}\right)}{2}\right] = \left[1 + \frac{3}{4}\right] = \left[\frac{7}{4}\right] = 1 \\ \Rightarrow f(\sqrt{2}) + f\left(-\frac{3}{2}\right) &= 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

نکته: اعمال جمع و تفریق و تقسیم روی توابع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

همچنین دامنه تعریف این توابع هم به صورت زیر است:

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g, \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

با استفاده از روابط بالا ابتدا دامنه تعریف توابع $f + g$ و $\frac{f+g}{f}$ را مشخص کرده، سپس برد تابع موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$f = \{(\omega, 3), (1, \omega), (3, 4), (6, 2)\} \Rightarrow D_f = \{1, 3, \omega, 6\}$$

$$g = \{(3, 2), (\omega, 6), (1, 2), (2, 1)\} \Rightarrow D_g = \{1, 2, 3, \omega\}$$

$$\Rightarrow D_{f+g} = \{1, 3, \omega\}, \quad D_{\frac{f+g}{f}} = \{1, 3, \omega\}$$

$$f + g = \{(1, \omega + 2), (3, 4 + 2), (\omega, 3 + 6)\} = \{(1, \gamma), (3, 6), (\omega, 9)\}$$

$$\Rightarrow \frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{\gamma}{\omega}\right), \left(3, \frac{6}{3}\right), \left(\omega, \frac{9}{3}\right) \right\} = \left\{ \left(1, 1/4\right), \left(3, 1/\omega\right), \left(\omega, 3\right) \right\}$$

$$\Rightarrow R_{\frac{f+g}{f}} = \{1/4, 1/\omega, 3\}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

مقدار تابع را به ازای مقادیر خواسته شده محاسبه کرده و حاصل را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = [2x - 1]$$

$$f\left(-\frac{3}{4}\right) = \left[2\left(-\frac{3}{4}\right) - 1\right] = \left[-\frac{3}{2} - 1\right] = \left[-\frac{5}{2}\right] = -3$$

$$f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \left[2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - 1\right] = [\sqrt{5} - 1] = 1$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{3}{4}\right) + f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = -3 + 1 = -2$$

نکته: برای محاسبه $[\sqrt{5} - 1]$ ، می‌دانیم $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$. بنابراین:

$$2 < \sqrt{5} < 3 \Rightarrow 1 < \sqrt{5} - 1 < 2 \Rightarrow [\sqrt{5} - 1] = 1$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

نکته: عمل‌های جمع و تفریق و تقسیم روی دو تابع به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

همچنین دامنه تعریف این توابع هم به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

با استفاده از رابطه بالا ابتدا دامنه تعریف توابع $f + g$ ، $f - g$ و $\frac{f + g}{f - g}$ را به دست آورده و سپس برد تابع $\frac{f + g}{f - g}$ را به دست می‌آوریم.

$$f = \{(1, 3), (2, 6), (5, 3), (1, 5)\} \Rightarrow D_f = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$g = \{(5, 6), (1, 2), (3, 2), (4, 1)\} \Rightarrow D_g = \{1, 3, 4, 5\}$$

$$\Rightarrow D_{f \pm g} = \{1, 3, 5\}$$

$$D_{\frac{f+g}{f-g}} = D_{f+g} \cap D_{f-g} - \{x \mid (f - g)(x) = 0\} = D_{f \pm g}$$

$$f + g = \{(1, 5 + 2), (3, 6 + 2), (5, 3 + 6)\}$$

$$= \{(1, 7), (3, 8), (5, 9)\}$$

$$f - g = \{(1, 5 - 2), (3, 6 - 2), (5, 3 - 6)\}$$

$$= \{(1, 3), (3, 4), (5, -3)\}$$

$$\frac{f + g}{f - g} = \left\{ \left(1, \frac{7}{3}\right), \left(3, \frac{8}{4}\right), \left(5, \frac{9}{-3}\right) \right\}$$

$$= \left\{ \left(1, \frac{7}{3}\right), (3, 2), (5, -3) \right\}$$

$$\Rightarrow R_{\frac{f+g}{f-g}} = \left\{ \frac{7}{3}, 2, -3 \right\}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

ضابطه $\frac{g}{f}(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$y = \frac{g}{f}(x) = \frac{x^3}{x^2}$$

به ازای $x = 0$ مخرج کسر تابع $\frac{g}{f}(x)$ صفر می‌شود، بنابراین $x = 0$ عضو دامنه تابع $\frac{g}{f}(x)$ نمی‌باشد، پس می‌توانیم x^2 را از صورت و مخرج کسر ساده کنیم.

$$\frac{g}{f}(x) = x, \quad (x \neq 0)$$

می‌دانیم عملیات روی توابع در دامنه مشترک انجام می‌شود. با شرط $x \neq 0$ تعداد عضوهای مشترک دامنه تابع f و g ده‌تا است.

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{0\} = \{\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}$$

از آنجایی که دامنه و برد تابع $y = x$ برابر است، پس تعداد اعضای مجموعه برد این تابع نیز ۱۰‌تا می‌باشد.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

منبع:

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

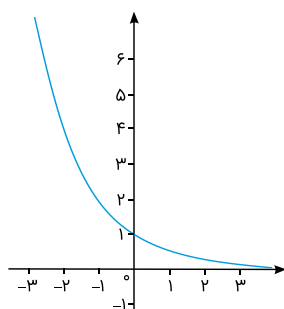
۱

الف

کاهشی بودن نمودار

برخورد نمودار با محور عرض‌ها در نقطه ۱

نمودار محور طول‌ها را قطع نکند



ب

مجموعه اعداد حقیقی یا $\mathbb{R}$

پاسخ سؤالات ۲ تا ۴

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

۲

نادرست

۳

درست

۴

درست

۵

الف

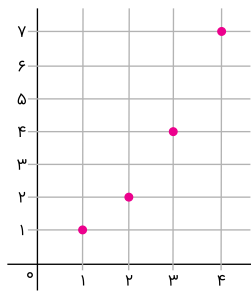
$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_3 = a_2 + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$a_4 = a_3 + 3 = 4 + 3 = 7$$

ب



۶

$$y = 15000(1 + 0/20)^2 = 15000(1/2)^2 = 21600$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

پاسخ سؤالات ۷ تا ۸

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

$$\frac{6^{\frac{9}{3}}}{6^2} = \frac{6^3}{6^2} = 6$$

۷

$$x + 3 = 7 \rightarrow x = 4$$

۸

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

$$\sqrt[3]{5}$$

۹

الف

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{5}}$$

ب

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

$$a_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

۱۰

الف

$$S_6 = \frac{8(1 - (\frac{1}{2})^6)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{63}{4}$$

ب

سه جمله اول دنباله	جمله عمومی دنباله ساخته شده از تابع	ضابطه تابع
$-۱, -۳, -۵$	$a_n = -۲n + ۱$	$y = -۲x + ۱$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

$$a_۲ = ۳^{۳-۲} = ۳$$

$$b_۴ = \frac{۱}{۴+۱} = \frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow ۳ + ۵ \times \frac{۱}{۵} = ۴$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

الف گام سوم یا گردآوری و پاک سازی داده ها

ب گام پنجم یا بحث و نتیجه گیری

پ گام چهارم یا تحلیل داده ها

ت گام اول یا بیان مسئله

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۳

الف

$$P(A) = \frac{\binom{۴}{۱} \binom{۳}{۱} \binom{۲}{۱}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۲۴}{۸۴} = \frac{۲}{۷}$$

ب

روش اول:

$$P(B) = \frac{\binom{۲}{۱} \binom{۷}{۲} + \binom{۷}{۳}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۷۷}{۸۴} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

روش دوم:

$$P(B) = \frac{\binom{۲}{۲} \binom{۷}{۱}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۷۷}{۸۴} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$$

$$B = \{(1, 4), (4, 1)\}$$

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

$$1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$$

پاسخ سؤالات ۱۷ تا ۱۹

روش اول:

$$a_n = 5n - 6 \rightarrow 5n - 6 = 144 \rightarrow n = 30$$

روش دوم:

$$144 = -1 + (n - 1) \times 5 \rightarrow n = 30$$

روش سوم: نوشتن جملات دنباله تا جمله سی‌ام و پیدا کردن جواب.

روش اول:

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2 \times (-1) + 19 \times 5] = 930$$

روش دوم:

$$a_{30} = 5 \times 30 - 6 = 94 \rightarrow S_{30} = \frac{30(-1 + 94)}{2} = 930$$

دنباله حسابی $۱۲, ۱۸, \dots, ۹۶ \Rightarrow d = ۶$

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{۹۶ - ۱۲}{۶} + 1 = ۱۵$$

یا

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow ۹۶ = ۱۲ + ۶(n - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{۸۴}{۶} = n - 1 \Rightarrow n - 1 = ۱۴ \Rightarrow n = ۱۵$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{۱۵}{2}(۱۲ + ۹۶) = \frac{۱۵}{2}(۱۰۸) = ۸۱۰$$

یا

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d] = \frac{۱۵}{2}[2(۱۲) + ۶(۱۵ - 1)] \\ &= \frac{۱۵}{2}(۱۰۸) = ۸۱۰ \end{aligned}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۳

$$\begin{cases} n(S) = ۶! \\ n(A) = ۵! \times ۲! \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{۵! \times ۲!}{۶!} = \frac{۵! \times ۲!}{۶ \times ۵!} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

امتحان نهایی علوم تجربی دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی علوم تجربی دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

الف

$$A = \{(\omega, \omega)\} \quad , \quad B = \{(\epsilon, \omega), (\omega, \epsilon)\}$$

ب

بله، زیرا $A \cap B = \emptyset$.

امتحان نهایی علوم تجربی دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

الف

$$\binom{۹}{۴} = \frac{۹!}{۴! \times ۵!} = ۱۲۶$$

ب

روش اول: استفاده از روش متمم

$$\binom{۹}{۵} - \binom{۵}{۵} = ۱۲۵$$

روش دوم: به روش مستقیم

$$\binom{۴}{۱} \binom{۵}{۴} + \binom{۴}{۲} \binom{۵}{۳} + \binom{۴}{۳} \binom{۵}{۲} + \binom{۴}{۴} \binom{۵}{۱} = ۱۲۵$$

$$\begin{cases} 24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 : \text{حالت اول که رقم سمت راست صفر باشد} \\ 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 : \text{حالت دوم که رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد} \end{cases}$$

تعداد کل اعداد $\Rightarrow 24 + 36 = 60$

امتحان نهایی علوم تجربی دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

پاسخ سؤالات ۲۶ تا ۲۹

امتحان نهایی علوم تجربی دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

۲۶ ۱

۲۷ ۳

۲۸ $[-6, 6]$

۲۹ ۲

پاسخ سؤالات ۳۰ تا ۳۳

امتحان نهایی علوم تجربی دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دهم ریاضی خرداد ۱۴۰۳

۳۰ درست

۳۱ نادرست

۳۲ نادرست

۳۳ درست

حالت اول: رقم یکان صفر باشد.

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$$

حالت دوم: رقم یکان ۵ باشد.

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$$

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام:

$$60 + 48 = 108$$

روش دوم:

کل اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده و بدون تکرار:

$$5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$$

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده که مضرب ۵ نیستند و بدون تکرار ارقام:

$$4 \times 4 \times 3 \times 4 = 192$$

اعداد ۴ رقمی با ارقام ذکر شده مضرب ۵ و بدون تکرار ارقام:

$$300 - 192 = 108$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

الف {۲, ۳}

ب {۱, ۹}

الف

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 \times 4}{84} = \frac{10}{21}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{6 \times 5 + 4}{84} = \frac{34}{84} = \frac{17}{42}$$

روش دوم:

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{\binom{4}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = 1 - \frac{4 \times 10 + 10}{84} = 1 - \frac{50}{84} = \frac{34}{84}$$

پاسخ سؤالات ۳۷ تا ۴۰

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

$$(\circ/۳۵)^{\frac{1}{۴}} = \sqrt[۴]{\circ/۳۵}$$

۳۷

$$\sqrt[۱۱]{۴/۲} = (۴/۲)^{\frac{1}{11}}$$

۳۸

$$\sqrt[۴]{(\frac{1}{۶})^۳} = (\frac{1}{۶})^{\frac{۳}{۴}} = ۶^{-\frac{۳}{۴}}$$

۳۹

$$(۲\frac{1}{۳})^{-\frac{1}{۴}} = \frac{1}{\sqrt[۴]{(۲\frac{1}{۳})^1}} = \sqrt[۴]{(\frac{1}{۲\frac{1}{۳}})^1} \text{ یا } (۲\frac{1}{۳})^{-\frac{1}{۴}} = \sqrt[۴]{(\frac{۳}{۲})^1}$$

۴۰

$$a_۳ = \frac{(-1)^۳}{۳+1} = -\frac{1}{۴}$$

$$b_۲ = ۲^۲ + ۲ = ۶$$

$$1a_۳ + b_۲ = 1(-\frac{1}{۴}) + ۶ = -۲ + ۶ = ۴$$

۴۱

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

۴۲

$$d = \frac{۲۷ - ۷}{۳ + ۱} = \frac{۲۰}{۴} = ۵ \Rightarrow d = ۵$$

یا

$$۲۷ = ۷ + ۴d \Rightarrow d = ۵$$

یا

$$d = \frac{a_۵ - a_۱}{۵ - ۱} = \frac{۲۷ - ۷}{۴} = \frac{۲۰}{۴} = ۵$$

$$۷, ۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

۴۳

$$S_{۱۶} = \frac{۱۶}{۲}(۲ \times ۱۰ + (۱۶ - ۱) \times ۵) = \frac{۱۶}{۲}(۲۰ + ۱۵ \times ۵) = ۸(۲۰ + ۷۵) = ۸ \times ۹۵ = ۷۶۰$$

روش دوم:

$$a_{۱۶} = ۱۰ + (۱۵)(۵) = ۸۵ \Rightarrow S_{۱۶} = \frac{۱۶}{۲}(۱۰ + ۸۵) = ۸ \times ۹۵ = ۷۶۰$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

پاسخ سؤالات ۴۴ تا ۴۵

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

۴۴

$$\left(\frac{a^{\frac{-۱}{۳}}}{a^{\frac{-۱}{۶}}} \right)^{-۶} = \frac{a^{\frac{۲}{۳}}}{a^۱} = a$$

روش دوم:

$$\left(\frac{a^{\frac{-۱}{۳}}}{a^{\frac{-۱}{۶}}} \right)^{-۶} = (a^{-\frac{۱}{۳} - (-\frac{۱}{۶})})^{-۶} = (a^{-\frac{۱}{۶}})^{-۶} = a$$

۴۵

$$(۳)^{\frac{۱}{۲}} \times (۱۲)^{\frac{۱}{۲}} \times (۰/۷)^۰ = (۳ \times ۱۲)^{\frac{۱}{۲}} \times ۱ = (۳۶)^{\frac{۱}{۲}} = ۶$$

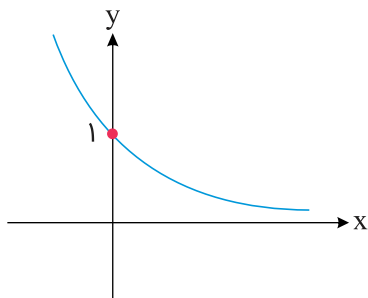
۴۶

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

الف گروه دوم

ب گروه اول

پ گروه اول



امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

$$۳ \times ۲ + ۲ \times ۱ = ۸$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

پاسخ سؤالات ۴۹ تا ۵۱

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

برآمد ۴۹

$$\frac{۴}{۴} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۲}{۴} = \frac{۲۴}{۶۴} = \frac{۳}{۸}$$

۵۱ $-\sqrt[۴]{۷}$ و $\sqrt[۴]{۷}$

پاسخ سؤالات ۵۲ تا ۵۳

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

نادرست ۵۲

درست ۵۳

$$f(۲) = ۴۰۰۰۰۰۰۰ \times \left(1 + \frac{۳۰}{۱۰۰}\right)^۲ = ۴۰۰۰۰۰۰۰ \times (۱/۳)^۲ = ۴۰۰۰۰۰۰۰ \times (۱/۶۹) = ۶۷۶۰۰۰۰۰$$

یا

$$f(۲) = ۴۰ \times \left(1 + \frac{۳۰}{۱۰۰}\right)^۲ = ۴۰ \times (۱/۳)^۲ = ۴۰ \times (۱/۶۹) = ۶۷/۶ \text{ میلیون تومان}$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow 5 \times 2^{n-1} = 640 \Rightarrow 2^{n-1} = 128 \Rightarrow n-1 = 7 \Rightarrow n = 8$$

روش دوم: ۶۴۰، ۳۲۰، ۱۶۰، ۸۰، ۴۰، ۲۰، ۱۰، ۵ در نتیجه جمله هشتم برابر ۶۴۰ است.

$$S_9 = \frac{5(1-2^9)}{1-2} = \frac{5(1-512)}{-1} = \frac{5(-511)}{-1} = 5 \times 511 = 2555$$

$$r = \frac{1}{5}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} \right)^{n-1}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n, \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

یا

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{5}, \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} a_7 = a_1 + 6d = 53 \\ a_{25} = a_1 + 24d = 107 \end{cases} \Rightarrow 18d = 54 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow a_1 + 6 \times 3 = 53 \Rightarrow a_1 = 35$$

روش دوم:

$$d = \frac{a_{25} - a_7}{25 - 7} = \frac{107 - 53}{18} = \frac{54}{18} = 3$$

$$a_7 = a_1 + 6d = 53 \Rightarrow a_1 + 18 = 53 \Rightarrow a_1 = 35$$

یا:

$$a_{25} = a_1 + 24d = a_1 + 72 = 107 \Rightarrow a_1 = 35$$

$$a_{51} = a_1 + 50d = 35 + 50(3) = 185$$

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = 2a_1 + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = 2a_2 + 2 = 14 + 2 = 16$$

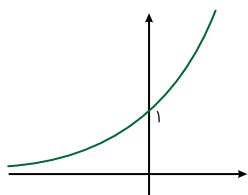
$$n = 3 \Rightarrow a_4 = 2a_3 + 3 = 32 + 3 = 35$$

۳, ۷, ۱۶, ۳۵

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۳

$$f(2) = 1000 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right)^2 = 1000 \times (0.9)^2 = 810$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳



امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

$$n = 1 \Rightarrow a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 2 \Rightarrow a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$$

$$n = 3 \Rightarrow a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$$

جملات: ۱, ۱, ۲, ۳, ۵

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

الف، زیرا شماره تلفن‌های با رقم اول یکسان، همگی در یک منطقه هستند و ساکنین بعضی مناطق شانس انتخاب شدن ندارند.

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

$$\bar{x} = 160$$

$$\sigma = 165 - 160 = 5$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{1}{2}$$

ب

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{6}{1} + \binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{6 \times 6 + 4}{120} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

۶۵

الف

$$4 \times 3 \times 3 = 36$$

ب

$$\binom{5}{3} = 10$$

پاسخ سؤال ۶۶

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

۶۶

درست

پاسخ سؤالات ۶۷ تا ۷۰

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۳

۶۷

۲۵

۶۸

چهارم

۶۹

۱۰

۷۰

−۳

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^1} \Rightarrow \frac{256}{32} = r^5 \Rightarrow r^5 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$\begin{cases} a_2 = 32 \Rightarrow 2a_1 = 32 \Rightarrow a_1 = 16 \\ a_7 = a_1 \times r^6 = 16 \times 2^6 = 1024 \end{cases}$$

$$a_7 = a_5 \times r^2 = 256 \times 4 = 1024$$

$$a_7 = a_2 \times r^5 = 32 \times 32 = 1024$$

هر کدام از سه روش درست است.

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۲

$$a_3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{3-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$$

$$b_2 = 3 \times 2 - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$a_3 - b_2 = 1 - 4 = -3$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۲

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3} \times \binom{3}{1} + \binom{5}{4} \times \binom{3}{0}}{\binom{8}{4}} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۲

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار شهریور ۱۴۰۲

$$۷! \text{ یا } ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \text{ یا } ۵۰۴۰$$

$$۱ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۲۰$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار خرداد ۱۴۰۲

$$a_9 = 6(2)^{9-1} = 6 \times 2^8 = 1536$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \Rightarrow S_{10} = \frac{6(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 6 \times 1023 = 6138$$

$$P(A) = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۴}{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳} = \frac{۱}{۲}$$

امتحان نهایی علوم انسانی دوازدهم ریاضی و آمار دی ۱۴۰۲