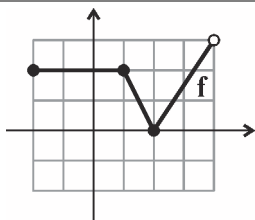
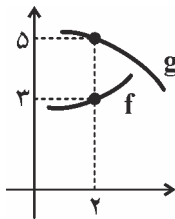
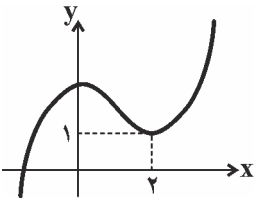
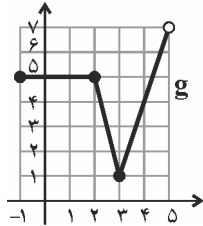


اردیبهشت ماه ۱۴۰۴		آزمون تشریحی شماره ۴	شرکت آموزشی فرهنگی مبتکران
مدت آزمون: ۹۰ دقیقه		ریاضی ۳	
ردیف	دوازدهم تجربی		بارم
۱.	درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. الف) دوره تناوب تابع $f(x) = \tan x$ برابر 2π است. ب) بازه $(2, 5)$ یک همسایگی ۴ است. پ) تابع $f(x) = x - 2$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. ت) هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است. ث) اگر دو پیشامد A, B با هم رخ ندهند، آن گاه این دو پیشامد را مستقل می‌نامند.		۱/۲۵
۲.	در هر مورد جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) مقدار عددی $(\sin^2(15^\circ) - 4 \sin 30^\circ \cos^2(15^\circ))$ برابر ... است. ب) باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $4x^3 - 5x + 2$ بر $x + 1$ برابر ... است. پ) حد تابع $f(x) = \frac{3 - [x]}{2x - 6}$ وقتی $x \rightarrow 3^-$ می‌شود ت) اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل ... است.		۲
۳.	نمودار تابع f به صورت روبه‌رو است. الف) نمودار تابع $g(x) = 2f(x-1) + 1$ را رسم کنید. ب) دامنه و برد تابع g را به دست آورید.		
۴.	اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$، آن گاه الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.		۱
۵.	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $f(x) = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید.		۱/۵
۶.	جواب‌های کلی $\cos^2 x - 3 \cos x = 0$ را بنویسید.		۰/۷۵
۷.	حاصل حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x^2 - 81}$		۰/۷۵
۸.	باتوجه به نمودارهای توابع f, g ثابت کنید که: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{5x - 10} = f'(2)$		
۹.	اگر $f(x) = \sqrt{x}$ آن گاه ثابت کنید که:		۱/۵
۱۰.	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن لازم نیست.) الف) $f(x) = (2x^5 + \sqrt{2x+1})^7$		۱/۵

 شرکت آموزشی فرهنگی مبتکران		آزمون تشریحی شماره ۴	اردیبهشت ماه ۱۴۰۴
		ریاضی ۳	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه
بارم	ردیف	دوازدهم تجربی	
		ب) $g(x) = \frac{1-2x^3}{2x-x^2}$	
۰/۷۵	۱۱	تابع $f(x) = x^3 + x + 1$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط در بازه $[0, 2]$ را محاسبه کنید. ب) آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 1$ را به دست آورید.	
۱/۵	۱۲	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + mx^2 + n$ به صورت زیر رسم شده است. مقادیر m, n را بیابید. 	
۱/۲۵	۱۳	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل ضرب آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن گردد.	
۱/۵	۱۴	مختصات مرکز دایره به معادله $x^2 + y^2 + ax - by - 8 = 0$ به شکل $(-1, 1)$ است. مقادیر a, b را به دست آورده و سپس اندازه شعاع دایره را محاسبه کنید.	
۰/۵	۱۵	خروج از مرکز یک بیضی $\frac{\sqrt{3}}{4}$ و طول قطر کوچک آن ۱۰ است. فاصله کانونی بیضی را محاسبه کنید.	
۱/۲۵	۱۶	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۶ مهره زرد و ظرف دوم شامل ۴ مهره قرمز و ۷ مهره زرد است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب می‌کنیم و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. حساب کنید که با چه احتمالی این مهره زرد است؟	
۲۰		موفق باشید.	

شرکت آموزشی فرهنگی مبتکران	پاسخنامه آزمون تشریحی شماره ۴	اردیبهشت ماه ۱۴۰۴
	ریاضی ۳ / دوازدهم تجربی	مدت آزمون: ۹۰ دقیقه
طراح: جابر عامری		ردیف
الف) نادرست، ب) درست پ) نادرست ت) درست ث) نادرست (هر مورد ۰/۲۵ نمره)		۱.
الف) $-\sqrt{3}$ ب) ۳ پ) $-\infty$ ت) دایره (هر مورد ۰/۵ نمره)		۲.
الف) به طول نقاط نمودار تابع f یک واحد اضافه می‌شود. عرض نقاط ابتدا دوبرابر شده و سپس یک واحد اضافه می‌شود.		۳.
 (رسم شکل ۱ نمره) $D_g = [-1, 5]$ (۰/۵) $R_g = [1, 7]$ (۰/۵)	ب) $D_g = [-1, 5]$ (۰/۵) ب) $R_g = [1, 7]$ (۰/۵)	
$D_f = [-1, +\infty)$ $D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 \geq -1\}$ $= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\} = [0, +\infty)$ (۰/۵) ب)		۴.
$f(x) = 3 \cos(\pi x) + 2$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ دوره تناوب (۰/۵) $\max(f) = a + c = 3 + 2 = 5$ (۰/۵) $\min(f) = - a + c = -3 + 2 = -1$ (۰/۵)		۵.
$\cos x (\cos x - 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} & k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۵) \\ \cos x = 3 & \text{چون } -1 \leq \cos x \leq 1 \text{ غیرممکن} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$		۶.
$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x^2 - 81} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)(x + 9)}$ $= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{1}{(\sqrt{x} + 3)(x + 9)} = \frac{1}{(3 + 3)(9 + 9)} = \frac{1}{108}$ (۰/۷۵)		۷.
$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{\Delta x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{\Delta} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2}$ (۰/۵) $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{\Delta} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{\Delta}{\Delta} f'(2) = f'(2)$ (۰/۵)		۸.
$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ (۰/۵) $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \times \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$ (۰/۵) $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۰/۵)		۹.

 شرکت آموزشی فرهنگی مبتکران	پاسخنامه آزمون تشریحی شماره ۴ ریاضی ۳ / دوازدهم تجربی	اردیبهشت ماه ۱۴۰۴ مدت آزمون: ۹۰ دقیقه
طراح: جابر عامری		
الف) $f'(x) = 7(1 \cdot x^4 + \frac{2}{2\sqrt{2x+1}})(2x^5 + \sqrt{2x+1})^6$ (۰/۷۵) ب) $g'(x) = \frac{-6x^2(2x - x^2) - (2 - 2x)(1 - 2x^2)}{(2x - x^2)^2}$ (۰/۷۵)	۱۰.	الف) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{11 - 1}{2} = 5$ ب) $f'(x) = 3x^2 + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(1) = 3(1)^2 + 1 = 4$ (۰/۲۵)
$f(x) = x^3 + mx^2 + n$ $f(2) = 2^3 + m(2)^2 + n = 4m + n + 8 = 1 \Rightarrow 4m + n = -7$ (۰/۵) $f'(x) = 3x^2 + 2mx \xrightarrow{f'(2)=0} 0 = 3(2)^2 + 2m(2) \Rightarrow m = -3$ (۰/۵) $4m + n = -7 \xrightarrow{m=-3} n = 5$ (۰/۵)	۱۲.	$y - x = 10 \Rightarrow y = 10 + x$ (۰/۲۵) $p = xy \Rightarrow p = x(10 + x) = 10x + x^2$ $p'(x) = 10 + 2x \xrightarrow{p'=0} 10 + 2x = 0 \Rightarrow x = -5$ (۰/۵) $y = 10 + x \xrightarrow{x=-5} y = 10 - 5 = 5$ (۰/۵)
$\begin{cases} \frac{-a}{2} = -1 \Rightarrow a = 2 & (۰/۲۵) \\ \frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = 2 & (۰/۲۵) \end{cases}$ $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} - rc = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 - 4(-8)} = \frac{1}{2}\sqrt{40}$ (۰/۵) $= \frac{1}{2}(2\sqrt{10}) = \sqrt{10}$ (۰/۵) اندازه شعاع دایره	۱۴.	$BB' = 2b = 10 \Rightarrow b = 5$ $e = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{c}{a} \Rightarrow a = \frac{2c}{\sqrt{3}}$ $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \left(\frac{2c}{\sqrt{3}}\right)^2 = 25 + c^2 \Rightarrow \frac{4c^2}{3} = 25 + c^2$ $\Rightarrow \frac{4c^2}{3} - c^2 = 25 \Rightarrow \frac{1}{3}c^2 = 25 \Rightarrow c = 5\sqrt{3}$ $FF' = 2c = 10\sqrt{3}$ (۰/۵) فاصله کانونی
$P(E) = \underbrace{\frac{5}{11} \times \frac{7}{12}}_{(۰/۵)} + \underbrace{\frac{6}{11} \times \frac{8}{12}}_{(۰/۵)} = \frac{35}{132} + \frac{48}{132} = \frac{83}{132}$ (۰/۲۵) توجه داشته باشیم که مهره اول یا قرمز است یا زرد. اگر قرمز باشد به کل مهره‌های ظرف دوم یک مهره اضافه می‌شود ولی به مهره‌های زرد مهره‌ای اضافه نمی‌شود. اگر زرد باشد به کل مهره‌های ظرف دوم یک مهره اضافه می‌شود و مهره‌های زرد نیز یکی بیشتر می‌شود.	۱۶.	