

((به نام او که وجودم ز وجودش ز وجود پر وجودش به وجود آمده است.))

سه چیز را با احتیاط برداریم : قدم , قلم , قسم
سه چیز را پاک نگه داریم: جسم , خیال , لباس
از سه چیز کار بگیریم: عقل , همت , صبر
سه چیز را نشکنیم : دل , قسم , پیمان
سه چیز را هرگز نخوریم : حسرت , افسوس , غصه
خود را به سه چیز آلوده نکنیم: خیانت , قمار , اعتیاد
از سه چیز خود را دور نگه داریم: حسادت , حماقت , غرور
با سه چیز کار انجام ندهیم : ترس , ریا , غضب
از سه چیز فرار کنیم : تنبلی , شک , تعصب
سه چیز را راحت نریزیم: اشک , خون , آبرو
به سه چیز عادت نکنیم : دوست , تلویزیون , اینترنت
از سه چیز نون نخوریم : دزدی , قرض , تملق
سه کار را زیاد انجام دهیم: زیارت , عبادت , سیاحت

این مجموعه دربردارنده حدود 600 تست از مباحث ریاضی و آمار 1 و ریاضی و آمار 2 می باشد. در مجموعه مذکور تست های کنکور داخل و خارج کشور و گزیده ای از تست های آزمون های گزینه ، قلمچی ، گاج ، ماز و ... همراه درسنامه های مرتبط نیز گردآوری شده است. امید است دانش آموزان عزیز با بهره گیری از مطالب عنوان شده موجبات سرفرازی اینجانب و خود را در کنکور 1405 فراهم آورند.

موفق و پیروز باشید

نوید پورزکی - تابستان 1404

riazipurzaki.com

Tel: 09354775760



😊 حتماً حفظ کنید:

$2^0 = 1$	$3^0 = 1$	$4^0 = 1$	$5^0 = 1$	$6^0 = 1$	$7^0 = 1$	$8^0 = 1$	$9^0 = 1$
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$4^1 = 4$	$5^1 = 5$	$6^1 = 6$	$7^1 = 7$	$8^1 = 8$	$9^1 = 9$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$	$7^3 = 343$		
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$				
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$						
$2^6 = 64$	$3^6 = 729$						
$2^7 = 128$							
$2^8 = 256$							
$2^9 = 512$							
$2^{10} = 1024$							

$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$	$25^2 = 625$
$16^2 = 256$	$17^2 = 289$	$18^2 = 324$	$19^2 = 361$	$20^2 = 400$	$21^2 = 441$	$30^2 = 900$

😊 تغییر چهره ☹

اعشاری	0.25	0.5	0.75	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5
کسری	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{13}{2}$

رادیکالی	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{10}$
اعشاری	1.4	1.7	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3	$\sim \pi$

$$\sqrt{22} = \frac{22+25}{2\sqrt{25}} = \frac{47}{10} = 4.7$$

$$\sqrt{19} = \frac{19+25}{2\sqrt{25}} = \frac{44}{10} = 4.4$$





مقدمات ریاضی:

الف) مهم‌ترین اتحادهای جبری:

1- مربع دو جمله‌ای:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

⊗ اشتباه رایج:

$$(A + B)^2 \neq A^2 + B^2$$

$$(A - B)^2 \neq A^2 - B^2$$

$$EX) (2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$EX) (3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$EX) (5x + 4)^2 =$$

$$EX) (3x + 7)^2 =$$

$$EX) (4x + 3)^2 =$$

$$EX) (7 - 2x)^2 =$$

$$EX) (3x - 1)^2 =$$

$$EX) (2x + 3)^2 =$$

2- مزدوج:

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

$$EX) (2 - x)(2 + x) = 4 - x^2$$

$$EX) \left(\frac{7}{3} - x^2\right)\left(\frac{7}{3} + x^2\right) = \frac{49}{9} - x^4$$

$$EX) (x - 3)(x + 3) =$$

$$EX) (2x - 5)(2x + 5) =$$

$$EX) (3x - 4)(3x + 4) =$$

$$EX) (2x + 9)(2x - 9) =$$

$$EX) (5x - 1)(5x + 1) =$$

$$EX) (4x - 7)(4x + 7) =$$





3- یک جمله مشترک:

$$(x + A)(x + B) = x^2 + (A + B)x + AB$$

$$EX) (x + 6)(x - 2) = x^2 + 4x - 12$$

$$EX) (7x + 6)(7x - 4) = 49x^2 + (2)7x - 24 = 49x^2 + 14x - 24$$

$$EX) (x + 3)(x - 5) =$$

$$EX) (x + 7)(x - 4) =$$

$$EX) (x + 5)(x - 2) =$$

$$EX) (x - 6)(x - 8) =$$

$$EX) (2x - 5)(2x + 3) =$$

$$EX) (3x + 4)(3x + 5) =$$

4- مکعب:

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

5- چاق و لاغر:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

تجزیه چندجمله‌ای‌ها:

انواع روش‌های تجزیه چندجمله‌ای‌ها به ترتیب زیراند:

1- فاکتورگیری: در مورد عباراتی که دارای یک عبارت مشترک در تمام جملات هستند به کار می‌رود.

$$EX) 4x^2 + 8x = 4x(x + 2) ,$$

$$EX) 6x^3 - 8x^2 = 2x^2(3x - 4)$$

$$EX) 4xy - 8x =$$

$$EX) 15xy - 25x^2 =$$

$$EX) 12x^2y - 8x =$$

$$EX) 30axy - 45yx^2 =$$





$$EX) 6xy - 24x =$$

$$EX) 16yx^5 - 32yx^2 =$$

$$EX) 3ax^3 + 6x^2 =$$

$$EX) 24y^2x^3 - 12y^4x^2 =$$

$$EX) 9(x - 1) - x(x - 1) =$$

$$EX) 2(x - 3) - x(x - 3) =$$

$$EX) (x - 1)(x - 2) - (x - 2)(x - 3) =$$

$$EX) ax - 3b + 3a - bx =$$

2- استفاده از اتحادها:

الف) دوجمله‌ای باشد: برای توان‌های زوج معمولاً از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم.

$$EX) x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$$

$$EX) 16x^4 - 1 = (4x^2 - 1)(4x^2 + 1) = (2x + 1)(2x - 1)(4x^2 + 1)$$

مثال: تجزیه کنید.

$$EX) x^2 - 25 =$$

$$EX) 4 - 36x^2 =$$

$$EX) 81 - x^4 =$$

$$EX) 4x^2 - 9 =$$

$$EX) \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$$

$$EX) 1 - 9x^2 =$$

$$EX) (2x)^2 - (x + 1)^2 =$$

$$EX) (3x)^2 - (x - 1)^2 =$$

ب) سه‌جمله‌ای باشد: از اتحادهای مربع دوجمله‌ای و یا یک جمله مشترک استفاده می‌کنیم.

ضرب دو عدد جمع دو عدد

1) $x^2 - 5x + 14 = (x - 7)(x + 2)$	2) $x^2 - x - 30 =$
3) $x^2 - 8x - 9 =$	4) $x^2 - 6x - 72 =$
5) $x^2 - 2x - 63 =$	6) $x^2 - 20x + 51 =$





7) $x^2 - 9x - 22 =$	8) $x^2 - 58x - 120 =$
9) $x^2 - 11x + 28 =$	10) $x^2 - 3x - 28 =$
11) $x^2 - x + 30 =$	12) $x^2 - 7x - 30 =$
13) $x^2 - 13x - 30 =$	14) $x^2 - 13x + 30 =$
15) $x^2 - x + 42 =$	16) $x^2 - 17x + 42 =$
17) $x^2 - x - 56 =$	18) $x^2 - 10x - 56 =$
19) $a^2 - 19a + 70 =$	20) $x^2 - 9x - 70 =$

تجزیه با استفاده از اتحاد جمله مشترک در حالتی که $a \neq 1$:

$$ax^2 + bx + c \xrightarrow{\text{نتیجه}} x^2 + bx + ac \xrightarrow{\text{نتیجه}} (ax + m) \left(x + \frac{n}{a}\right), \begin{cases} m + n = b \\ m \times n = ac \end{cases}$$

$$EX) 3x^2 + 7x - 10 \xrightarrow{\text{نتیجه}} x^2 + 7x - 30 \xrightarrow{\text{نتیجه}} (3x + 10) \left(x - \frac{3}{3}\right)$$

$$EX) 2x^2 + 7x - 15$$

$$EX) 5x^2 - 87x - 54$$

$$EX) 2x^2 - x - 10$$





دستگاه معادلات خطی: برای حل دستگاه معادلات خطی از روش‌های زیر می‌توان استفاده کرد:

روش حذفی: در این روش یکی از متغیرها را حذف کرده، سپس با جایگزینی، متغیر دوم به دست می‌آید.

مثال: دستگاه معادلات خطی زیر را به روش حذفی حل کنید.

1) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$	2) $\begin{cases} 9x + 2y = 14 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$
3) $\begin{cases} 5x - 3y = 23 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$	4) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x = y - 1 \end{cases}$
5) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 16 \end{cases}$	6) $\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ 3x + 5y = 3 \end{cases}$





طرفین وسطین(معادله):

$$EX) \frac{x}{7} = \frac{8}{10} \rightarrow x = \frac{7 \times 8}{10} = \frac{56}{10} = 5.6$$

$$EX) \frac{x-3}{2} = \frac{4x}{5} \rightarrow 5x - 15 = 8x \rightarrow -3x = 15 \rightarrow x = -5$$

$$EX) \frac{x}{2} = \frac{5}{2}$$

$$EX) \frac{3x}{8} = \frac{9}{2}$$

$$EX) \frac{x-1}{2} = \frac{3}{10}$$

$$EX) \frac{3x-5}{5} = \frac{3x}{2}$$

$$EX) \frac{x-3}{2} = \frac{4x}{5}$$

$$EX) \frac{2x-1}{3} = \frac{3x}{7}$$

طرفین وسطین(نامعادله): در نامعادله مجوز طرفین وسطین نداریم مگر مطمئن باشیم مخرج‌ها

مثبت هستند.

$$EX) \frac{x-2}{x} < \frac{8}{10}$$

$$EX) \frac{x-2}{x^2} < \frac{8}{10}$$

$$EX) \frac{2x-1}{(x-2)^2} < \frac{1}{x}$$

$$EX) \frac{2}{(x-2)^2} < \frac{1}{x^2}$$





محاسبات سریع: تقسیم بر 4: اگر بخواهیم عددی را بر 4 تقسیم کنیم، ابتدا بایستی عدد را بر 2

تقسیم کنیم سپس حاصل را مجدد بر 2 تقسیم کنیم.

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\div 2} 0.5 \xrightarrow{\div 2} 0.25$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow$$

$$\frac{5}{4} \rightarrow$$

$$\frac{9}{4} \rightarrow$$

$$\frac{11}{4} \rightarrow$$

$$\frac{30}{4} \rightarrow$$

$$\frac{13}{4} \rightarrow$$

$$\frac{15}{4} \rightarrow$$

$$\frac{17}{4} \rightarrow$$

$$\frac{22}{4} \rightarrow$$

تقسیم بر 5: اگر بخواهیم عددی را بر 5 تقسیم کنیم، کافیست صورت و مخرج را در 2 ضرب کنیم و لذت

ببریم. (از تقسیم چکشی خیلی بهتره)

$$\frac{1}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$\frac{3}{5} =$$

$$\frac{4}{5} =$$

$$\frac{9}{5} =$$

$$\frac{11}{5} =$$

$$\frac{13}{5} =$$

$$\frac{14}{5} =$$

$$\frac{17}{5} =$$

$$\frac{21}{5} =$$

$$\frac{24}{5} =$$

$$\frac{29}{5} =$$

$$\frac{37}{5} =$$

$$\frac{43}{5} =$$

$$\frac{71}{5} =$$

$$\frac{103}{5} =$$

تقسیم‌های چقر: چند تیکه کنید:

$$\frac{17}{2} = \frac{16}{2} + \frac{1}{2} = 8.5$$

$$\frac{13}{2} =$$

$$\frac{19}{2} =$$

$$\frac{49}{5} = \frac{45}{5} + \frac{4}{5} = 9.8$$

$$\frac{23}{2} =$$

$$\frac{49}{2} =$$

$$\frac{53}{2} =$$

$$\frac{57}{2} =$$

$$\frac{97}{2} =$$

$$\frac{102}{3} =$$

$$\frac{105}{3} =$$

$$\frac{369}{3} =$$

$$\frac{1236}{3} =$$

$$\frac{1452}{3} =$$

$$\frac{1281}{3} =$$





ضرب اعداد دو رقمی (زیر 20) در یکدیگر: مراحل زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم.

(1) یکی از اعداد را با یکان عدد دیگر جمع می‌کنیم.

(2) جلوی عدد به دست آمده از مرحله‌ی اول صفر می‌گذاریم.

(3) یکان‌های دو عدد را در هم ضرب می‌کنیم.

(4) اعداد به دست آمده از مراحل 2 و 3 را با هم جمع می‌کنیم.

$$12 \times 13 \rightarrow 13 + 2 = 15 \rightarrow 150 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \rightarrow 150 + 6 = 156$$

$$12 \times 15 \rightarrow 12 + 5 = 17 \rightarrow 170 \rightarrow 2 \times 5 = 10 \rightarrow 170 + 10 = 180$$

$$12 \times 14 \rightarrow$$

$$13 \times 14 \rightarrow$$

$$12 \times 17 \rightarrow$$

$$13 \times 17 \rightarrow$$

$$12 \times 18 \rightarrow$$

$$14 \times 16 \rightarrow$$

$$13 \times 19 \rightarrow$$

$$15 \times 14 \rightarrow$$

$$14 \times 17 \rightarrow$$

$$15 \times 19 \rightarrow$$

$$16 \times 19 \rightarrow$$

$$16 \times 18 \rightarrow$$

$$17 \times 11 \rightarrow$$

$$17 \times 15 \rightarrow$$

$$18 \times 15 \rightarrow$$

$$18 \times 13 \rightarrow$$

$$17 \times 13 \rightarrow$$

$$17 \times 16 \rightarrow$$

$$18 \times 17 \rightarrow$$

$$18 \times 19 \rightarrow$$

$$12 \times 19 \rightarrow$$

$$16 \times 13 \rightarrow$$





تقسیم اعداد بر عددهایی همچون 1.5، 2.5، 3.5 و : کافیست هر دو عدد را در 2 ضرب کنیم و اعداد به دست آمده را بر هم تقسیم کنیم.

$$30 \div 1.5 = \frac{30 \times 2}{1.5 \times 2} = \frac{60}{3} = 20$$

$$90 \div 4.5 =$$

$$26 \div 6.5 =$$

$$50 \div 2.5 =$$

$$36 \div 1.5 =$$

$$25 \div 2.5 =$$

$$21 \div 1.5 =$$

$$35 \div 3.5 =$$

ضرب اعداد در عددهایی همچون 1.5، 2.5، 3.5 و :

(1) عدد صحیح را در دهگان عدد اعشاری ضرب می کنیم.

(2) عدد صحیح را نصف می کنیم.

(3) حاصل مراحل 1 و 2 را با هم جمع می کنیم.

$$30 \times 1.5 = (30 \times 1 = 30) \rightarrow (30 \div 2 = 15) \rightarrow (30 + 15 = 45)$$

$$20 \times 4.5 =$$

$$40 \times 3.5 =$$

$$45 \times 1.5 =$$

$$32 \times 2.5 =$$

$$21 \times 1.5 =$$

$$14 \times 2.5 =$$

$$34 \times 2.5 =$$

$$24 \times 3.5 =$$





معادله:

معادلات درجه اول: صورت کلی این معادلات $ax + b = 0$ است که اعداد a و b حقیقی و مخالف صفر

هستند و تنها جواب این معادلات $x = -\frac{b}{a}$ است.

مثال: جواب معادله‌ی زیر را بیابید.

$$5x + 7 = 3 - 4x \rightarrow 5x + 4x = 3 - 7 \rightarrow 9x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{9}$$

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

$$EX) 4x - 2 = 5(x - 3)$$

$$EX) 1 - 2(3 - 4x) = 7 + 6x$$

معادلات کسری:

الف) خلوت‌تر: با استفاده از طرفین وسطین معادله‌ی کسری را به معادله‌ی ساده تبدیل می‌کنیم و بعد

آن را حل می‌کنیم.

$$EX) \frac{x}{7} = \frac{8}{10} \rightarrow x = \frac{7 \times 8}{10} = \frac{56}{10} = 5.6$$

$$EX) \frac{x-3}{2} = \frac{4x}{5} \rightarrow 5x - 15 = 8x \rightarrow -3x = 15 \rightarrow x = -5$$

$$EX) \frac{x}{2} = \frac{5}{2}$$

$$EX) \frac{3x}{8} = \frac{9}{2}$$





$$EX) \frac{x-1}{2} = \frac{3}{10}$$

$$EX) \frac{3x-5}{5} = \frac{3x}{2}$$

$$EX) \frac{x-3}{2} = \frac{4x}{5}$$

$$EX) \frac{2x-1}{3} = \frac{3x}{7}$$

ب) **شلوغ‌تر:** برای حل معادلات درجه‌ی اول کسری، ابتدا طرفین معادله را در مخرج مشترک کل عبارت ضرب می‌کنیم و بعد از این که به معادله‌ی ساده تبدیل شد، آن را حل می‌کنیم.

مثال: جواب معادله‌ی زیر را بیابید.

$$\frac{x-1}{5} - 2 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x-1}{5} - 2 = \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 10} 10 \times \left(\frac{x-1}{5}\right) - 10 \times (2) = 10 \times \left(\frac{x}{2}\right)$$

$$2(x-1) - 20 = 5x \rightarrow 2x - 2 - 20 = 5x \rightarrow 2x - 5x = 22 \rightarrow -3x = 22$$

$$\rightarrow x = -\frac{22}{3}$$

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

$$1) \frac{2x+1}{3} = \frac{x}{2} - 1$$





$$2) \frac{x-3}{2} + 1 = \frac{x}{3}$$

$$3) 2 - \frac{x}{3} = \frac{5x-1}{6}$$

$$4) \frac{1-3x}{8} - \frac{5}{2} = x$$

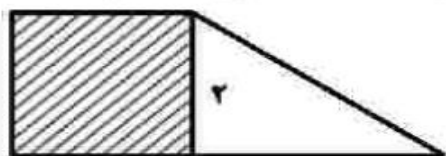
مثال: در شکل زیر، مساحت مربع از یک سوم مساحت مثلث به اندازه 3 واحد مربع بیشتر است. مساحت دوزنقه، کدام است؟ (س.د.01)

7 (4

6.5 (3

5.5 (2

5 (1





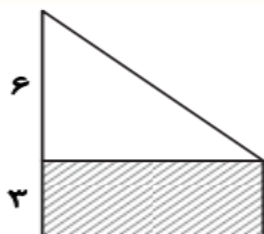
مثال: در شکل زیر، مساحت مستطیل از $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث، به اندازه‌ی 12 واحد مربع، بیشتر است. مساحت دوزنقه کدام است؟ (گزینه 2-1402)

40 (4)

30 (3)

20 (2)

10 (1)



معادلات درجه دوم: معادلات درجه دوم در حالت کلی به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ هستند.

$(a \neq 0)$ ، برای حل معادلات درجه دوم چندین روش وجود دارد که به آن‌ها می‌پردازیم:

الف) ناقص‌ها

ناقص 1: اگر در معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم $b = 0$ و $c < 0$ معادله به کمک ریشه-

گیری حل می‌شود، در واقع معادله دو ریشه‌ی قرینه‌ی هم خواهد داشت:

$$ax^2 + c = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$EX) x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

$$EX) 3t^2 - 21 = 0 \rightarrow 3t^2 = 21 \rightarrow t^2 = \frac{21}{3} = 7 \rightarrow t = \pm \sqrt{7}$$

$$EX) 2x^2 - 50 = 0$$

$$EX) 3x^2 - 48 = 0$$

$$EX) 2x^2 - 20 = 0$$

$$EX) 2x^2 + 72 = 0$$





ناقص 2: اگر در معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم $c = 0$ ، معادله به کمک فاکتورگیری تجزیه می‌شود، پس معادله دو ریشه به صورت زیر خواهد داشت:

$$ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \rightarrow x = 0, x = -\frac{b}{a}$$

$$EX) 2x^2 + 4x = 0 \rightarrow 2x(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \rightarrow x = \frac{0}{2} = 0 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$EX) 9x - 7x^2 = 0 \rightarrow x(9 - 7x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 9 - 7x = 0 \rightarrow -7x = -9 \rightarrow x = \frac{9}{7} \end{cases}$$

$$EX) 3x - x^2 = 0$$

$$EX) x^2 - 4x = 0$$

(ب) کامل‌ها:

1) روش تجزیه: در این روش ابتدا معادله را با استفاده از روش‌هایی که در همین فصل گفته شد، تجزیه و در نهایت ریشه تک‌تک معادلات درجه اول به دست آمده را پیدا می‌کنیم.

$$EX) x^2 - 9x + 18 = 0 \rightarrow (x - 6)(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$$

مثال: معادلات زیر را به روش کلی حل کنید.

$$EX) x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$EX) x^2 - x - 42 = 0$$

$$EX) x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$EX) x^2 - 12x + 36 = 0$$





$$EX) x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$EX) x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$EX) x^2 - 2x - 63 = 0$$

$$EX) x^2 - 14x + 48 = 0$$

(2) روش مربع کامل:

گام 1: در صورت نیاز با تقسیم دو طرف معادله بر ضریب x^2 ، ضریب x^2 را به یک تبدیل می‌کنیم.

گام 2: مجهول‌ها را در سمت چپ نگه می‌داریم و عدد ثابت را به سمت راست منتقل می‌کنیم.

گام 3: به طرفین تساوی $\left(\frac{\text{ضریب } x}{2}\right)^2$ را اضافه می‌کنیم تا سمت چپ، مربع کامل شود.

گام 4: سمت چپ را به صورت مربع کامل $\left(x \pm \frac{\text{ضریب } x}{2}\right)^2$ می‌نویسیم.

گام 5: به کمک ریشه‌گیری، در صورت وجود، ریشه‌ها را به دست می‌آوریم.

$$x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow x^2 - 10x = -9$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{-10}{2}\right)^2 = 25} x^2 - 10x + 25 = -9 + 25 \rightarrow (x - 5)^2 = 16$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - 5 = 4 \\ x - 5 = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 1 \end{cases} \cdot$$

مثال: معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

$$EX) x^2 - 4x - 12 = 0$$





$$EX) 2x^2 - 8x + 6 = 0$$

3) روش دلتا (کلی): در این روش ریشه‌های معادله (در صورت وجود) از رابطه‌ی $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ به دست می‌آید که در آن $\Delta = b^2 - 4ac$ است.

نکته: اگر $\Delta > 0$ ، معادله دو ریشه حقیقی، اگر $\Delta = 0$ ، معادله یک ریشه‌ی مضاعف و اگر $\Delta < 0$ ، معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.

$$\Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} \xrightarrow{\Delta > 0} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} & \text{معادله دو ریشه‌ی حقیقی دارد} \\ \xrightarrow{\Delta = 0} x = \frac{-b}{2a} & \text{معادله یک ریشه‌ی حقیقی (مضاعف یا مکرر مرتبه دوم) دارد} \\ \xrightarrow{\Delta < 0} & \text{معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد} \end{cases}$$

مثال: معادلات زیر را به روش کلی حل کنید.

$$EX) x^2 - x - 6 = 0$$

$$EX) 5x^2 - 7x + 2 = 0$$





EX) $3x^2 - 7x + 4 = 0$

EX) $6x^2 + 4x - 2 = 0$

4) اگر $a + b + c = 0$ باشد، در آن صورت جواب‌های معادله برابر $x = 1$ و $x = \frac{c}{a}$ است. (if)

EX) $4x^2 - 9x + 5 = 0$

5) اگر $a + c = b$ باشد، در آن صورت جواب‌های معادله برابر $x = -1$ و $x = -\frac{c}{a}$ است. (pif)

EX) $3x^2 - 2x - 5 = 0$

مثال: جواب‌های $100x^2 - x - 99 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های $51x^2 - 20x - 31 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های $5x^2 - 2x - 7 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های معادله $32x^2 - 23x - 9 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های معادله $200x^2 - 9x - 209 = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های معادله $\sqrt{2}x^2 - \sqrt{2}x - 2\sqrt{2} = 0$ برابر و است.

مثال: جواب‌های معادله $-\sqrt{3}x^2 + (\sqrt{3} - 1)x + 1 = 0$ برابر و است.





(6) درمورد معادلاتی که در آن‌ها ضریب جمله x^2 غیر از یک باشد، می‌توان با استفاده از اتحاد یک جمله

مشترک، معادله را به صورت زیر تجزیه کرد، ابتدا ضریب x^2 را در c ضرب کنید و ... (gif)

$$EX) 3x^2 + 7x - 10 = 0 \rightarrow x^2 + 7x - 30 \rightarrow (x - 3)(x + 10) = 0 \rightarrow$$

$$\begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{3} = 1 \\ x + 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-10}{3} \end{cases}$$

مثال: عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$EX) 3x^2 - 14x + 15 = 0$$

$$EX) 3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$EX) 2x^2 + 13x + 15 = 0$$

$$EX) 5x^2 + x - 4 = 0$$

$$EX) 2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$EX) 2x^2 + 3x - 27 = 0$$





$$EX) 4x^2 - x - 18 = 0$$

$$EX) 5x^2 - x - 18 = 0$$

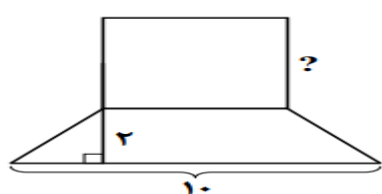
مثال: در شکل زیر، مساحت مربع از دو برابر مساحت دوزنقه، 5 واحد کمتر است. طول ضلع مربع کدام است؟
(گزینه 2-1402)

4 (4)

5 (3)

3 (2)

2.5 (1)



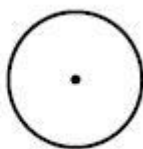
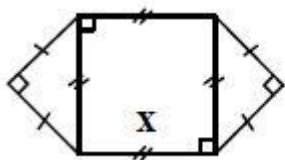
مثال: اگر شعاع دایره شکل زیر برابر $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}x$ و مجموع مساحت‌های دو شکل برابر 16 باشد، محیط دایره کدام است؟ (س.د. 04 - نوبت اول)

$4\sqrt{\pi}$ (4)

$3\sqrt{\pi}$ (3)

$2\sqrt{\pi}$ (2)

$\sqrt{\pi}$ (1)



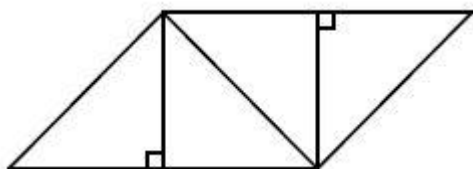
مثال: در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفتن 4 مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم الزاویه 3 واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟ (س.د.03 - نوبت اول)

$$\sqrt{3}(4)$$

$$3(3)$$

$$\sqrt{2}(2)$$

$$2(1)$$



مثال: در شکل زیر مستطیل بزرگ از 3 مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت مستطیل بزرگ از $\frac{2}{3}$ مساحت یکی از مربع ها 14 واحد بیشتر باشد، اختلاف طول و عرض مستطیل بزرگ کدام است؟

(س.د.03 - نوبت دوم)

$$\sqrt{3}(4)$$

$$2\sqrt{3}(3)$$

$$\sqrt{6}(2)$$

$$2\sqrt{6}(1)$$

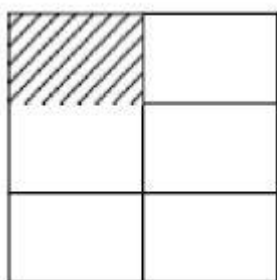
مثال: در شکل زیر از کنار هم قرار گرفتن 6 مستطیل یکسان یک مربع ساخته شده است. اگر مساحت هر مستطیل از $\frac{1}{3}$ مساحت مربع 6 واحد کمتر باشد، اختلاف طول و عرض کوچک ترین مستطیل کدام است؟ (س.خ.03)

$$2.5(4)$$

$$1.5(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$





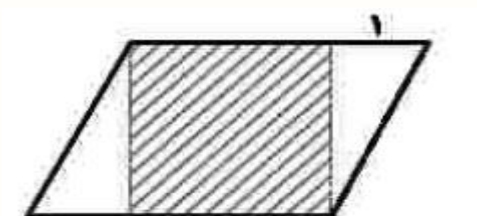
مثال: در شکل زیر، مساحت مربع هاشور خورده از $\frac{3}{4}$ مساحت یکی از مثلث‌ها به اندازه‌ی $\frac{27}{32}$ واحد مربع بیشتر است. اندازه‌ی قاعده‌ی متوازی الاضلاع، کدام است؟ (س.خ.01)

(1) $\frac{9}{8}$

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{17}{8}$

(4) $\frac{5}{2}$



مثال: مجموع معکوس دو مضرب متوالی عدد 5 برابر $\frac{1}{6}$ است. اگر a مجموع آن دو عدد باشد، مجموع ارقام a کدام است؟ (س.د.04 - نوبت اول)

(1) 6

(2) 7

(3) 8

(4) 9

نکته: اگر α و β دو ریشه‌ی معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، همواره داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a}, \quad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

مثال: مجموع، حاصل ضرب و قدر مطلق اختلاف ریشه‌های معادلات زیر را بیابید.

EX) $5x^2 - 4x - 1 = 0$

EX) $x^2 - x - 3 = 0$





EX) $x^2 - 2x - 3 = 0$

EX) $2x^2 - 4x - 6 = 0$

مثال: جواب‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $3x^2 - 5mx + m^2 - 1 = 0$ معکوس یکدیگر هستند.
مقادیر m کدام است؟ (قلمچی-1402)

- (1) فقط 2 (2) فقط -2 (3) ± 2 (4) -3

مثال: معادله‌ی $x^2 + (2m + 1)x + 3m - 1 = 0$ دو ریشه‌ی قرینه دارد. مقدار m کدام است؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) 2 (4) -2

مثال: اگر $\sqrt{3}$ واسطه هندسی ریشه‌های معادله $mx^2 - 4x + m^2 - 4 = 0$ باشد، مجموع ریشه‌های
این معادله کدام است؟ (س.د.03 - نوبت اول)

- (1) 1 (2) -1 (3) 4 (4) -4





مثال: هر دو ریشه معادله $(2a + 1)x^2 - 4ax + 2a - 1 = 0$ مثبت هستند. a کدام مقدار زیر می تواند باشد؟ (س.د.03 - نوبت دوم)

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $-\frac{3}{10}$ (3) $-\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{8}$

مثال: هر دو ریشه معادله $ax^2 + (1 - a)x + 1 - 2a = 0$ منفی هستند. a کدام مقدار زیر می تواند باشد؟ (س.خ.03)

- (1) $-\frac{7}{4}$ (2) $\frac{5}{6}$ (3) $-\frac{3}{2}$ (4) $\frac{1}{4}$

نکته: اگر ریشه های معادله را داشته باشیم با استفاده از فرمول $x^2 - sx + p = 0$ می توانیم معادله را بنویسیم.

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن -2 و 3 باشد.

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $1 \pm \sqrt{3}$ باشد.

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $-2 \pm \sqrt{5}$ باشد.





مثال: معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $4 - \sqrt{2}$ و $4 + \sqrt{2}$ باشد.

مثال: معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$ باشد.

مثال: معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش $\frac{3 + \sqrt{3}}{5}$ و $\frac{3 - \sqrt{3}}{5}$ باشد.

معادلات شامل عبارت‌های گویا: برای حل معادلات شامل عبارت‌های گویا، ابتدا مخرج مشترک گرفته و سپس با طرفین - وسطین، ریشه‌های معادله‌ی مورد نظر را می‌یابیم.

می‌کنیم تا نهایتاً به عبارتی نظیر $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ می‌رسیم. جواب‌های معادله، ریشه‌های $f(x) = 0$ هستند.

نکته: جواب‌هایی مورد قبول هستند که ریشه‌ی مخرج نباشند.

مثال: ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2-4} + \frac{4x}{x-2} = 1$ را به دست آورید.

$$\frac{1}{x^2-4} + \frac{4x}{x-2} = 1 \rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{4x}{x-2} = 1$$

$$\rightarrow \frac{1 + 4x(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{1}$$

$$\rightarrow \frac{1 + 4x^2 + 8x}{x^2 - 4} = \frac{1}{1} \rightarrow x^2 - 4 = 1 + 4x^2 + 8x \rightarrow 3x^2 + 8x + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 & ok \\ x = -\frac{5}{3} & ok \end{cases}$$





مثال: حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = 2$ ، کدام است؟ (س.د.01)

- (1) -18 (2) -6.5 (3) -1 (4) -2

مثال: به ازای چند مقدار m ، $x=2$ جواب معادله $\frac{x+1}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-3)}$ است؟ (س.خ.01)

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) هیچ مقداری از m

مثال: معادله $\frac{x^2-2x+3}{x^2-2x} - 1 = \frac{x}{x-2}$ دارای چند جواب منفی است؟ (س.د.03 - نوبت دوم)

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) صفر

مثال: معادله $\frac{x^2-5x}{x^2-4} - 3 = \frac{x+3}{2-x}$ دارای چند جواب است؟ (س.خ.03)

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) صفر





مثال: علی و حسین کاری را در عرض 3 ساعت انجام می‌دهند. اگر علی به تنهایی کار را در 9 ساعت انجام دهد، حسین به تنهایی کار را در چند ساعت انجام می‌دهد؟

مثال: دو نقاش با هم یک ساختمان را 18 روزه رنگ می‌کنند. اگر هر یک به تنهایی کار را انجام دهند، نقاش اول 15 روز زودتر از نقاش دوم این کار را انجام می‌دهد. مجموع روزهایی که دو نقاش کار را به تنهایی تمام می‌کنند چند روز است؟

مثال: برای رنگ آمیزی نمای یک ساختمان از دو دستگاه A و B استفاده می‌شود. اگر این دو دستگاه با هم کار کنند، این رنگ آمیزی 6 ساعت طول می‌کشد، اگر سرعت کار دستگاه A دو برابر سرعت کار دستگاه B باشد، با دستگاه B در چند ساعت می‌توان نمای این ساختمان را رنگ آمیزی کرد؟

مثال: یک کیک را ابتدا بین افراد حاضر در یک مهمانی به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس چهار نفر این مهمانی را ترک کردند و دوباره کیک به همان اندازه قبل را بین نفرات باقیمانده تقسیم کردیم که یک سوم بیشتر از قبل به هر نفر رسید. اگر نصف کیک را بین نفرات ابتدایی تقسیم می‌کردیم به هر نفر چه سهمی از کیک می‌رسید؟ (س.د. 03 - نوبت اول)

$$\frac{1}{24} \text{ (4)}$$

$$\frac{1}{12} \text{ (3)}$$

$$\frac{1}{16} \text{ (2)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (1)}$$

