

((به نام او که وجودم ز وجودش ز وجودش به وجود آمده است.))

کوب ژاکویی: زندگی تنها به این درد می خورد که انسان به دو کار مشغول شود.

اول ریاضیات بخواند، دوم ریاضیات درس بدهد.

گاوس: ریاضیات مادر علوم و حساب مادر ریاضیات است.

اینشتین: ما در فیزیک تا زمانی که اثبات های ریاضی هستند چیزی را آزمایش نخواهیم کرد.

پیر سیمون لاپلاس: تمام آثار طبیعت نتایج ریاضی چند قانون تفسیر ناپذیرند.

ژرژ کانتور: جوهر ریاضی در آزادی آن نهفته است این علم فارغ از تمام سیاست های جهان به توسعه خود ادامه می دهد و برخلاف سایر موارد توسعه با اقبال جهانی مواجه شده است.

آلبرت اینشتین: نگران مشکلاتی که در ریاضی دارید نباشید. به شما اطمینان می دهم که مشکلات من در این زمینه عظیم تر است.

افلاطون: خداوند در کار ریاضی است.

گالیله: قوانین طبیعت به زبان ریاضیات نوشته شده است.

این مجموعه دربردارنده ی بیش از 700 تست و سوال تشریحی از مباحث ریاضی 1 ، ریاضی 2 و ریاضی 3 می باشد. در مجموعه ی مذکور تست های کنکور داخل و خارج کشور و گزیده های از تست های آزمون های گزینه 2، قلمچی، گاج، ماز و ... همراه در سنامه های مرتبط نیز گردآوری شده است. امید است دانش آموزان عزیز با بهره گیری از مطالب عنوان شده موجبات سرافرازی اینجانب و خود را در کنکور 1405 فراهم آورند.

موفق و پیروز باشید

نوید پورزکی - تابستان 1404



😊 حتماً حفظ کنید:

$2^0 = 1$	$3^0 = 1$	$4^0 = 1$	$5^0 = 1$	$6^0 = 1$	$7^0 = 1$	$8^0 = 1$	$9^0 = 1$
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$4^1 = 4$	$5^1 = 5$	$6^1 = 6$	$7^1 = 7$	$8^1 = 8$	$9^1 = 9$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$	$7^3 = 343$		
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$				
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$						
$2^6 = 64$	$3^6 = 729$						
$2^7 = 128$							
$2^8 = 256$							
$2^9 = 512$							
$2^{10} = 1024$							

$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$
$16^2 = 256$	$17^2 = 289$	$18^2 = 324$	$19^2 = 361$	$20^2 = 400$	$21^2 = 441$	$30^2 = 900$

😊 تغییر چهره 😊

اعشاری	0.25	0.5	0.75	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5
کسری	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{13}{2}$

رادیکالی	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{10}$
اعشاری	1.4	1.7	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3	$\sim \pi$

$$\sqrt{22} = \frac{22+25}{2\sqrt{25}} = \frac{47}{10} = 4.7$$

$$\sqrt{19} = \frac{19+25}{2\sqrt{25}} = \frac{44}{10} = 4.4$$





مقدمات ریاضی:

الف) مهم‌ترین اتحادهای جبری:

1- مربع دو جمله‌ای:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

⊗ اشتباه رایج:

$$(A + B)^2 \neq A^2 + B^2$$

$$(A - B)^2 \neq A^2 - B^2$$

$$EX) (2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$EX) (3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$EX) (5x + 4)^2 =$$

$$EX) (3x + 7)^2 =$$

$$EX) (4x + 3)^2 =$$

$$EX) (7 - 2x)^2 =$$

$$EX) (3x - 1)^2 =$$

$$EX) (2x + 3)^2 =$$

2- مزدوج:

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

$$EX) (2 - x)(2 + x) = 4 - x^2$$

$$EX) \left(\frac{7}{3} - x^2\right)\left(\frac{7}{3} + x^2\right) = \frac{49}{9} - x^4$$

$$EX) (x - 3)(x + 3) =$$

$$EX) (2x - 5)(2x + 5) =$$

$$EX) (3x - 4)(3x + 4) =$$

$$EX) (2x + 9)(2x - 9) =$$

$$EX) (5x - 1)(5x + 1) =$$

$$EX) (4x - 7)(4x + 7) =$$





3- یک جمله مشترک:

$$(x + A)(x + B) = x^2 + (A + B)x + AB$$

$$EX) (x + 6)(x - 2) = x^2 + 4x - 12$$

$$EX) (7x + 6)(7x - 4) = 49x^2 + (2)7x - 24 = 49x^2 + 14x - 24$$

$$EX) (x + 3)(x - 5) =$$

$$EX) (x + 7)(x - 4) =$$

$$EX) (x + 5)(x - 2) =$$

$$EX) (x - 6)(x - 8) =$$

$$EX) (2x - 5)(2x + 3) =$$

$$EX) (3x + 4)(3x + 5) =$$

4- مکعب:

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

5- چاق و لاغر:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

تجزیه چندجمله‌ای‌ها:

انواع روش‌های تجزیه چندجمله‌ای‌ها به ترتیب زیراند:

1- فاکتورگیری: در مورد عباراتی که دارای یک عبارت مشترک در تمام جملات هستند به کار می‌رود.

$$EX) 4x^2 + 8x = 4x(x + 2) \quad ,$$

$$EX) 6x^3 - 8x^2 = 2x^2(3x - 4)$$

$$EX) 4xy - 8x =$$

$$EX) 15xy - 25x^2 =$$

$$EX) 12x^2y - 8x =$$

$$EX) 30axy - 45yx^2 =$$





$$EX) 6xy - 24x =$$

$$EX) 16yx^5 - 32yx^2 =$$

$$EX) 3ax^3 + 6x^2 =$$

$$EX) 24y^2x^3 - 12y^4x^2 =$$

$$EX) 9(x - 1) - x(x - 1) =$$

$$EX) 2(x - 3) - x(x - 3) =$$

$$EX) (x - 1)(x - 2) - (x - 2)(x - 3) =$$

$$EX) ax - 3b + 3a - bx =$$

2- استفاده از اتحادها:

الف) دوجمله‌ای باشد: برای توان‌های زوج معمولاً از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم.

$$EX) x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$$

$$EX) 16x^4 - 1 = (4x^2 - 1)(4x^2 + 1) = (2x + 1)(2x - 1)(4x^2 + 1)$$

مثال: تجزیه کنید.

$$EX) x^2 - 25 =$$

$$EX) 4 - 36x^2 =$$

$$EX) 81 - x^4 =$$

$$EX) 4x^2 - 9 =$$

$$EX) \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$$

$$EX) 1 - 9x^2 =$$

$$EX) (2x)^2 - (x + 1)^2 =$$

$$EX) (3x)^2 - (x - 1)^2 =$$

ب) سه‌جمله‌ای باشد: از اتحادهای مربع دوجمله‌ای و یا یک جمله مشترک استفاده می‌کنیم.

ضرب دو عدد جمع دو عدد

1) $x^2 - 5x + 14 = (x - 7)(x + 2)$	2) $x^2 - x - 30 =$
3) $x^2 - 8x - 9 =$	4) $x^2 - 6x - 72 =$
5) $x^2 - 2x - 63 =$	6) $x^2 - 20x + 51 =$





7) $x^2 - 9x - 22 =$	8) $x^2 - 58x - 120 =$
9) $x^2 - 11x + 28 =$	10) $x^2 - 3x - 28 =$
11) $x^2 - x + 30 =$	12) $x^2 - 7x - 30 =$
13) $x^2 - 13x - 30 =$	14) $x^2 - 13x + 30 =$
15) $x^2 - x + 42 =$	16) $x^2 - 17x + 42 =$
17) $x^2 - x - 56 =$	18) $x^2 - 10x - 56 =$
19) $a^2 - 19a + 70 =$	20) $x^2 - 9x - 70 =$

تجزیه با استفاده از اتحاد جمله مشترک در حالتی که $a \neq 1$:

$$ax^2 + bx + c \xrightarrow{\text{نتیجه}} x^2 + bx + ac \xrightarrow{\text{نتیجه}} (ax + m) \left(x + \frac{n}{a}\right), \begin{cases} m + n = b \\ m \times n = ac \end{cases}$$

$$EX) 3x^2 + 7x - 10 \xrightarrow{\text{نتیجه}} x^2 + 7x - 30 \xrightarrow{\text{نتیجه}} (3x + 10) \left(x - \frac{3}{3}\right)$$

$$EX) 2x^2 + 7x - 15$$

$$EX) 5x^2 - 87x - 54$$

$$EX) 2x^2 - x - 10$$





دستگاه معادلات خطی: برای حل دستگاه معادلات خطی از روش‌های زیر می‌توان استفاده کرد:

روش حذفی: در این روش یکی از متغیرها را حذف کرده، سپس با جایگزینی، متغیر دوم به دست می‌آید.

مثال: دستگاه معادلات خطی زیر را به روش حذفی حل کنید.

1) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$	2) $\begin{cases} 9x + 2y = 14 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$
3) $\begin{cases} 5x - 3y = 23 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$	4) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x = y - 1 \end{cases}$
5) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 16 \end{cases}$	6) $\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ 3x + 5y = 3 \end{cases}$





طرفین وسطین(معادله):

$$EX) \frac{x}{7} = \frac{8}{10} \rightarrow x = \frac{7 \times 8}{10} = \frac{56}{10} = 5.6$$

$$EX) \frac{x-3}{2} = \frac{4x}{5} \rightarrow 5x - 15 = 8x \rightarrow -3x = 15 \rightarrow x = -5$$

$$EX) \frac{x}{2} = \frac{5}{2}$$

$$EX) \frac{3x}{8} = \frac{9}{2}$$

$$EX) \frac{x-1}{2} = \frac{3}{10}$$

$$EX) \frac{3x-5}{5} = \frac{3x}{2}$$

$$EX) \frac{x-3}{2} = \frac{4x}{5}$$

$$EX) \frac{2x-1}{3} = \frac{3x}{7}$$

طرفین وسطین(نامعادله): در نامعادله مجوز طرفین وسطین نداریم مگر مطمئن باشیم مخرج‌ها

مثبت هستند.

$$EX) \frac{x-2}{x} < \frac{8}{10}$$

$$EX) \frac{x-2}{x^2} < \frac{8}{10}$$

$$EX) \frac{2x-1}{(x-2)^2} < \frac{1}{x}$$

$$EX) \frac{2}{(x-2)^2} < \frac{1}{x^2}$$





محاسبات سریع: تقسیم بر 4: اگر بخواهیم عددی را بر 4 تقسیم کنیم، ابتدا بایستی عدد را بر 2

تقسیم کنیم سپس حاصل را مجدد بر 2 تقسیم کنیم.

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\div 2} 0.5 \xrightarrow{\div 2} 0.25$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow$$

$$\frac{5}{4} \rightarrow$$

$$\frac{9}{4} \rightarrow$$

$$\frac{11}{4} \rightarrow$$

$$\frac{30}{4} \rightarrow$$

$$\frac{13}{4} \rightarrow$$

$$\frac{15}{4} \rightarrow$$

$$\frac{17}{4} \rightarrow$$

$$\frac{22}{4} \rightarrow$$

تقسیم بر 5: اگر بخواهیم عددی را بر 5 تقسیم کنیم، کافیست صورت و مخرج را در 2 ضرب کنیم و لذت

ببریم. (از تقسیم چکشی خیلی بهتره)

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$\frac{3}{5} =$$

$$\frac{4}{5} =$$

$$\frac{9}{5} =$$

$$\frac{11}{5} =$$

$$\frac{13}{5} =$$

$$\frac{14}{5} =$$

$$\frac{17}{5} =$$

$$\frac{21}{5} =$$

$$\frac{24}{5} =$$

$$\frac{29}{5} =$$

$$\frac{37}{5} =$$

$$\frac{43}{5} =$$

$$\frac{71}{5} =$$

$$\frac{103}{5} =$$

تقسیم‌های جفر: چند تیکه کنید:

$$\frac{17}{2} = \frac{16}{2} + \frac{1}{2} = 8.5$$

$$\frac{13}{2} =$$

$$\frac{19}{2} =$$

$$\frac{49}{5} = \frac{45}{5} + \frac{4}{5} = 9.8$$

$$\frac{23}{2} =$$

$$\frac{49}{2} =$$

$$\frac{53}{2} =$$

$$\frac{57}{2} =$$

$$\frac{97}{2} =$$

$$\frac{102}{3} =$$

$$\frac{105}{3} =$$

$$\frac{369}{3} =$$

$$\frac{1236}{3} =$$

$$\frac{1452}{3} =$$

$$\frac{1281}{3} =$$





ضرب اعداد دو رقمی (زیر 20) در یکدیگر: مراحل زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم.

(1) یکی از اعداد را با یکان عدد دیگر جمع می‌کنیم.

(2) جلوی عدد به دست آمده از مرحله‌ی اول صفر می‌گذاریم.

(3) یکان‌های دو عدد را در هم ضرب می‌کنیم.

(4) اعداد به دست آمده از مراحل 2 و 3 را با هم جمع می‌کنیم.

$$12 \times 13 \rightarrow 13 + 2 = 15 \rightarrow 150 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow 150 + 6 = 156$$

$$12 \times 15 \rightarrow 12 + 5 = 17 \rightarrow 170 \rightarrow 2 \times 5 = 10 \rightarrow 170 + 10 = 180$$

$$12 \times 14 \rightarrow$$

$$13 \times 14 \rightarrow$$

$$12 \times 17 \rightarrow$$

$$13 \times 17 \rightarrow$$

$$12 \times 18 \rightarrow$$

$$14 \times 16 \rightarrow$$

$$13 \times 19 \rightarrow$$

$$15 \times 14 \rightarrow$$

$$14 \times 17 \rightarrow$$

$$15 \times 19 \rightarrow$$

$$16 \times 19 \rightarrow$$

$$16 \times 18 \rightarrow$$

$$17 \times 11 \rightarrow$$

$$17 \times 15 \rightarrow$$

$$18 \times 15 \rightarrow$$

$$18 \times 13 \rightarrow$$

$$17 \times 13 \rightarrow$$

$$17 \times 16 \rightarrow$$

$$18 \times 17 \rightarrow$$

$$18 \times 19 \rightarrow$$

$$12 \times 19 \rightarrow$$

$$16 \times 13 \rightarrow$$





تقسیم اعداد بر عددهایی همچون 1.5، 2.5، 3.5 و : کافیست هر دو عدد را در 2 ضرب کنیم و اعداد به دست آمده را بر هم تقسیم کنیم.

$$30 \div 1.5 = \frac{30 \times 2}{1.5 \times 2} = \frac{60}{3} = 20$$

$$90 \div 4.5 =$$

$$26 \div 6.5 =$$

$$50 \div 2.5 =$$

$$36 \div 1.5 =$$

$$25 \div 2.5 =$$

$$21 \div 1.5 =$$

$$35 \div 3.5 =$$

ضرب اعداد در عددهایی همچون 1.5، 2.5، 3.5 و :

(1) عدد صحیح را در دهگان عدد اعشاری ضرب می کنیم.

(2) عدد صحیح را نصف می کنیم.

(3) حاصل مراحل 1 و 2 را با هم جمع می کنیم.

$$30 \times 1.5 = (30 \times 1 = 30) \rightarrow (30 \div 2 = 15) \rightarrow (30 + 15 = 45)$$

$$20 \times 4.5 =$$

$$40 \times 3.5 =$$

$$45 \times 1.5 =$$

$$32 \times 2.5 =$$

$$21 \times 1.5 =$$

$$14 \times 2.5 =$$

$$34 \times 2.5 =$$

$$24 \times 3.5 =$$





درس اول: معادله‌ی درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن

معادلات درجه دوم: معادلات درجه دوم در حالت کلی به صورت $ax^2 + bx + c = 0$

هستند. $(a \neq 0)$ ، برای حل معادلات درجه دوم چندین روش وجود دارد که به آن‌ها می-

پردازیم:

الف) ناقص‌ها

ناقص 1: اگر در معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم $b = 0$ و $c < 0$ معادله به

کمک ریشه‌گیری حل می‌شود، در واقع معادله دو ریشه‌ی قرینه‌ی هم خواهد داشت:

$$ax^2 + c = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$EX) x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

$$EX) 3t^2 - 21 = 0 \rightarrow 3t^2 = 21 \rightarrow t^2 = \frac{21}{3} = 7 \rightarrow t = \pm \sqrt{7}$$

$$EX) 2x^2 - 50 = 0$$

$$EX) 3x^2 - 48 = 0$$

$$EX) 2x^2 - 20 = 0$$

$$EX) 2x^2 + 72 = 0$$

ناقص 2: اگر در معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم $c = 0$ ، معادله به کمک

فاکتورگیری تجزیه می‌شود، پس معادله دو ریشه به صورت زیر خواهد داشت:





$$ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \rightarrow x = 0, x = -\frac{b}{a}$$

$$EX) 2x^2 + 4x = 0 \rightarrow 2x(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{2} = 0 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$EX) 9x - 7x^2 = 0 \rightarrow x(9 - 7x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 9 - 7x = 0 \rightarrow -7x = -9 \rightarrow x = \frac{9}{7} \end{cases}$$

$$EX) 3x - x^2 = 0$$

$$EX) 6x^2 - 9x = 0$$

(ب) کامل‌ها:

1) روش تجزیه: در این روش معادله‌ی درجه‌ی دوم را به کمک فاکتورگیری و اتحادها به حاصل ضرب دو چند جمله‌ای درجه اول تبدیل کرده و سپس از خاصیت زیر کمک می‌گیریم و جواب‌ها را به دست می‌آوریم.

$$A \times B = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ یا } B = 0$$

$$EX) x^2 - 9x + 18 = 0 \rightarrow (x - 6)(x - 3) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$$

مثال: به کمک تجزیه، معادله‌های درجه دوم زیر را حل کنید.

1) $x^2 - 5x + 6 = 0$ $(x - 2)(x - 3) = 0$ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$	2) $x^2 - x - 6 = 0$ $(x + 2)(x - 3) = 0$ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$
3) $x^2 - 5x - 6 = 0$	4) $x^2 + 5x - 6 = 0$





5) $x^2+7x+6=0$	6) $x^2+5x+6=0$
7) $x^2-2x-8=0$	8) $x^2-6x+8=0$
9) $x^2+6x+8=0$	10) $x^2+2x-8=0$
11) $x^2-7x+12=0$	12) $x^2-x-12=0$
13) $x^2+x-12=0$	14) $x^2+7x+12=0$
15) $x^2+8x+12=0$	16) $x^2-8x+12=0$
17) $x^2-4x-12=0$	18) $x^2+4x-12=0$
19) $a^2-8a+15=0$	20) $x^2-2x-15=0$
21) $x^2-14x+24=0$	22) $x^2+14x+24=0$
23) $x^2-10x-24=0$	24) $x^2-5x-24=0$
25) $x^2+5x-24=$	26) $x^2-11x+24=0$
27) $x^2-25x+24=0$	28) $x^2-10x+24=0$
29) $x^2-2x-24=0$	30) $x^2+2x-24=0$
31) $x^2+10x-24=0$	32) $x^2+10x+24=0$
33) $x^2-7x-18=0$	34) $x^2+7x-18=0$
35) $x^2-11x+18=0$	36) $x^2-3x-18=0$
37) $x^2-9x+18=0$	38) $x^2-18x+45=0$





39) $x^2 - 14x + 45 = 0$	40) $x^2 - 4x - 45 = 0$
41) $z^2 - 14z + 48 = 0$	42) $z^2 - 2z - 48 = 0$
43) $z^2 - 19z + 48 = 0$	44) $t^2 - 13t - 48 = 0$
45) $x^2 - 13x + 36 = 0$	46) $t^2 - 12t + 36 = 0$
47) $x^2 - 11x - 80 = 0$	48) $x^2 - 21x + 80 = 0$
49) $x^2 - 29x + 100 = 0$	50) $x^2 - 15x - 100 = 0$
51) $x^2 - 54x + 200 = 0$	52) $x^2 - 203x + 600 = 0$
53) $x^2 - 25x - 54 =$	54) $x^2 - 3x - 54 =$
55) $x^2 - 15x + 54 =$	56) $x^2 - 7x - 60 =$
57) $x^2 - 19x + 60 =$	58) $x^2 - 17x + 60 =$
59) $x^2 - 36x - 160 =$	60) $x^2 - 25x - 600 =$
61) $x^3 - x = 0$	62) $3(x + 2)^2 - (x + 2) = 0$

2) روش مربع کامل:

گام 1: در صورت نیاز با تقسیم دو طرف معادله بر ضریب x^2 ، ضریب x^2 را به یک تبدیل می‌کنیم.

گام 2: مجهول‌ها را در سمت چپ نگه می‌داریم و عدد ثابت را به سمت راست منتقل می‌کنیم.

گام 3: به طرفین تساوی $\left(\frac{x_{\text{ضریب}}}{2}\right)^2$ را اضافه می‌کنیم تا سمت چپ، مربع کامل شود.

گام 4: سمت چپ را به صورت مربع کامل $\left(x \pm \frac{x_{\text{ضریب}}}{2}\right)^2$ می‌نویسیم.





گام 5: به کمک ریشه‌گیری، در صورت وجود، ریشه‌ها را به دست می‌آوریم.

$$x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow x^2 - 10x = -9$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{-10}{2}\right)^2 = 25} x^2 - 10x + 25 = -9 + 25 \rightarrow (x - 5)^2 = 16$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - 5 = 4 \\ x - 5 = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 1 \end{cases}$$

مثال: معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

$$EX) x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$EX) 2x^2 - 4x + 2 = 0$$





3) روش دلتا (کلی): در این روش ریشه‌های معادله (در صورت وجود) از رابطه‌ی $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ به دست می‌آید که در آن $\Delta = b^2 - 4ac$ است.

نکته: اگر $\Delta > 0$ ، معادله دو ریشه حقیقی، اگر $\Delta = 0$ ، معادله یک ریشه‌ی مضاعف و اگر $\Delta < 0$ ، معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.

$$\Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} \xrightarrow{\Delta > 0} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} & \text{معادله دو ریشه‌ی حقیقی دارد} \\ \xrightarrow{\Delta = 0} x = \frac{-b}{2a} & \text{معادله یک ریشه‌ی حقیقی (مضاعف یا مکرر مرتبه دوم) دارد} \\ \xrightarrow{\Delta < 0} & \text{معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد} \end{cases}$$

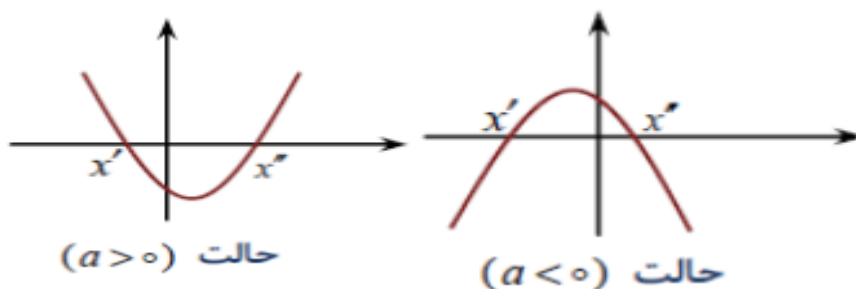
مثال: معادلات زیر را به روش کلی حل کنید.

EX) $3x^2 - 7x + 4 = 0$

EX) $6x^2 + 4x - 2 = 0$

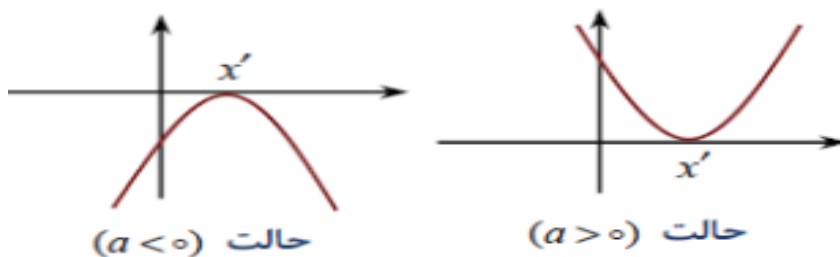
تعبیر نموداری:

الف) $\Delta > 0$

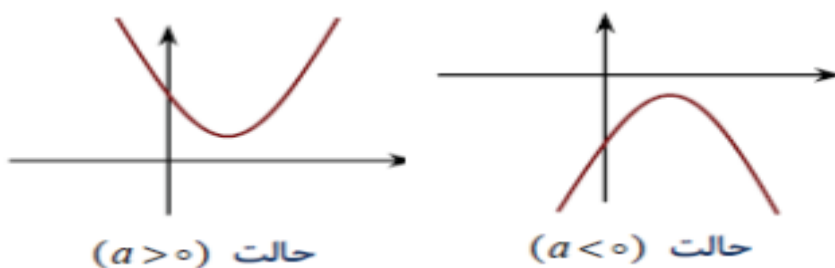




ب) $\Delta = 0$



ج) $\Delta < 0$



4) اگر $a + b + c = 0$ باشد، در آن صورت جواب‌های معادله برابر $x = 1$ و $x = \frac{c}{a}$ است. (if)

EX) $4x^2 - 9x + 5 = 0$

5) اگر $a + c = b$ باشد، در آن صورت جواب‌های معادله برابر $x = -1$ و $x = -\frac{c}{a}$ است. (pif)

EX) $3x^2 - 2x - 5 = 0$

مثال: جواب‌های $100x^2 - x - 99 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های $51x^2 - 20x - 31 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های $5x^2 - 2x - 7 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های معادله $32x^2 - 23x - 9 = 0$ برابر و است.





مثال: جواب‌های معادله $200x^2 - 9x - 209 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های معادله $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}x - 2\sqrt{2} = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های معادله $-\sqrt{3}x^2 + (\sqrt{3} - 1)x + 1 = 0$ برابر و است.

6) درمورد معادلاتی که در آن‌ها ضریب جمله x^2 غیر از یک باشد، می‌توان با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک، معادله را به صورت زیر تجزیه کرد، ابتدا ضریب x^2 را در C ضرب کنید و ... (gif)

$$EX) 3x^2 + 7x - 10 = 0 \rightarrow x^2 + 7x - 30 \rightarrow (x - 3)(x + 10) = 0 \rightarrow$$

$$\begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{3} = 1 \\ x + 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-10}{3} \end{cases}$$

مثال: عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$EX) 3x^2 - 14x + 15 = 0$$

$$EX) 3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$EX) 2x^2 + 13x + 15 = 0$$

$$EX) 5x^2 + x - 4 = 0$$





$$EX) 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$EX) 2x^2 + 3x - 27 = 0$$

$$EX) 4x^2 - x - 18 = 0$$

$$EX) 5x^2 - x - 18 = 0$$

مثال: 4 برابر مربع عددی از 12 برابر آن عدد، 9 واحد کمتر است. معکوس آن عدد کدام

است؟

$$\frac{5}{6} (4)$$

$$\frac{4}{3} (3)$$

$$\frac{3}{2} (2)$$

$$\frac{2}{3} (1)$$

مثال: اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر 4 سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن

آنها 60 شود، مجموع سن آنها اکنون چقدر است؟

$$10 (4)$$

$$16 (3)$$

$$8 (2)$$

$$12 (1)$$





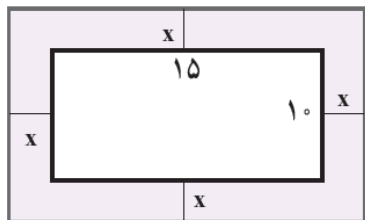
مثال: یک عکس به اندازه 10 در 15 سانتی متر درون یک قاب با مساحت 300 سانتی متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله‌ی همه‌ی لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، محیط قاب کدام است؟

70(4

80(3

90(2

100(1



مثال: طول اضلاع مثلث قائم الزاویه‌ای $x+2$, $x+1$, x است، طول ضلع متوسط کدام است؟

4(4

3(3

2(2

1(1

مثال: مجموع مربعات دو عدد طبیعی و فرد متوالی 290 است، این دو عدد را پیدا کنید.

مثال: مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی 925 است. مجموع این دو عدد کدام است؟

4(4

45(3

43(2

41(1

مثال: حاصل ضرب دو عدد فرد مثبت و متوالی 195 می‌باشد. مجموع این دو عدد کدام است؟

24 (4

28 (3

32 (2

36 (1





مثال: یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - mx + 3m - 3 = 0$ برابر 2 است. ریشه‌ی دیگر معادله کدام است؟

- 1 (1) 2 (-3) 3 (-1) 4 (3)

مثال: معادله‌ی $y = x^2 + mx + 12$ بر محور x ها مماس است. مقدار m کدام است؟

- 1 $\pm 6\sqrt{2}$ 2 $\pm 3\sqrt{2}$ 3 $\pm 2\sqrt{3}$ 4 $\pm 4\sqrt{3}$

مثال: ریشه‌ی مضاعف معادله‌ی $x^2 - (2m + 3)x + m^2 = 0$ کدام است؟

- 1 $-\frac{3}{4}$ 2 $\frac{3}{4}$ 3 $\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}$ 4 صفر

مثال: معادله‌ی درجه دوم $x(2x - 5) = a$ به ازای یک مقدار a ریشه‌ی مضاعف دارد. مقدار ریشه‌ی مضاعف کدام است؟

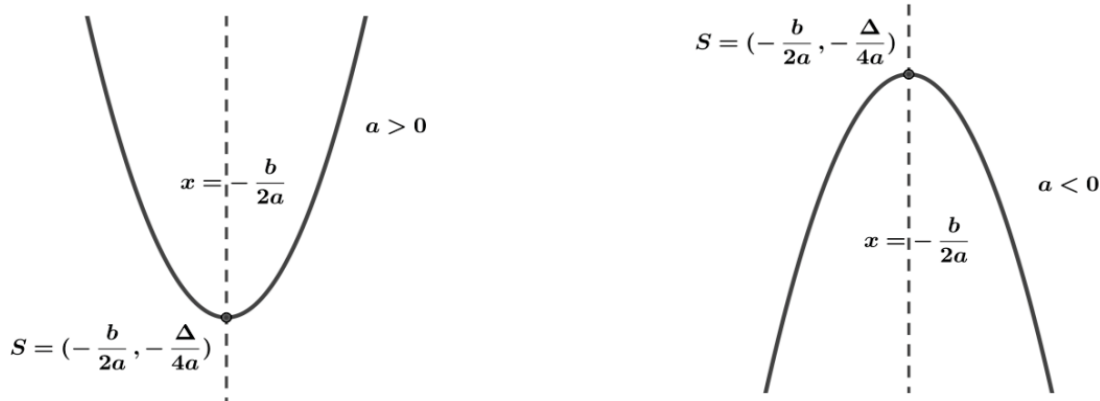
- 1 $-\frac{5}{2}$ 2 $-\frac{5}{4}$ 3 $\frac{5}{4}$ 4 $\frac{5}{2}$





درس دوم: سهمی

نمودار هر معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن a و b و c اعداد حقیقی هستند و $a \neq 0$ یک سهمی می‌گوییم که به یکی از دو صورت زیر است:



بچه مثبت 😊 (پورزکی)

بچه منفی (پخش کننده 📺)

در شکل‌های بالا نقطه‌ی S را رأس سهمی می‌گوییم.

اگر $a > 0$ باشد (بچه مثبت) سهمی مینیمم (Min) دارد و اگر $a < 0$ (بچه منفی) سهمی ماکزیمم (Max) دارد. همچنین خط عمودی که از رأس سهمی می‌گذرد خط تقارن سهمی نامیده می‌شود.

😊 نکته: هر سهمی به صورت $y = a(x - h)^2 + k$ که $a \neq 0$ است رأسی به مختصات $S = (h, k)$ و خط تقارنی با معادله $x = h$ دارد.

🌸 مثال: در سهمی $y = -2(x + 3)^2 + 5$ رأس سهمی به مختصات (5 و -3) و معادله‌ی محور تقارن $x = -3$ است.

😊 نکته: هر سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ که $a \neq 0$ است رأسی به مختصات $S = (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ و خط تقارنی به معادله‌ی $x = -\frac{b}{2a}$ دارد.

🌸 مثال: در سهمی $y = -2x^2 + 4x - 3$ مختصات راس سهمی و معادله‌ی محور تقارن سهمی را بیابید.





😊 نکته: بهتر است برای پیدا کردن عرض رأس سهمی به جای استفاده از فرمول $-\frac{\Delta}{4a}$ طول رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ را در معادله‌ی سهمی قرار دهیم.

یعنی:

$$x = \frac{-4}{2(-2)} = 1 \xrightarrow{y=-2x^2+4x-3} y = -2 + 4 - 3 = -1$$

لا مثال: مختصات رأس و محور تقارن هر یک از سهمی‌های زیر را تعیین کنید.

الف) $y = 2x^2 - 8x + 1$

ب) $y = -3(x + 2)^2 - 1$

پ) $y = (x + 1)^2 + 2x$

لا مثال: بیش‌ترین مساحت زمینی مستطیل شکل را که می‌توان توسط یک طناب 40 متری که یک طرف آن رودخانه است محصور کرد، چند متر است؟

لا مثال: رأس سهمی $y = x^2 - 4x + 3$ کدام است؟

(1, -1) (2, -15) (3, 0) (4, -1, 6)





مثال: معادله‌ی خط تقارن سهمی به معادله‌ی $y = -4x^2 + 12x - 8$ کدام است؟

(1) $x = 3$ (2) $x = \frac{3}{2}$ (3) $x = -\frac{3}{2}$ (4) $x = -3$

مثال: معادله‌ی محور تقارن سهمی $x + y = x^2$ کدام است؟

(1) $2x + 1 = 0$ (2) $2y - 1 = 0$

(3) $2x - 1 = 0$ (4) $2y + 1 = 0$

مثال: اگر رأس سهمی $y = ax^2 + bx$ باشد، a و b را به دست آورید.

مثال: نمودار هر یک از سهمی‌های زیر را رسم کنید.

(ابتدا رأس سهمی را به دست بیارین، سپس با استفاده از دو نقطه کمکی شکل رو رسم کنید.)

الف) $y = -3(x - 1)^2 - 2$

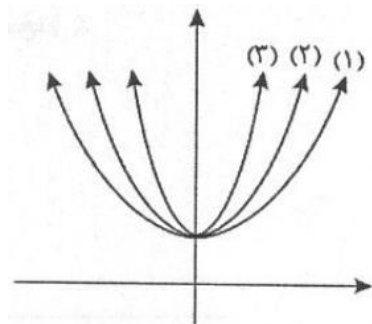
ب) $y = 2x^2 - 1$

پ) $y = 3x^2 + 6x$

ت) $y = x(1 - x) + x$



❗مثال: نمودار سه سهمی با رأس یکسان در دستگاه محورهای مختصات مقابل رسم شده است. معادله‌ی این سه سهمی در گزینه‌های زیر وجود دارد سهمی شماره‌ی 1 کدام گزینه‌ی زیر می‌تواند باشد؟



$$y = -2x^2 + 1 \quad (4) \quad y = \frac{x^2}{2} + 1 \quad (3) \quad y = 2x^2 + 1 \quad (2) \quad y = x^2 + 1 \quad (1)$$

😊نکته: نمودار سهمی متقارن می‌باشد، پس اگر دو نقطه از سهمی وجود داشته باشد که دارای عرض یکسانی باشد، معادله‌ی محور تقارن برابر با میانگین طول این دو نقطه هست.

❗مثال: اگر $(7, 2)$ و $(-3, 2)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، محور تقارن این سهمی را بدست آورید.

❗مثال: به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (3 + 2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ (س.د. 01)

- (1) هیچ مقدار a (2) تمام مقادیر a (3) 1 (4) 2

❗مثال: محل تلاقی سهمی‌های $y = x^2 - 2x + 3$ و $y = -2x^2 + 8$ را به دست آورید.



مثال: معادله‌ی محور تقارن منحنی $y = x^2 + (x + 2)^2 + (x + 4)^2$ کدام است؟

- (1) $x = -2$ (2) $x = 2$ (3) $x = 0$ (4) $x = -3$

مثال: محور تقارن سهمی $y = -2x^2 + 5x - 1$ خط به معادله‌ی $3x - 2y = 1$ را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (1) $\frac{7}{8}$ (2) $\frac{11}{8}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{2}{5}$

مثال: اگر نقاط $A(1,3)$ و $B(-3,3)$ روی منحنی $y = a(x-b)^2 + c$ قرار داشته باشند، آن‌گاه b کدام است؟

- (1) -1 (2) 1 (3) صفر (4) -2

مثال: معادله‌ی سهمی که رأس آن است و از نقطه‌ی $(-2,4)$ می‌گذرد، کدام است؟

(2) $y = -x^2 + 2x + 3$

(1) $y = -x^2 - 2x - 3$

(4) $y = x^2 + 2x + 4$

(3) $y = x^2 - 2x + 4$





مثال: اگر نقطه‌ی $S(1,1)$ نقطه‌ی ماکسیمم سهمی $y = ax^2 + bx$ باشد، a و b کدامند؟

(2) $b = 2$ و $a = -1$

(1) $b = 1$ و $a = -2$

(4) $b = -1$ و $a = -2$

(3) $b = -2$ و $a = -1$

مثال: نقطه‌ی می‌نیمم سهمی با ضابطه‌ی $y = x^2 + ax + 2$ روی نیمساز ربع سوم قرار

دارد. a کدام است؟

(4) 4

(3) 2

(2) -2

(1) -4

مثال: به ازای کدام مقدار k ، خط $y = k$ بر سهمی $y = x^2 - 3x + 2$ مماس است؟

(4) $\frac{1}{4}$

(3) $\frac{1}{3}$

(2) $-\frac{1}{4}$

(1) $-\frac{1}{3}$

مثال: محور تقارن سهمی $y = x^2 + 4x + k$ منحنی را در نقطه‌ای به عرض -2 قطع

می‌کند طول پاره خطی که سهمی روی محور x ها ایجاد می‌کند کدام است؟

(4) $4\sqrt{2}$

(3) $2\sqrt{2}$

(2) $4\sqrt{3}$

(1) $2\sqrt{3}$





مثال: خط به معادله $y = -\frac{5}{2}x$ محور تقارن منحنی $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + a$ را بر روی خود منحنی قطع می کند a کدام است؟

- (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2

مثال: رأس سهمی به معادله $y = -x^2 + ax + 5$ بر روی خط به معادله $x = 2$ قرار دارد. این سهمی از کدام نقطه ی زیر می گذرد؟

- (1) (-1,4) (2) (-1,5) (3) (1,8) (4) (1,9)

مثال: به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیه اول محورهای مختصات قرار دارد؟ (س.د.ت. 04 - نوبت اول)

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

مثال: تابع با ضابطه $f(x) = \frac{5}{\sqrt{mx^2 - 8x + 39}}$ روی R تعریف شده است. اگر برای یک مقدار m ، بیشترین مقدار تابع برابر 1 باشد، مقدار $[m]$ کدام است؟ (س.د.ر. 04 - نوبت اول)

- (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) صفر



مثال: اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل بیشترین مقدار $|x^2 - 1| + |x|$ کدام است؟
(گاج-01)

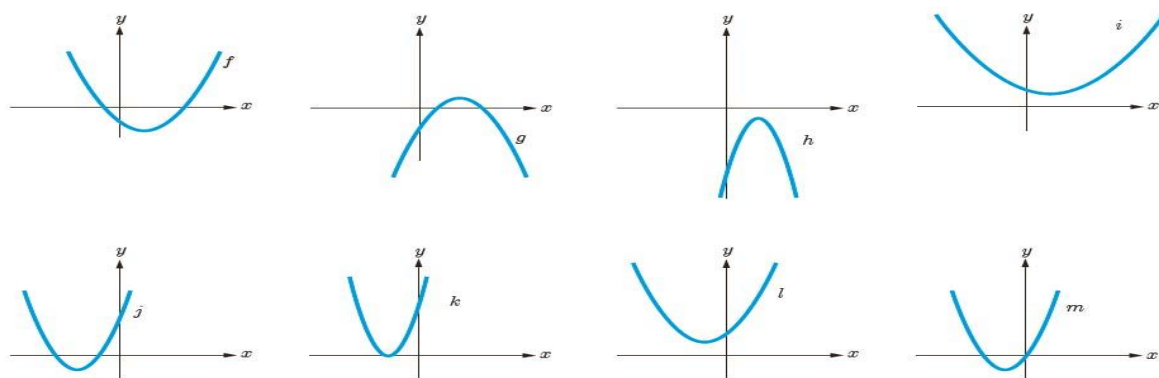
1(1) 1.25(2) 1.5 (3) 1.75 (4)

صفرهای تابع درجه 2: نقاط برخورد نمودار یک تابع با محور x ها را صفرهای تابع می‌گویند چون در این نقاط مقدار تابع برابر صفر می‌شود.

با توجه به این که نمودار تابع درجه 2 یک سهمی است، لذا صفرهای تابع در واقع ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ است که به کمک Δ می‌توان تعداد صفرهای این تابع را تعیین کرد.

نکته: در تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ علامت a و b و c را می‌توان با توجه به نمودار تابع تعیین کرد.

مثال: با توجه به نمودارهای داده شده، ابتدا تعداد ریشه‌ها و علامت هر ریشه را مشخص کرده و سپس a , b , c را تعیین کنید.



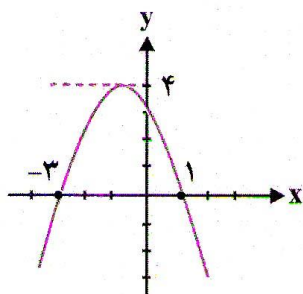
تعیین معادله‌ی سهمی به کمک نمودار:

اگر سهمی محور x ها را در 2 نقطه به طول‌های x_1 و x_2 قطع کرده باشد، در این صورت معادله‌ی سهمی را به صورت $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ می‌نویسیم و اگر سهمی محور x ها را در یک نقطه به طول x_1 قطع کرده باشد، در این صورت معادله‌ی سهمی را به صورت $f(x) = a(x - x_1)^2$ می‌نویسیم که در هر حالت با داشتن مختصات یک نقطه‌ی دیگر از

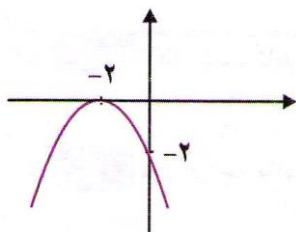


سهمی و صدق دادن در معادلات فوق به راحتی می‌توانیم a را به دست آوریم و معادله‌ی سهمی را بنویسیم.

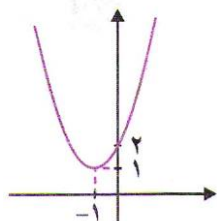
مثال: اگر نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل مقابل باشد، مقدار $a + b$ را بیابید.



مثال: نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل رو به رو است. حاصل ac کدام است؟



مثال: نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل رو به رو است. حاصل $\frac{b+c}{a}$ کدام است؟



مثال: نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقاطی با طول‌های 1- و 3- و محور y ها را در نقطه‌ای با عرض 6 قطع می‌کند. فاصله‌ی راس سهمی از محور x ها کدام است؟

14(4

12(3

10(2

8(1





علامت ریشه‌های تابع درجه 2: برای تعیین علامت صفرهای تابع درجه 2 (در صورت وجود) که همان علامت ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ است، می‌توانیم از علامت S و P کمک بگیریم. به صورت زیر:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow \text{تابع دو ریشه‌ی متمایز دارد.} \\ P = \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \text{تابع 2 ریشه‌ی مختلف علامت دارد.} \\ S = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \text{ریشه‌ی مثبت از قدرمطلق ریشه‌ی منفی بزرگ‌تر است.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow \text{تابع دو ریشه‌ی متمایز دارد.} \\ P = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \text{تابع 2 ریشه‌ی هم علامت دارد.} \\ S = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \text{هر 2 ریشه منفی هستند.} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow \text{تابع دو ریشه‌ی متمایز دارد.} \\ P = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \text{تابع 2 ریشه‌ی هم علامت دارد.} \\ S = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \text{هر 2 ریشه مثبت هستند.} \end{array} \right.$$

مثال: در توابع زیر تعداد و علامت ریشه‌ها را (در صورت وجود) مشخص کنید.

الف) $y = -2x^2 + 4x + 3$

ب) $y = 3x^2 - 6x + 2$

پ) $y = -2x^2 - 6x - 2$

مثال: حدود m کدام باشد تا معادله‌ی درجه دوم $x^2 - (2 - 2m)x + 2m + 1 = 0$ دارای 2 ریشه‌ی مثبت متمایز باشد؟ (گزینه 2-1402)

$$0 < m < 1 \quad (2)$$

$$1 < m < 4 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} < m < 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} < m < 1 \quad (3)$$





درس سوم: تعیین علامت

روشی سریع در تعیین علامت عبارت‌های گویا:

در این روش ابتدا یک جدول دو سطری رسم کرده و ریشه‌های صورت و مخرج را به ترتیب صعودی از چپ به راست در سطر اول جدول قرار می‌دهیم. سپس علامت ضرایب بزرگترین درجه‌های صورت و مخرج را در هم ضرب کرده و علامت حاصل را در آخرین بازه‌ی سمت راست جدول قرار می‌دهیم. با عبور از هر ریشه، اگر آن ریشه، ساده یا مکرر از مرتبه فرد باشد، علامت را تغییر می‌دهیم و چنان چه آن ریشه، مضاعف یا مکرر از مرتبه زوج و یا ریشه‌ی درون قدر مطلق باشد، علامت را تغییر نمی‌دهیم.

تذکر: اگر $x = a$ هم ریشه‌ی صورت و هم ریشه‌ی مخرج بود، در تعیین علامت، ابتدا توان‌های عامل $x - a$ را در صورت و مخرج با هم جمع کرده و با توجه به توان کل عامل $x - a$ ، نوع ریشه‌ی $x = a$ معلوم می‌شود.

مثال: عبارت‌های زیر را به روش سریع تعیین علامت کنید.

$$\text{الف) } P = \frac{(x+1)^2(x-1)(2-x)^5}{|x+2|(x-3)^4}$$

$$\text{ب) } P = \frac{(x^2-4)(x-1)^2}{(x+2)^3(2-3x)}$$

$$\text{پ) } P = \frac{(x-1)(x+2)^3}{(x+1)^4(x^2-4x-21)}$$





نامعادله:

مثال: در هر یک از نامعادله های زیر، مجموعه جواب را به شکل بازه بنویسید.

الف) $\frac{4-x^2}{3x+1} \geq 0$

ب) $x(x^2 + 4) < 0$

پ) $\frac{x^2-x}{x^2-2x+2} \leq 0$



مثال: برای چند عدد طبیعی، ریشه دوم عبارت $\frac{1-a}{9-3a}$ وجود ندارد؟ (س.د.ت. 04 - نوبت اول)

5(4

4(3

3(2

2(1

مثال: مجموعه جواب نامعادله $y = (2a + 3)x^2 + (4b - 5)x + 4c + 1 < 0$

به صورت بازه $(0, +\infty)$ است. اگر b عدد طبیعی باشد، مقدار $\frac{a}{c}$ کدام است؟

(س.د.ت. 04 - نوبت اول)

-2.4(4

2.4(3

-1.2(2

1.2(1





مثال: حدود x در نامعادله‌ی $\frac{x^2-10}{x} \leq 3$ کدام است؟

(1) $-2 \leq x \leq 5$ (2) $0 < x \leq 5$ یا $x \leq -2$

(3) $x \leq -3$ (4) $x \geq -2$ یا $x \leq -3$

مثال: مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{1}{x-1} > \frac{1}{x-3}$ ، به کدام صورت است؟

(1) $x < 3$ (2) $1 < x < 3$ (3) $2 < x < 3$ (4) $-2 < x < 3$

مثال: مجموعه جواب نامعادله‌ی $-1 < \frac{3x+1}{x+4} < 3$ ، به کدام صورت است؟

(گزینه 2_1402)

(1) $-4 < x < \frac{3}{2}$ (2) $-\frac{5}{4} < x < \frac{5}{4}$ (3) $x > -\frac{5}{4}$ (4) $x < \frac{5}{4}$

مثال: مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{x-1}{x+1} > 2x$ ، کدام مجموعه است؟

(1) $\{x: x < -1\}$ (2) $\{x: x > -1\}$

(3) $\{x: -1 < x < 1\}$ (4) $\{x: -2 < x < -1\}$





مثال: به ازای چه مقادیری از x نمودار $y_1 = x^2 - 5x + 3$ زیر خط $y_2 = -3$ قرار می‌گیرد؟

$$(1) 1 < x < 3 \quad (2) -3 < x < -1 \quad (3) -3 < x < -2 \quad (4) 2 < x < 3$$

مثال: به ازای چه مقادیری از a عبارت $3x^2 + x + a$ همواره بزرگتر از عبارت $x^2 - x - 2a$ است؟

$$(1) a < \frac{2}{3} \quad (2) a > \frac{1}{6} \quad (3) a < \frac{1}{16} \quad (4) a < \frac{-1}{8}$$

نکته: اگر $p(x) = ax^2 + bx + c$ باشد:

در عبارت $p(x)$ ، اگر $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد، آن گاه همواره $p(x) > 0$ است.

در عبارت $p(x)$ ، اگر $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد، آن گاه همواره $p(x) < 0$ است.

مثال: حدود a برای آن که عبارت $ax^2 + 2x + a$ همواره مثبت باشد، کدام است؟

$$(1) a > 0 \quad (2) a > -2 \quad (3) -2 < a < 2 \quad (4) a > 1$$

مثال: به ازای کدام مقادیر m ، سهمی $y = (m - 1)x^2 + \sqrt{3}x + m$ ، همواره در زیر محور x ها است؟

$$(1) m < -\frac{1}{2} \quad (2) -\frac{1}{2} < m < 1 \quad (3) 1 < m < \frac{3}{2} \quad (4) m > \frac{3}{2}$$





مثال: به ازای کدام مقادیر m ، نمودار سهمی $y = (m + 2)x^2 - 2mx + 1$ ، همواره بالای محور x ها است؟

$$m > -2 \quad (1)$$

$$-2 < m < -1 \quad (2)$$

$$-2 < m < 2 \quad (3)$$

$$-1 < m < 2 \quad (4)$$

مثال: به ازای کدام مقدار m ، معادله‌ی درجه دوم $2x^2 + (m + 1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$ فاقد ریشه‌ی حقیقی است؟

$$-3 < m < 5 \quad (1)$$

$$-3 < m < 4 \quad (2)$$

$$-2 < m < 4 \quad (3)$$

$$-1 < m < 5 \quad (4)$$

نکته: ☺

$$1) |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$2) |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3$$

$$3) |x| \geq 3 \Rightarrow x \leq -3 \text{ یا } x \geq 3$$

$$4) |x| > 3 \Rightarrow x < -3 \text{ یا } x > 3$$

نکته: ☺

با فرض $a > 0$:

$$\text{اگر } u^2 \leq a^2 \text{ آن گاه } |u| \leq a \text{ و در نتیجه } -a \leq u \leq a$$

$$\text{اگر } u^2 \geq a^2 \text{ آن گاه } |u| \geq a \text{ و در نتیجه } u \leq -a \text{ یا } u \geq a$$

$$1) x^2 \leq 9 \Rightarrow |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$2) x^2 \geq 9 \Rightarrow |x| \geq 3 \Rightarrow x \leq -3 \text{ یا } x \geq 3$$





مثال: به ازای چند مقدار صحیح m معادله $16x^2 + 2mx + 1 = 0$ ریشه‌ی حقیقی ندارد؟

- 3 (1) 4 (2) 7 (3) 9 (4)

مثال: هر یک از نامعادلات قدرمطلقى زیر را حل کنید.

الف) $|3x - 2| \leq 1$

ب) $|3x - 2| > 1$

مثال: چند عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله $||x| - 2| < 3$ قرار دارد؟

- 8 (1) 9 (2) 10 (3) 12 (4)

مثال: مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{3x-1}{2} - 1 \right| \leq 2$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4)





مثال: چند عدد صحیح x در نامساوی $|5 - x| < 2$ صدق می‌کند؟

- 5 (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4)

مثال: مجموعه جواب نامعادله‌ی $|4x - 1| > 5$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- 2 (1) 3 (2) 1 (3) 4 (4) صفر

مثال: مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x + 2| \leq 2x - 3$ کدام است؟

- 1 (1) $x \leq \frac{1}{3}$ 2 (2) $x \leq -\frac{1}{3}$ 3 (3) $x \geq 5$ 4 (4) $x \leq \frac{1}{3}$ یا $x \geq 5$

مثال: مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- 11 (1) 12 (2) 13 (3) 10 (4)





مثال: اگر نامعادله‌ی $\left| \frac{2x-4}{3x-2} \right| > 2$ به ازای تمام x های متعلق به بازه (a, b) برقرار باشد، بزرگ‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) 1 (4) $\frac{4}{3}$

مثال: اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $||x - 2| - 3| < 10$ بازه‌ی (a, b) باشد، بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (1) 4 (2) 26 (3) 10 (4) 13

نکته: به کمک روابط زیر می‌توان یک نامساوی و یا اجتماع دو نامساوی را به صورت قدرمطلق بیان کرد و بالعکس. با فرض $a < b$ داریم:

$$a < x < b \Leftrightarrow \left| x - \frac{a+b}{2} \right| < \frac{b-a}{2}$$

$$\begin{cases} x > b \\ \text{یا} \\ x < a \end{cases} \Leftrightarrow \left| x - \frac{a+b}{2} \right| > \frac{b-a}{2}$$

مثال: هر یک از مجموعه جواب‌های زیر را به صورت یک نامعادله‌ی قدرمطلق بنویسید.

الف) $(-1, 7)$

ب) $(-2, 4)$

پ) $(-\infty, +4) \cup (8, +\infty)$

ت) $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$

