



درس اول: مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن

بسیاری از پدیده‌های پیرامون ما به نوعی با هم ارتباط دارند. یک نوع خاص از این ارتباط وجود دارد که به آن تابع می‌گوییم.

مثلا نمره‌ای که به یک دانش آموز در یک زمان معین و به یک درس معین تعلق می‌گیرد.

(غیر ممکن است که چندین نمره در یک زمان، به یک درس تعلق گیرد).

مثال: دوست دارم خیلی سریع، بگین کدام یک از روابط زیر تابع است؟

الف) رابطه‌ای که به هر دانش آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.

پ) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌ی سوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

ت) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

ث) رابطه‌ای که به هر فرد، سن او را نسبت می‌دهد.

ج) رابطه‌ای که به هر فرد، ماه تولد او را نسبت می‌دهد.

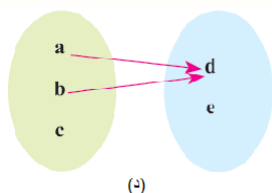
اگه بخوام برات مبحثو جمع و جور کنم، تابع نوعی ماشین هست که به ازای هر ورودی، یک خروجی به ما تحویل میده.

❖ قرارداد: x متغیر مستقل و y متغیر وابسته هست.

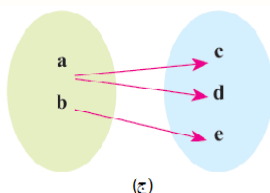
تشخیص تابع بودن یک رابطه با استفاده از نمودار ون:

یک تابع از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده شود.

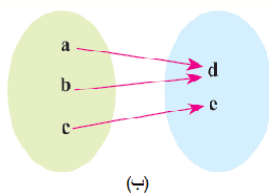
مثال: چه تعداد از نمودارهای پیکانی زیر یک تابع است؟



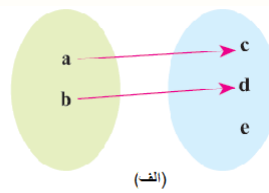
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

1(4

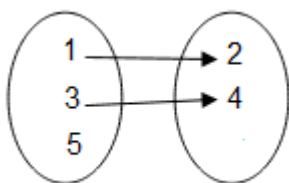
2(3

3(2

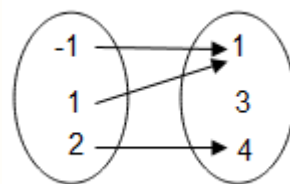
4(1



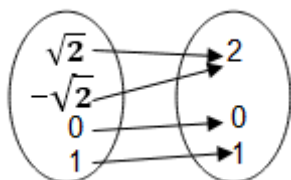
مثال: چه تعداد از نمودارهای زیر، تابع نیستند؟



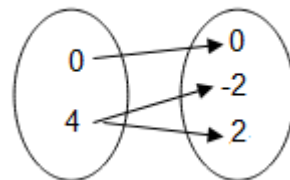
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

4 (4)

3 (3)

2 (2)

1 (1)

زوج مرتب: هر دو شیء مانند x و y می‌توانند تشکیل یک زوج بدهند، که اگر برای آن‌ها ترتیب در نظر بگیریم، به آن یک زوج مرتب می‌گوییم و با نماد (x, y) نشان می‌دهیم. در هر زوج مرتب عضو اول را، مؤلفه‌ی اول و عضو دوم را مؤلفه‌ی دوم می‌نامیم. تشخیص تابع بودن یک رابطه با استفاده از زوج مرتب:

اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب نشان داده شده باشد، هنگامی این رابطه یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن، دارای مؤلفه‌ی اول تکراری نباشد. نکته: اگر در دو زوج مرتب در یک رابطه، هم مؤلفه‌ی اول و هم مؤلفه‌ی دوم با هم برابر باشند، این رابطه یک تابع هست.

مثال: کدامیک از رابطه‌های زیر تابع نیست؟

الف $\{(2,5)\}$

ب $\{(0,1), (\frac{3}{5}, 1), (-5,1)\}$

پ $\{(2,3), (3,2)\}$

ت $\{(1,3), (\frac{3}{5}, 1), (1, -5)\}$

ث $\{(0,2), (5,7), (0, \sqrt{4})\}$

ج $\{(2,3), (4,5), (6,7), \dots\}$

چ $\{(2,3), (2, \sqrt{9}), (\sqrt{4}, 5)\}$

ح $\{(1,1.5), (2,1), (5^0, \frac{3}{2})\}$

خ $\{(2,6), (1.2,3), (\frac{6}{5}, 2)\}$

د $\{(-2,3), (3,1), (1, -5)\}$



مثال: رابطه‌ی $\{(3, 3x), (2, 1), (-2, 2y), (3, 2x + 5), (-2, 4)\}$ به ازای کدام مقدار $x+y$ یک تابع است؟

6(4

7(3

3(2

2(1

مثال: اگر رابطه‌ی $\{(3, a + 2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a - b)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a^2 - b^2$ کدام است؟ (س.د.ا. 98)

6(4

5(3

4(2

3(1

مثال: اگر $f = \{(1, x - 2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x + y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$ است؟ (س.د.ا. 01)

-2 (4

-1(3

1(2

2(1

مثال: رابطه‌ی $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m + 2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟ (خارج تجربی-85)

4) هیچ مقدار m

2 (3

-1 (2

-2 (1





مثال: اگر رابطه‌ی $R = \{(4,5), (a+3,3), (4, a^2+4), (2,b)\}$ تابع باشد،
 $a+b$ کدام است؟

1 (4

6 (3

4 (2

2 (1

مثال: اگر رابطه $f = \{(4, a^2 - 1), (a, 5), (4, 3), (-2, 6), (6, 8), (6, b + 1)\}$ تابع باشد، آن گاه $a+b$ کدام است؟ (گزینه 2-1402)

5 (4

7 (3

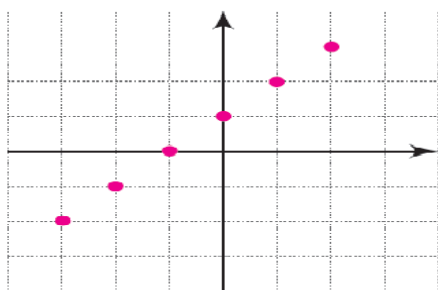
2 (2

9 (1

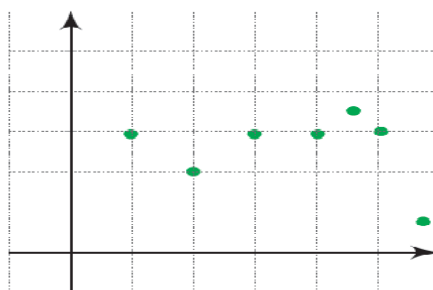
تشخیص تابع بودن یک رابطه با استفاده از نمودار در دستگاه مختصات:

یک رابطه وقتی تابع است که در نمودار مختصاتی آن هر خطی موازی محور عرض‌ها (y ها)، نمودار رابطه را حداکثر در یک نقطه قطع کند. (یعنی یا قطع نکند یا اگر قطع کرد، در یک نقطه قطع کند.)

مثال: چه تعداد از نمودارهای زیر، نمودار یک تابع است؟

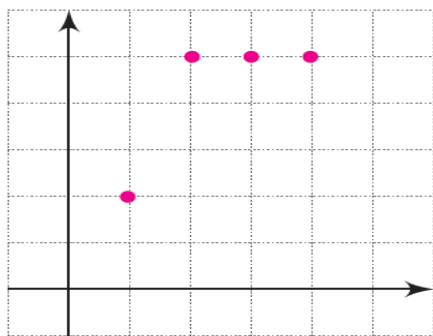


(الف)

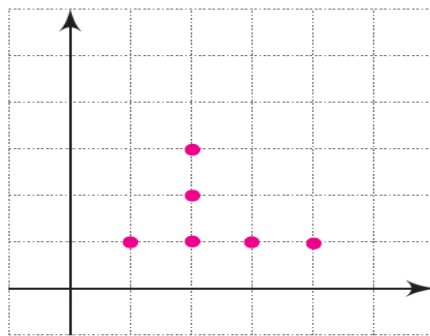


(ب)

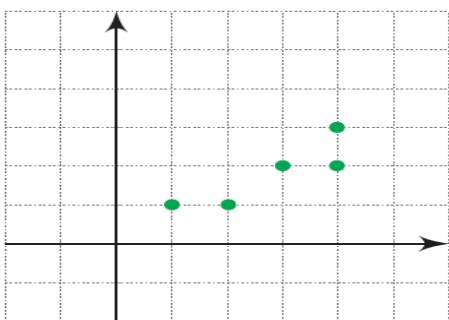




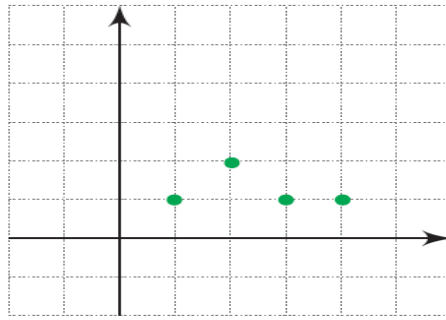
(ا)



(ب)



(ج)



(د)

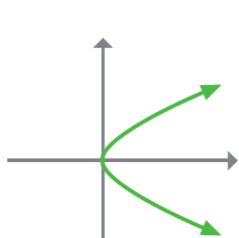
5(4)

6(3)

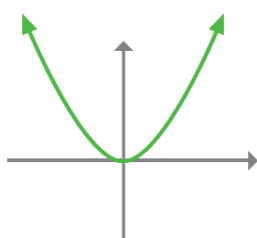
3(2)

4(1)

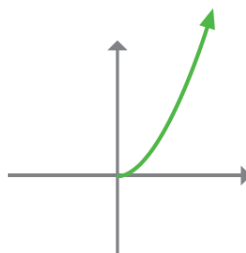
مثال: چه تعداد از نمودارهای زیر، نمودار یک تابع است؟



(ا)



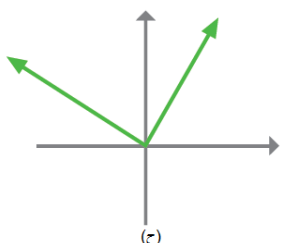
(ب)



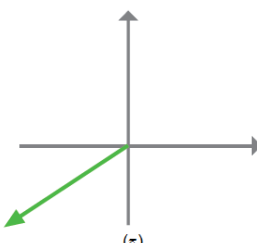
(ج)



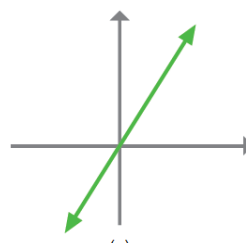
(د)



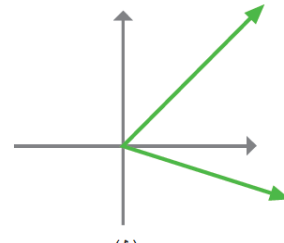
(ه)



(ف)



(ز)



(ح)

6(4)

7(3)

8(2)

5(1)





مثال: کدام خط زیر یک تابع نیست؟

$$y = 5x + 2(4$$

$$y = 2x + 5(3$$

$$y = 5(2$$

$$x = 2(1$$

درس دوم: دامنه و برد

مجموعه‌ی همه‌ی مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب تشکیل دهنده‌ی هر تابع را دامنه، و مجموعه‌ی همه‌ی مؤلفه‌های دوم را برد آن تابع می‌گویند.

از چپ‌ترین تا راست‌ترین $\xrightarrow{\text{محور } X}$ مؤلفه‌ی اول $\xrightarrow{\text{زوج مرتب}} D$ $\xrightarrow{\text{نماد}}$ دامنه

از پایین‌ترین تا بالا‌ترین $\xrightarrow{\text{محور } Y}$ مؤلفه‌ی دوم $\xrightarrow{\text{زوج مرتب}} R$ $\xrightarrow{\text{نماد}}$ برد

مثال: تابع f با نمایش جبری $f(x) = 2x - 6$ و دامنه‌ی $\{-1, 0, \frac{3}{2}\}$ داده شده است، برد تابع f را بیابید.

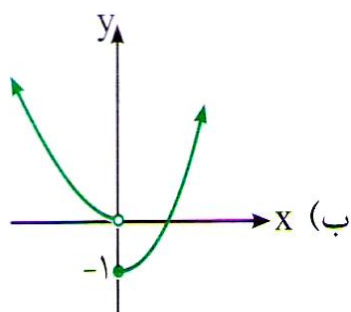
$$f(-1) =$$

$$f(0) =$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) =$$

مثال: تابع $f(x) = \frac{3}{x+2}$ با برد $\{-1, 1, 2\}$ دارای چه دامنه‌ای است؟

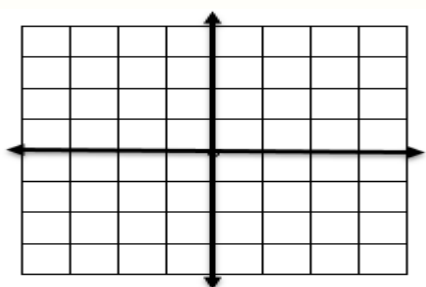
مثال: دامنه و برد تابع زیر را به دست آورید.





مثال: 3 تابع مثال بنزید که دامنه و برد آن‌ها یکی باشد، ولی هیچ دو زوج مرتب مشترکی نداشته باشند.

مثال: نمودار تابعی مثال بنزید که دامنه‌ی آن $[0,3]$ و برد آن $[-1,2]$ باشد. چه تعداد از این‌گونه توابع می‌توان رسم کرد؟



مثال: تابع f به صورت $f = \{(1,4), (3,9), (a, 1), (-2, a^2)\}$ مفروض است. اگر برد این تابع دارای 3 عضو متمایز باشد، چند مقدار مختلف برای a وجود دارد؟

2(1	3(2	4(3	6(4
-----	-----	-----	-----

نمایش جبری یک تابع (ضابطه‌ی تابع):

گاهی اوقات می‌توان یک تابع را بر حسب یک عبارت جبری از یک متغیر نمایش داد. این گونه نمایش تابع را، نمایش جبری یا ضابطه‌ی تابع می‌نامند.

رابطه‌ی بین دامنه و برد تابعی مانند f را می‌توان به صورت یک عبارت ریاضی به شکل $y=f(x)$ نوشت که در آن x عضوی از دامنه و y برد تابع به ازای x است. این گونه نمایش تابع را نمایش جبری تابع f می‌نامند.





مثال: طول یک مستطیل 3 واحد بیشتر از عرض آن است. تابعی بنویسید که محیط این مستطیل را بر حسب عرض آن مطرح می‌کند؟

مثال: اگر عرض مستطیلی از نصف طول آن 2 واحد کمتر باشد، کدام گزینه محیط مستطیل (p) را بر حسب تابعی از طول آن (x) نمایش می‌دهد؟

$$p(x) = 3x - 2 \quad (2)$$

$$p(x) = x + 2 \quad (1)$$

$$p(x) = 2x - 4 \quad (4)$$

$$p(x) = 3x - 4 \quad (3)$$

مثال: اگر $f(x) = -2x - 7$ و $g(x) = 2x - 1$ ، مقدار $f(-1) + g(2)$ کدام است؟

مثال: اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(x) = x - 4$ ، مقدار $\frac{f(g(2))}{g(f(-1))}$ کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{7} \quad (2)$$

$$-\frac{7}{3} \quad (1)$$





مثال: اگر $f = \{(2,5), (3,2), (5,1)\}$ مقدار $f(f(2))$ کدام است؟

- (1) 5 (2) 3 (3) 1 (4) نشدنی

مثال: اگر $f = \{(-1,3), (3,1), (1,2), (2,-1)\}$ و $f(f(a)) = 3$ باشد، a کدام

است؟

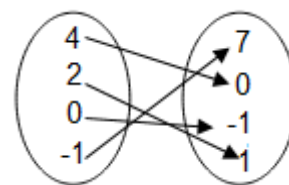
- (1) 3 (2) 2 (3) -1 (4) هیچ مقداری برای a یافت نمی شود.

مثال: اگر $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$ ، آن گاه حاصل

$f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$ کدام است؟

- (1) -10 (2) -8 (3) -6 (4) -4

مثال: اگر f تابعی به صورت مقابل باشد، $f(f(4)) + f(f(0))$ کدام است؟



- (1) -1 (2) 6 (3) 7 (4) 8





مثال: اگر برای تابع f داشته باشیم $f(0) = 1$, $f(1) = 4$, $f(2) = -1$ و $f(3) = 2$ تابع f را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید. دامنه و برد آن را مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید.

مثال: برای یک تابع خطی می‌دانیم که $f(0) = 8$ و $f(-3) = 2$ ، نمودار این تابع را رسم کنید، نمایش جبری آن را بنویسید. همچنین $f(-1)$ و $f(-2)$ را بیابید.

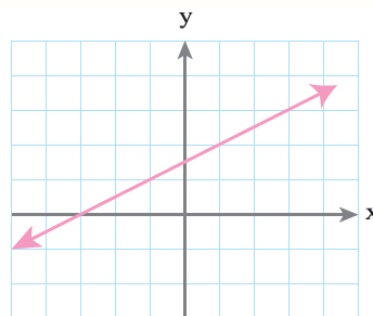
مثال: برای یک تابع خطی می‌دانیم که $f(2) = 11$ و $f(0) = 7$ ، نمودار این تابع را رسم کنید، نمایش جبری آن را بنویسید. همچنین $f(-2)$ و $f(3)$ را بیابید.

مثال: در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(-2) = -4$ ، ضابطه‌ی این تابع را تعیین کنید و نمودار این تابع را رسم کنید. همچنین $f(-3)$ و $f(5)$ را بیابید.





مثال: در تابع زیر که نمودار آن ارائه شده است $f(100)$ کدام است؟



درس سوم: انواع تابع

1) توابع چند جمله‌ای:

توابعی را که نمایش جبری آن‌ها چند جمله‌ای‌های جبری از یک متغیر هستند توابع چند جمله‌ای می‌نامیم.

به نمونه‌های زیر دقت کنید.

1) اگر x طول ضلع یک مربع باشد و تابع S مساحت آن باشد داریم: $S(x) = x^2$

2) اگر r شعاع یک دایره باشد و تابع S مساحت آن باشد داریم: $S(r) = \pi r^2$

3) اگر r شعاع یک کره باشد و تابع V حجم آن باشد داریم: $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

4) خلاصه همه‌ی توابعی مانند $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ و $y = -\frac{3}{5}t^4 + t + \sqrt{2}$

که نمایش جبری آن‌ها، چند جمله‌ای‌های جبری از یک متغیر هستند، توابع چند جمله‌ای می‌نامیم.

مثال: در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x + 3$ حاصل $f(1 + \sqrt{2}) - f(2)$ کدام

است؟

4(4)

3(3)

2(2)

1(1)





مثال: در یک تانکر گاز از یک استوانه با دو نیمکره به شعاع r در دو انتهای استوانه تشکیل شده است. اگر ارتفاع استوانه 30 متر باشد حجم تانکر بر حسب تابعی از r کدام است؟
(تمرین صفحه‌ی 116 کتاب درسی)

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 + 30\pi r^2 \quad (2)$$

$$V = 4\pi r^2 + 30\pi r^2 \quad (1)$$

$$V = \frac{8}{3}\pi r^3 + 10\pi r^2 \quad (4)$$

$$V = \frac{8}{3}\pi r^3 + 30\pi r^2 \quad (3)$$

نکته: اگر نمایش جبری تابعی داده شده باشد ولی دامنه‌ی آن مشخص نشده باشد، معمولاً بزرگ‌ترین مجموعه ممکن را دامنه در نظر می‌گیریم. مثلاً دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2$ مجموعه‌ی اعداد حقیقی در نظر می‌گیریم، در غیر این صورت باید دامنه را به طور دقیق مشخص کنیم.

مثال: نمودار تابع یک سهمی که از نقاط $(1, -2)$ و $(2, -3)$ می‌گذرد و محورهای آن را در نقطه‌ای به عرض 1 قطع می‌کند، رسم کنید و نمایش جبری، دامنه و برد این تابع را بیابید.

مثال: نمودار تابع چندجمله‌ای از درجه دوم f ، محورهای آن را در نقطه‌ای به عرض -2 و محور x ها را در نقطه‌ای به طول 1 قطع می‌کند. اگر $f(-1) = 2$ باشد، $f(2)$ را به دست آورید.





مثال: در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ax^2 + bx - 2$ ، با شرط $f(1) = -3$ و

$f(3) = 7$ مقدار b کدام است؟

- (1) -3 (2) -2 (3) -1 (4) 1

مثال: نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول 1 و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض 6- قطع کرده و از نقطه‌ی $(-2, -6)$ می‌گذرد، $f(-1)$ کدام است؟

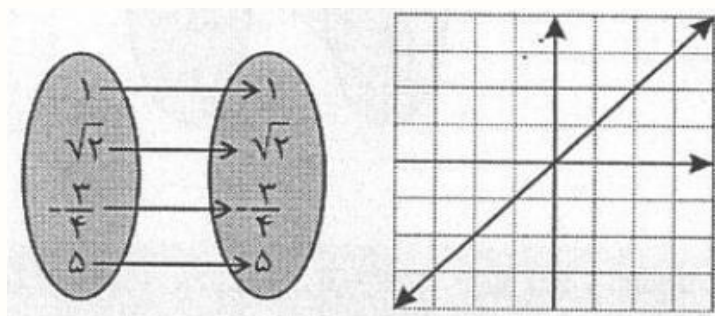
- (1) -8 (2) -7 (3) -5 (4) -4



(2) تابع همانی (طوطی):

در هر سه تابع زیر اگرچه دامنه‌ها و در نتیجه بردها متفاوت هستند، ولی در هر سه یک شباهت وجود دارد که هر عدد دامنه به همان عدد در برد نظیر می‌شود.

$$f = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$$





اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنه تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنه تابع همانی را $\mathbb{R}$ در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط $y = x$ (نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم) است که با معادله‌ی $f(x) = x$ هم نمایش داده می‌شود.

😊 نکته: دامنه‌ی تابع همانی در حالت کلی برابر با کل اعداد حقیقی (R) است.

😊 نکته: برد تابع همانی در حالت کلی برابر با کل اعداد حقیقی (R) است.

🌟 مثال: 3 تابع مثال بزنید که دامنه و برد آن یکی باشد ولی تابع همانی نباشد.

🌟 مثال: مقادیر x و y و t و k را چنان بیابید که تابع $f = \{(4, 2x + 3), (7, 2y - 1), (3, t + 3), (-2, -k - 1)\}$ همانی باشد.

🌟 مثال: در تابع همانی $f = \{(4, b + 3), (-2, a - 1)\}$ مقدار $a + b$ برابر کدام است؟

2(1)	3(2)	1(3)	4(4) صفر
------	------	------	----------

🌟 مثال: در تابع همانی $f = \{(5, b^2 + 4), (b, a - 1)\}$ بیشترین مقدار $a + b$ برابر کدام است؟

2(1)	3(2)	1(3)	5(4)
------	------	------	------

🌟 مثال: تابع $f = \{(2, \sqrt{a}), (0, |b - 1|), (c^2, 4)\}$ تابعی همانی است. کمترین مقدار ممکن برای $a + b + c$ کدام است؟

3(1)	5(2)	6(3)	7(4)
------	------	------	------



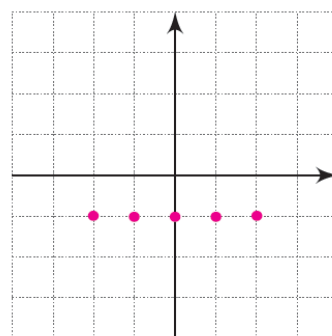
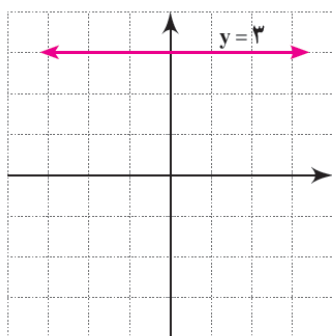


مثال: اگر تابع $f(x) = (a+b-1)x + a-b+4$ یک تابع همانی باشد، آنگاه حاصل a و b را بیابید.

3) تابع ثابت (تابع گاو):

در هر سه تابع زیر اگرچه دامنه ها با یکدیگر متفاوت هستند ($\mathbb{R}$)، اما برد هر سه تابع یک عدد ثابت است.

ساعت	۸	۹	۱۰
دمای هوا	۱۹	۱۹	۱۹



تابعی مانند f را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادله $f(x) = k$ نمایش می‌دهیم.
 نکته: دامنه‌ی تابع ثابت در حالت کلی برابر با کل اعداد حقیقی ($\mathbb{R}$) است.
 نکته: برد تابع ثابت در حالت کلی برابر $\{k\}$ است.

مثال: یک تابع خطی از نقاط $(0,3)$ و $(4,3)$ می‌گذرد، $f(-1) + f(-4)$ در این تابع کدام است؟

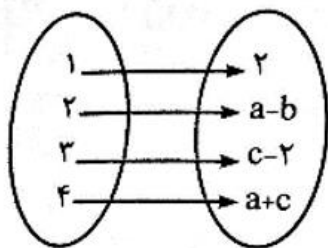
- 8(1) 6(2) -5(3) -15(4)

مثال: اگر تابع $f = \{(1, 2m), (2, m^2 - m), (3, m)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار m کدام است؟

- 3(1) 1(2) 3(3) صفر 2(4)



مثال: مقادیر a ، b و c را طوری تعیین کنید که نمودار
پیکانی شکل مقابل مربوط به یک تابع ثابت باشد.



مثال: اگر $f = \{(-1, a + 4), (-1, 3), (4, b^2 - 2b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار
 $|a + b|$ کدام است؟

4 (4

3 (3

2 (2

1 (1

مثال: اگر f یک تابع ثابت و g تابع همانی با دامنه‌ی R باشند و داشته باشیم
 $f(2) = g(-3)$ حاصل $f(\sqrt{2}) + g(1)$ را به دست آورید.

مثال: اگر f تابع همانی و g تابعی ثابت باشد، به طوری که

$$f(g(2)) = g^2(0) - g(1) + 1 = g(f(-1)) \text{ کدام است؟ (گاج. 01)}$$

-1 (4

-2 (3

2 (2

1 (1



مثال: اگر f تابع همانی و g تابعی ثابت بوده و داشته باشیم $\frac{-2f(5)}{g(-4)+f(3)} = \frac{1}{3}$ ، آنگاه حاصل

$g(4)$ کدام است؟ (گزینه 2-1402)

32(4

-32(3

33(2

-33(1

مثال: اگر $f(x) = (ax + 2)(b - x) - 7x^2$ ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع f

کدام است؟ (س.خ.ت. 01)

$\frac{4}{7}(4$

$-\frac{4}{7}(3$

$\frac{2}{7}(2$

$-\frac{2}{7}(1$

4) تابع چند ضابطه‌ای (چند قطعه‌ای):

تابعی که دارای چند ضابطه است و به ازای هر ضابطه دامنه‌ای برای آن تعریف می‌شود. به عبارتی دیگر بخش‌های مختلف دامنه، ضابطه‌های مختلف دارند و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & , x \in D_1 \\ f_2(x) & , x \in D_2 \\ \vdots & \\ f_n(x) & , x \in D_n \end{cases}$$





تذکر: اگر دو یا چند قسمت از دامنه‌ی یک تابع چند ضابطه‌ای دارای عضو (x) مشترک باشند، مقدار تابع به ازای آن عضو باید مساوی باشد، به عنوان مثال:

$$x \in (D_1 \cap D_2) \Rightarrow f(D_1) = f(D_2)$$

مثال: مقدار a را طوری بیابید که رابطه‌ی زیر بازنمایی یک تابع باشد.

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & x \geq 1 \\ x^2 - a & x \leq 1 \end{cases}$$

مثال: با توجه به ضابطه‌ی تابع زیر، حاصل عبارت‌های خواسته شده را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 5 & x \geq 0 \\ x^2 + x & x < 0 \end{cases}$$

الف) $f(0)$

ب) $f(-2)$

ج) $f(2)$

چ) $f(f(-2))$

ح) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

خ) $f(a^2)$

مثال: با توجه به دو تابع

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ 3x + 1, & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{cases} 2x - 5, & x > 2 \\ 1, & -3 < x \leq 2 \\ -\frac{1}{2}x, & x \leq -3 \end{cases}$$

حاصل $f(0) - g(0) + f(5) - g(2) + f(-2) - g\left(-\frac{1}{5}\right)$ کدام است؟





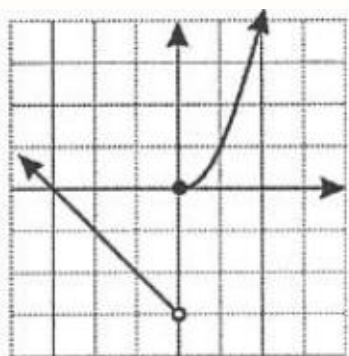
مثال: در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} & , \quad x > 3 \\ 2x + 3 & , \quad x \leq 3 \end{cases}$ مقدار

$f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است؟

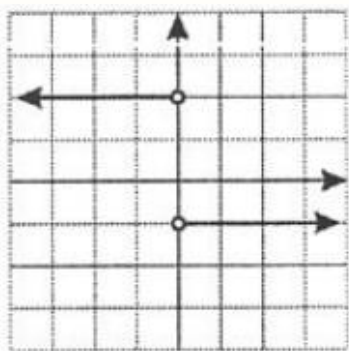
- 6 (1) 7 (2) 8 (3) 9 (4)

رسم تابع چند ضابطه‌ای: برای رسم تابع چند ضابطه‌ای هر کدام از ضابطه‌ها را در محدوده‌ی خود رسم می‌کنیم. لطفاً به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$1) f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x - 3 & x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = (-3, +\infty) \end{cases}$$



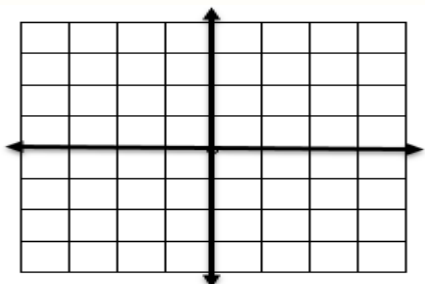
$$2) f(x) = \begin{cases} -1 & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ R_f = \{-1, 2\} \end{cases}$$



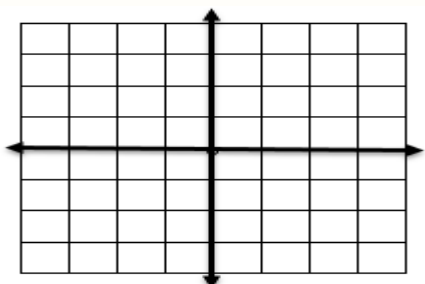


مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن‌ها را به دست آورید.

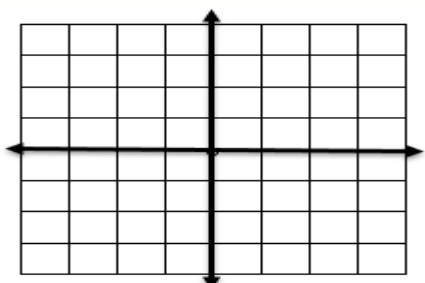
الف) $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \geq 1 \\ 3 - x, & x < 1 \end{cases}$



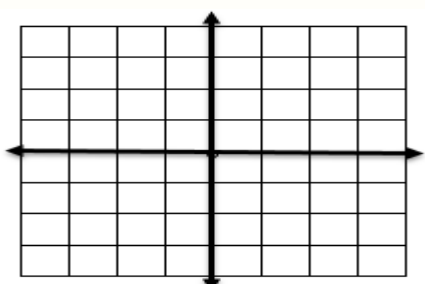
ب) $f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \geq 0 \\ x^2 - 1, & x < 0 \end{cases}$



پ) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 0 \\ -x^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$

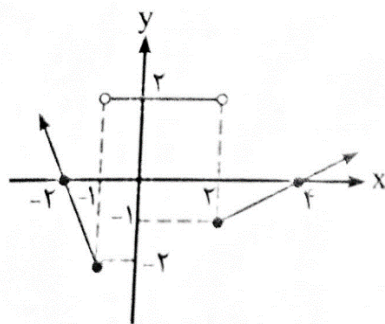


ت) $f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & x > 2 \\ 1, & -3 < x \leq 2 \\ 3 - x, & x \leq -3 \end{cases}$

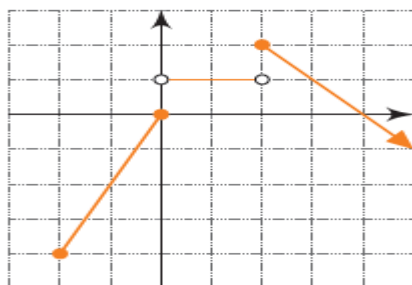




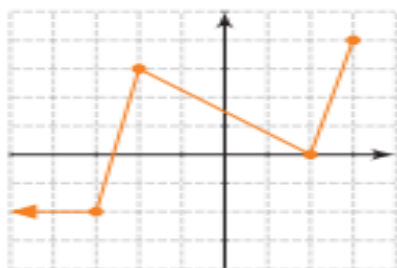
مثال: ضابطه‌ی تابع شکل مقابل را بنویسید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.



مثال: نمودار تابع قطعه‌ای f داده شده است. ضابطه‌ی آن را به دست آورید. دامنه و برد این تابع را به دست آورید. (کاردرکلاس صفحه‌ی 113 کتاب درسی)



مثال: نمودار تابع f داده شده است. ضابطه، دامنه و برد این تابع را بنویسید و مقادیر خواسته شده را حساب کنید. (تمرین 7- صفحه‌ی 117 کتاب درسی - با کمی تغییر)



$$f(\sqrt{5})$$

$$f(-6)$$

$$f(3)$$

$$f(0)$$

$$f(-2)$$

$$f(-\frac{5}{2})$$

$$f(\frac{1}{2})$$

$$f(-1)$$

$$f(1)$$





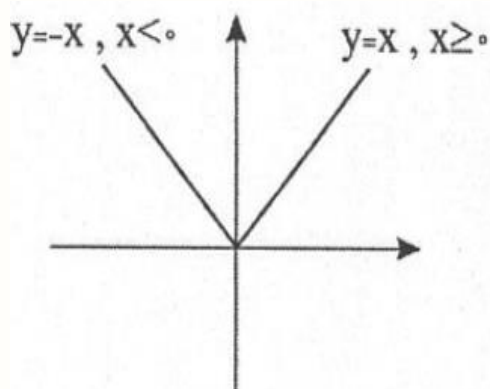
5) تابع قدر مطلق: (پورزکی ☺)

تابعی که هر مقدار در دامنه را به قدر مطلق آن در برد نظیر می‌کند، تابع قدر مطلق نامیده می‌شود. تابع قدر مطلق را با $f(x) = |x|$ یا $y = |x|$ نمایش می‌دهند.

$$f(x) = |x| \Rightarrow f(-2) = 2 \text{ و } f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \text{ و } f(0) = 0 \text{ و } f(8) = 8$$

نمودار تابع $f(x) = |x|$:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$



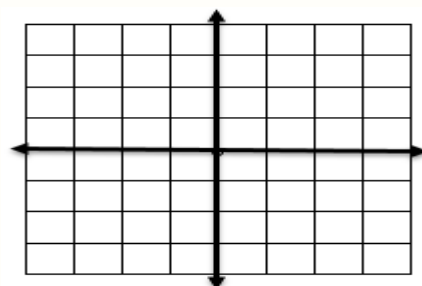
☺ نکته: دامنه‌ی تابع قدر مطلق در حالت کلی برابر با کل اعداد حقیقی (R) است.

☺ نکته: برد تابع قدر مطلق در حالت کلی برابر با $[0, +\infty)$ است.

🌸 مثال: تابع $y = |2x - 4|$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.

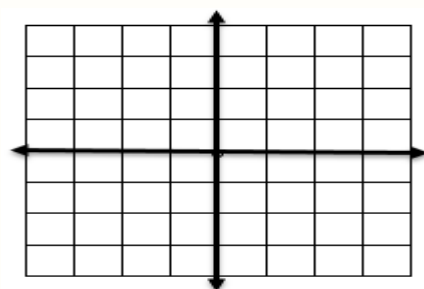
(راهنمایی: برای رسم، ابتدا ریشه‌ی داخل قدر مطلق را به دست می‌آوریم و سپس توسط

جدول نمودار را رسم می‌کنیم.)

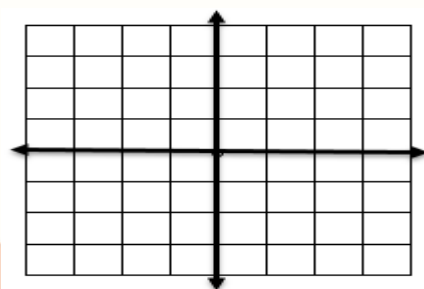




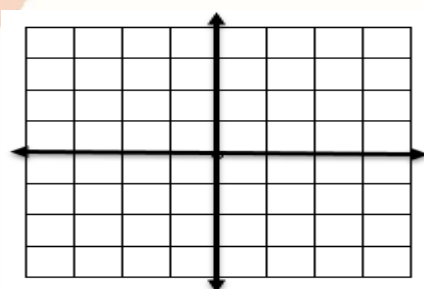
مثال: تابع $y = |3x + 6|$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.



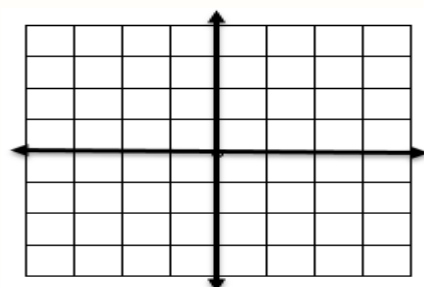
مثال: تابع $y = |-2x - 4|$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.



مثال: تابع $y = |2x + 4| + 1$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.

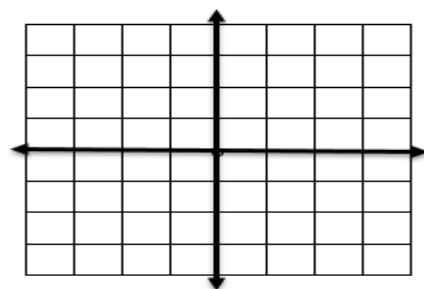


مثال: تابع $y = |2x - 6| - 1$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.

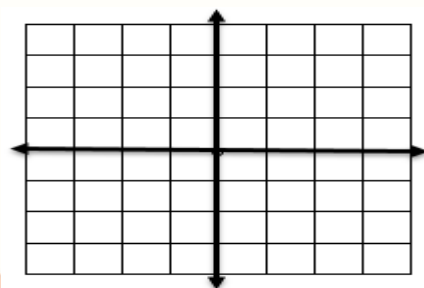




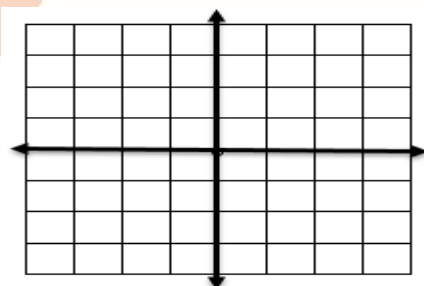
مثال: تابع $y = |-2x + 6| + 2$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.



مثال: تابع $y = |2x + 1| - 1$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.



مثال: تابع $y = 2|-x + 2|$ را به صورت چند ضابطه‌ای بنویسید و آن را رسم کنید.



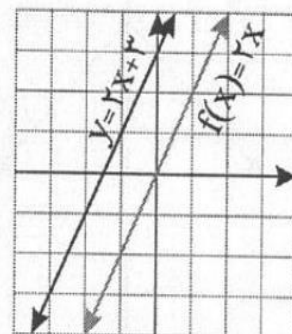
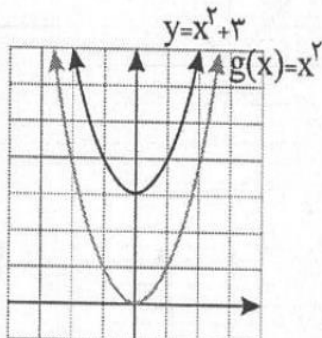
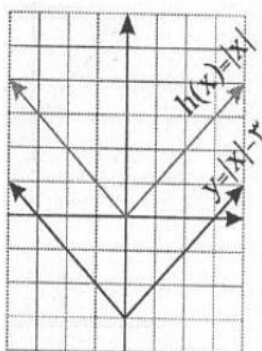
رسم توابع قدر مطلق و سهمی به کمک انتقال:

1) انتقال $f(x) + k$:

با داشتن نمودار تابعی مانند $f(x)$ می‌توان نمودار تابع $f(x) + k$ را با انتقال نمودار $f(x)$ به اندازه‌ی k واحد در امتداد محور y ها به دست آورد. اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت منفی خواهد بود.

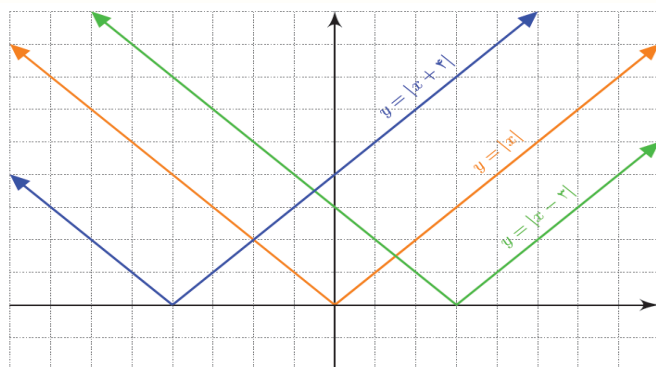
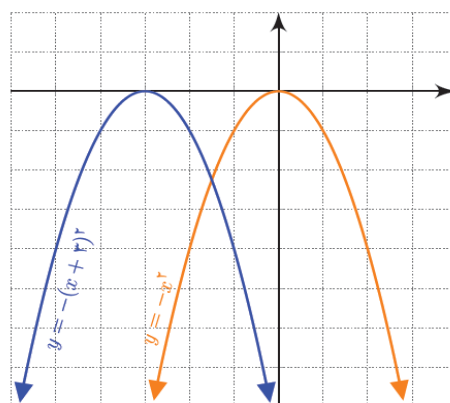
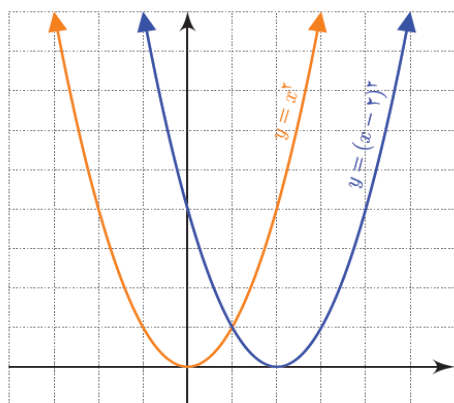


با استفاده از نمودارهای توابع $f(x) = 2x$ و $g(x) = x^2$ و $h(x) = |x|$ نمودارهای سه تابع $y = 2x + 3$ و $y = x^2 + 3$ و $y = |x| - 3$ را رسم می‌کنیم:



2) انتقال $f(x + k)$:

برای رسم نمودار تابع $f(x + k)$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در امتداد محور x ها انتقال دهیم. اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود. به نمودارهای زیر دقت کنید.





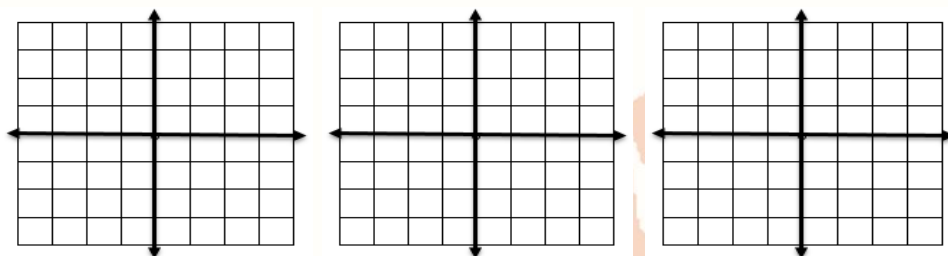
جمع بندی به سبک (PZK) :

$$\text{انتقال} = \begin{cases} \text{ددرود} \xrightarrow{\text{دد}} \text{ددرداخل} \\ \text{رررراستگو} \xrightarrow{\text{رر}} \text{بیررررون} \end{cases}$$

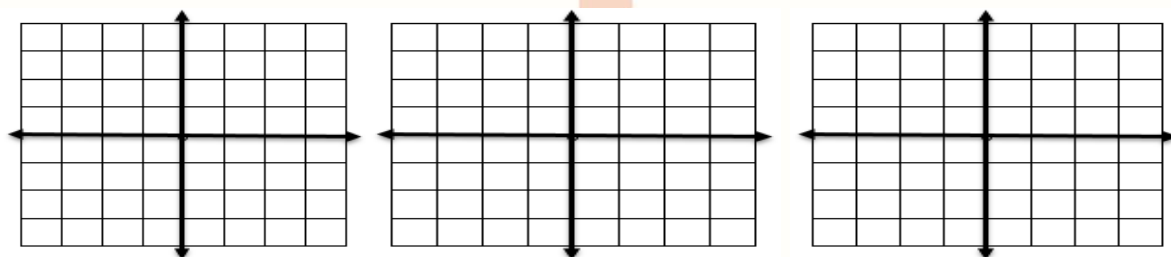
★ در واقع با x مخالفت ☹ کن و با y موافقت ☺ کن.

لا مثال: به کمک انتقال و با استفاده از نمودار توابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = |x|$ ، نمودار توابع زیر را رسم کنید.

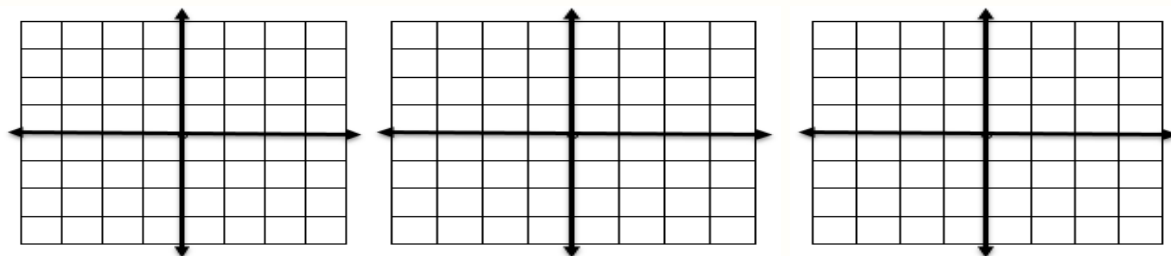
الف) $y = (x + 1)^2 - 2$



ب) $y = (x - 1)^2 + 1$

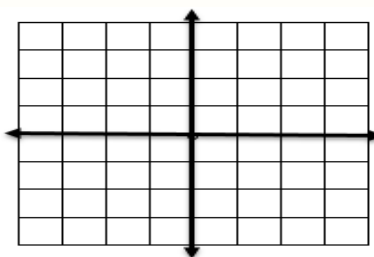
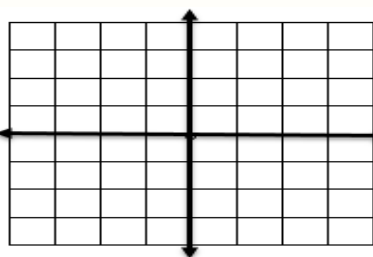
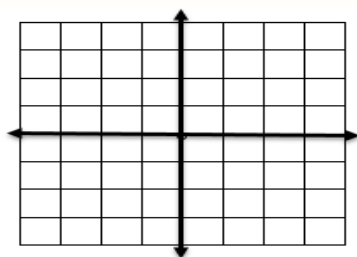


پ) $y = |x + 3| + 2$

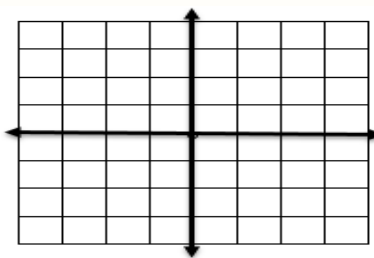
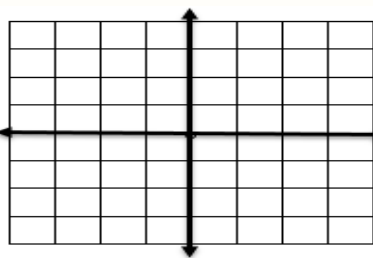
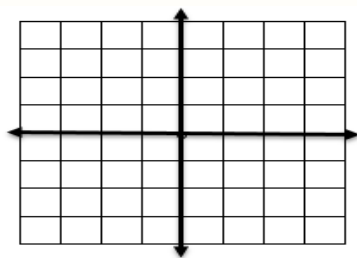




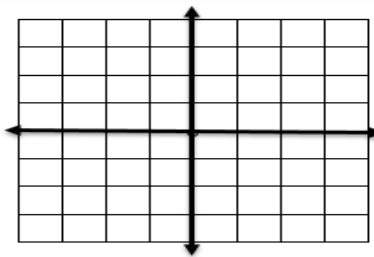
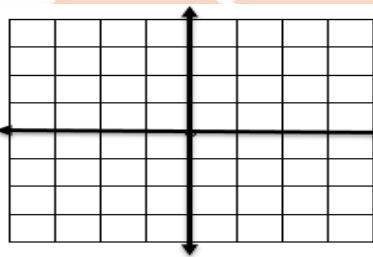
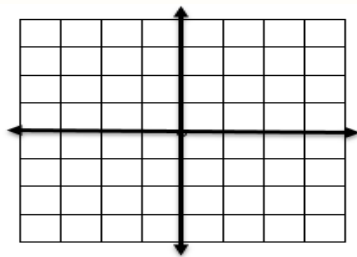
ت) $y = -(x - 2)^2 - 1$



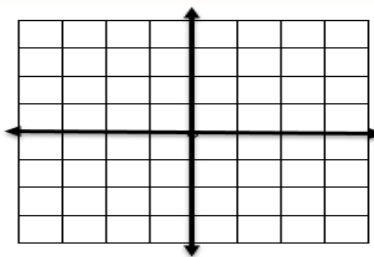
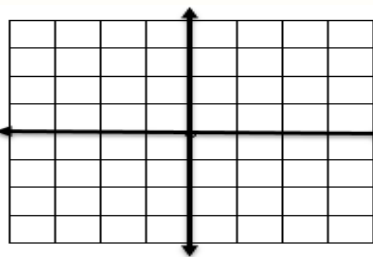
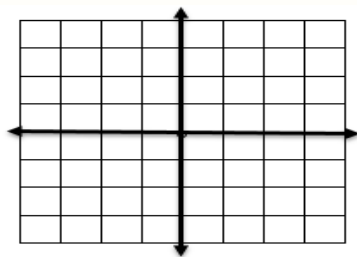
ث) $y = |x - 2| + 1$



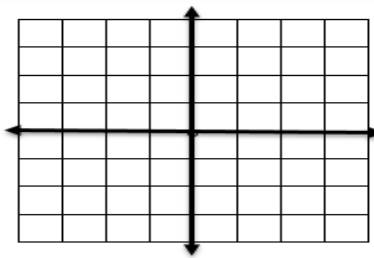
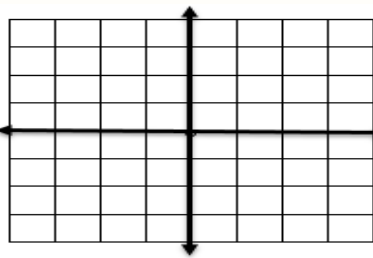
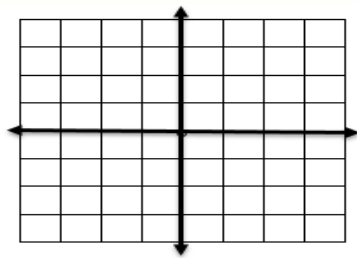
ج) $y = |x + 1| - 3$



د) $y = |x - 1| + 2$

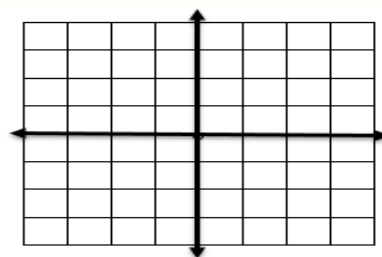
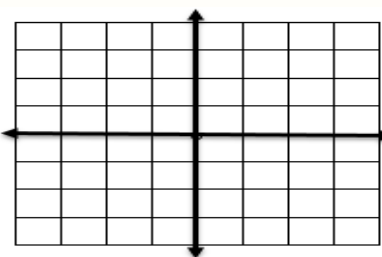
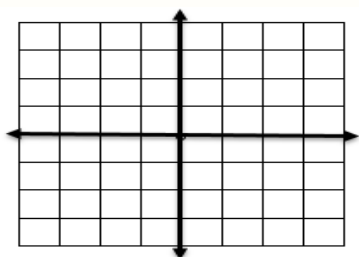


ه) $y = -|x - 2| + 1$

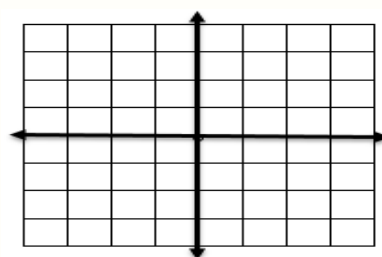
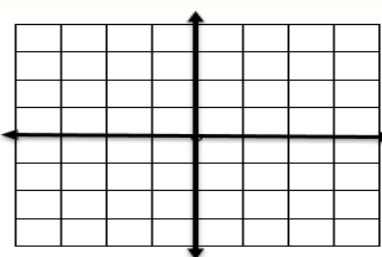
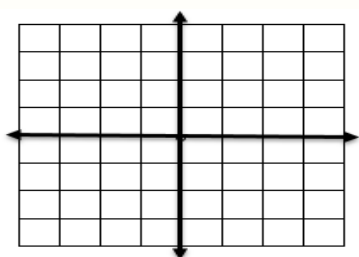




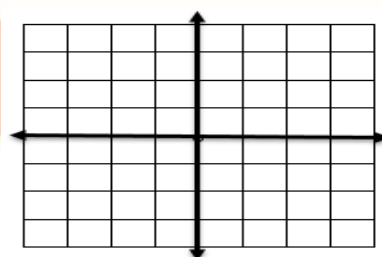
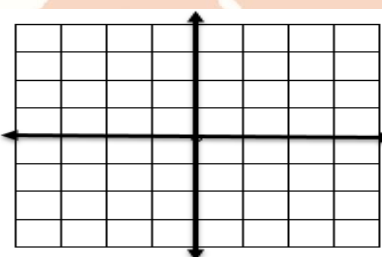
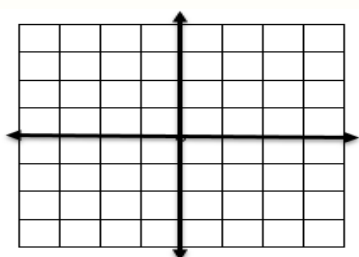
ç) $y = -|x - 3| + 1$



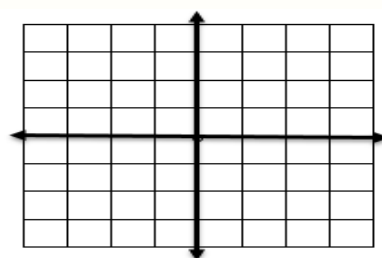
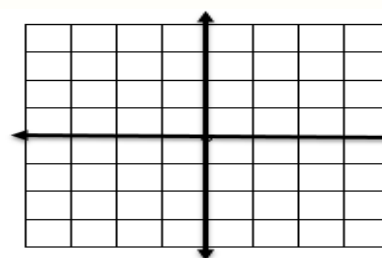
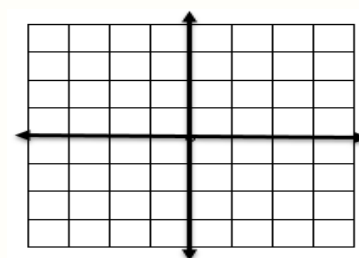
ç) $y = -|x + 2| - 1$



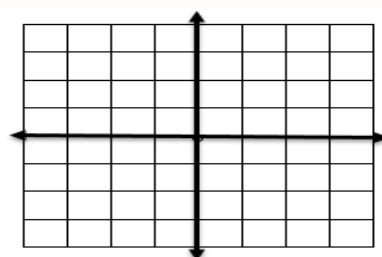
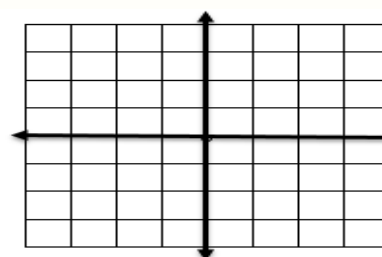
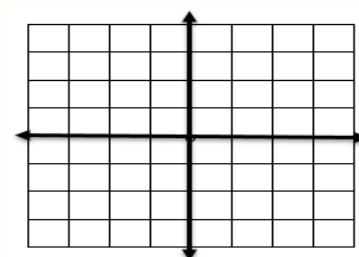
ç) $y = -|x + 3| - 2$



ç) $y = -|x - 1| + 1$

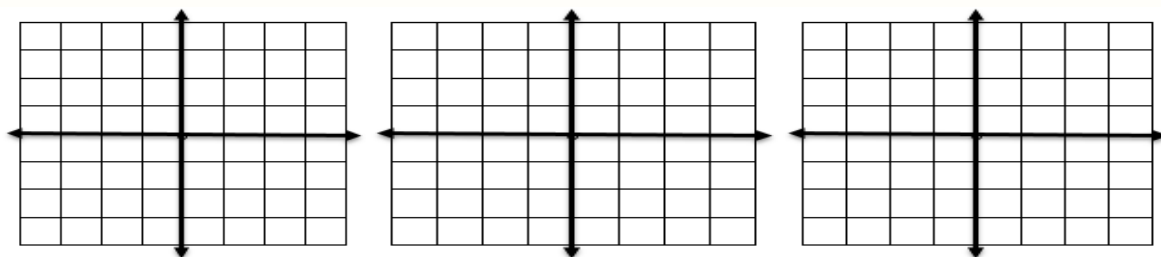


ç) $y = |-x - 1| - 3$

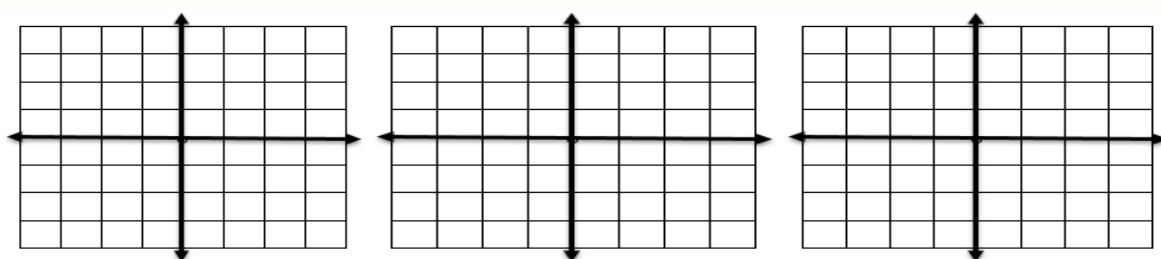




س) $y = |-x - 2| + 1$



ش) $y = |2 - x| - 3$



مثال: در شکل‌های زیر نمودار توابع درجه‌ی دوم f ، g ، h و t رسم شده‌اند.

(کاردرکلاس صفحه‌ی 115 کتاب درسی)

$$f(x) = (x - 5)^2 - 2$$

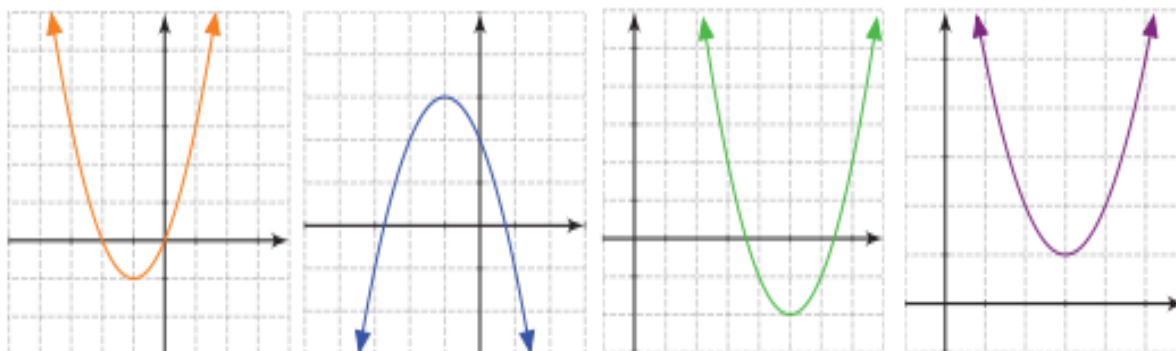
$$h(x) = (x - 3)^2 + 1$$

$$g(x) = (x + 1)^2 - 1$$

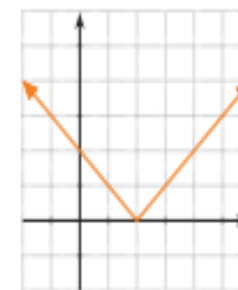
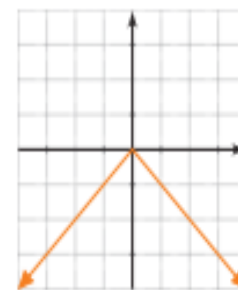
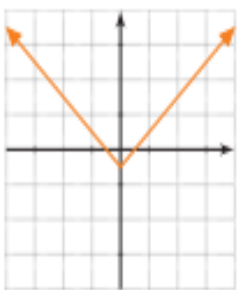
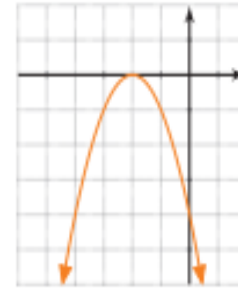
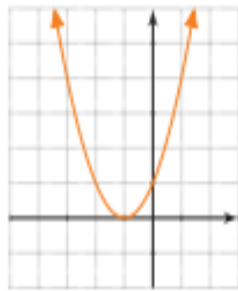
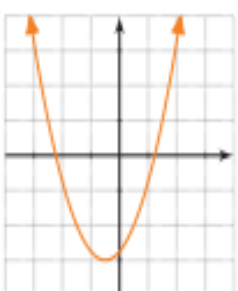
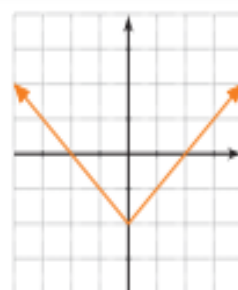
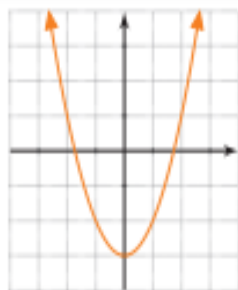
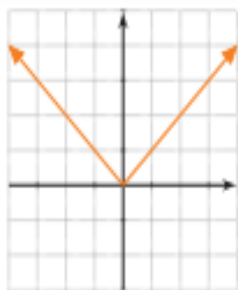
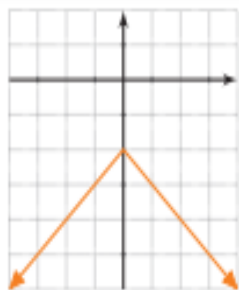
$$t(x) = -(x + 1)^2 + 3$$

الف) هریک از نمودارها کدام تابع را نشان می‌دهند؟

ب) دامنه و برد هر یک از نمودار توابع را به دست آورید:



مثال: هر یک از نمودارهای زیر کدام یک از تابع‌های (الف) تا (ر) را نمایش می‌دهد؟ دامنه و برد این توابع چیست؟ (تمرین 5 - صفحه 116 کتاب درسی)



الف) $y = x^2 - 3$

ث) $y = (x + 1)^2$

خ) $y = -|x| - 2$

ب) $y = -x^2 + 2$

ج) $y = |x| - \frac{1}{2}$

د) $y = (x - 2)^2 + 3$

پ) $y = |x|$

چ) $y = |x - 2|$

ز) $y = |x| - 2$

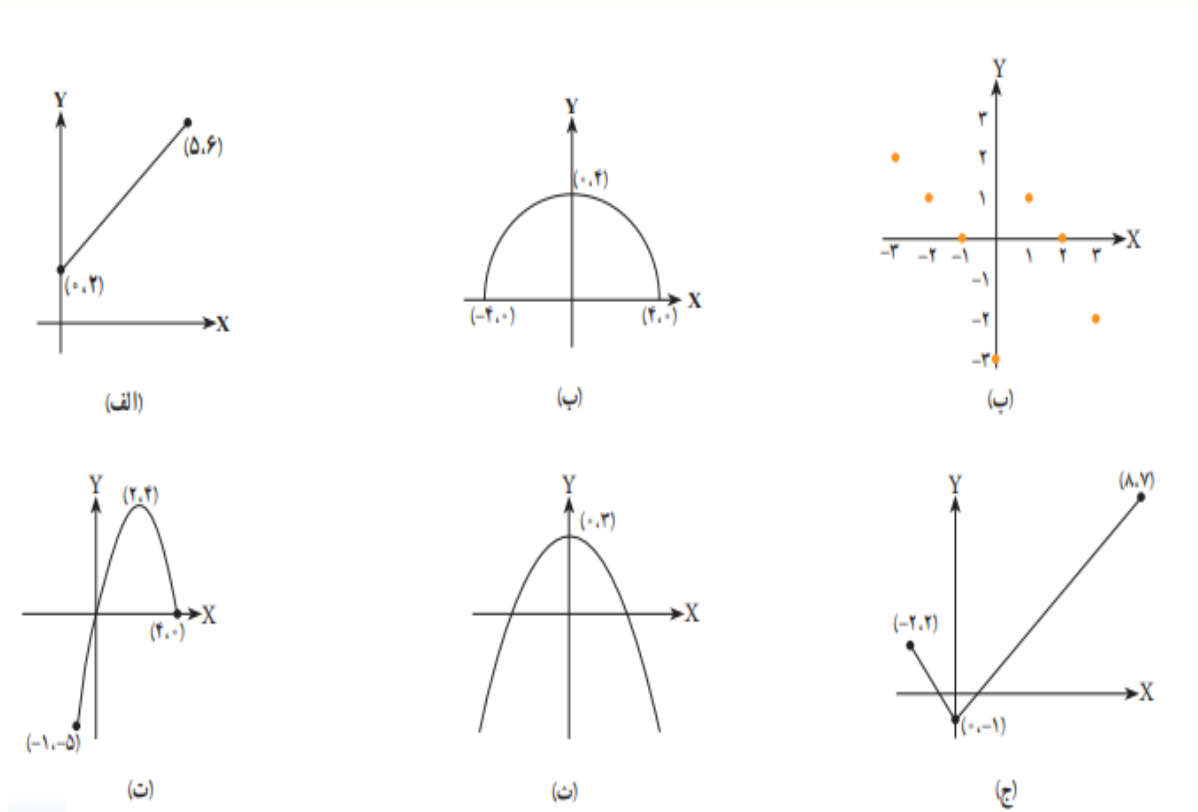
ت) $y = -|x|$

ح) $y = -(x + 2)^2$

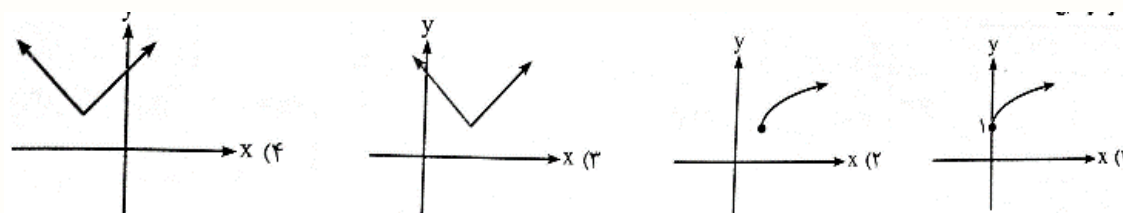
ر) $y = (x + \frac{1}{2})^2 - 3$

مثال: در شکل‌های زیر نمودار تعدادی از توابع رسم شده‌اند. دامنه و برد هر یک از این توابع را به کمک نمودار آن‌ها مشخص کنید. در هر مورد که امکان دارد، دامنه و برد را به صورت یک بازه نمایش دهید. نمایش جبری توابع (الف) و (ج) را بنویسید.

(تمرین 2 - صفحه‌ی 115 کتاب درسی)



مثال: نمودار تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 1$ به کدام صورت است؟ (خوشگل)





Navid Purzaki

