

نوید پورزکی

۱- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید:

الف) $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$ ب) $\{0\} \in \mathbb{N}$ پ) $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}'$
 ت) $\frac{-\sqrt{5}}{2} \in \mathbb{Q}$ ث) $\frac{\pi}{16} \in \mathbb{Q}'$ ج) $3/9 \in \mathbb{Z}$

۲- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف) $\frac{3}{5} \in [\frac{1}{3}, 1)$ ب) $-3 \in [-1, 3)$ پ) $0 \in \{-1, 1\}$
 ت) $0 \in [-1, 1)$ ث) $[-3, 2) \subset (-3, 2]$ ج) $\emptyset \subset [3, +\infty)$
 چ) $\{1, 2\} \in [1, 2]$ ح) $\sqrt{5} \in [-\sqrt{5}, +\sqrt{5})$ خ) $\frac{1}{2} \in (-1, 1)$

۳- مجموعه‌های $R - (-1, 1)$ و $R - [0, 1)$ را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۴- مجموعه‌های زیر را بدست آورده و متناهی یا نامتناهی بودن هر کدام را مشخص کنید.

$A = [-3, +5)$ $B = (-\infty, 3]$ $C = [3, +\infty)$ $D = (-\infty, 5]$
 الف) $A \cap B$ ب) $A \cup B$ پ) $B - C$
 ت) $D \cup B$ ث) $D - B$ ج) $B \cup C$

۵- فرض کنید $u = \{a, b, c, d, e\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{a, e\}$ و $B = \{b, c\}$ ؛ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

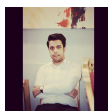
الف) A' ب) B' پ) $A \cap B'$ ت) $A' \cup B$ ث) $A - B'$

۶- فرض کنید $A = [-3, 2)$ و $B = (-1, 3]$ و $\mathbb{R}$ مجموعه مرجع باشد؛ حاصل $(A \cap B)'$ را به صورت بازه بدست بیاورید.۷- اگر مجموعه اعداد صحیح مجموعه مرجع باشد و داشته باشیم $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq -4\}$ و $B = \{-3, -2, -1\}$ ؛ حاصل $A' - B$ کدام یک از مجموعه اعداد خواهد بود؟۸- اگر $n(A) = 10$ و $n(A \cap B) = 3$ و $n(A \cup B) = 14$ باشد، آنگاه $n(B)$ را بدست آورید؟

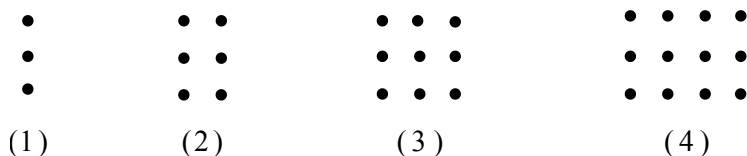
۹- در یک مجتمع فرهنگی ۳۰ نفری، تعداد ۱۲ نفر در کلاس نقاشی ثبت نام کرده‌اند و ۷ نفر در کلاس خط، اگر ۱۳ نفر هنوز در هیچ یک از دو کلاس ثبت نام نکرده باشند چند نفر در هر دو کلاس ثبت نام کرده‌اند؟

۱۰- فرض کنیم A و B زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشد بطوریکه $n(u) = 120$ ، $n(A) = 75$ ، $n(B) = 50$ ، $n(A \cap B) = 35$ مطلوب است:

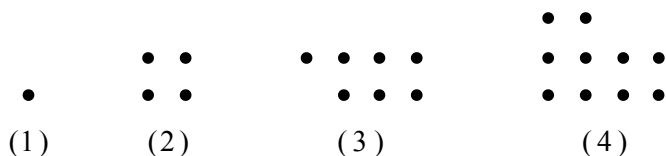
الف) $n(A \cup B)$ ب) $n(A \cap B')$
 پ) $n(A' \cap B)$ ت) $n(A' \cap B')$



۱۱- باتوجه به الگوی زیر، شکل بیستم از چند نقطه تشکیل شده است؟



۱۲- باتوجه به الگوی زیر، چندمین شکل دارای ۳۴ نقطه است؟



۱۳- در یک الگوی خطی جملات پنجم و هفتم به ترتیب برابر با ۲۳ و ۳۱ هستند. جمله عمومی آنرا بیابید.

۱۴- خطی یا غیر خطی بودن الگوهای زیر را مشخص کنید؟

(الف) ۲, ۵, ۸, ۰, ۰, ۰

(ب) ۴, ۱۰, ۱۸, ۲۸, ۰, ۰, ۰

۱۵- جمله یازدهم و هفدهم یک دنباله حسابی به ترتیب برابر ۲۵ و ۳۷ است. a_1 و d جمله عمومی را بدست آورید.

۱۶- بین ۱۲ و ۵۲ چهار عدد طوری قرار دهید که اعداد حاصل تشکیل یک دنباله‌ی حسابی بدهند.

۱۷- بین ۳۲ و ۶۸ سه واسطه حسابی قرار دهید.

۱۸- بین اعداد ۱۲ و ۱۹۲ سه واسطه هندسی درج کنید.

۱۹- دنباله‌ای مثال بنویسید که هم حسابی باشد هم هندسی.

۲۰- حاصلضرب ۱۰ جمله اول دنباله ۳, ۹, ۲۷, ۰, ۰, ۰ را حساب کنید.

۲۱- در دایره‌ی مثلثاتی، محل زوایای زیر را نشان دهید.

۳۷, -۵۳, ۲۴۵, -۲۷۰

۲۲- مثلث قائم‌الزاویه‌ای با وتر ۱۰ داریم که در آن کسینوس یک زاویه‌ی حاده $\frac{8}{10}$ است. مساحت مثلث را بدست آورید.

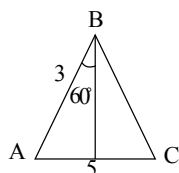
۲۳- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)

(الف) تنها زاویه α که $\sin$ و $\cos$ برابر دارد است.

(ب) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، تانژانت زاویه‌ی است.

(پ) سینوس زاویه‌ی برابر $\cos 30^\circ$ است.

۲۴- مساحت مثلث روبرو را بدست بیاورید.



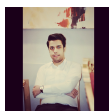
۲۵- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$2 \sin^2 30^\circ + 4 \cos^2 30^\circ - 2 \cos^2 60^\circ =$$

ب

$$\frac{\tan 60^\circ \times \tan 45^\circ}{2 \cot 30^\circ} =$$



پ

$$\frac{3 \sin^2 30^\circ - 2 \tan 45^\circ}{\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ} =$$

ت

$$\sin 30^\circ \times \cos 45^\circ - \tan 0^\circ \sin^2 45^\circ =$$

ث

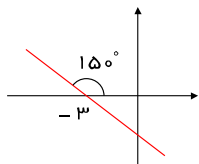
$$\left(\frac{1}{\cos 60^\circ}\right)^2 - \tan^2 60^\circ + 3 \sin 90^\circ - \cos^2(180^\circ) =$$

ج

$$\tan 45^\circ - 2 \sin 90^\circ \cos^2 45^\circ + \cos 90^\circ$$

۲۶- خطی از نقطه‌ی $A(2, 3)$ گذشته و محور x ها را با زاویه‌ی 45° قطع می‌کند، عرض نقطه‌ای به طول ۴ بر روی این خط کدام است؟

۲۷- معادله‌ی خط روبرو را بنویسید.



۲۸- در صورتیکه $\cot \alpha = \frac{1}{5}$ ، حاصل $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$ را بدست آورید.

۲۹- درستی رابطه‌های زیر را ثابت کنید.

الف

$$\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

ب

$$\frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta = \tan \theta \times \sin \theta$$

پ

$$\frac{\sin^2 x}{1 - \sin x} + \frac{\sin^2 x}{1 + \sin x} = 2 \tan^2 x$$

ت

$$1 - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \sin \alpha$$

۳۰- پاسخ عبارت‌های زیر را بیابید (در صورت صحیح نبودن پاسخ، آن را به صورت دو عدد صحیح که پاسخ حقیقی بین آن دو است،

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{17} = 5 \text{ و } 4 \text{ عددی بین ۵ و ۴ بنویسید. مثال:}$$

الف) $\sqrt{30}$

ب) $-\sqrt{37}$

پ) $\sqrt{85}$

ت) $\sqrt[3]{8}$

ث) $\sqrt[3]{-8}$

ج) $\sqrt[3]{30}$

چ) $\sqrt{-27}$

ح) $\sqrt{27}$

خ) $\sqrt[4]{256}$

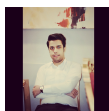
د) $\sqrt{256}$

ذ) $\sqrt[3]{1}$

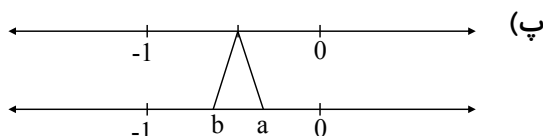
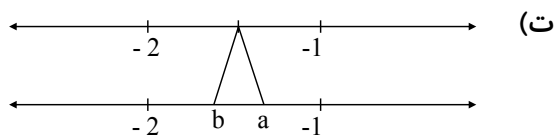
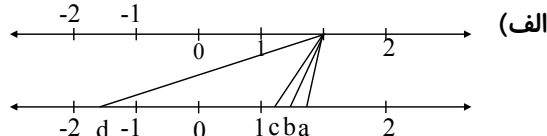
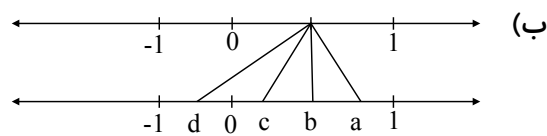
ر) $\sqrt[5]{-1}$

ز) $\sqrt{1}$

ژ) $\sqrt[3]{-1}$



۳۱- در هر یک از اشکال زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود در محور پایین وصل شده است. مشخص کنید هر کدام از اعداد a و b و c و d مربوط به کدام ریشه است.



۳۲- جاهای خالی را پر کنید.

(الف) اعداد ۴ و ریشه‌های چهارم عدد هستند.

(ب) اگر a ریشه‌ی مثبت چهارم عدد ۸۱ باشد، حاصل $a^2 - 7$ برابر است با

۳۳- در جاهای خالی، علامت مساوی، کوچکتر یا بزرگتر قرار دهید.

(الف) $(-0.1)^5 \square (-0.1)^4$ (ب) $\sqrt[4]{0.0001} \square 0.1$

(پ) $(3.2)^2 \square (3.2)^3$ (ت) $(-2)^3 \square (-2)^5$

(ث) $(-1.1)^4 \square (1.1)^4$ (ج) $(-2)^5 \square (-2)^7$

(چ) $2^3 \square 3^2$ (ح) $(\frac{1}{2})^2 \square (\frac{1}{2})^3$

۳۴- درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. ($a \geq 0$)

(الف) $\sqrt[5]{a^5} = a$ (ب) $\sqrt[5]{(-a)^5} = a$

(پ) $\sqrt[4]{(-a)^4} = -a$ (ت) $\sqrt{a^2} = a$

۳۵- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

(الف) $\sqrt{a^2} = a$ (ب) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

(ج) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ (د) $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b}$

۳۶- مقایسه کنید:

(الف) $\sqrt[5]{3^4} \square \sqrt[4]{3^3}$ (ب) $\sqrt[3]{3^2} \square \sqrt[2]{2^3}$ (ج) $(\sqrt[3]{(0.1)^2})^2 \square \sqrt[5]{(0.1)^4}$

۳۷- اعداد زیر را به صورت یک رادیکال بنویسید.

(الف) $2\sqrt{2}$ (ب) $5\sqrt{3}$ (ج) $2\sqrt[3]{4}$ (د) $3\sqrt[3]{3}$

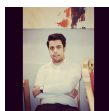
۳۸- توان‌های کسری زیر را در صورت امکان به صورت رادیکالی نشان دهید.

(الف) $2^{\frac{1}{2}}$ (ب) $3^{\frac{1}{3}}$ (ج) $(-2)^{\frac{1}{2}}$ (د) $(-3)^{\frac{1}{3}}$

۳۹- عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن (حداکثر یک رادیکال) بنویسید.

(الف) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{2^4}}$ (ب) $\sqrt{\sqrt{256}}$ (ج) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2048}}$

۴۰- عدد $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$ را به صورت یک رادیکال بنویسید.



۴۱- عدد $\sqrt[3]{-3}\sqrt{3}$ را به صورت یک رادیکال بنویسید.

۴۲- عدد $\sqrt[3]{3}\sqrt{5}$ را به صورت یک رادیکال بنویسید.

۴۳- عدد $\sqrt{3}$ را به فرجه‌های ۴ و ۸ بنویسید.

۴۴- عدد $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2}$ را به صورت یک رادیکال بنویسید.

۴۵- اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

الف) $\sqrt[2]{2} \square \sqrt[3]{5}$ ب) $\sqrt[4]{8} \square \sqrt[3]{6}$ پ) $\sqrt[4]{9} \square \sqrt[5]{12}$

۴۶- حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادها بدست آورید.

الف) $(2x - \frac{y}{2})^3$ ب) $(3 + 2y)^3$ پ) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

ت) $(x - \frac{1}{2})(x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{4})$ ث) $(x^2 + 2)(x^4 + 2x^2 + 4)(x^2 - 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$

۴۷- عبارات زیر را تجزیه کنید.

الف) $x^2 - 16$ ب) $x^2 + 7x + 12$ پ) $x^2 - 5x - 14$

ت) $x^6 + 27$ ث) $x^3 - 1$ ج) $x^{12} - 1$ چ) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

۴۸- عبارت $x^3 + x^2 - x - 1$ را تجزیه کنید (استفاده از اتحادها به طور مستقیم امکان‌پذیر نیست)

۴۹- عبارات زیر را تجزیه کنید (استفاده از اتحادها کفایت نمی‌کند)

الف) $x^3 + x^2 - 4x - 4$ ب) $a^5 - ab^4$

پ) $a^3 - a^2b - ab^2 + b^3$ ت) $2x^2 + 6x + 4$

۵۰- عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $\frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$ ب) $\frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9}$

پ) $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$ ت) $\frac{(a+b)(a^3 - b^3)}{a^4 - b^4}$

۵۱- عبارت $\frac{1}{x+1} + \frac{x-2}{x^3+1}$ را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

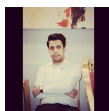
۵۲- کسرهای زیر را گویا کنید.

الف) $\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$ ب) $\frac{2x^3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ پ) $\frac{x^4}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}$

۵۳- صورت و مخرج کسرهای زیر را تجزیه کرده و حاصل را تا حد امکان ساده کنید.

الف

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x - 6} \times \frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 - 7x + 12} \times \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4} =$$



ب

$$\frac{4a + 12b}{4a - 12b} \times \frac{6a - 3b}{5a + 15b} =$$

پ

$$\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9} \div \frac{x^2 + 8x + 16}{2x + 8} =$$

ت

$$\frac{6x^2y^2 + 4xy^3}{9x^2 - 4y^2} \div \frac{12x^2y}{9x^2 - 6xy} =$$

۵۴- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{x}{x^2 - 3x + 2} =$$

ب

$$\frac{x}{x - 1} + \frac{3}{x + 1} - \frac{4x - 2}{x^2 - 1} =$$

پ

$$\frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} - \frac{ab - b^2}{b^2} =$$

ت

$$\frac{a + 1}{a - 1} + \frac{a + 2}{a + 3} - \frac{a + 7}{a^2 + 2a - 3} =$$

۵۵- حاصل $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ را تا حد امکان تجزیه و ساده کنید.

۵۶- معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید.

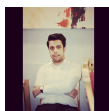
الف) $x^2 - x = 0$ ب) $x^2 - 16 = 0$ پ) $x^2 + 4x - 21 = 0$ ت) $x^2 - 4x + 4 = 0$

۵۷- معادلات زیر را با روش ریشه‌گیری حل کنید.

الف) $3x^2 = 27$ ب) $4x^2 = 1$
 پ) $t^2 + 10 = 0$ ت) $(a - 2)^2 = 0$
 ث) $(x + 3)^2 = 16$ ج) $(x - 3)^2 = 5$

۵۸- معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

الف) $x^2 - 10x + 24 = 0$ ب) $x^2 + 4x = 1$
 پ) $x^2 + 3x = -\frac{5}{4}$ ت) $x^2 - x + 1 = \frac{7}{4}$



۵۹- معادلات زیر را به روش کلی حل کنید.

الف) $3x^2 - 5x + 7 = 0$ ب) $2x^2 + 3x - 5 = 8$

پ) $4x^2 - 3x + 2 = 1$ ت) $3x^2 - 3x = \frac{-3}{4}$

۶۰- بدون حل معادله، در مورد تعداد جواب‌های هر معادله بحث کنید.

الف) $x^2 - 4x - 13 = 0$ ب) $2x^2 - 4x + 2 = 0$ پ) $7x^2 + 2x + 1 = 0$

۶۱- معادله‌های زیر را به روش دلخواه حل کنید.

الف) $x^2 - 2x + 1 = 4$ ب) $x^2 - 2x - 10 = 5$

۶۲- مجموع مربعات سه عدد مثبت متوالی زوج، ۲۰۰ است؛ حاصل جمع آن سه عدد کدام است؟

۶۳- اگر طول یک مستطیل از دو برابر عرض آن ۱ واحد کمتر باشد و مساحت این مستطیل ۳ واحد باشد، محیط آن چند برابر طول آن است؟

۶۴- اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر سه سال است؛ اگر سه سال دیگر، حاصل ضرب سن آنها برابر با ۲۷۰ باشد، نسبت سن کنونی آن‌ها به یکدیگر چقدر است؟

۶۵- در یک مسابقه کاراته، اگر تک تک شرکت‌کنندگان با هم مبارزه کنند و در نهایت ۳۶ مبارزه انجام شده باشد تعداد شرکت‌کنندگان و همچنین الگویی بین تعداد شرکت‌کنندگان و تعداد مبارزات را بدست آورید.

۶۶- رأس هر یک از سهمی‌های زیر، را مشخص کرده و آن‌ها را رسم کنید.

الف) $y = (x - 3)^2 + 1$ ب) $y = x^2 - 2x + 1$

۶۷- اگر $(0, 2)$ و $(1, 2)$ دو نقطه بر روی یک سهمی باشند، خط تقارن این سهمی را بدست آورید.

۶۸- اگر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها را در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۲ قطع کند، این سهمی را رسم کنید و عرض نقطه‌ای به طول ۱ بر روی این سهمی را بیابید.

۶۹- در مسابقات پرتاب نیزه، دو پرتاب‌کننده A و B ، نیزه‌های خود را با زوایای α و β پرتاب کرده‌اند که معادله‌ی حرکت آن‌ها به شکل $y_A = -x^2 + 3x + 4$ و $y_B = -4x^2 + 6x + 4$ است. که در آن x مسافت افقی طی شده بر روی زمین و y ارتفاع نیزه‌ها از سطح زمین است، تعیین کنید کدام پرتاب‌کننده برنده می‌شود؟

۷۰- هر یک از عبارت‌های زیر را تعیین علامت کنید.

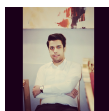
الف) $(2x - 1)(3x + 2)$ ب) $(x - 1)^2$
پ) $(x + 1)^3$ ت) $x^2 - 2x + 3$

۷۱- عبارت‌های زیر را تعیین علامت کنید.

الف) $\frac{-x + 3}{2}$ ب) $\frac{-x + 3}{-2}$
پ) $-x^2 + 2x - 1$ ت) $(1 - x)^3$

۷۲- عبارت‌های زیر را تعیین علامت کنید.

الف) $3x^2 + 7x - 5$ ب) $2x^2 - 3x + 5$
پ) $2x^2 - 4x + 2$ ت) $x^2 - 4x + 3$



۷۳- عبارات زیر را تعیین علامت کنید.

الف) $-x^2 + 3x + 4$ ب) $-3x^2 + 4x - 1$

پ) $\frac{-x^2}{4} - 3x - 9$ ت) $-x^2 + 3x - 5$

۷۴- عبارت $\frac{x(2-x)^2}{-2x^2 - 3x + 5}$ به ازای چه مقادیری از x منفی است؟ حاصل را به صورت بازه بنویسید.

۷۵- نامعادلات زیر را حل کنید.

الف) $3x - 2 > 5x + 7$

ب) $2 - 3x \leq -3 + 7x$

۷۶- نامعادله $2x + 5 < 3x - 1 \leq 4x - 7$ را حل کنید.

۷۷- نامعادله $\frac{2x-3}{x-1} \geq \frac{x}{x+1}$ را حل کنید و جواب را به صورت بازه بنویسید.

۷۸- حدود m را طوری تعیین کنید که عبارت $y = x^2 - mx + 9$ همواره مثبت باشد.

۷۹- نامعادله‌های قدر مطلق زیر را حل کنید.

الف) $|x - 2| \leq 3$

ب) $|3x - 1| \geq 1$

۸۰- نامعادله $|x - 2| < -2$ را حل کنید.

۸۱- نامعادله‌ی قدر مطلق $-3 < |x - 2| \leq 5$ را حل کنید.

۸۲- نامعادله‌ای قدر مطلق بنویسید که جواب آن بازه‌ی $(2, 7)$ باشد.

۸۳- نامعادله‌ای قدر مطلق بنویسید که جواب آن بازه‌ی $(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$ باشد.

۸۴- عبارت‌های زیر را تعیین علامت کنید.

الف

$$P = \frac{(x-2)^{1 \circ 0} (x+3)^{1 \circ 1}}{(x+1)^{1 \circ 2}}$$

ب

$$P = \frac{(1-2x)(3x^2+2x-1)}{x^2+8}$$

پ

$$P = \frac{(-2x^2+x-1)(x+1)^3}{(-x^2+5x-6)(x^2+6x+9)}$$

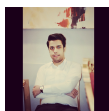
۸۵- نامعادلات زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن را به صورت بازه نشان دهید.

الف

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} > 0$$

ب

$$-1 < \frac{2x+1}{3x-1} < 2$$



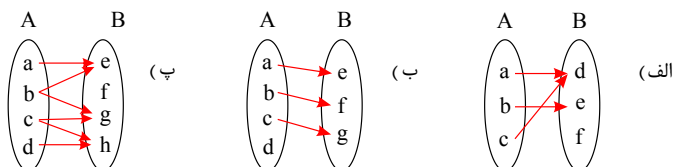
پ

$$1 + \frac{x^2}{3x-4} \leq \frac{8x+10}{3x-4}$$

ت

$$\begin{cases} 2x - 5 \geq 1 \\ \frac{x}{2} + 3 \leq 7 \end{cases}$$

۸۶- باتوجه به تعریف تابع، کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر تابع از A به B نیست چرا؟



۸۷- تابع بودن یا نبودن مجموعه زوج مرتب‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $f(x) = \{(1,2)(2,3)(3,4)(4,5)\}$

پ) $h(x) = \{(1,1)(2,2)(3,3)(1,1)(2,2)\}$

ب) $g(x) = \{(1,2)(1,3)(2,2)(3,3)\}$

ت) $z(x) = \{(1,1)(2,1)(3,1)(4,1)\}$

۸۸- کدام یک از رابطه‌های زیر، تابع است؟

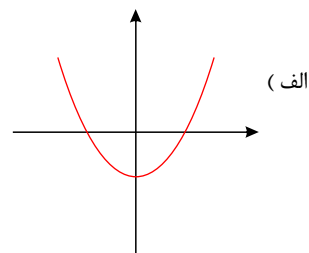
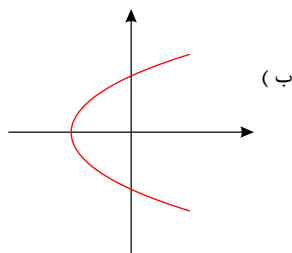
الف) رابطه‌ای که به یک عدد، توان سومش را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به یک عدد، ریشه چهارمش را نسبت می‌دهد.

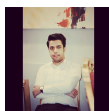
پ) رابطه‌ای که به یک نفر، رنگ چشمش را نسبت می‌دهد (با فرض اینکه هر دو چشمش یک رنگ باشد).

ت) رابطه‌ای که به یک نفر، غذای مورد علاقه‌اش را نسبت می‌دهد.

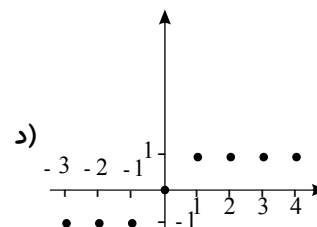
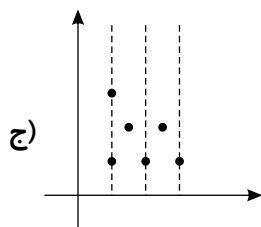
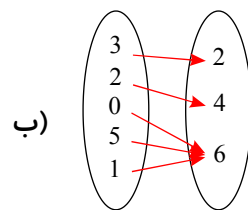
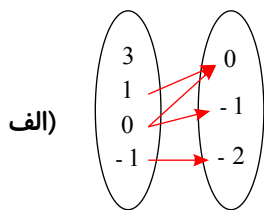
۸۹- کدام یک از نمودارهای زیر نمایانگر تابع است؟



۹۰- تابع f با نمایش جبری $f(x) = 3x + 2$ و دامنه‌ی $D = \{1, 2, 3, 4\}$ در دست است. با تعیین برد، نمودار پیکانی این تابع را رسم نمایید.

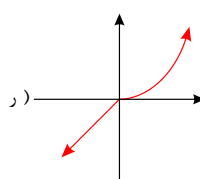
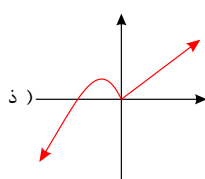
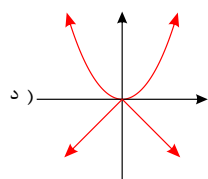
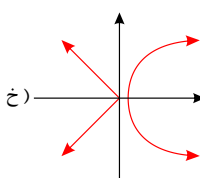
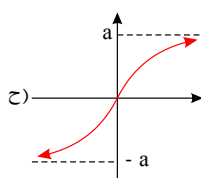
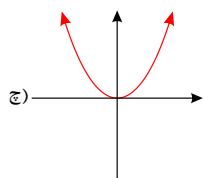


۹۱- تابع بودن یا نبودن موارد زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید و در توابع، دامنه و برد را بنویسید.



هـ) $\{(1,2)(1,3)(2,2)(3,3)(4,1)\}$

و) $\{(1,1)(2,1)(3,2)(4,1)\}$



۹۲- برای هر یک از توابع زیر، مثالی بزنید.

الف) دامنه آنها تنها سه عضو داشته باشد.

ب) برد آن تنها یک عضو داشته باشد.

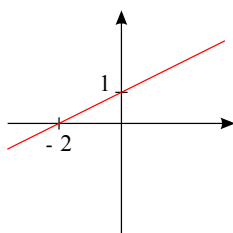
ج) دامنه آن یک عضو داشته باشد.

د) دامنه آن نامتناهی باشد ولی برد آن تنها یک عضو داشته باشد.

هـ) دامنه و برد آن نامتناهی باشد.

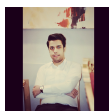
۹۳- چرا خطوطی از قبیل $x=2$, $x=3$ و در کل $x=k$ تابع نیستند اما خطوطی از قبیل $y=2$, $y=3$ و $y=k$ تابع هستند؟

۹۴- نمایش جبری تابع زیر که به صورت نمودار رسم شده است را بنویسید و برد آنرا در صورتیکه دامنه $[-2, 2]$ باشد، محاسبه کنید.



۹۵- در یک تابع خطی $f(2)=3$ و $f(-1)=4$ است؛ نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش جبری آن را بنویسید.

۹۶- با فرض $g(3)=8$, $g(2)=4$, $g(1)=2$, $g(0)=1$ ، تابع $g(x)$ را به شکل مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها بنویسید و نمودار آنرا رسم کنید و مشخص کنید آیا تابع $g(x)$ خطی است یا خیر.



۹۷- با رسم تابع $f(x) = -2$ و محاسبه مقادیر $f(-1), f(2), f(7), f(-9)$

(الف) اگر دامنه‌ی این تابع مجموعه اعداد حقیقی باشند نمودار آنرا رسم کنید.

(ب) اگر دامنه‌ی این تابع بازه $[1, 3]$ باشد نمودار آنرا رسم کنید.

۹۸- در یک مثلث متساوی الساقین، طول هر یک از دو ساق از قاعده‌ی مثلث ۳ واحد بیشتر است؛ رابطه‌ای که محیط این مثلث را

برحسب تابعی از طول قاعده‌ی آن بیان می‌کند بنویسید.

۹۹- با فرض دو تابع $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ و $g(x) = 3x + 2$ حاصل عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

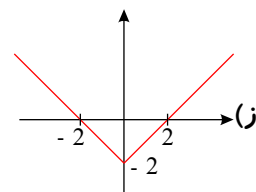
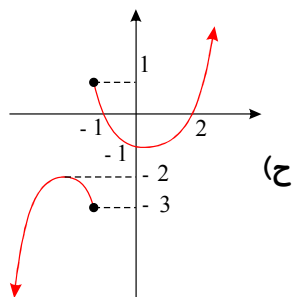
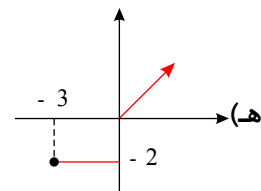
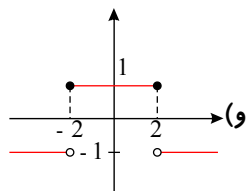
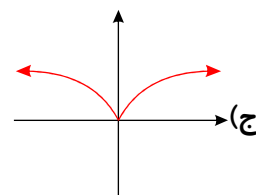
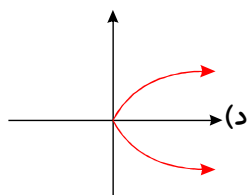
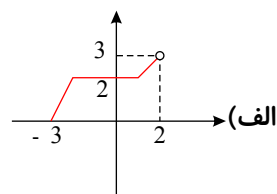
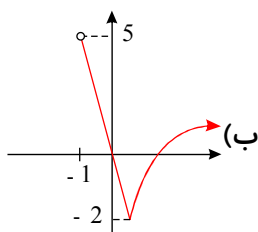
(ب) $f\left(3g\left(\frac{-2}{3}\right)\right)$

(الف) $f(g(-2))$

(ج) $g(f(-2))$

(د) $\frac{g(3f(-2))}{-8}$

۱۰۰- دامنه و برد نمودارهایی که نمایانگر یک تابع هستند را بنویسید.



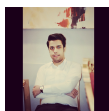
۱۰۱- تابع $f(x) = 2x - 1$ را با دامنه‌های زیر رسم کنید.

(الف) $\mathbb{R}$ (ب) اعداد حقیقی نامنفی (ج) $[-1, 2]$ (د) اعداد حقیقی منفی

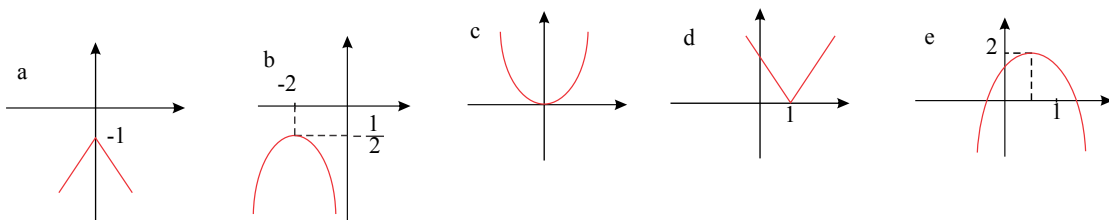
۱۰۲- توابع $z(x) = 2x - 3$ و $h(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = |x| - 1$ را به کمک انتقال رسم کنید.

۱۰۳- توابع $z(x) = (x - 2)^2$ و $g(x) = (x + 2)^2$ و $k(x) = |x - 3|$ و $m(x) = |x + 3|$ را به کمک انتقال رسم کنید.

۱۰۴- نمودار توابع $f(x) = -x^2$ ، $g(x) = -(x + 1)^2$ ، $z(x) = -|x|$ و $h(x) = -|x + 1|$ را به کمک انتقال رسم کنید.



۱۰۵- هر يك از نمودارهای a تا e کدام يك از توابع الف تا هـ را نشان می‌دهد؟ دامنه و برد این توابع چیست؟



الف) $y = x^2$

ب) $y = |x - 1|$

ج) $-|x| - 1$

د) $-(x - \frac{1}{2})^2 + 2$

هـ) $-(x + 2)^2 - \frac{1}{2}$

۱۰۶- نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(1, -4)$ و $(2, -3)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض -3 قطع می‌کند. نمایش جبری این تابع را بیابید و با رسم آن، دامنه و بردش را معلوم کنید.

۱۰۷- تابع $y = 2x + 1$ را با شرایط زیر رسم کنید.

الف

$D: [1, 2)$

ب

$D: (0, +\infty)$

پ

$D: \mathbb{R}$

ت

$\{0, 1, 2, 3, 4\}$

۱۰۸- به جای علامت «؟»، عدد مناسب قرار دهید.

الف

$f(x) = -\frac{3}{5}x + 2$; $f(2) = ?$, $f(?) = -1$

ب

$g(x) = \frac{4x - 1}{3}$; $g(2) = ?$, $g(?) = -\frac{1}{3}$

پ

$h(x) = 2x^3 - 1 + x$; $h(2) = ?$, $h(?) = -1$

۱۰۹- درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را تعیین کنید.

الف

دامنه تابع ثابت تک عضوی است.

ب

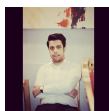
تابع همانی هر عدد را به خودش نسبت می‌دهد.

پ

دامنه و برد تابع قدرمطلق همواره برابر است.

ت

نمودار سهمی‌ها همواره از هر ۴ ناحیه محورهای مختصات می‌گذرد.



ث دامنه تابع $f(x) = 2|x| - 1$, $\mathbb{R}$ است.

ج برد تابع $g(x) = |x| + 3$ اعداد مثبت است.

۱۱۰- اگر $f = \{(-2, 3), (5, -2), (7, -4), (3, 1)\}$ باشد، در این صورت حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

الف

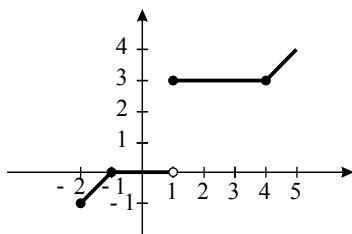
$$\frac{f(-2) + f(7)}{2f(5)}$$

ب

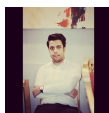
$$\frac{f^2(5) - 1}{f(7) - f(3)}$$

پ

$$\frac{f(f(-2)) - f(f(5))}{f(3) - 3f(7)}$$



۱۱۱- دامنه و برد تابع زیر را به دست آورید.



پاسخنامه تشریحی

- ۱

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعدادی که نتوانی آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نشان داد $Q' =$

$$R = Q \cup Q'$$

الف) نادرست: $\sqrt{5}$ را نمی‌توان به صورت نسبت دو عدد صحیح با مخرج غیر صفر نشان داد.

ب) نادرست: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

پ) نادرست: $\frac{3}{2}$ یک عدد گویا است و جزء اعداد گویا (Q) به حساب می‌آید.

ت) نادرست: $\sqrt{5}$ عددی گنگ است و $\frac{-\sqrt{5}}{2}$ که نسبت $-\sqrt{5}$ به ۲ است نسبت عددی گنگ به عددی صحیح

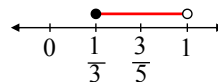
است؛ پس $\frac{-\sqrt{5}}{2}$ گویا نیست.

ث) صحیح: می‌دانیم π عددی گنگ است پس تمامی نسبت‌های آن نیز گنگ است و $\frac{\pi}{16}$ عددی گنگ به شمار می‌آید.

ج) نادرست: با توجه به $Z = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$ ؛ $3, 9$ عددی اعشاری است و جزء مجموعه اعداد صحیح نیست.

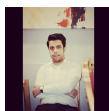
۲- الف) درست: با مقایسه دو عدد $\frac{3}{5}$ ، $\frac{1}{3}$ داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{5} = \frac{9}{15} \\ \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \\ 1 = \frac{15}{15} \end{array} \right. \Rightarrow 1 > \frac{3}{5} > \frac{1}{3}$$

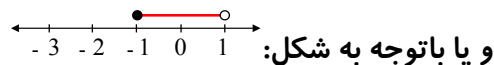


یا با توجه به شکل داریم:

پس الف درست است.



ب) نادرست: با استدلال مشابه داریم: $-3 < -1$



پس ب نادرست است.

پ) نادرست: توجه کنید که $\{-1, 1\}$ مجموعه‌ای است شامل دو عضو $-1, 1$ اما $(-1, 1)$ بازه‌ای باز است از -1 تا 1 همچنین $[-1, 1]$ بازه‌ای بسته است از -1 تا 1 که هر دو بازه شامل تمام اعداد حقیقی بین -1 تا 1 هستند. پس صفر جزء $\{-1, 1\}$ نیست اما جزء $(-1, 1)$ یا $[-1, 1]$ هست.

ت) درست: باتوجه به توضیحات مورد پ

ث) نادرست: بازه نیم باز $[-3, 2)$ شامل عدد -3 است و شامل عدد 2 نیست و بازه نیم باز $(-3, 2]$ شامل عدد -3 نیست و شامل عدد 2 است. و از آنجا که در بازه‌ی اول عددی (-3) هست که در بازه‌ی دوم نیست، پس بازه‌ی اول زیر مجموعه‌ای از بازه‌ی دوم نیست.

توجه شود که نبودن عدد 2 در بازه‌ی اول و بودن آن در بازه‌ی دوم مشکلی برای مسئله ایجاد نمی‌کند و شرط لازم و کافی برای اینکه بازه‌ای زیرمجموعه بازه‌ی دیگر باشد فقط و فقط این است که هرچه در بازه‌ی اول هست در بازه‌ی دوم نیز باشد.

ج) درست: تهی زیرمجموعه‌ی همه مجموعه‌هاست.

چ) درست: $\{1, 2\}$ فقط شامل دو عدد 1 و 2 است که در بازه‌ی بسته‌ی $[1, 2]$ نیز موجود است پس $\{1, 2\} \subset [1, 2]$

ح) نادرست: بازه نیم باز $[-\sqrt{5}, \sqrt{5})$ شامل عدد $\sqrt{5}$ نیست.



-۳

الف) $R - [0, 1) = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

ب) $R - (-1, 1) = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

-۴

الف) نامتناهی $A \cap B = [-3, 3]$

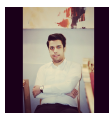
ب) نامتناهی $A \cup B = (-\infty, 5)$

پ) نامتناهی $B - C = (-\infty, 3)$

ت) نامتناهی $D \cup B = (-\infty, 5]$

ث) نامتناهی $D - B = (3, 5]$

ج) نامتناهی $B \cup C = (-\infty, +\infty) = R$



اگر M مجموعه مرجع باشد متمم مجموعه A را به صورت $M - A$ تعریف می‌کنیم و با A' نشان می‌دهیم.

الف) $A' = \{b, c, d\}$

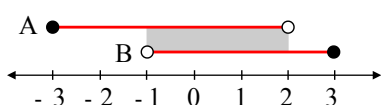
ب) $B' = \{a, d, e\}$

پ) $A \cap B' = \{a, e\} \cap \{a, d, e\} = \{a, e\}$

ت) $A' \cup B = \{b, c, d\} \cup \{b, c\} = \{b, c, d\}$

ث) $A - B' = \{a, e\} - \{a, d, e\} = \emptyset$

-۶



باتوجه به محور اعداد داریم:

$$A \cap B = (-1, 2) \Rightarrow (A \cap B)' = (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$$

-۷

$$A = \{\dots, -6, -5, -4\} \rightarrow A' = \{-3, -2, -1, 0, 1, \dots\}$$

مجموعه اعداد حسابی

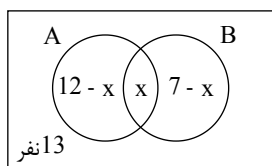
$$A' - B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{-3, -2, -1\} = \{0, 1, 2, \dots\} = W$$

۸- طبق رابطه‌ی تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$14 = 10 + n(B) - 3 \Rightarrow n(B) = 14 - 10 + 3 = 7$$

-۹



اگر کلاس نقاشی را A ، کلاس خط را B و تعداد افرادی که در هر دو کلاس شرکت کرده اند را

x فرض کنیم.

باتوجه به نمودار ون مقابل و اینکه ۱۳ نفر در هیچ یک از دو کلاس ثبت نام نکرده‌اند داریم:

$$n(A \cup B) = 17$$

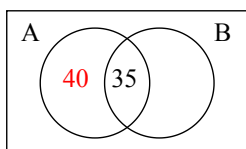
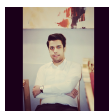
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$17 = 12 + 7 - n(A \cap B)$$

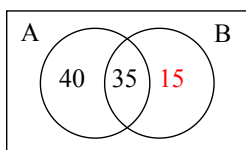
$$17 = 19 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

دو نفر در هر دو کلاس ثبت نام کرده‌اند.

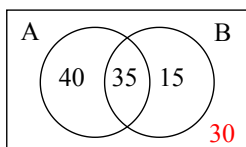
۱۰- باتوجه به نمودار ون داریم:



۱- از آنجا که $n(A) = 75$ است و $n(A \cap B) = 35$ نتیجه می‌گیریم که A ، ۴۰ عضو دارد که در $(A \cap B)$ نیست.



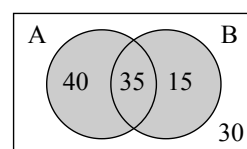
۲- با استدلال مشابه برای B داریم:



۳- از $40 + 35 + 15 = 90$ و $n(u) = 120$ نتیجه می‌گیریم ۳۰ عضو مجموعه‌ی مرجع در هیچ یک از مجموعه‌های A و B یا اکثرشان نیستند.

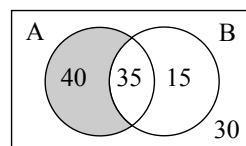
با توجه به نمودار ون:

الف) $n(A \cup B) = 90$



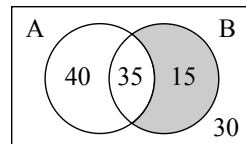
الف) $A \cup B$

ب) $n(A \cap B') = 40$



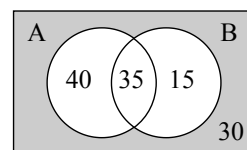
ب) $A \cap B'$

پ) $n(A' \cap B) = 15$



پ) $A' \cap B$

ت) $n(A' \cap B') = 30$



ت) $A' \cap B'$

- ۱۱

$$a_1 = 3 = 2 \times 1 + 1$$

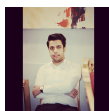
$$a_2 = 6 = 2 \times 2 + 2$$

$$a_3 = 9 = 2 \times 3 + 3$$

$$a_4 = 12 = 2 \times 4 + 4$$

$$a_n = 2 \times n + n = 2n + n \rightarrow a_{20} = 2 \times 20 + 20 = 60$$

- ۱۲



$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4 = 3 \times 2 - 2$$

$$a_3 = 7 = 3 \times 3 - 2$$

$$a_4 = 10 = 3 \times 4 - 2$$

$$a_n = 3 \times n - 2 = 3n - 2$$

دوازدهمین شکل

$$a_n = 3n - 2 \Rightarrow 34 = 3x - 2 \Rightarrow 36 = 3x \Rightarrow x = 12$$

۱۳- جمله ی عمومی دنباله الگوی خطی به فرم $a_x + b$ می باشد

$$t_n = an + b \rightarrow \begin{cases} 5a + b = 23 \\ 7a + b = 31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5a - b = -23 \\ 7a + b = 31 \end{cases}$$

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$7a + b = 31 \Rightarrow 7 \times 4 + b = 31 \Rightarrow 28 + b = 31 \Rightarrow b = 3$$

جمله عمومی $a_n = 4n + 3$

۱۴-

الف) $a_1 = 3 \times 1 - 1 = 2$

$$a_2 = 3 \times 2 - 1 = 5$$

$$a_3 = 3 \times 3 - 1 = 8$$

باتوجه به درجه یک بودن جمله ی عمومی، الگو خطی است $a_n = 3n - 1$

ب) $a_1 = 1^2 + 3 \times 1 = 4$

$$a_2 = 2^2 + 3 \times 2 = 10$$

$$a_3 = 3^2 + 3 \times 3 = 18$$

$$a_4 = 4^2 + 3 \times 4 = 28$$

$$a_n = n^2 + 3n$$

باتوجه به درجه دو بودن جمله عمومی، الگو غیر خطی است.

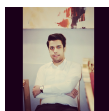
۱۵-

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت: d ، جمله ی اول دنباله: a_1

$$\begin{cases} a_{11} = a_1 + 10d = 25 \\ a_{17} = a_1 + 16d = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 10d = -25 \\ a_1 + 16d = 37 \end{cases}$$



$$6d = 12 \Rightarrow d = 2$$

$$a_1 + 10 \times 2 = 25 \Rightarrow a_1 + 20 = 25 \Rightarrow a_1 = 5$$

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 2$$

$$a_n = 5 + 2n - 2 = 2n + 3$$

-۱۶

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت : d , جمله ی اول دنباله : a_1

$$12, \dots, \dots, \dots, \dots, 52$$

$$a_1$$

$$a_6$$

$$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow 52 = 12 + 5d \Rightarrow 40 = 5d \Rightarrow d = 8$$

$$12, 20, 28, 36, 44, 52$$

-۱۷

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت : d , جمله ی اول دنباله : a_1

$$32, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, 68$$

$$a_1$$

$$a_5$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$68 = 32 + 4d \Rightarrow 4d = 36 \Rightarrow d = 9$$

$$32, 41, 50, 59, 68$$

-۱۸

جمله عمومی دنباله هندسی

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

قدر نسبت : r , جمله اول دنباله : a_1

$$12, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, 192$$

$$a_1$$

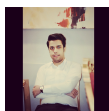
$$a_5$$

$$a_1 = 12$$

$$a_5 = a_1 r^4 = 192$$

$$12 \times r^4 = 192$$

$$r^4 = \frac{192}{12} = 16$$



$$\Rightarrow \begin{cases} r = 2 \Rightarrow 12, 24, 48, 96, 192 \\ r = -2 \Rightarrow 12, -24, 48, -96, 192 \end{cases}$$

-۱۹

جمله عمومی دنباله هندسی

$$a_n = a_1 a^{n-1}$$

قدر نسبت: q , جمله اول دنباله: a_1

$$a_1 = 1 \quad d = 0 \quad \text{حسابی}$$

$$a_1 = 1 \quad q = 1 \quad \text{هندسی}$$

دنباله مثبت $1, 1, 1, 1, \dots$

-۲۰

یک دنباله ی هندسی با $t_1 = 3$ و $q = 3$ داریم.

$$t_n = t_1 q^{n-1} \Rightarrow a_{10} = 3 \times 3^9 = 3^{10}$$

$$3 \times 3^2 \times 3^3 \times \dots \times 3^{10} = 3^{55}$$

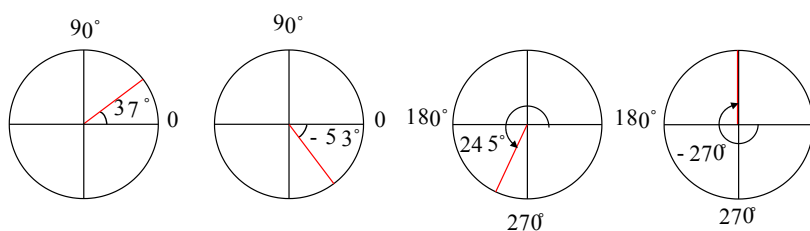
توجه کنید مجموع توان ها برابر ۵۵ است، زیرا:

می دانیم:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

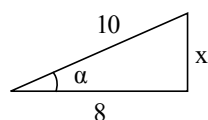
$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

-۲۱



-۲۲

باتوجه به شکل مقابل داریم:



$$\cos \alpha = \frac{8}{10}$$

برای بدست آوردن ارتفاع مثلث، از رابطه ی فیثاغورس استفاده می کنیم:

$$100 = 64 + x^2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = 24$$



پ (۶۰°)

ب (۳۰°)

۲۳- الف (۴۵°)

-۲۴

$$\frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \theta$$

↓
زاویه بین AB و AC

$$\hat{\theta} = \hat{A} = 30^\circ$$

$$\sin \theta = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{15}{4}$$

-۲۵

الف

$$2\left(\frac{1}{4}\right) + 4\left(\frac{3}{4}\right) - 2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{2} = 3$$

ب

$$\frac{\sqrt{3} \times 1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

پ

$$\frac{3\left(\frac{1}{4}\right) - 2(1)}{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4} - 2}{1} = \frac{3 - 8}{4} = \frac{-5}{4}$$

ت

$$\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 0 \times \left(\frac{2}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

ث

$$(4) - (3) + 3(1) - (1) = 3$$

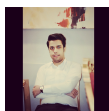
ج

$$1 - 2(1)\left(\frac{2}{4} + 0\right) = 0$$

۲۶- برای نوشتن معادله خط، یکی از راه‌ها در دست داشتن شیب خط و یک نقطه از خط است :

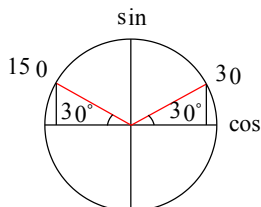
$$A = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix} \text{ شیب } = m = \tan 45^\circ = 1$$

$$y = mx + b$$



$$m=1 \quad \left| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \right. \\ \rightarrow y = x + b \rightarrow 3 = 2 + b \Rightarrow b = 1 \rightarrow y = x + 1 \\ \xrightarrow{x=4} y = 4 + 1 = 5 \quad (4, 5)$$

۲۷- $m = \tan \alpha$ با توجه به دایره ی مثلثاتی، در رابطه با زاویه ی 15° داریم:



$$180 - 30 = 150$$

$$\sin 150 = \sin 30$$

$$\cos 150 = -\cos 30$$

$$m = \tan 150 = \frac{\sin 150}{\cos 150} = \frac{\sin 30}{-\cos 30} = -\tan 30 = \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

$$y = \frac{-\sqrt{3}x}{3} + b \xrightarrow{(-3,0)} 0 = \frac{-\sqrt{3}}{3} \times (-3) + b \Rightarrow 0 = \sqrt{3} + b \Rightarrow b = -\sqrt{3} \\ \Rightarrow y = \frac{-\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$$

-۲۸

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cot^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = 25$$

۲۹-

الف

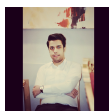
$$\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 2 \tan \theta \left(\frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \right) = 2 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \cos^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

ب

$$\frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \sin \theta = \tan \theta \cdot \sin \theta$$

پ

$$\frac{\sin^2 x}{1 - \sin x} + \frac{\sin^2 x}{1 + \sin x} = \frac{\sin^2 x (1 + \sin x) + \sin^2 x (1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$



$$= \frac{\sin^2 x + \cancel{\sin^2 x} + \sin^2 x - \cancel{\sin^2 x}}{1 - \sin^2 x} = \frac{2 \sin^2 x}{\cos^2 x} = 2 \tan^2 x$$

ت

$$1 - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha - 1 + \sin^2 \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

$$\frac{\sin(1 + \sin \alpha)}{1 + \sin \alpha} = \sin \alpha$$

-۳۰

عددی بین ۵ و ۶ : $\sqrt{30} > 6 > \sqrt{36} \rightarrow 5 > \sqrt{30} > 6$: $\sqrt{30} : \sqrt{25} > \sqrt{30} > \sqrt{36}$

(الف)

ت) $\sqrt[3]{8} = 2$ عددی بین ۶ و ۷ -

ب) $-\sqrt{37}$: عددی بین ۹ و ۱۰ -

ج) $\sqrt[3]{30} : 4$ و ۳ عددی بین ۳ و ۴ -

ث) $\sqrt[3]{-8} = -2$ عددی بین ۵ و ۶ -

پ) $\sqrt{15}$: عددی بین ۱ و ۲ -

چ) $\sqrt[3]{-27} = -3$ عددی بین ۶ و ۷ -

ح) $\sqrt[4]{256} = 4$ عددی بین ۱۶ و ۱۷ -

ذ) $\sqrt[3]{1} = 1$ عددی بین ۱ و ۲ -

ز) $\sqrt{1} = 1$ عددی بین ۱ و ۲ -

ژ) $\sqrt[3]{-1} = -1$ عددی بین ۱ و ۲ -

(۳۱-الف) $a:3 \quad b:4 \quad c:5 \quad d:4$

اعداد مثبت بزرگتر از یک هر چه زیر رادیکال با فرجه‌ی بزرگتری قرار بگیرند (ریشه بزرگتر)، عدد کوچکتری حاصل می‌کنند.

و همچنین، دو ریشه چهارم قرینه یکدیگر دارند.

(ب) $a:5 \quad b:4 \quad c:3 \quad d:4$

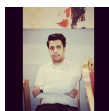
اعداد مثبت بین صفر و یک، هرچه رادیکال با فرجه‌ی بزرگتری از آنها بگیریم (ریشه بزرگتر) عددی بزرگتر حاصل می‌شود.

و همچنین، دو ریشه چهارم قرینه یکدیگر دارند.

(پ) $a:3 \quad b:5$

اعداد بین صفر و منفی یک، هرچه زیر رادیکال با فرجه‌ی فرد بزرگتری قرار بگیرند (ریشه بزرگتر) عدد کوچکتری حاصل می‌کنند.

فصل ۱-۲-۳-۴-۵ (ج)



و در اعداد منفی هرچه به سمت چپ روی محور حرکت کنیم، عدد کوچکتر می‌شود. ضمن اینکه اعداد منفی، تنها ریشه‌های فرد دارند.

$$(ت) \quad a : 5 \quad b : 3$$

اعداد منفی کوچکتر از منفی یک هرچه رادیکال با فرجه‌ی بزرگتری از آنها بگیریم (ریشه بزرگتر)، عدد بزرگتری حاصل می‌کنند.

با توجه به اینکه هرچه روی محور اعداد منفی به سمت چپ حرکت کنیم عدد ما کوچکتر می‌شود و اعداد منفی تنها ریشه‌های فرد دارند.

$$(۳۲-الف) \quad 256, -4$$

$$4^4 = 256 \rightarrow \sqrt[4]{256} = 4$$

$$-\sqrt[4]{256} = -4$$

(ب) ۲

$$\sqrt[4]{81} = 3 \rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 - 7 = 9 - 7 = 2$$

-۳۳

$$(الف) \quad (-0,1)^5 < (-0,1)^4 \quad (ب) \quad \sqrt[4]{0,0001} = 0,1$$

$$(پ) \quad (3,2)^2 < (3,2)^3 \quad (ت) \quad (-2)^3 > (-2)^5$$

$$(ث) \quad (-1,1)^4 = (1,1)^4 \quad (ج) \quad (-2)^5 > (-2)^7$$

$$(چ) \quad 2^3 < 3^2 \quad (ح) \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\sqrt[5]{(-a)^5} = -a \quad (ب) \text{ نادرست:}$$

(۳۴-الف) درست

(ت) درست

$$\sqrt[4]{(-a)^4} = \sqrt[4]{a^4} = |a| = a \quad (پ) \text{ نادرست:}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

(۳۵-الف) نادرست:

$$\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2 \neq -2 \quad \text{برای مثال:}$$

(ب) درست

$$\sqrt{4} + \sqrt{4} = 2 + 2 = 4 \neq \sqrt{8}$$

(ج) نادرست: برای مثال:

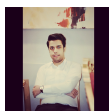
$$\sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1 \neq \sqrt{5}$$

(د) نادرست: برای مثال:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0 \quad (۳۶-)$$

$$\frac{4}{3^5} \square \frac{3}{3^4} \xrightarrow{\text{طرفین}} 3^{16} \square 3^{15} \rightarrow 3^{16} > 3^{15}$$

به توان ۲۰



$$\text{ب) } 3^{\frac{2}{3}} \square 2^{\frac{3}{2}} \xrightarrow[\text{به توان 6}]{\text{طرفین}} 3^4 \square 2^9 \rightarrow 81 < 512$$

$$\text{ج) } (0.1)^{\frac{2}{3}} \square 0.1^{\frac{4}{5}} \xrightarrow[\text{به توان 15}]{\text{طرفین}} (0.1)^{10} \square (0.1)^{12} \rightarrow (0.1)^{10} > (0.1)^{12}$$

اعداد بین صفر و یک هرچه به توان بزرگتری برسند، کوچک تر می شوند.

-۳۷

$$a, b \geq 0$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{|a|} \times \sqrt{|b|}$$

$$\text{الف) } 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8}$$

$$\text{ب) } 5\sqrt{3} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$$

$$\text{ج) } 2\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8 \times 4} = \sqrt[3]{32}$$

$$\text{د) } 3\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27 \times 3} = \sqrt[3]{81}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$n \geq 2, a \geq 0$$

-۳۸

$$\text{الف) } 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2}$$

$$\text{ب) } 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$$

$$\text{ج) } (-2)^{\frac{1}{2}}$$

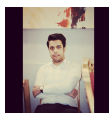
از آنجایی که پایه منفی است (-2) نمی توان $(-2)^{\frac{1}{2}}$ را به صورت رادیکالی نوشت.

$$\text{د) } (-3)^{\frac{1}{3}}$$

از آنجایی که پایه منفی است (-3) نمی توان $(-3)^{\frac{1}{3}}$ را به صورت رادیکالی نوشت.

$$(-3)^{\frac{1}{3}} \neq \sqrt[3]{-3}$$

-۳۹



$$\sqrt[n]{m\sqrt{a}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}} = mn\sqrt{a}$$

$$\text{الف)} \sqrt[2]{\sqrt[3]{2^6}} = \sqrt[2]{2^2} = \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{ب)} \sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt{\sqrt{2^8}} = \sqrt{2^4} = \left(2^{\frac{4}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{4}{2} \times \frac{1}{2}} = 2^1 = 2$$

$$\text{ج)} \sqrt[4]{\sqrt[3]{2048}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{2^{11}}} = \sqrt[4]{2^{\frac{11}{3}}} = \left(2^{\frac{11}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{11}{3} \times \frac{1}{4}} = 2^{\frac{11}{12}} = \sqrt[12]{2^{11}}$$

راه دوم: تمام فرجه ها را در هم ضرب کرده و به صورت یک رادیکال می نویسیم:

$$\text{الف)} \sqrt[2]{\sqrt[3]{2^6}} = \sqrt[6]{2^6} = 2^{\frac{6}{6}} = 2^1 = 2 = \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$$

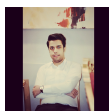
$$\text{ب)} \sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{2^8} = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$$

$$\text{ج)} \sqrt[4]{\sqrt[3]{2048}} = \sqrt[12]{2048} = \sqrt[12]{2^{11}}$$

$$\left. \begin{aligned} a^{\frac{1}{n}} &= \sqrt[n]{a} \\ n &\geq 2, a \geq 0 \end{aligned} \right\} - 40$$

از داخلی ترین شروع می کنیم و با تبدیل به رادیکال ها به توان و ضرب توان ها ادامه می دهیم:

$$\begin{aligned} \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{2}}}} &= \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{2} \times 2^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{2^{\frac{3}{2}}}}} \\ &= \sqrt[2]{\sqrt[2]{2 \times \left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{2 \times 2^{\frac{3}{4}}}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{2^{\frac{7}{4}}}} = \end{aligned}$$



$$\sqrt{2 \times \left(2^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2 \times 2^{\frac{7}{4}}} = \sqrt{2^{\frac{15}{4}}} = 2^{\frac{15}{16}} = \sqrt[16]{2^{15}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad -41$$

$a \geq 0, m, n \in N$

ابتدا منفی را از زیر رادیکال خارج می کنیم:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{-3\sqrt{3}} &= -\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = -\sqrt[3]{3 \times 3^{\frac{1}{2}}} = -\sqrt[3]{3^{\frac{4}{2}}} \\ &= -\left(3^{\frac{4}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = -\left(3^{\frac{4}{3}}\right) = -\sqrt[9]{3^4} = -\sqrt[9]{81} \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad -42$$

n فرد

$$5\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5^3} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5^3 \times 3} = \sqrt[3]{375}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad -43$$

$a \geq 0, m, n \in N$

$$\begin{aligned} \sqrt[2]{3} &= 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[4]{9} \\ \sqrt[2]{3} &= 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{4}{8}} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt[8]{81} \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[kn]{a^{km}} \quad -44$$

$a \geq 0, m, n, k \in N$

$$\sqrt{3} \times \sqrt[3]{2} = 3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{6}} \times 2^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{3^2} \times \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{3^2 \times 2^2} = \sqrt[6]{27 \times 4} = \sqrt[6]{108}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[kn]{a^{km}} \quad -45$$

$a \geq 0, n, m, k \in N$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[2]{2} &= 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8} \\ \sqrt[3]{5} &= 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt[6]{8} < \sqrt[6]{25} \Rightarrow \sqrt{2} < \sqrt[3]{5}$$

(الف)



$$\left. \begin{aligned} \text{ب) } \sqrt[4]{8} &= 8^{\frac{1}{4}} = 8^{\frac{3}{12}} = \sqrt[12]{8^3} = \sqrt[12]{512} \\ \sqrt[3]{6} &= 6^{\frac{1}{3}} = 6^{\frac{4}{12}} = \sqrt[12]{6^4} = \sqrt[12]{1296} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt[12]{512} < \sqrt[12]{1296} \Rightarrow \sqrt[4]{8} < \sqrt[3]{6}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{پ) } \sqrt[4]{9} &= 9^{\frac{1}{4}} = 9^{\frac{5}{20}} = \sqrt[20]{9^5} = \sqrt[20]{59049} \\ \sqrt[5]{12} &= 12^{\frac{1}{5}} = 12^{\frac{4}{20}} = \sqrt[20]{12^4} = \sqrt[20]{20736} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt[20]{20736} < \sqrt[20]{59049} \Rightarrow \sqrt[5]{12} < \sqrt[4]{9}$$

-۴۶

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ (a+b)(a^2 - ab + b^2) &= a^3 + b^3 \\ (a-b)(a^2 + ab + b^2) &= a^3 - b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الف) } (2x - \frac{y}{2})^3 &\stackrel{a=2x}{\stackrel{b=\frac{y}{2}}{=}} (2x)^3 - 3(2x)^2(\frac{y}{2}) + 3(2x)(\frac{y}{2})^2 - (\frac{y}{2})^3 \\ &= 8x^3 - 3 \times 4x^2 \times \frac{y}{2} + 3 \times 2x \times \frac{y^2}{4} - \frac{y^3}{8} = 8x^3 - 6x^2y + \frac{3xy^2}{2} - \frac{y^3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } (3+2y)^3 &\stackrel{a=3}{\stackrel{b=2y}{=}} 3^3 + 3(3)^2(2y) + 3(3)(2y)^2 + (2y)^3 \\ &= 27 + 3 \times 9 \times 2y + 3 \times 3 \times 4y^2 + 8y^3 = 27 + 54y + 36y^2 + 8y^3 \end{aligned}$$

$$\text{پ) } (x+2)(x^2-2x+4) = x^3 + 8$$

$$\text{ت) } (x - \frac{1}{2})(x^2 + \frac{x}{2} + \frac{1}{4}) = x^3 - \frac{1}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{ث) } (x^2+2)(x^2+2x+4)(x^2-2)(x^2-2x+4) \\ = (x^2+2)(x^2-2x+4) \times (x^2-2)(x^2+2x+4) = (x^2+8) \times (x^2-8) \stackrel{\text{مزدوج}}{=} x^4 - 64 \end{aligned}$$

-۴۷



$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

الف) $x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$

ب) $x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$

پ) $x^2 - 5x - 14 = (x-7)(x+2)$

ت) $x^6 + 27 = (x^2)^3 + (3)^3 = (x^2+3)(x^4 - 3x^2 + 9)$

ث) $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

ج) $x^{12} - 1 = (x^6 - 1)(x^6 + 1) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$

$= (x-1)(x+1)(x^2 + x - 1)(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$

چ) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x)^3 - 3(x)^2 \times (2) + 3(x)(2^2) - (2)^3 = (x-2)^3$

-۴۸

$$x^3 + x^2 - x - 1 \stackrel{\text{فاکتور } x^2}{=} x^2(x+1) - (x+1) \stackrel{\text{فاکتور } x+1}{=} (x+1)(x^2 - 1)$$

$$= (x+1)(x+1)(x-1) = (x+1)^2(x-1)$$

-۴۹

الف) $x^3 + x^2 - 4x - 4 = x^2(x+1) - 4(x+1) = (x+1)(x^2 - 4)$

$= (x+1)(x-2)(x+2)$

ب) $a^5 - ab^4 = a(a^4 - b^4) = a(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

$= a(a^2 + b^2)(a-b)(a+b)$

پ) $a^3 - a^2b - ab^2 + b^3 = a^2(a-b) - b^2(a-b) = (a-b)(a^2 - b^2)$

$= (a-b)(a-b)(a+b) = (a-b)^2(a+b)$

ت) $2x^3 + 6x + 4 = 2x^3 + 2x + 4x + 4 = 2x(x+1) + 4(x+1)$

$= (2x+4)(x+1) = 2(x+2)(x+1)$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

-۵۰



$$\text{الف)} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} = \frac{\cancel{(x-3)} (x^2 + 3x + 9)}{\cancel{(x-3)} (x+3)} = \frac{x^2 + 3x + 9}{x+3}$$

$$\text{ب)} \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9} = \frac{x \cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)} (x-3)} = \frac{x}{x-3}$$

$$\text{پ)} \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} = \frac{\cancel{(a-b)} (a^2 + ab + b^2)}{\cancel{(a-b)} (a+b)} = \frac{a^2 + ab + b^2}{a+b}$$

$$\frac{(a+b)(a^3 - b^3)}{a^2 - b^2} = \frac{(a+b)(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} = \frac{\cancel{(a+b)} \cancel{(a-b)} (a^2 + b^2 + ab)}{\cancel{(a-b)} \cancel{(a+b)} (a^2 + b^2)}$$

ت)

$$= \frac{a^2 + b^2 + ab}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2} + \frac{ab}{a^2 + b^2} = 1 + \frac{ab}{a^2 + b^2}$$

-۵۱

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+1} + \frac{x-2}{x^2+1} &= \frac{x^2 - x + 1 + x - 2}{(x+1)(x^2 - x + 1)} = \frac{x^2 - 1}{(x+1)(x^2 - x + 1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x^2 - x + 1)} = \frac{(x-1)}{(x^2 - x + 1)} \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$ -۵۲

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{الف)} \frac{3}{\sqrt[5]{x^2}} \times \frac{\sqrt[5]{x^5}}{\sqrt[5]{x^5}} = \frac{3\sqrt[5]{x^5}}{\sqrt[5]{x^2 \times x^5}} = \frac{3\sqrt[5]{x^5}}{\sqrt[5]{x^7}} = \frac{3\sqrt[5]{x^5}}{x}$$

$$\text{ب)} \frac{2x^3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{2x^3(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = 2x^3(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$



$$\text{پ)} \frac{x^4}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{2x} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{2x} + \sqrt[3]{4}} = \frac{x^4 (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{2x} + \sqrt[3]{4})}{x - 2}$$

-۵۳

الف

$$\frac{(\cancel{x-2}) (\cancel{x-3})}{(\cancel{x-6}) (x+1)} \times \frac{(\cancel{x-6}) (\cancel{x+2})}{(\cancel{x-3}) (\cancel{x-4})} \times \frac{x(\cancel{x-4})}{(\cancel{x-2}) (\cancel{x+2})} = \frac{x}{x+1}$$

ب

$$\frac{4(\cancel{a+3b})}{4(a-3b)} \times \frac{3(2a-b)}{5(\cancel{a+3b})} = \frac{3(2a-b)}{5(a-3b)}$$

پ

$$\frac{(\cancel{x+3}) (x+4)}{(x-3)(\cancel{x+3})} \times \frac{2(\cancel{x+4})}{(\cancel{x+4})^2} = \frac{2}{x-3}$$

ت

$$\frac{xy^2(3x+2y)}{(\cancel{3x-2y}) (\cancel{3x+2y})} \times \frac{3x(3x-2y)}{\cancel{12x^2y}} = \frac{y}{2}$$

-۵۴

الف

$$\frac{2}{(x-1)(x+1)} - \frac{x}{(x-1)(x-2)} = \frac{2(x-2) - x(x+1)}{(x-1)(x+1)(x-2)} = \frac{2x-4-x^2-x}{(x-1)(x+1)(x-2)} = \frac{-x^2+x-4}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

ب

$$\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x(x+1) + 3(x-1) - 4x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+x+3x-3-4x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2-1}{(x-1)(x+1)} = 1$$

پ



$$\frac{\cancel{a-b} (a+b)}{b \cancel{a-b}} - \frac{b(a-b)}{b^2} = \frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{b} = \frac{\cancel{a} + b - \cancel{a} + b}{b} = 2$$

ت

$$\begin{aligned} \frac{a+1}{a-1} + \frac{a+2}{a+3} - \frac{a+7}{a^2+2a-3} &= \frac{(a+1)(a+3) + (a-1)(a+2) - a-7}{(a-1)(a+3)} \\ &= \frac{a^2+4a+3+a^2+a-2-a-7}{(a-1)(a+3)} = \frac{2a^2+4a-6}{(a-1)(a+3)} \\ &= \frac{2(a^2+2a-3)}{(a-1)(a+3)} = \frac{2\cancel{a+3} \cancel{a-1}}{\cancel{a-1} \cancel{a+3}} = 2 \end{aligned}$$

-۵۵

$$\begin{aligned} \sqrt{7+4\sqrt{3}} &= \sqrt{4+3+4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3}} \\ \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} &= |2+\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3} \end{aligned}$$

-۵۶

الف) $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$

ب) $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \Rightarrow x = 4 \\ x+4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$

پ) $x^2 + 4x - 21 = 0 \Rightarrow (x+7)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+7 = 0 \Rightarrow x = -7 \\ x-3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$

ت) $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$$\begin{aligned} x^2 &= a \\ x &= \pm\sqrt{a} \end{aligned}$$

-۵۷

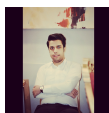
الف) $3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

ب) $4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

پ) $t^2 + 1 = 0 \Rightarrow t^2 = -1 \Rightarrow$ (همواره $t^2 \geq 0$) معادله جواب ندارد

ت) $(a-2)^2 = 0 \Rightarrow (a-2) = 0 \Rightarrow a = 2$

ث) $(x+3)^2 = 16 \Rightarrow x+3 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 4-3 = 1 \Rightarrow x = 1 \\ x = -4-3 = -7 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$



$$\text{ج) } (x-3)^2 = 5 \Rightarrow x-3 = \pm\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} + 3 \Rightarrow x = 3 + \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} + 3 \Rightarrow x = 3 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

-۵۸

$$\text{الف) } x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 2(5)(x) + 24 = 0$$

طرفین $\pm$

$$\longrightarrow x^2 - 2(5)(x) + 24 + 1 = 1 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 1 \Rightarrow (x-5)^2 = 1$$

$$\Rightarrow x-5 = \pm 1 \begin{cases} x = 6 \\ x = 4 \end{cases}$$

طرفین $+4$

$$\text{ب) } x^2 + 4x = 1 \Rightarrow x^2 + 2(2)(x) = 1 \longrightarrow x^2 + 2(2)(x) + 4 = 1 + 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 5 \Rightarrow (x+2)^2 = 5 \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} - 2 \\ x = -\sqrt{5} - 2 \end{cases}$$

طرفین را با $\frac{9}{4}$ $+$

$$\text{پ) } x^2 + 3x = \frac{-5}{4} \Rightarrow x^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)x = \frac{-5}{4} \longrightarrow x^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)x + \frac{9}{4} = \frac{-5}{4} + \frac{9}{4}$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \frac{4}{4} \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 1 \Rightarrow x + \frac{3}{2} = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \\ x = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{ت) } x^2 - x + 1 = \frac{7}{4} \Rightarrow x^2 - (2)\left(\frac{1}{2}\right)x + 1 = \frac{7}{4}$$

طرفین $-\frac{3}{4}$

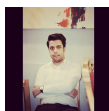
$$\longrightarrow x^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)x + 1 - \frac{3}{4} = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \Rightarrow x - \frac{1}{2} = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ x = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

-۵۹

$$\text{الف) } a = 3 \quad b = -5 \quad c = 7$$



$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4(3)(7)}}{2 \times 3} = \frac{5 \pm \sqrt{-59}}{6} \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$$

ب) $2x^2 + 3x - 5 - 8 = 0$

دقت کنید رابطه‌ی $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ برای معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ برقرار است.

بنابراین ابتدا معادله را استانداردسازی می‌کنیم:

$$2x^2 + 3x - 13 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -13 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(2)(-13) = 9 + 104 = 113$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{113}}{4}$$

پ) $4x^2 - 3x + 2 = 1 \rightarrow 4x^2 - 3x + 1 = 0$

$$\left. \begin{array}{l} a = 4 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = 9 - 4(4)(1) = 9 - 16 = -7 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{معادله جواب ندارد}$$

ت) $3x^2 - 3x + \frac{3}{4} = 0$

ریشه‌ی مضاعف

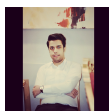
$$\left. \begin{array}{l} a = 3 \\ b = -3 \\ c = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta = 9 - 4(3)\left(\frac{3}{4}\right) = 9 - 9 = 0 \xrightarrow[\text{یک جواب}]{\Delta = 0} x_1 = x_2 = \frac{3}{2 \times 3} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow \text{دو جواب} \\ \Delta = 0 \rightarrow \text{یک جواب} \\ \Delta < 0 \rightarrow \text{بدون جواب} \end{cases} \quad -60$$

الف) $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(-13) = 16 + 52 = 68 > 0 \rightarrow$ دو جواب

ب) $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(2)(2) = 16 - 16 = 0 \rightarrow$ ریشه‌ی مضاعف ۱ جواب

ج) $\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(7)(1) = 4 - 28 = -24 < 0 \rightarrow$ بدون جواب



$$\text{الف) } (x-1)^2 = 4 \Rightarrow x-1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\Delta : x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-3) = 16$$

$$x_1, x_2 = \frac{+2 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\text{تجزیه: } x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

$$\text{ب) } x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 \\ x+3=0 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$$

$$\text{مربع کامل: } x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 2(1)(x) - 15 + 16 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 16 \Rightarrow (x-1)^2 = 16 \Rightarrow x-1 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1=4 \Rightarrow x=5 \\ x-1=-4 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$$

$$\Delta : x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-15) = 4 + 60 = 64$$

$$x_1, x_2 = \frac{2 \pm 8}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

۶۲- اگر $2x$ اولین عدد زوج باشد، $2x+4$ و $2x+2$ دو عدد زوج بعدی خواهند بود و داریم:

$$(2x)^2 + (2x+2)^2 + (2x+4)^2 = 4x^2 + (4x^2 + 8x + 4) + (4x^2 + 16x + 16) = 200$$

$$4x^2 + 4x^2 + 4x^2 + 8x + 16x + 4 + 16 = 200 \Rightarrow 12x^2 + 24x + 20 = 200$$

$$\div 4 \rightarrow 3x^2 + 6x + 5 = 50 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 45 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (x+5)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ غ.ق.} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 6 \\ 2x + 2 = 8 \\ 2x + 4 = 10 \end{cases}$$

حاصل جمع آن سه عدد $6 + 8 + 10 = 24$

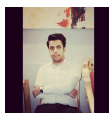
$$\begin{array}{|c|} \hline 2x-1 \\ \hline \end{array}$$

x

$$x(2x-1) = 3 \Rightarrow 2x^2 - x = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$$

-۶۳

با فرض مستطیل روبرو داریم:



غقق (عرض منفی نمی‌شود) $\begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ x - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \checkmark \end{cases}$

$$\rightarrow x^2 - \frac{x}{2} - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow (x + 1)(x - \frac{3}{2}) = 0$$

$$\text{طول} = 2x - 1 = 2 \times \frac{3}{2} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$\text{محیط} = 2 \times (\text{عرض} + \text{طول}) = 2(\frac{3}{2} + 2) = 3 + 4 = 7$$

$$\frac{\text{محیط}}{\text{طول}} = \frac{7}{2}$$

-۶۴

اکنون

سه سال بعد

$$\text{برادر بزرگتر: } x \rightarrow x + 3$$

$$\text{برادر کوچکتر: } x - 3 \rightarrow x$$

$$x(x + 3) = 270 \Rightarrow x^2 + 3x - 270 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(-270)}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{1089}}{2} = \frac{-3 \pm 33}{2} = \begin{cases} \frac{-36}{2} = -18 & \text{غقق} \\ \frac{30}{2} = 15 \end{cases}$$

$$\frac{x}{x - 3} = \frac{15}{11} = \frac{5}{4}$$

۶۵- هر نفر با همه افراد بجز خودش مبارزه می‌کند یعنی $n(n - 1)$ ؛ اما از آنجایی که هر مسابقه‌ای انجام شده بین دو نفر مشترک است پس در واقع ما به ازای هر نفر یک مسابقه را در نظر گرفته‌ایم در صورتیکه هر مسابقه بین دو نفر انجام می‌شود بنابراین رابطه‌ی بالا به شکل $\frac{n(n - 1)}{2}$ در می‌آید:

$$\frac{n(n - 1)}{2} = 36 \Rightarrow n^2 - n = 72$$

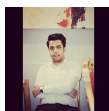
$$\Rightarrow n^2 - n - 72 = 0 \Rightarrow (n - 9)(n + 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -8 \end{cases} \text{ غقق}$$

$$(1 - \text{تعداد شرکت کننده}) \times \text{تعداد شرکت کننده} = \text{تعداد مبارزات}$$

-۶۶

در سهمی به فرم $y = ax^2 + bx + c$ ، رأس سهمی از رابطه‌ی $\begin{cases} \frac{-b}{2a} \\ f(\frac{-b}{2a}) \end{cases}$ بدست می‌آید و معادله‌ی محور تقارن

$$x = \frac{-b}{2a} \text{ است.}$$

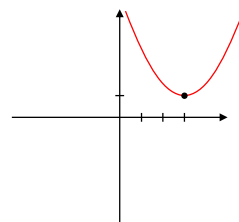


در سهمی به فرم $y = a(x - h)^2 + k$ ، رأس سهمی از رابطه‌ی $\left| \begin{matrix} h \\ k \end{matrix} \right|$ بدست می‌آید و معادله‌ی محور تقارن $x = h$ است.

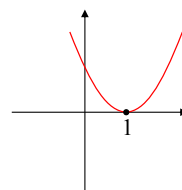
الف) رأس سهمی $(3, 1)$:

$$\left| \begin{matrix} \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2} = 3 \\ f(3) = 0^2 + 1 = 1 \end{matrix} \right.$$

$$y = (x - 3)^2 + 1 = x^2 + 9 - 6x + 1 = x^2 - 6x + 10$$



ب) $\left| \begin{matrix} \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \\ f(1) = 1 - 2 + 1 = 0 \end{matrix} \right.$



۶۷- با نوشتن معادله‌ی سهمی و جایگذاری نقطه‌ها در آن داریم:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$(0, 2) \rightarrow 2 = a \times 0 + b \times 0 + c \Rightarrow \boxed{c = 2}$

$(1, 2) \rightarrow 2 = a + b + 2 \Rightarrow \boxed{a + b = 0} \Rightarrow \boxed{a = -b}$

خط تقارن $x = \frac{-b}{2a} \xrightarrow{a=-b} x = \frac{-b}{2(-b)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$

-۶۸

$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0, 3)} 3 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow \boxed{c = 3}$

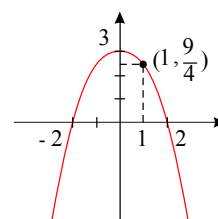
$(2, 0) \rightarrow 0 = a(2)^2 + b(2) + 3 \Rightarrow 4a + 2b + 3 = 0 \quad (I)$

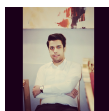
$(-2, 0) \rightarrow 0 = a(-2)^2 + b(-2) + 3 \Rightarrow 4a - 2b + 3 = 0 \quad (II)$

$I, II \rightarrow 4a + 2b + 3 = 4a - 2b + 3 \Rightarrow 2b = -2b \Rightarrow b = -b \Rightarrow \boxed{b = 0}$

$4a + 2b + 3 = 0 \xrightarrow{b=0} 4a + 3 = 0 \Rightarrow 4a = -3 \Rightarrow \boxed{a = \frac{-3}{4}}$

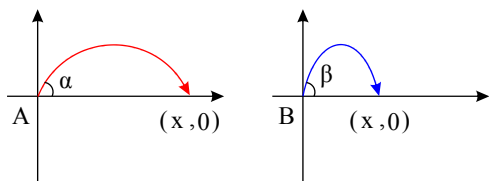
$y = \frac{-3}{4}x^2 + 3 \xrightarrow{x=1} y = \frac{-3}{4} + \frac{12}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \boxed{\left(1, \frac{9}{4}\right)}$





-۶۹

در شکل مقابل:



نیزه در $y = 0$ است، فرود می آید.

پس با محاسبه x هایی که بر حسب آنها y در دو معادله صفر می شود و مقایسه آنها با یکدیگر معلوم می شود کدام نیزه جلوتر است و برنده کیست.

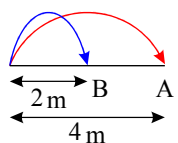
پس:

$$A: 0 = -x^2 + 3x + 4 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac} \Delta = 9 - 4(-1)(4) = 9 + 16 = 25$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{-3 \pm 5}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-8}{-2} = 4 \\ x_2 = \frac{2}{-2} = -1 \end{cases} \text{ غق ق}$$

$$B: 0 = -4x^2 + 6x + 4 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac} \Delta = 36 - 4(-4)(4) = 36 + 64 = 100$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{-8} = \frac{-6 \pm 10}{-8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-16}{-8} = 2 \\ x_2 = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ غق ق}$$



از آنجا که نیزه ی A ، ۴ متر و نیزه ی B ، ۲ متر رفته اند، برنده A است.

-۷۰

$$\text{الف) } (2x - 1)(3x + 2) \quad 2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

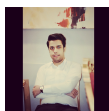
$$3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

x	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
$2x - 1$	-	+
$3x + 2$	+	-
$(2x - 1)(3x + 2)$	-	+

$$\text{ب) } (x - 1)^2 = (x - 1)(x - 1) \quad (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	1
$(x - 1)$	-
$(x - 1)$	-
$(x - 1)^2$	+

عبارت های دارای توان زوج همواره مثبت اند:



پ) $(x+1)^3 = (x+1)(x+1)^2$ $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

x	-1
$(x+1)$	- ○ +
$(x+1)^2$	+ ○ +
$(x+1)^3$	- ○ +

ت) $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$

x	-1	3
$x-3$	- ○ +	- ○ +
$x+1$	- ○ +	+ ○ +
x^2-2x-3	+ ○ -	- ○ +

الف) $\frac{-x+3}{2} = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \frac{-1}{2}x = \frac{-3}{2} \Rightarrow x=3$

-۷۱

x	3
$\frac{-x+3}{2}$	+ ○ -

ب) $\frac{-x+3}{-2} = \frac{-x}{-2} + \frac{3}{-2} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{3}{2} \rightarrow x=3$

x	3
$\frac{-x+3}{-2}$	- ○ +

پ) $-x^2 + 2x - 1 = -(x^2 - 2x + 1) = -(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$

x	1
$-(x-1)^2$	- ○ -

ت) $(1-x)^3 = (1-x)(1-x)^2 = 0 \Rightarrow x=1$

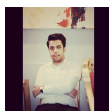
x	1
$1-x$	+ ○ -
$(1-x)^2$	+ ○ +
$(1-x)^3$	+ ○ -

$3x^2 + 7x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = 49 - 4(3)(-5) = 49 + 60 = 109$

الف)
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{109}}{6}$$

x	$\frac{-7-\sqrt{109}}{6}$	$\frac{-7+\sqrt{109}}{6}$
$3x^2+7x-5$	+ ○ -	- ○ +

ب) $2x^2 - 3x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(5) = 9 - 40 = -31$



◦ $\Delta < 0$: همواره موافق علامت a

x	y
$2x^2 - 3x + 5$	$+$

ج) $2x^2 - 4x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = 16 - 4(2)(2) = 16 - 16 = 0$

$$x_1 = x_2 = \frac{4}{4} = 1$$

◦ $\Delta = 0 \leftarrow$ ریشه‌ی مضاعف

x	1
$2x^2 - 4x + 2$	$- \quad 0 \quad +$

د) $x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = 16 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4$

$$x = \frac{4 \pm 2}{2} \begin{cases} \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

x	1	3
$x^2 - 4x + 3$	$+ \quad 0 \quad -$	$- \quad 0 \quad +$

الف) $-x^2 + 3x + 4 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4(-1)(4) = 9 + 16 = 25$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{-2} = \begin{cases} \frac{-3-5}{-2} = 4 \\ \frac{-3+5}{-2} = -1 \end{cases}$$

-۷۳

x	-1	4
$-x^2 + 3x + 4$	$- \quad 0 \quad +$	$+ \quad 0 \quad -$

ب) $-3x^2 + 4x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 16 - 4(-3)(-1) = 16 - 12 = 4$

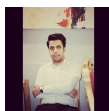
$$x = \frac{-4 \pm 2}{-6} = \begin{cases} \frac{-4+2}{-6} = 0 \\ \frac{-4-2}{-6} = \frac{-6}{-6} = 1 \end{cases}$$

x	0	$\frac{4}{3}$
$-3x^2 + 4x - 1$	$- \quad 0 \quad +$	$+ \quad 0 \quad -$

ج) $\frac{-x^2}{4} - 3x - 9 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4\left(\frac{-1}{4}\right)(-9) = 9 - 9 = 0$

$$x_1 = x_2 = \frac{3}{-\frac{1}{4}} = -12$$

◦ $\Delta = 0$: ریشه‌ی مضاعف



x	-6
$-\frac{x^2}{4} - 3x - 9$	+ o -

$$d) -x^2 + 3x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4(-1)(-5) = 9 - 20 = -11$$

$\Delta < 0$: عبارت همواره موافق علامت a

x	y
$-x^2 + 3x + 5$	-

۷۴- با تعیین علامت هر کدام و استفاده از قاعده ی ضرب، کل عبارت را تعیین علامت می کنیم.

$$x = 0, (2-x)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$-2x^2 - 3x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(-2)(5)$$

$$= 9 + 40 = 49 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+7}{-4} = \frac{10}{-4} = -2,5 \\ x = \frac{3-7}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1 \end{cases}$$

x	-2/5	0	1	2
x	-	- o +	+	+
$(2-x)^2$	+	+	+	+
$-2x^2 - 3x + 5$	- o +	+	o -	-
$\frac{x(2-x)^2}{-2x^2 - 3x + 5}$	+ ن ت -	o + ن ت -	+	o -

دقت کنید در ۱ و $-2,5$ که مخرج صفر می شوند، عبارت تعریف نشده است چرا که $\frac{\text{عدد}}{0}$ تعریف نشده است.

باتوجه به جدول تعیین علامت، عبارت در بازه ی $(-2,5, 0) \cup (1, +\infty)$ منفی است.

۷۵-

$$الف) 3x - 2 > 5x + 7 \Rightarrow -2 > 2x + 7 \Rightarrow 2x + 9 < 0 \Rightarrow 2x < -9$$

$$x < \frac{-9}{2} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{-9}{2})$$

$$ب) 2 - 3x \leq -3 + 7x \Rightarrow 5 \leq 10x \Rightarrow 2 \leq x \quad x \in [2, +\infty)$$

۷۶- هر نامعادله را جداگانه حل می کنیم و از جواب ها اشتراک می گیریم.

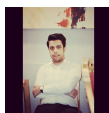
$$\left. \begin{aligned} 4x - 7 \leq 3x - 1 &\Rightarrow x \leq 6 \\ 3x - 1 < 2x + 5 &\Rightarrow x < 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (-\infty, 6] \cap (-\infty, 6) = (-\infty, 6)$$

۷۷- ابتدا همه ی عبارت را به یک طرف می بریم و ساده می کنیم:

$$\frac{2x-3}{x-1} \geq \frac{x}{x+1} \Rightarrow \frac{2x-3}{x-1} - \frac{x}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(2x-3)(x+1) - x(x-1)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 + 2x - 3x - 3 - x^2 + x}{x^2 - 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1} \geq 0$$

عبارت بدست آمده را تعیین علامت می کنیم:



$$x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{3}$
$x^2 - 3$	+ ○ -	-	-	- ○ +
$x^2 - 1$	+	+ ○ -	- ○ +	+
$\frac{x^2 - 3}{x^2}$	+ ○ -	- ○ +	- ○ +	+

باتوجه به جدول تعیین علامت، جواب نامعادله به صورت زیر است:

$$(-\infty, -\sqrt{3}] \cup (-1, 1) \cup [\sqrt{3}, +\infty)$$

۷۸- می دانیم عبارت $y = ax^2 + bx + c$ زمانی همواره مثبت است که $a > 0$ و $b^2 - 4ac < 0$ باشد باتوجه به این مطلب، داریم:

$$a = 1 > 0$$

$$\Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow m^2 - 4(1)(9) < 0 \Rightarrow m^2 - 36 < 0 \rightarrow m^2 - 36 = 0 \Rightarrow m^2 = 36$$

$$\Rightarrow m = \pm 6 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|cc} m & -6 & 6 \\ \hline m^2 - 36 & + \quad \circ \quad - & - \quad \circ \quad + \end{array} \Rightarrow -6 < m < 6$$

$$\begin{array}{l} |x| > a \rightarrow x < -a, x > a \\ |x| < a \rightarrow -a < x < a \end{array} \quad -79$$

$$\text{الف) } |x - 2| \leq 3 \xrightarrow{+2} -3 \leq x - 2 \leq 3 \xrightarrow{\text{طرفین}} -1 \leq x \leq 5$$

$$\text{ب) } |3x - 1| \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 1 \geq 1 \Rightarrow 3x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3} \\ 3x - 1 \leq -1 \Rightarrow 3x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow (-\infty, 0] \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$$

۸۰- می دانیم قدر مطلق همواره مثبت است پس امکان ندارد $|a| < b$ و $b < 0$ باشد. در نتیجه معادله ی فوق جواب ندارد.

۸۱- دقت کنید که همواره قدر مطلق عبارتی مثبت است پس در واقع عبارت $-3 < |x - 2|$ بی معناست و نباید به صورت اشتباه به صورت $\begin{cases} x - 2 > -3 \\ x - 2 < 3 \end{cases}$ نوشته شود چرا که در $|x| > a$ با شرط مثبت بودن a رابطه برقرار است.

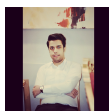
پس در واقع عبارت بالا به صورت $|x - 2| \leq 5$ در می آید که داریم:

$$|x - 2| \leq 5 \xrightarrow{+2} -5 \leq x - 2 \leq 5 \xrightarrow{+2} -3 \leq x \leq 7$$

$$|x| < a \rightarrow -a < x < a \quad -82$$

$$2 < x < 7 \xrightarrow{\text{به شکل}} 2 < x < 7 \xrightarrow{-\frac{9}{2}} 2 - \frac{9}{2} < x - \frac{9}{2} < 7 - \frac{9}{2}$$

می نویسیم $-a < x < a$



$$\Rightarrow \frac{4}{2} - \frac{9}{2} < x - \frac{9}{2} < \frac{14}{2} - \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{-5}{2} < x - \frac{9}{2} < \frac{5}{2} \rightarrow \boxed{\left| x - \frac{9}{2} \right| < \frac{5}{2}}$$

$$|x| \geq a \rightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases} \quad -83$$

$$[-\infty, -2] \sim x \leq -2, \quad [3, +\infty) \sim x \geq 3$$

$$\left. \begin{aligned} x \leq -2 &\xrightarrow{-\frac{1}{2}} x - \frac{1}{2} \leq \frac{-4}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{1}{2} \leq \frac{-5}{2} \\ x \geq 3 &\xrightarrow{-\frac{1}{2}} x - \frac{1}{2} \geq \frac{6}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow x - \frac{1}{2} \geq \frac{5}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{\left| x - \frac{1}{2} \right| \geq \frac{5}{2}}$$

-84

الف

$$x - 1, \quad x = -3, \quad x = 2$$

x	-3	-1	2
$(x-2)^{100}$	+	+	+
$(x+3)^{101}$	-	+	+
$(x+1)^{102}$	+	+	+
P	-	+	+

ب

$$x = \frac{1}{2}, \quad x = -1, \quad x = \frac{1}{3}$$

x	-1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$(1-2x)$	+	+	+
$3x^2 + 2x - 1$	+	-	+
P	+	-	+

$x^2 + 8$ همواره مثبت است پس می‌توانیم از آن صرف‌نظر کنیم.

پ

$$\begin{cases} -2x^2 + x - 1 = 0 \\ \Delta = 1 - 4(-2)(-1) < 0 \end{cases} \xrightarrow{a < 0} \text{همواره منفی است}$$

$$(x+1)^3 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\begin{cases} -x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 4(-1)(-6) = 1 \\ x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases}$$



$$x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -3$$

x	-3	-1	2	3
$-2x^2 + x - 1$	-	-	-	-
$(x+1)^3$	-	-	+	+
$-x^2 + 5x - 6$	-	-	-	+
$x^2 + 6x + 9$	+	+	+	+
P	-	-	+	-

-۸۵

الف

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} > 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	-1	1	2
$x^2 - 3x + 2$	+	+	-
$x + 1$	-	+	+
	-	+	-

مجموعه جواب: $(-1, 1) \cup (2, +\infty)$

ب

$$-1 < \frac{2x + 1}{3x - 1} < 2$$

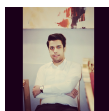
$$I \quad \begin{cases} \frac{2x+1}{3x-1} < 2 \Rightarrow \frac{2x+1-6x+2}{3x-1} < 0 \Rightarrow \frac{-4x+3}{3x-1} < 0 \\ II \quad \begin{cases} \frac{2x+1}{3x-1} > -1 \Rightarrow \frac{2x+1+3x-1}{3x-1} > 0 \Rightarrow \frac{5x}{3x-1} > 0 \end{cases} \end{cases}$$

I)

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$
$-4x + 3$	+	+
$3x - 1$	-	+
	-	+

$$\Rightarrow (-\infty, \frac{1}{3}) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$$

II)

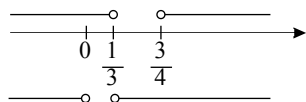


x	0	$\frac{1}{3}$	
5x	-	+	+
3x-1	-	-	+
	+	-	+

$$\Rightarrow (-\infty, 0) \cap (\frac{1}{3}, +\infty)$$

از دو بازه پاسخ I و II اشتراک می گیریم:

$$(-\infty, 0) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$$



پ

$$\frac{3x - 4 + x^2 - 8x - 10}{3x - 4} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - 5x - 14}{3x - 4} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x - 7)(x + 2)}{3x - 4} \leq 0$$

x	-2	$\frac{4}{3}$	7	
x-7	-	-	-	+
x+2	-	+	+	+
3x-4	-	-	+	+
	-	+	-	+

$$\text{مجموعه جواب: } (-\infty, -2] \cup (\frac{4}{3}, 7]$$

ت

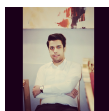
$$2x - 5 \geq 1 \Rightarrow 2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3$$

$$2(\frac{x}{2} + 3 \leq 7) \Rightarrow x + 6 \leq 14 \Rightarrow x \leq 8 \quad \cap \quad [3, 8]$$

۸۶-الف) تابع است؛ زیرا طبق تعریف از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شده: دقت کنید در تابع بودن یا نبودن، ورود پیکان به اعضای B ، هیچ تأثیری ندارد، برای مثال ممکن است به یکی از اعضای B ، یک پیکان یا بیش از یک پیکان وارد شود یا ممکن است اصلاً پیکانی وارد نشود که در هر سه حالت گفته شده، نمودار پیکانی مورد نظر، می تواند تابع باشد یا نباشد و ارتباطی به B ندارد.

ب) تابع نیست؛ زیرا از d پیکانی خارج نشده و طبق تعریف، یک تابع از A به B رابطه ای بین A و B است که در آن به هر عضو A ، دقیقاً یک عضو B نسبت داده شود.

پ) تابع نیست؛ چون از دو عضو b و c بیش از یک پیکان خارج شده و طبق تعریف، یک تابع از A به B رابطه ای بین A



و B است که در آن به هر عضو A ، دقیقاً یک عضو B نسبت داده شود.

۸۷- الف) تابع است: مؤلفه‌های اول تمام زوج مرتب‌ها با هم متفاوت است.

ب) تابع نیست: وجود دو زوج مرتب $(۱, ۲)$ و $(۱, ۳)$ ، دو زوج مرتب با مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت را نشان می‌دهد که رابطه را از تابع بودن خارج می‌کند.

پ) تابع است: دقت کنید زوج مرتب $(۱, ۱)$ و $(۲, ۲)$ تنها دو بار نوشته شده‌اند.

ت) تابع است: دقت کنید مؤلفه‌ی دوم زوج مرتب‌ها، تأثیری در تابع بودن یا نبودن رابطه ندارد.

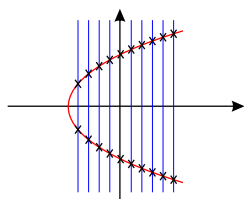
۸۸- الف) تابع است: هر عدد، توان سومش یکتاست.

ب) تابع نیست: هر عدد، دو ریشه چهارم قرینه یکدیگر دارد.

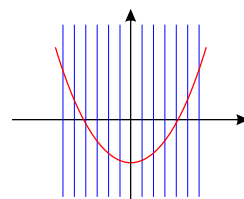
پ) تابع است: هر نفر، یک رنگ چشم بیشتر ندارد.

ت) تابع نیست: هر شخص می‌تواند به چند غذا علاقه داشته باشد.

۸۹- باتوجه به تعریف، برای اینکه یک نمودار، تابع باشد باید به ازای هر x ، فقط و فقط یک y موجود باشد یا به عبارت دیگر، خطوط موازی با محور y ‌ها، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع نکنند.



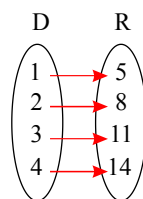
ب) تابع نیست:



الف) تابع است:

۹۰- با قرار دادن تک تک اعضاء دامنه در ضابطه، برد بدست می‌آید.

$$f(x) = 3x + 2 \begin{cases} x=1 \\ \rightarrow f(1) = 5 \\ x=2 \\ \rightarrow f(2) = 8 \\ x=3 \\ \rightarrow f(3) = 11 \\ x=4 \\ \rightarrow f(4) = 14 \end{cases} \Rightarrow \text{برد } R = \{5, 8, 11, 14\}$$



۹۱- الف) تابع نیست: ۱- از ۳ هیچ فلشی خارج نشده ۲- از صفر دو فلش خارج شده

ب) تابع است. $\text{برد} = \{۲, ۴, ۶\}$ $\text{دامنه} = \{۳, ۲, ۰, ۵, ۱\}$

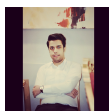
ج) تابع نیست: خطوط موازی محور y بیش از یک نقطه را روی نمودار قطع می‌کنند که نشان‌دهنده‌ی این است که به ازای یک x ، بیش از یک y داریم.

د) تابع است. $\text{برد} = \{-۱, ۰, ۱\}$ $\text{دامنه} = \{-۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴\}$

ه) تابع نیست: برخی زوج مرتب‌ها مؤلفه‌ی اول یکسان و مؤلفه‌ی دوم متفاوت دارند.

و) تابع است. $\text{برد} = \{۱, ۲\}$ $\text{دامنه} = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$

ز) تابع است. $\text{برد} = \mathbb{R}^+$ یا $[۰, +\infty)$ $\text{دامنه} = \mathbb{R}$



(ح) تابع است. $\text{برد} = (-a, a)$ دامنه $= \mathbb{R}$

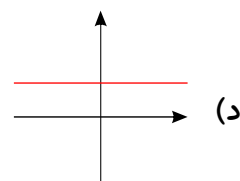
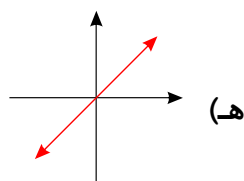
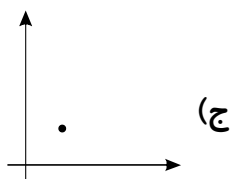
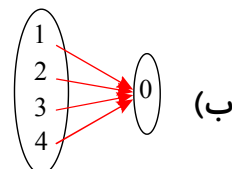
(ط) تابع نیست: خطوط موازی محور y نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می‌کنند.

(ی) تابع نیست: خطوط موازی محور y نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می‌کنند.

(ک) تابع است. $\text{برد} = \mathbb{R}$ دامنه $= \mathbb{R}$

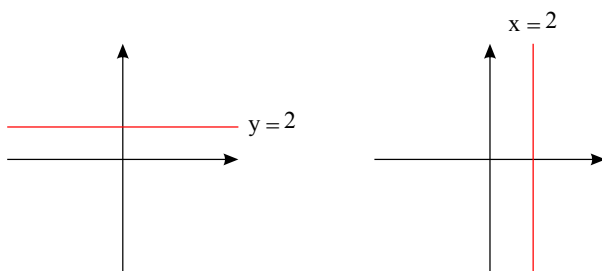
(ل) تابع است. $\text{برد} = \mathbb{R}$ دامنه $= \mathbb{R}$

۹۲- الف) $\{(1, 2)(2, 3)(3, 4)\}$



-۹۳

با رسم دو خط $y = 2$ و $x = 2$ داریم:



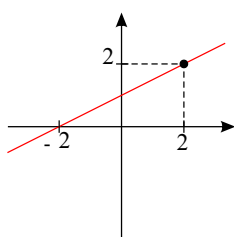
گفتیم نمودار توابع، خطوط موازی محور y ها را در حداکثر یک نقطه قطع می‌کنند که خطوط $y = k$ این ویژگی را دارند و خطوط $x = k$ ، خطوط موازی با محور y را در بی نهایت نقطه قطع می‌کنند.

۹۴- باتوجه به دو نقطه‌ی $(0, 1)$ و $(-2, 0)$:

$$y = ax + b \begin{cases} \xrightarrow{(0,1)} 1 = b \\ \xrightarrow{(-2,0)} 0 = -2a + 1 \Rightarrow -2a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

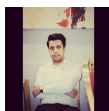
$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$\text{دامنه} = [-2, 2] \rightarrow \text{برد} = [0, 2]$$



$$y = \frac{2}{2} + 1 = 2 \quad (2, 2)$$

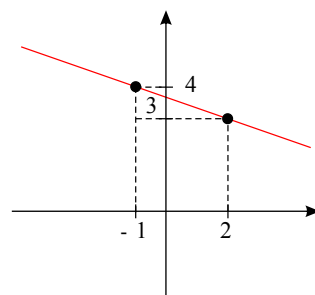
$$y = \frac{-2}{2} + 1 = 0 \quad (-2, 0)$$



۹۵- فرم کلی تابع خطی به شکل $y = ax + b$ است؛ باتوجه به سؤال داریم:

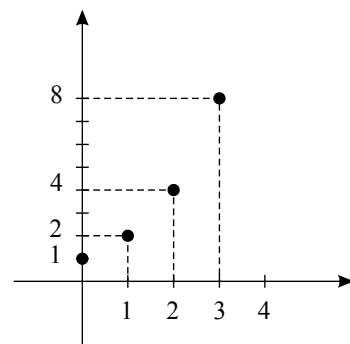
$$\begin{cases} f(-1) = 4 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = -a + b \\ 3 = 2a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 4 &= \frac{1}{3} + b \Rightarrow b = 4 - \frac{1}{3} = \frac{11}{3} \\ 1 &= -3a \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$



۹۶-

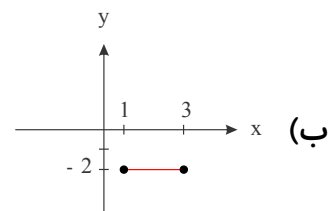
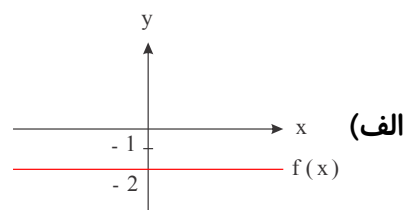
$$g(x) = \{(0, 1), (1, 2), (2, 4), (3, 8)\}$$



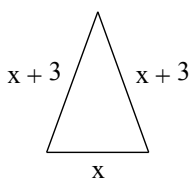
تابع $g(x)$ خطی نیست چرا که در معادله $y = ax + b$ صدق نمی‌کند و در حقیقت نقاط روی یک خط واحد قرار ندارند.

۹۷-

$$f(x) = -2 \begin{cases} f(-1) = -2 \\ f(2) = -2 \\ f(7) = -2 \\ f(-9) = -2 \end{cases}$$



۹۸-



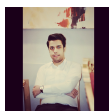
$$P = x + 3 + x + 3 + x = 3x + 6$$

$$P = 3x + 6$$

باتوجه به شکل قابل داریم:

فصل ۱-۲-۳-۴-۵ (ج)

۹۹-



$$\text{الف) } g(-2) = 3(-2) + 2 = -6 + 2 = -4$$

$$f(g(-2)) = f(-4) = \frac{-4}{2} - 1 = -2 - 1 = -3$$

$$\text{ب) } g\left(\frac{-2}{3}\right) = 3\left(\frac{-2}{3}\right) + 2 = -2 + 2 = 0$$

$$3g\left(\frac{-2}{3}\right) = 3 \times 0 = 0$$

$$f\left(3g\left(\frac{-2}{3}\right)\right) = f(0) = \frac{0}{2} - 1 = 0 - 1 = -1$$

$$\text{ج) } f(-2) = \frac{-2}{2} - 1 = -1 - 1 = -2$$

$$g(f(-2)) = g(-2) = 3(-2) + 2 = -6 + 2 = -4$$

$$\text{د) } f(-2) = \frac{-2}{2} - 1 = -1 - 1 = -2$$

$$3f(-2) = 3(-2) = -6$$

$$g(3f(-2)) = g(-6) = 3(-6) + 2 = -18 + 2 = -16$$

$$\frac{g(3f(-2))}{-8} = \frac{-16}{-8} = 2$$

۱۰۰ الف) تابع است. $\text{برد} = [0, 3)$ دامنه $= [-3, 2)$

ب) تابع است. $\text{برد} = [-2, 5)$ دامنه $= [-1, +\infty)$

ج) تابع است. $\text{برد} = [0, +\infty)$ دامنه $= \mathbb{R}$

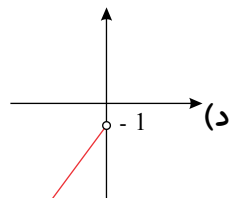
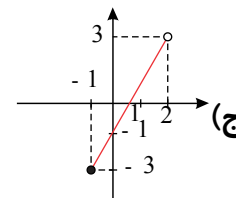
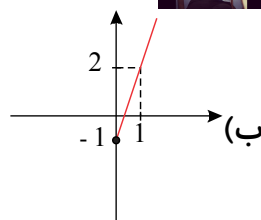
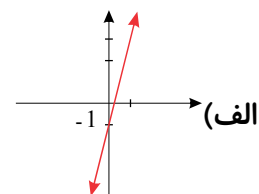
د) تابع نیست: خطوط موازی محور y ها، تابع را در بیش از یک نقطه قطع می‌کنند.

ه) تابع نیست: دقت کنید به دو نقطه‌ی $(0, 0)$ و $(0, -2)$

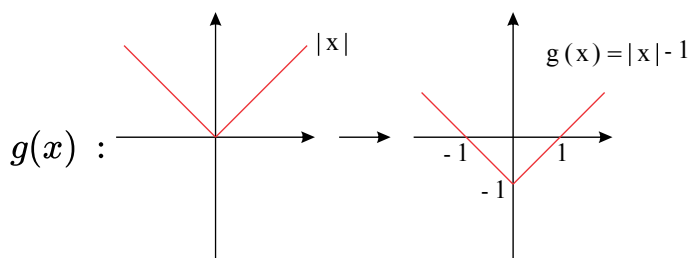
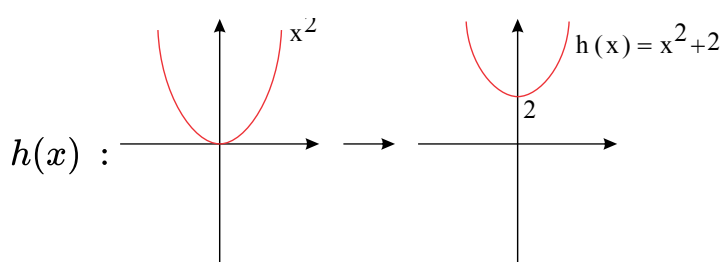
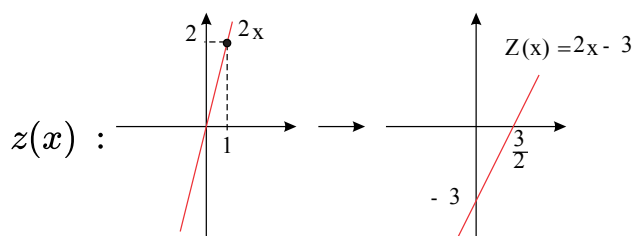
و) تابع است. $\text{برد} = [-1, 1]$ دامنه $= \mathbb{R}$

ز) تابع است. $\text{برد} = [-2, +\infty)$ دامنه $= \mathbb{R}$

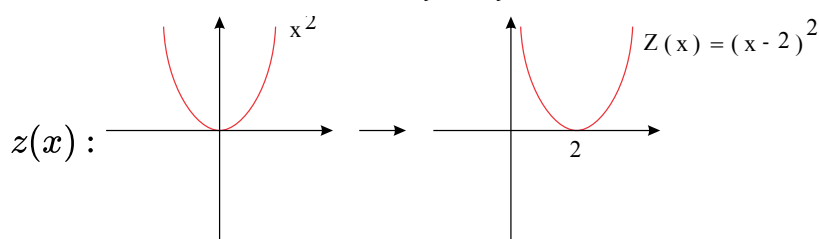
ح) تابع نیست: دقت کنید به دو نقطه‌ی $(-1, 1)$ و $(-1, -3)$

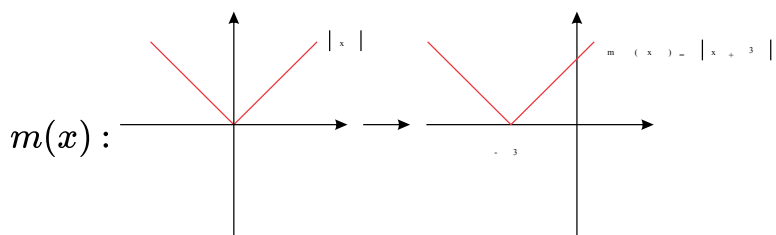
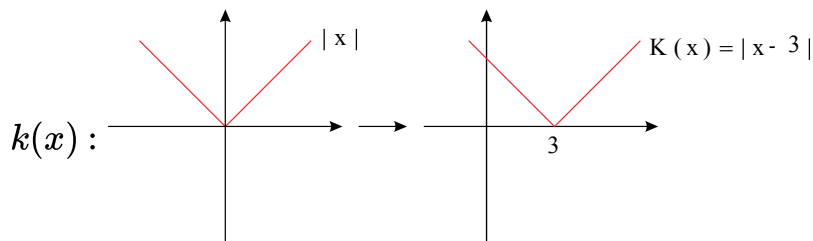
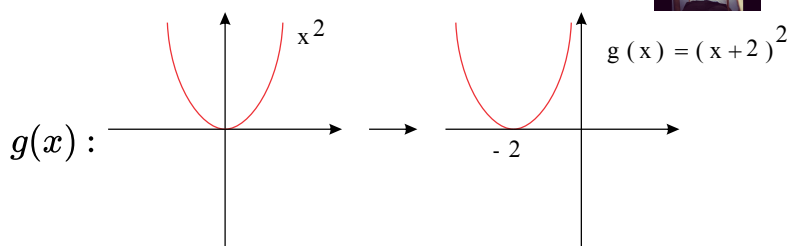


۱۰۲- ابتدا توابع $2x$ ، x^2 و $|x|$ را رسم می‌کنیم و سپس نمودار کلی $f(x) + k$ را با انتقال نمودار $f(x)$ به اندازه k واحد در امتداد محور y ها رسم می‌کنیم.

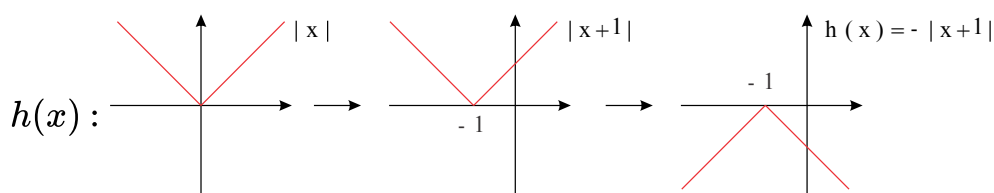
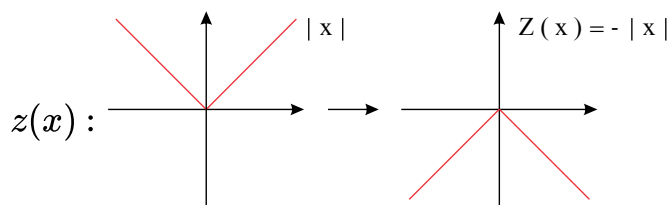
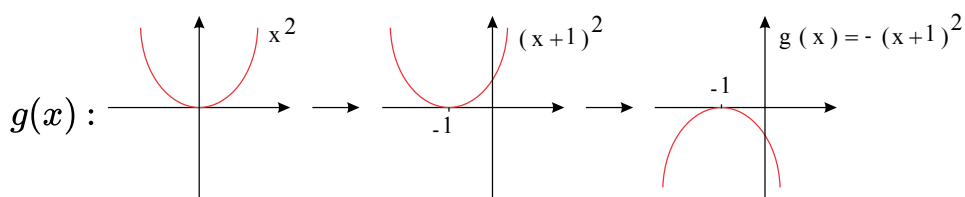
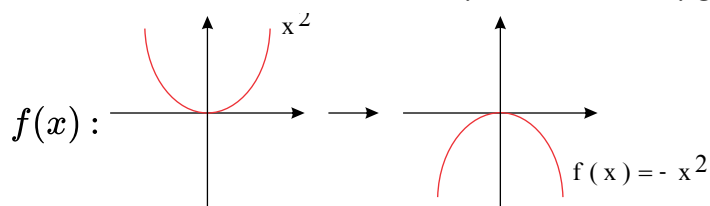


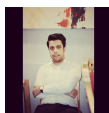
۱۰۳- برای رسم نمودار تابع $f(x + k)$ کافیه تابع $f(x)$ را k واحد در امتداد محور x ها انتقال دهیم که اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود.





۱۰۴- ابتدا این نکته را در نظر می گیریم که ترتیب اولویت در رسم توابع به این شکل است: ابتدا انتقال های افقی (داخل پراتنز / قدر مطلق) سپس قرینه کردن (در صورت وجود منفی پشت قدر مطلق / پراتنز) و در نهایت انتقال عمودی.





دامنه = $\mathbb{R}$	برد = $[0, +\infty)$
دامنه = $\mathbb{R}$	برد = $[0, +\infty)$
دامنه = $\mathbb{R}$	برد = $(-\infty, -1]$
دامنه = $\mathbb{R}$	برد = $(-\infty, 2]$
دامنه = $\mathbb{R}$	برد = $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

تابع الف نمودار c
تابع ب نمودار d
تابع ج نمودار a
تابع د نمودار e
تابع ه نمودار b

- ۱۰۶

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$(0, -3) : -3 = c$$

$$(1, -4) : a + b - 3 = -4 \Rightarrow a + b = -1 \Rightarrow 2a + 2b = -2$$

$$(2, -3) : 4a + 2b - 3 = -3 \Rightarrow 4a + 2b = 0$$

$$\begin{cases} 2a + 2b = -2 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases}$$

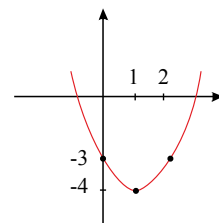
$$-2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

$$2a + 2b = -2 \Rightarrow 2 + 2b = -2 \Rightarrow 2b = -4 \Rightarrow b = -2$$

$$y = x^2 - 2x - 3$$

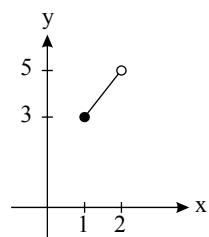
$$\text{دامنه} = \mathbb{R}$$

$$\text{برد} = [-4, +\infty)$$



- ۱۰۷

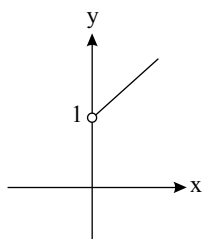
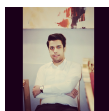
الف



ب

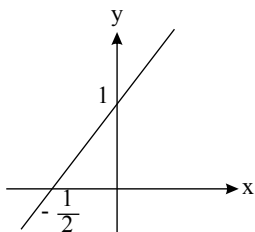
$$y = 2x + 1$$

$$y = 2x + 1$$



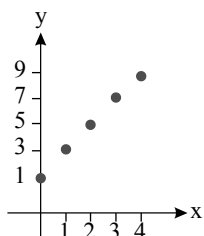
پ

$$y = 2x + 1$$



ت

$$y = 2x + 1$$



-۱۰۸

الف

$$\begin{cases} f(2) = -\frac{6}{5} + 2 = \frac{-6 + 10}{5} = \frac{4}{5} \\ -1 = -\frac{3}{5}x + 2 \rightarrow -3 = -\frac{3}{5}x \rightarrow x = \frac{-3 \times 5}{-3} = 5 \end{cases}$$

ب

$$\begin{cases} g(2) = \frac{8-1}{3} = \frac{7}{3} \\ -\frac{1}{3} = \frac{4x-1}{3} \rightarrow 4x-1 = -1 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

پ

$$\begin{cases} h(2) = 2(8) - 1 + 2 = 17 \\ h(0) = -1 \end{cases}$$

-۱۰۹

الف نادرست.



ب درست.

پ نادرست.

ت نادرست.

ث درست.

ج نادرست (برد این تابع اعداد مثبت بزرگتر یا مساوی ۳ است).

-۱۱۰

الف

$$f(-2) = 3 \quad f(7) = -4 \quad f(5) = -2$$

$$\frac{3 + (-4)}{2(-2)} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

ب

$$f(5) = -2 \quad f(7) = -4 \quad f(3) = 1$$

$$\frac{4 - 1}{-4 - 1} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

پ

$$f(-2) = 3 \quad f(5) = -2 \quad f(3) = 1 \quad f(7) = -4$$

$$\frac{f(3) - f(-2)}{1 - 3(-4)} = \frac{1 - 3}{1 + 12} = \frac{-2}{13}$$

-۱۱۱

$$D = [-2, 1) \cup [1, +\infty) = [-2, +\infty)$$

$$R = [-1, 0] \cup [3, +\infty)$$