



۱ خط $2mx + (m^2 - 1)y = 3$ ، به ازای دو مقدار m با جهت مثبت محور x ها زاویه 60° درجه می سازد. اختلاف مقادیر m کدام است؟

(۲) $4\sqrt{3}$

(۱) $2\sqrt{3}$

(۴) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۲ در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن ها ۲۱۶ است. تفاضل کوچک ترین و بزرگ ترین این سه عدد کدام است؟ (با تغییر)

(۲) ۵

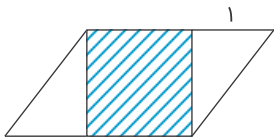
(۱) ۴

(۴) ۷

(۳) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۳ در شکل زیر مساحت مربع هاشورخورده از $\frac{3}{4}$ مساحت یکی از مثلث ها به اندازه $\frac{27}{32}$ واحد مربع بیشتر است. اندازه قاعده متوازی الاضلاع، کدام است؟



(۱) $\frac{9}{8}$

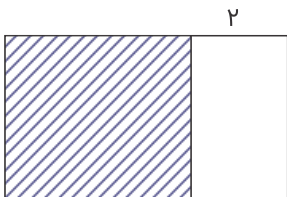
(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{17}{8}$

(۴) $\frac{5}{2}$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

۴ در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگ تر، ۱۸ واحد مربع بیشتر است. محیط مستطیل بزرگ تر کدام است؟



(۱) ۴۴

(۲) ۴۸

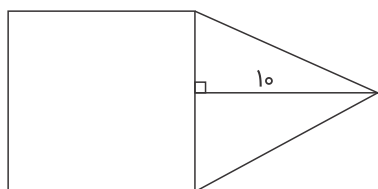
(۳) ۵۲

(۴) ۵۴

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۵

در شکل زیر، مساحت مثلث متساوی الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{8}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت مثلث، کدام است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۳۵

(۳) ۴۰

(۴) ۴۵

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

۶

طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از $\frac{1}{5}$ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟

(۲) ۵۶

(۱) ۵۲

(۴) ۶۴

(۳) ۶۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۷

مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد، آنگاه حاصل ضرب پول‌های باقی‌مانده آن‌ها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه اکرم، کدام است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۹

(۴) ۹۱

(۳) ۸۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۸

فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ ، بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۲) $(-1, 4)$ (۱) $(-1, 3)$ (۴) $(2, 15)$ (۳) $(2, 9)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۹

محور تقارن سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟

(۲) -۴

(۱) -۸

(۴) ۴

(۳) ۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۱۰

رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

(۲) ۶

(۱) ۲

(۴) -۸

(۳) -۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۱۱

شیب خط $y = ax + b$ ، $-1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = (\frac{c}{p}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & x = -2 \\ (2) & x = -3 \\ (3) & x = -\frac{3}{2} \\ (4) & x = -\frac{7}{4} \end{array}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

۱۲

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض -6 قطع کرده و از نقطه $(-2, -6)$ می‌گذرد. $f(-1)$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & -8 \\ (2) & -7 \\ (3) & -5 \\ (4) & -4 \end{array}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

۱۳

رأس سهمی $y = -ax^2 + ax + 2$ روی سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ قرار دارد و برعکس. مقدار $b - a$ چقدر است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & -6 \\ (2) & 6 \\ (3) & -18 \\ (4) & 18 \end{array}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۴

کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & x = 2 \\ (2) & x = 2/5 \\ (3) & x = 3 \\ (4) & x = 3/5 \end{array}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۱۵

نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & -\frac{1}{18} \\ (2) & -\frac{5}{18} \\ (3) & -\frac{7}{6} \\ (4) & -\frac{1}{2} \end{array}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۶

خط $x = -1$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + 3x + c$ است. اگر رأس سهمی روی خط $y = 1$ قرار داشته باشد، مقدار ac کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 5/75 \\ (2) & 3/75 \\ (3) & -3/25 \\ (4) & -5/25 \end{array}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۷

سهمی $y = -\frac{1}{p}x^2 + ax + b$ با خط $y = 13 - x$ در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۸، متقاطع‌اند. مختصات رأس این سهمی، کدام است؟

- (۱) $(1, 9)$ (۲) $(3, 9)$
(۳) $(3, 12)$ (۴) $(4, 13)$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

۱۸

فرض کنید $A(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

- (۱) $(5, -7)$ (۲) $(5, -9)$
(۳) $(2, 5)$ (۴) $(1, 5)$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۹

فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(2x - 3)}{x - 3\sqrt{x} + 2} \geq 0$ فقط یک بازه باشد. مقدار m ، کدام است؟ (با تغییر)

- (۱) -1 (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) 2 (۴) $\frac{4}{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۰

فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} > 0$ ، به ازای $x > \frac{3}{2}$ ، بازه $(2, 4)$ باشد. مقدار m ، کدام است؟ (با تغییر)

- (۱) -2 (۲) صفر
(۳) 1 (۴) 2

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۲۱

مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{3x + 1}{x - 3} < -1$ به کدام صورت است؟

- (۱) $x < \frac{1}{2}$ (۲) $x < 3$
(۳) $-\frac{1}{2} < x < 3$ (۴) $\frac{1}{2} < x < 3$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

۲۲

مجموعه جواب نامعادله $1 < \left| \frac{2 - x}{2x - 3} \right|$ به کدام صورت است؟ (با تغییر)

- (۱) $(1, \frac{3}{2})$ (۲) $(1, \frac{5}{3}) - \{\frac{3}{2}\}$
(۳) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{3})$ (۴) $(\frac{5}{3}, 2)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲۳

مجموعه جواب نامعادله $\frac{1}{2}x + 3 \leq x + |x|$ به کدام صورت است؟

- (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-6, 8]$
(۳) $[-6, 2]$ (۴) $[-2, 6]$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

۲۴

مجموعه جواب نامعادله $|x| < 2x - 5$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $(1, 5)$ (۲) $(1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6})$
(۳) $(1, 5) \cup (1 + \sqrt{6}, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۲۵

در بازه (a, b) عبارت $15x^2 + 73x + 14$ منفی و عبارت $| \frac{x-1}{2} - 1 |$ بزرگتر از سه است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{23}{3}$
(۳) $\frac{4}{15}$ (۴) $\frac{67}{15}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۲۶

نمودار تابع $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -2$ واقع می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۳
(۳) ۴ (۴) صفر

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۲۷

تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x - 3$ با دامنه $\{x : |x - 1| < 2\}$ ، همواره چگونه است؟

- (۱) منفی (۲) مثبت
(۳) صعودی (۴) نزولی

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۲۸

مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x-1}{x+1} < 3$ ، کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(4, +\infty)$
(۳) $\mathbb{R} - [-4, 0]$ (۴) $\mathbb{R} - [-4, -1]$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{x-2}{2x+1} \right| > 1$ ، به صورت کدام بازه‌ها است؟

- (۱) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ (۲) $\left(-2, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$
- (۳) $\left(-3, -\frac{1}{2}\right)$ (۴) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

مجموعه جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

- (۱) $(-4, 2) \cup (2, 3)$ (۲) $(2, 4)$
- (۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{p}x + \frac{9}{p}$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + |x|$ است. طول نقطه وسط این بازه کدام است؟

- (۱) -2 (۲) $-1/5$
- (۳) -1 (۴) $-5/5$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}, n \in \mathbb{N}$ آنگاه مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵
- (۳) ۶ (۴) ۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع $y = (1-a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ ، همواره بالای محور x ‌ها است؟

- (۱) $a < 1$ (۲) $a < -2$
- (۳) $a > 3$ (۴) $-2 < a < 1$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است؟ (با تغییر)

- (۱) $\left\{-2 < m < 2/5\right\} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ (۲) $-1 < m < 3/5$
- (۳) $\left\{-1 < m < 3/5\right\} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ (۴) $-1 < m < 2/5$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۳۵ مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 2x| < x$ کدام است؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(0, 3)$
(۳) $(1, 2)$ (۴) $(1, 3)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۳۶ در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = (x - 1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^2$ است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$
(۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۳۷ به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ ، همواره پایین محور x ها است؟ (با تغییر)

- (۱) $1 < m < 5$ (۲) $2 < m < 5$
(۳) $2 < m < 7$ (۴) $2 < m < 6$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۳۸ مقادیر تابع با ضابطه $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 6$ ، در بازه (a, b) بزرگتر از $\frac{7}{4}$ است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵
(۳) ۵/۵ (۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

۳۹ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-1}{x+1} > 2x$ کدام مجموعه است؟

- (۱) $\{x : x < -1\}$ (۲) $\{x : x > -1\}$
(۳) $\{x : -1 < x < 1\}$ (۴) $\{x : -2 < x < -1\}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۴۰ نمودار تابع $y = 4 - |x|$ در بازه (a, b) بالاتر از خط به معادله $2y + x = 5$ قرار دارد، بزرگترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴
(۳) ۵ (۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

۴۱

با کدام مجموعه مقادیر a ، عبارت $x^2 - ax + a - 2$ به ازای جميع مقادیر x ، مثبت است؟

(۱) $\{a : a > 0\}$ (۲) $\{a : a > 2\}$

(۳) $\mathbb{R}$ (۴) $\emptyset$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

۴۲

به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ بالای محور x ها است؟

(۱) $a < -1$ (۲) $a > 1$

(۳) $a > 2$ (۴) $1 < a < 2$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

۴۳

در بازه (a, b) ، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۴۴

مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{x+1}{2x-1} < 1$ ، کدام است؟

(۱) $(0/6, 1/5)$ (۲) $(0/8, 1/2)$

(۳) $(1, 2)$ (۴) $(0/8, 2)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۴۵

جواب نامعادله $1 \leq 3x - 2 \leq -1$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$ (۲) $-1 \leq x \leq 1$

(۳) $-1 \leq x \leq \frac{1}{3}$ (۴) $-2 \leq x \leq 1$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

۴۶

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$ ، در بازه (a, b) پایین تر از خط به معادله $y = 2$ است، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶

(۳) ۸ (۴) ∞

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۸

۴۷

اگر عبارت $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

(۲) $\{a : a < 1\}$

(۱) $\{a : 1 < a < 5\}$

(۴) $\mathbb{R}$

(۳) $\emptyset$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۴۸

در کدام بازه از مقادیر x ، نمودار تابع $f(x) = 5 - |x - 1|$ بالاتر از نمودار تابع $g(x) = |2x|$ قرار دارد؟

(۲) $(-\frac{2}{3}, 1)$

(۱) $(-\frac{4}{3}, 1)$

(۴) $(-\frac{2}{3}, 2)$

(۳) $(-\frac{4}{3}, 2)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

۴۹

مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

(۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$

(۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$

(۴) $x < -6$

(۳) $x > 4$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۵۰

مجموعه جواب نامعادله $|x^2 + 1| > |x - 2| + 2x + 1$ ، به صورت کدام بازه است؟

(۲) $(-1, 1)$

(۱) $(-2, 1)$

(۴) $(1, 2)$

(۳) $(-1, 2)$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۵۱

به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه x مثبت است؟

(۲) $m > 2/5$

(۱) $m < -2$

(۴) $1 < m < 2/5$

(۳) $1 < m < 2$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

۵۲

رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + 6x - 4$ بر روی خط $x = 1$ قرار دارد. این سهمی در کدام نقطه دارای بیشترین مقدار است؟

(۲) $(2, -2)$

(۱) $(2, -10)$

(۴) $(1, -1)$

(۳) $(1, 5)$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

۵۳

مقدار m چقدر باشد تا عبارت $x^2 + 4mx + 16$ مربع کامل شود؟

- (۱) ± 4 (۲) ± 2
(۳) $\pm \sqrt{20}$ (۴) -1

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

۵۴

به ازای چه مقدار k ، سهمی $y = kx^2 + kx - \frac{1}{4}$ همواره پایین محور x ‌هاست؟

- (۱) $(2, +\infty)$ (۲) $(-2, 0)$
(۳) $(-\infty, 0)$ (۴) $(0, +\infty)$

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۵۵

اگر مجموعه جواب حاصل از حل نامعادله $|3x - a| \leq b$ به صورت $[1, 5]$ باشد، در این صورت حاصل $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) 45 (۲) 5
(۳) 117 (۴) -45

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۵۶

اگر $x = 3 - 2\sqrt{2}$ یکی از جواب‌های معادله $x^2 - m(m+1)x + m^3 = 0$ باشد، مجموع مقادیر مثبت m کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$
(۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۵۷

اگر نمودار تابع $f(x) = x^2 + ax + 1$ از نقطه $(2, 3)$ عبور کند، مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 1
(۳) 5 (۴) -1

جدول تعیین علامت عبارت $p = (x^2 - x)(x - 1)^3 |x - 2|$ کدام است؟

(۲)

x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$	
p	+	○	-	○	+	-

x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$	
p	-	○	+	○	-	+

(۴)

x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$
p	-	○	+	○	+

(۳)

x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$	
p	-	○	+	○	+	-

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

مجموعه جواب نامعادله $x - \frac{1}{x-1} > 5$ به صورت $(a, 1) \cup (b, +\infty)$ است. مقدار ab کدام است؟

(۲) ۲

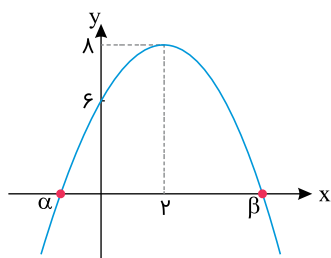
(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

در شکل زیر، α و β محل برخورد سهمی با محور x می‌باشد. باتوجه به آن حاصل $|\frac{\beta}{\alpha}|$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

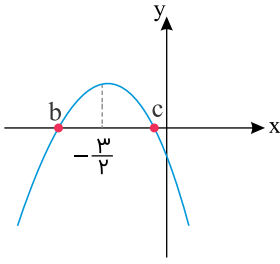
(۳) ۳

(۴) ۴

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۶۱

نمودار سهمی $y = -x^2 + ax - \frac{13 - a^2}{2}$ رسم شده است. abc کدام است؟



(۱) ۶

(۲) -۱۲

(۳) -۶

(۴) ۱۲

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۶۲

اگر $(5, 3)$ و $(-3, 3)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن سهمی کدام است؟

(۱) $x = 3$ (۲) $x = -3$ (۳) $x = 1$ (۴) $x = 5$

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۶۳

مختصات رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $S(2, 18)$ است و این سهمی از نقطه $M(1, 16)$ می‌گذرد. حاصل $a + b + c$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۱۶

(۳) ۱۰

(۴) ۱۸

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۶۴

اگر جواب کوچک‌تر معادله $x(6x + 5) = 4$ با $\tan \alpha$ برابر باشد و انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد، $\cos \alpha$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

۶۵

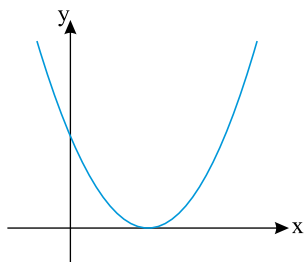
اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - (3 - 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$ باشند و $\alpha < \beta$ ، حاصل $3\alpha + \beta$ کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt{2}$ (۲) $1 + \sqrt{2}$ (۳) $3 - \sqrt{2}$ (۴) $3 + \sqrt{2}$

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

نمودار سهمی $y = 3x^2 - 6x + c$ به صورت زیر است. مقدار c کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۳

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

مختصات برخورد دو سهمی به معادلات $y = x^2 - 3x + 4$ و $y = -x^2 + 5x - 4$ کدام است؟

(۱) (۲, ۲)

(۲) (-۲, -۱۸)

(۳) (۱, ۲)

(۴) (-۱, -۱۰)

تعداد جوابهای معادله $4x^5 - 4x = 0$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

مقادیر x در نامعادله $\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3}$ کدام است؟

(۱) $x < \frac{2}{3}$ (۲) $x > \frac{3}{4}$ (۳) $x > \frac{7}{6}$ (۴) $x < \frac{5}{4}$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۰۶

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۰۶

نمودار سهمی $y = x^2 - 10x + 14$ از کدام ناحیه محورهاى مختصات نمی‌گذرد؟

(۱) اول

(۲) دوم

(۳) چهارم

(۴) سوم

۷۱

عبارت $\frac{2}{x} - 3$ در کدام بازه نامنفی است؟

- (۱) $\mathbb{R}$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $(-\infty, \frac{2}{3})$ (۴) $(-\infty, 0) \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

۷۲

مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x-3}{x+1} < 1$ به کدام صورت است؟

- (۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$ (۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

۷۳

تابع $y = \frac{(x+1)^2(x-1)^3(x+2)}{(x-2)^5}$ در چند نقطه تغییر علامت می‌دهد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۹
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۹

۷۴

به‌ازای چه مقادیری از m معادله $2x^2 - mx - m = 0$ ریشه حقیقی ندارد؟

- (۱) $m > 0$ (۲) $m > 8$ (۳) $-8 < m < 0$ (۴) $0 < m < 8$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰

۷۵

عبارت $P(x) = 6mx^2 + 2x - 1$ همواره منفی است. حدود m کدام است؟

- (۱) $m < 0$ (۲) $m < -\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{6} < m < 0$ (۴) $m > -\frac{1}{6}$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

۷۶

به ازای کدام مقدار m نمودار تابع با ضابطه $y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2$ بالای محور x ها و بر آن مماس است؟

- (۱) -3
(۲) $-\frac{5}{2}$
(۳) $\frac{5}{2}$
(۴) 3

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

۷۷

اگر کمترین مقدار تابع $y = 5x^2 - bx + 7$ برابر ۲ باشد، آنگاه b کدام است؟

- (۱) $10, -10$
(۲) 3
(۳) -3
(۴) $5, -5$

۷۸

به ازای چه مقادیری از m ، معادله درجه دوم $mx^2 + mx - 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف است؟

- (۱) -4
(۲) صفر و -4
(۳) 2 و 4
(۴) -2 و -4

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۳۹۹۶

۷۹

چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست‌اند؟

- (آ) در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، Δ برابر است با $b^2 + 4ac$.
(ب) ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 = a$ ، $(a > 0)$ عبارت‌اند از: $x = \sqrt{a}$ ، $x = -\sqrt{a}$.
(پ) اگر $AB = 0$ باشد، آنگاه الزاماً $A = 0$ و $B = 0$ است.

- (۱) صفر
(۲) 1
(۳) 2
(۴) 3

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۳۹۹۶

۸۰

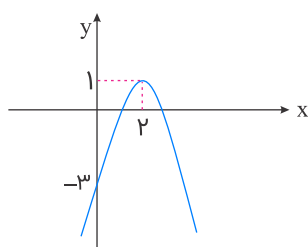
در معادله $(m - 3)x^2 + (m - 2)x + m - 1 = 0$ ، مقدار m چقدر باشد تا معادله دو جواب قرینه داشته باشد؟

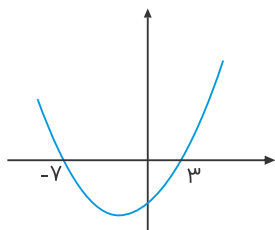
- (۱) 1
(۲) 2
(۳) -1
(۴) -2

۸۱

معادله سهمی شکل زیر کدام است؟

- (۱) $y = -x^2 - 4x - 3$
(۲) $y = 2x^2 + 4x - 3$
(۳) $y = -2x^2 - 4x - 3$
(۴) $y = -x^2 + 4x - 3$





$$x = -2 \quad (1)$$

$$x = -4 \quad (2)$$

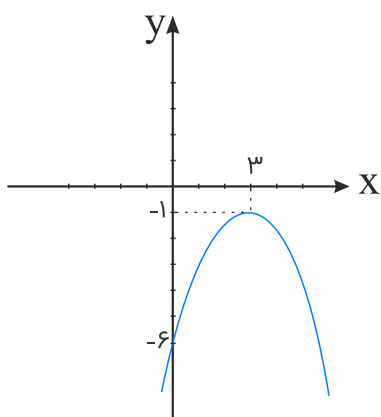
$$y = -2 \quad (3)$$

$$y = -4 \quad (4)$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

شکل زیر، نمودار کدام سهمی است؟



$$y = \frac{5}{9}x^2 - \frac{10}{3}x - 6 \quad (1)$$

$$y = -\frac{5}{9}x^2 - \frac{10}{3}x - 6 \quad (2)$$

$$y = \frac{5}{9}x^2 + \frac{10}{3}x - 6 \quad (3)$$

$$y = -\frac{5}{9}x^2 + \frac{10}{3}x - 6 \quad (4)$$

مجموعه جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ به صورت بازه، کدام است؟

$$(2, 4) \quad (2)$$

$$(-4, 1) \cup (2, 3) \quad (1)$$

$$(-1, 2) \quad (4)$$

$$(-1, 2) \cup (2, 4) \quad (3)$$

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۷ ۱۴۰۱

به ازای چه مقادیری از m معادله $2x^2 - mx - m = 0$ جواب حقیقی نخواهد داشت؟

$$m > 8 \quad (2)$$

$$m > 0 \quad (1)$$

$$0 < m < 8 \quad (4)$$

$$-8 < m < 0 \quad (3)$$

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۷ ۱۴۰۱

اگر $x = 2$ یکی از جوابهای معادله $mx^2 - 3x - 2m = 0$ باشد، جواب دیگر و m به ترتیب کدام است؟ (از راست به چپ)

$$2 \text{ و } 1 \quad (2)$$

$$3 \text{ و } -1 \quad (1)$$

$$2 \text{ و } 2 \quad (4)$$

$$1 \text{ و } 3 \quad (3)$$

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادله $-6x^2 - 5x - 1 = 0$ کدام است؟

(۲) $\frac{5}{6}$
(۴) $\frac{1}{6}$

(۱) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{2}{5}$

معادله درجه دوم $x^2 + 3x - 5 = 0$ در حل به روش مربع کامل به صورت $(x + n)^2 = m$ به دست می‌آید. n کدام است؟

(۲) $-\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{3}{5}$
(۳) $-\frac{3}{2}$

مجموعه جواب‌های معادله $(\frac{x^2}{4} - 9)(2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1) = 0$ کدام است؟

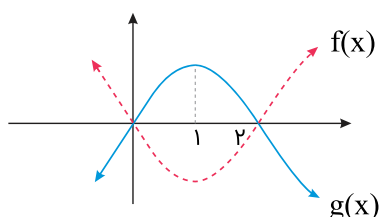
(۲) $\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, \sqrt{2}\}$

(۱) $\{6, -6, -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$

(۴) $\{6, -6, \sqrt{2}\}$

(۳) $\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$

نمودار دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در شکل زیر داده شده است. جواب نامعادله $f(x)g(x) > 0$ کدام می‌باشد؟



(۱) $(0, 2)$

(۲) $(0, 1)$

(۳) $(2, +\infty)$

(۴) $\emptyset$

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ ۱۴۰۰

فاصله رأس سهمی $y = x^2 - 6x + k + 1$ از خط $y = 1$ برابر ۱۰ است. سهمی محور عرض‌ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

(۲) ۱۰

(۱) ۲۰

(۴) ۴۰

(۳) ۳۰

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۰

اگر کمترین مقدار سهمی $y = x^2 + ax + 4$ برابر ۳ باشد، a کدام می‌تواند باشد؟

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) -۱

(۳) -۲

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

۹۳

سهمی به معادله $y = 3x^2 + 6x - 1$ از کدام نواحی عبور می‌کند؟

- (۱) اول و چهارم
(۲) هر چهار ناحیه
(۳) دوم و سوم
(۴) اول و دوم

۹۴

در معادله $3x^2 - 2x - 5 = 0$ ریشه کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) -۳
(۴) -۱

۹۵

مجموع سه عدد طبیعی متوالی برابر $\frac{4}{3}$ مربع عدد کوچک‌تر است. مربع عدد وسط کدام می‌باشد؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۶
(۳) ۲۵
(۴) ۳۶

۹۶

در یک دنباله هندسی با جمله اول a ، تساوی $\frac{a_6}{a_3} + \frac{a_2}{a_1} = 2$ برقرار است. نسبت a^2 به جمله دوم کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۲
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $-\frac{1}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

۹۷

نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) -۲
(۴) -۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

۹۸

سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

اگر $x + 1$ ، $x - 1$ ، $x + 1$ و x ، به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، چند مقدار ممکن برای قدر نسبت این دنباله وجود دارد؟ (با تغییر)

- (۱) ۱
(۲) هیچ مقدار
(۳) ۲
(۴) ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

مثلی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $-x^2 + 2x + c = 0$ روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟

- (۱) 0.75
(۲) 0.8
(۳) $1/2$
(۴) $1/25$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲



گزینه ۴

۱

$$\tan 60^\circ = \frac{-2m}{m^2 - 1} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{-2m}{m^2 - 1} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow |m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4 + 12}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گزینه ۲

۲

اگر قدرنسبت این دنباله را q در نظر بگیریم، می‌توانیم سه جمله متوالی آن را a, aq و aq^2 در نظر بگیریم. طبق فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} \frac{a}{q} + a + aq = 19 & (*) \\ \left(\frac{a}{q}\right)(a)(aq) = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a^3 = 6^3 \Rightarrow a = 6 & (**) \end{cases}$$

$$(*), (**) \Rightarrow \frac{6}{q} + 6 + 6q = 19 \xrightarrow{\times q} 6 + 6q + 6q^2 = 19q$$

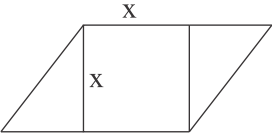
$$\Rightarrow 6q^2 - 13q + 6 = 0 \Rightarrow q = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(6)(6)}}{2(6)} = \frac{13 \pm 5}{12} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{2} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$$

در حالتی که $q = \frac{3}{2}$ ، از آنجا که $a = 6$ ، جمله‌ها به صورت $6, 6\left(\frac{3}{2}\right) = 9, 6\left(\frac{3}{2}\right)^2 = 13\frac{1}{2}$ درمی‌آیند.

در حالتی که $q = \frac{2}{3}$ ، از آنجا که $a = 6$ ، جمله‌ها به صورت $6, 6\left(\frac{2}{3}\right) = 4, 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}$ درمی‌آیند.

پس در هر دو حالت، تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد برابر است با: $9 - 4 = 5$.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰



$$S_{\text{مربع}} = \frac{3}{4} S_{\text{مثلث}} + \frac{27}{32} \Rightarrow x^2 = \frac{3}{4} \left(\frac{x}{2} \right) + \frac{27}{32}$$

$$\xrightarrow{\times 32} 32x^2 = 12x + 27 \Rightarrow 32x^2 - 12x - 27 = 0$$

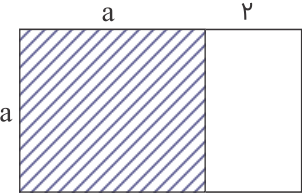
$$\Rightarrow \Delta = 144 + 4(32)(27) = 3600 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm 60}{64} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{8} \\ x = \frac{12 - 60}{64} < 0 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\text{اندازه قاعده} = x + 1 = \frac{9}{8} + 1 = \frac{17}{8}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

طول ضلع مربع را a در نظر می‌گیریم. بنابراین رابطه زیر بین مساحت مربع و مستطیل برقرار است:



$$\text{مساحت مربع} = \frac{3}{4} (\text{مساحت مستطیل}) + 18$$

ضلع مربع به‌علاوه ۲ برابر با طول مستطیل است $(a + 2)$:

$$\Rightarrow a^2 = \frac{3}{4} (a(a + 2)) + 18 \xrightarrow{\times 4} 4a^2 = 3(a^2 + 2a) + 72$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 3a^2 - 6a - 72 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a - 72 = 0 \Rightarrow (a + 6)(a - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \text{ ق ق} \\ a = -6 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

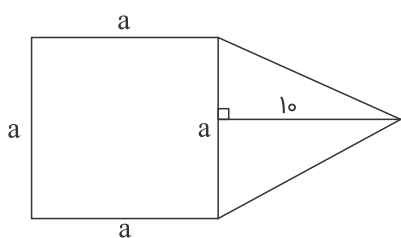
بنابراین طول ضلع مربع برابر با ۱۲ است. باتوجه به شکل طول و عرض مستطیل بزرگتر برابر با $a + 2 = 14$ و $a = 12$ می‌باشد. بنابراین محیط مستطیل بزرگتر برابر است با:

$$\text{محیط مستطیل بزرگ} = 2(a + (a + 2)) = 2(12 + 14) = 2(26) = 52$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

باتوجه به اطلاعات داده شده در صورت تست؛ رابطه زیر بین مساحت مربع و مساحت مثلث متساوی الاضلاع برقرار است:

$$S_{\Delta} = \frac{2}{3}((S_{\square}) - \frac{\lambda}{3}) \quad (*)$$



$$S_{\square} = a^2$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times 10 \times a = 5a$$

می دانیم:

بنابراین:

$$\xrightarrow{(*)} 5a = \frac{2}{3}(a^2) - \frac{\lambda}{3}$$

طرفین را در ۳ ضرب می کنیم:

$$15a = 2a^2 - \lambda \Rightarrow 2a^2 - 15a - \lambda = 0$$

$$\Delta = (15)^2 - 4(2)(-\lambda) = 225 + 8\lambda = 289$$

$$\Rightarrow a = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{15 \pm 17}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{32}{4} = 8 \\ a = \frac{-2}{4} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

بنابراین $a = 8$ می باشد، پس قاعده مثلث برابر ۸ است. مساحت مثلث را به دست می آوریم:

$$S_{\Delta} = 5a = 5(8) = 40$$

عرض مستطیل را x فرض می‌کنیم؛ پس طول آن برابر $\frac{3}{2}x - 2$ است. داریم:

$$\text{مساحت مستطیل} = 192 \Rightarrow x\left(\frac{3}{2}x - 2\right) = 192 \Rightarrow \frac{3}{2}x^2 - 2x = 192$$

$$\xrightarrow{\times 2} 3x^2 - 4x - 384 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 + 4 \times 3 \times 384 = 16 + 16 \times 288 = 16 \times 289$$

$$\xrightarrow{x > 0} x = \frac{4 + \sqrt{16 \times 289}}{6} = \frac{4 + 4 \times 17}{6} = \frac{2 + 34}{3} = 12 \quad (*)$$

$$\Rightarrow \text{محیط مستطیل} = 2\left(\left(\frac{3}{2}x - 2\right) + x\right) \xrightarrow{(*)} 2((18 - 2) + 12) = 56$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

پول علی و اکرم را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم:

$$x + y = 100 \Rightarrow x = 100 - y$$

$$(x - 10)(y + 10) = 475 \xrightarrow{x=100-y} (100 - y - 10)(y + 10) = 475$$

$$\Rightarrow y^2 - 10y - 425 = 0 \Rightarrow (y - 15)(y + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 15 \\ y = -5 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

سه نقطه داده شده را در معادله سهمی جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} (0, 5) : c = 5 \\ (-2, 5) : 4a - 2b + 5 = 5 \Rightarrow 4a - 2b = 0 \Rightarrow 2a - b = 0 \\ (1, 11) : a + b + 5 = 11 \Rightarrow a + b = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = 4$$

بنابراین معادله سهمی به صورت $y = 2x^2 + 4x + 5$ است. هرکدام از گزینه‌ها که در معادله سهمی صدق کند جواب مسئله است:

$$1 \text{ گزینه } (-1, 3) \Rightarrow 2(-1)^2 + 4(-1) + 5 = 3 \quad \checkmark$$

$$2 \text{ گزینه } (-1, 4) \Rightarrow 2(-1)^2 + 4(-1) + 5 \neq 4 \quad \times$$

$$3 \text{ گزینه } (2, 9) \Rightarrow 2(2)^2 + 4(2) + 5 \neq 9 \quad \times$$

$$4 \text{ گزینه } (2, 15) \Rightarrow 2(2)^2 + 4(2) + 5 \neq 15 \quad \times$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

محور تقارن‌های دو سهمی با هم برابرند:

$$\frac{-a}{2 \times 1} = \frac{2}{2 \times (-1)} \Rightarrow a = 2$$

دو سهمی در نقطه‌ای به عرض ۱ یکدیگر را قطع می‌کنند (طول یکسان دارند)، پس:

$$1 = x^2 + 2x - 2 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$1 = -x^2 - 2x + b \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow b = 4 \\ x = -3 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

بنابراین $ab = 8$ خواهد بود.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\begin{aligned} \text{رأس سهمی } x &= -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2k} = \frac{2}{k} \Rightarrow y = k \times \frac{4}{k^2} - 4 \times \frac{2}{k} - 6 = \frac{4}{k} - \frac{8}{k} - 6 \\ &= \frac{-4 - 6k}{k} = \frac{-2(2 + 3k)}{k} \end{aligned}$$

$$y = -4x - 4 \Rightarrow \frac{-2(2 + 3k)}{k} = -4\left(\frac{2}{k}\right) - 4 \Rightarrow \frac{2 + 3k}{k} = \frac{4}{k} + 2 \xrightarrow{k \neq 0} 2 + 3k = 4 + 2k \Rightarrow k = 2$$

$$y_s = \frac{-4 - 12}{2} = -8$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

$$a = -1/\Delta c \Rightarrow a = -\frac{2}{3}c \Rightarrow c = -\frac{3}{2}a \quad (1)$$

$$y = ax + b \xrightarrow{(-2,0)} 0 = -2a + b \Rightarrow b = 2a$$

$$y = cx + d \xrightarrow{(-2,0)} 0 = -2c + d \Rightarrow d = 2c \xrightarrow{(1)} d = -3a$$

$$f(x) = \left(\frac{c}{2}x + d\right)^2 - (ax + b)^2 \xrightarrow{c=-\frac{3}{2}a, d=-3a, b=2a} f(x) = \left(-\frac{1}{2}ax - 3a\right)^2 - (ax + 2a)^2$$

$$f(x) = \frac{1}{4}a^2x^2 - a^2x^2 + \frac{1}{4}a^2x - 6a^2x + \underbrace{\frac{16}{4}a^2 - 4a^2}_{c'}$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{4}a^2 - a^2\right)x^2 + \left(\frac{1}{4}a^2 - 6a^2\right)x + c'$$

$$x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-\frac{15}{4}a^2}{-\frac{16}{4}a^2} = -\frac{15}{16}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کرده است پس $f(1) = 0$ است. محور عرض‌ها را در -6 قطع کرده است پس $f(0) = -6$ و از نقطه $(-2, -6)$ عبور کرده است پس $f(-2) = -6$ ، حال داریم:

$$f(0) = -6 \Rightarrow 0 + 0 + c = -6 \Rightarrow c = -6$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow a + b - 6 = 0 \Rightarrow a + b = 6 \quad (1)$$

$$f(-2) = -6 \Rightarrow 4a - 2b + c = -6 \xrightarrow{c=-6} 4a - 2b = 0 \xrightarrow{\div 2} 2a = b$$

$$\xrightarrow{(1)} a + 2a = 6 \Rightarrow 3a = 6$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 4 \Rightarrow f(x) = 2x^2 + 4x - 6 \Rightarrow f(-1) = 2 - 4 - 6 = 2 - 10 = -8$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

طول رأس سهمی $y = -ax^2 + ax + 2$ برابر است با:

$$x_S = \frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 + \frac{a}{4}$$

طول رأس سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ برابر است با:

$$x_S = \frac{b}{4b} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = -1 - \frac{b}{4}$$

$(\frac{1}{2}, 2 + \frac{a}{4})$ را در تابع دیگر صدق می‌دهیم:

$$(\frac{1}{2}, 2 + \frac{a}{4}) \Rightarrow 2 + \frac{a}{4} = \frac{b}{2} - \frac{b}{2} - 1 \Rightarrow a = -12$$

$(\frac{1}{4}, -1 - \frac{b}{4})$ را در تابع دیگر صدق می‌دهیم:

$$(12) \times \frac{1}{16} + (-12)(\frac{1}{4}) + 2 = -1 - \frac{b}{4} \Rightarrow b = -6$$

$$b - a = -6 - (-12) = 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

چون تابع مینیمم دارد، سهمی رو به بالا بوده و $m > 0$ است.
مینیمم سهمی در رأس آن اتفاق می‌افتد:

$$\begin{aligned} \text{رأس سهمی} &= \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right) \\ y_{\min} &= \frac{-\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow \frac{fac - b^2}{4a} = \frac{4(m(5m - 1)) - 144}{4m} = 2 \\ \Rightarrow \frac{5m^2 - m - 36}{m} &= 2 \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0 \\ \Rightarrow m &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(5)(-36)}}{10} = \frac{3 \pm 27}{10} \\ \Rightarrow \begin{cases} m = 3 & \text{قق} \\ m = \frac{-12}{5} < 0 & \text{غقق} \end{cases} \end{aligned}$$

پس $m = 3$ قابل قبول و معادله به شکل زیر است:

$$y = 3x^2 - 12x + 14$$

محور تقارن سهمی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{2 \times 3} = 2 \Rightarrow x = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

$$3x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3} = -x \xrightarrow{\text{مماس هستند}} 3x^2 + 2mx + m + \frac{4}{3} = 0$$

حتماً معادله فوق باید ریشه مضاعف داشته باشد، پس $\Delta = 0$ خواهد بود و داریم:

$$\begin{aligned} \Delta = 0 &\Rightarrow (2m)^2 - 4(3)\left(m + \frac{4}{3}\right) = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(3)\left(m + \frac{4}{3}\right) = 0 \\ \xrightarrow{\div 4} m^2 - 3\left(m + \frac{4}{3}\right) &= 0 \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 & \times \\ m = 4 & \checkmark \end{cases} \end{aligned}$$

به ازای $m = -1$ ، محل برخورد دو تابع در ناحیه دوم قرار نخواهد گرفت و $m = 4$ قابل قبول است.

$$y = 3x^2 + 7x + \frac{16}{3} \Rightarrow x_{\text{رأس سهمی}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-7}{6}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

محور تقارن $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ است:

$$y = ax^2 + 3x + c \Rightarrow \text{محور تقارن} = x = \frac{-3}{2a} = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

عرض رأس سهمی $y = 1$ است؛ پس $S(-1, 1)$ در تابع صدق می‌کند:

$$y = \frac{3}{2}x^2 + 3x + c \xrightarrow{S(-1, 1)} 1 = \frac{3}{2} - 3 + c \Rightarrow c = \frac{5}{2}$$

$$ac = \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4} = 3.75$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

نکته: مختصات رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ است.

باتوجه به اینکه سهمی و خط در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۸ متقاطع‌اند، بنابراین این دو نقطه در معادله خط و سهمی صدق می‌کنند. ابتدا با استفاده از معادله خط مقدار y هر دو نقطه را به دست آورده، سپس با جایگذاری در معادله سهمی مقادیر a و b را به دست می‌آوریم. بنابراین داریم:

$$y = 13 - x$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 13 - 2 = 11 \Rightarrow (2, 11)$$

$$x = 8 \Rightarrow y = 13 - 8 = 5 \Rightarrow (8, 5)$$

این دو نقطه در معادله سهمی صدق می‌کنند:

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$$

$$(2, 11) : 11 = -\frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b \Rightarrow 2a + b = 13 \quad (*)$$

$$(8, 5) : 5 = -\frac{1}{2}(8)^2 + a(8) + b \Rightarrow 8a + b = 37 \quad (**)$$

دو معادله و دو مجهول داریم؛ پس مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases} \xrightarrow{-} 6a = 24 \Rightarrow a = 4 \quad (1)$$

$$a = 4 \Rightarrow 2(4) + b = 13 \Rightarrow b = 13 - 8 = 5 \Rightarrow b = 5 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5 \Rightarrow x_s = \frac{-4}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{-4}{-1} = 4$$

برای محاسبه y_s هم می‌توان از فرمول نکته استفاده کرد و هم در معادله سهمی جایگذاری کرد:

$$y_s = -\frac{1}{2}(4)^2 + 4(4) + 5 = -8 + 16 + 5 = 13$$

بنابراین نقطه $(4, 13)$ رأس سهمی است.

راه حل اول:

$$\text{رأس سهمی : } A(-1, 9) \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a \quad (*)$$

حال نقاط $A(-1, 9)$ و $(3, 1)$ را در معادله سهمی جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} A(-1, 9) : a - b + c = 9 \xrightarrow{(*)} a - 2a + c = 9 \Rightarrow -a + c = 9 \\ (3, 1) : 9a + 3b + c = 1 \xrightarrow{(*)} 9a + 6a + c = 1 \Rightarrow 15a + c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a + c = 9 \\ 15a + c = 1 \end{cases} \Rightarrow 16a = -8 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \xrightarrow{(*)} b = -1$$

$$a - b + c = 9 \Rightarrow -\frac{1}{2} + 1 + c = 9 \Rightarrow c = \frac{17}{2}$$

بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{17}{2}$$

هرکدام از گزینه‌ها که در معادله سهمی صدق کند، جواب مسئله است:
گزینه ۱:

$$(\omega, -7) \Rightarrow -\frac{1}{2}(2\omega) - \omega + \frac{17}{2} \neq -7 \quad \times$$

گزینه ۲:

$$(\omega, -9) \Rightarrow -\frac{1}{2}(2\omega) - \omega + \frac{17}{2} = -9 \quad \checkmark$$

گزینه ۳:

$$(2, \omega) \Rightarrow -\frac{1}{2}(4) - 2 + \frac{17}{2} \neq \omega \quad \times$$

گزینه ۴:

$$(1, \omega) \Rightarrow -\frac{1}{2} - 1 + \frac{17}{2} \neq \omega \quad \times$$

راه حل دوم: حالت کلی معادله سهمی به رأس (α, β) به صورت زیر است:

$$y = k(x - \alpha)^2 + \beta$$

بنابراین داریم:

$$\text{رأس سهمی : } A(-1, 9) \Rightarrow y = k(x + 1)^2 + 9$$

اکنون نقطه $(3, 1)$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$k(3 + 1)^2 + 9 = 1 \Rightarrow k = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2 + 9$$

با جایگذاری گزینه‌ها در معادله سهمی، فقط نقطه گزینه (۲) در معادله صدق می‌کند.

$$y(\omega) = -9$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گزینه ۲

۱۹

روش اول: با امتحان کردن گزینه‌ها به عدد $\frac{1}{3}$ می‌رسیم:

$$m = \frac{1}{3} \Rightarrow p(x) = \frac{-4(x+3)(2x-3)^2}{9(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}$$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
p(x)	$\frac{0}{0}$	-	$\frac{0}{0}$	+	-

روش دوم: عبارت موردنظر را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)(2x-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \geq 0$$

حال بدون در نظر گرفتن عبارت $(m^2-1)x^2 - 4mx + 4$ تعیین علامت می‌کنیم:

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
p(x)	$\frac{0}{0}$	-	$\frac{0}{0}$	+	-

اگر به ازای مقادیر گفته شده برای m تعیین علامت انجام دهیم، فقط برای $m = \frac{1}{3}$ مجموعه جواب نامعادله به صورت بازه $(1, 4)$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

پرانتز دوم صورت را با اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{2x - 3} > 0$$

دو عبارت $\sqrt{x} - 1$ و $2x - 3$ ، به ازای $\frac{3}{2}$ ، مثبت‌اند، پس می‌توانیم حذفشان کنیم:

$$((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x} - 2) > 0$$

ریشهٔ پرانتز دوم را حساب می‌کنیم:

$$\sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 4$$

جواب نامعادله به صورت $(2, 4)$ بود، حالا که $x = 4$ ریشهٔ پرانتز دوم است، پس باید ریشهٔ پرانتز اول 2 باشد:

$$4(m^2 - 1) - 4m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m = 0 \Rightarrow 4m(m - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

حالا به ازای هر دو مقدار m ، نامعادلهٔ $((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x} - 2) > 0$ را می‌نویسیم:

(۱) به ازای $m = 0$ نامعادله به شکل $(-x^2 + 4)(\sqrt{x} - 2) > 0$ در می‌آید.

(۲) به ازای $m = 1$ نامعادله به شکل $(3x^2 - 4x + 4)(\sqrt{x} - 2) > 0$ در می‌آید.

یک عدد در بازهٔ $(2, 4)$ ، مثل $x = 3$ را در نامعادله‌ها چک می‌کنیم. این عدد فقط در نامعادلهٔ (۱)، صدق می‌کند، پس $m = 0$ قابل قبول است.

راهحل اول:

با عددگذاری داریم:

$$x = 1 \xrightarrow[\text{در نامعادله}]{\text{با جایگذاری}} -1 < \frac{3(1) + 1}{(1) - 3} < 3 \Rightarrow -1 < -2 < 3 \quad \times$$

بنابراین گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ نادرست است.

راهحل دوم:

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

نامعادله را به نامعادله‌ای به فرم $-a < u < a$ تبدیل می‌کنیم تا از ویژگی‌های نامعادلات قدر مطلق استفاده کنیم.

گام دوم

$$-1 < \frac{3x + 1}{x - 3} < 3 \xrightarrow{-1} -2 < \frac{3x + 1 - x + 3}{x - 3} < 2 \Rightarrow -2 < \frac{2x + 4}{x - 3} < 2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2(x + 2)}{x - 3} \right| < 2 \xrightarrow{\div 2} \left| \frac{x + 2}{x - 3} \right| < 1 \Rightarrow |x + 2| < |x - 3|$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} x^2 + 4x + 4 < x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 10x < 5 \xrightarrow{\div 10} x < \frac{1}{2}$$

$$\left| \frac{2-x}{2x-3} \right| > 1 \Rightarrow \left(\frac{2-x}{2x-3} \right)^2 > 1 \xrightarrow{x \neq \frac{3}{2}} x^2 - 4x + 4 > 4x^2 - 12x + 9$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 8x + 5 < 0 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - 4(3)(5) = 4$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{6} \Rightarrow x_{1,2} = 1, \frac{5}{3}$$

X	1		$\frac{5}{3}$		
$3X^2 - 8X + 5$	+	•	-	•	+

مقدار $x = \frac{3}{2}$ که در این بازه قرار دارد، غیرقابل قبول است (ریشهٔ مخرج است)، پس مجموعه جواب صحیح این نامعادله به صورت زیر است:

$$x \in \left(1, \frac{5}{3}\right) - \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

نکته: گزینه‌های ۱ و ۳ را نیز می‌توان به عنوان جواب‌های درست در نظر گرفت ولی باتوجه به گزینه‌های موجود کامل‌ترین جواب گزینه ۲ است. در غیر این صورت گزینه‌های ۱ و ۳ هم صحیح خواهند بود.

روش اول:

این نامعادله را در دو حالت حل می‌کنیم. یک بار $x \geq 0$ و بار دیگر $x < 0$ فرض می‌شود. مجموعه جواب نامعادله را در هریک از حالت‌ها به دست آورده و چون هر دوی آن‌ها برای ما قابل قبول است بین آن‌ها اجتماع می‌گیریم.

$$۱) \quad x \geq 0 \Rightarrow |x| = x : x + |x| \leq \frac{1}{4}x + 3 \xrightarrow{|x|=x} x + x \leq \frac{1}{4}x + 3$$

$$\Rightarrow 2x \leq \frac{1}{4}x + 3 \Rightarrow \frac{3}{4}x \leq 3 \Rightarrow x \leq 4 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x \leq 4$$

$$۲) \quad x < 0 \Rightarrow |x| = -x : x + |x| \leq \frac{1}{4}x + 3 \xrightarrow{|x|=-x} x - x \leq \frac{1}{4}x + 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}x + 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x \geq -3 \Rightarrow x \geq -12 \xrightarrow{x < 0} -12 \leq x < 0$$

$$\text{مجموعه جواب نامعادله} = [-12, 0) \cup [0, 4] = [-12, 4]$$

روش دوم:

اگر $|x| \leq a$ و $a \geq 0$ ، آنگاه $-a \leq x \leq a$ ، بنابراین می‌توان نوشت:

$$x + |x| \leq \frac{1}{4}x + 3$$

$$|x| \leq -\frac{1}{4}x + 3 \Rightarrow -(-\frac{1}{4}x + 3) \leq x \leq -\frac{1}{4}x + 3$$

$$x \leq -\frac{1}{4}x + 3 \Rightarrow \frac{3}{4}x \leq 3 \Rightarrow x \leq 4$$

$$x \geq -(-\frac{1}{4}x + 3) \Rightarrow x \geq \frac{1}{4}x - 3 \Rightarrow \frac{1}{4}x \geq -3 \Rightarrow x \geq -12$$

بنابراین $-12 \leq x \leq 4$ است.

ازطرفی:

$$-\frac{1}{4}x + 3 \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{4}x \geq -3 \Rightarrow x \leq 12$$

پس مجموعه جواب نامعادله به صورت $[-12, 4]$ به دست می‌آید.

یکبار فرض می‌کنیم $x \geq 0$ باشد و بار دیگر $x < 0$. در هر دو حالت مجموعه جواب نامعادله را تعیین کرده و سپس بین آن‌ها اجتماع می‌گیریم.

$$x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$$

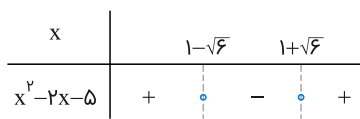
$$(x - 4)x < 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 4x < 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 5)(x - 1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 5 \quad (I)$$

باتوجه به محدوده اولیه ($x \geq 0$) این جواب قابل قبول است.

$$x < 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$(x - 4)(-x) < 2x - 5 \Rightarrow -x^2 + 4x < 2x - 5 \Rightarrow x^2 - 2x - 5 > 0$$



$$x < 1 - \sqrt{6} \text{ یا } x > 1 + \sqrt{6} \xrightarrow{x < 0} x < 1 - \sqrt{6} \quad (II)$$

اجتماع دو مجموعه جواب (I) و (II) برابر است با:

$$(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

$$15x^2 + 73x + 14 < 0 \Rightarrow (5x + 1)(3x + 14) < 0 \Rightarrow \frac{-14}{3} < x < \frac{-1}{5} \quad (1)$$

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| > 3 \Rightarrow \left| \frac{x-3}{2} \right| > 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-3}{2} > 3 \\ \text{یا} \\ \frac{x-3}{2} < -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 9 \\ \text{یا} \\ x < -3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, -3) \cup (9, +\infty) \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲) برابر است با:

$$-\frac{14}{3} < x < -3 \Rightarrow \max(b - a) = \frac{14}{3} - 3 = \frac{5}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$-۲ < y < ۰ \Rightarrow -۲ < \frac{۲}{(x-۱)(x-۲)} < ۰ \Rightarrow \frac{۲}{(x-۱)(x-۲)} < ۰ \Rightarrow ۱ < x < ۲ \Rightarrow \text{هیچ مقدار}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

روش اول:

ابتدا با استفاده از تعریف نامعادله قدرمطلق $|u| < a$ ، دامنه تعریف تابع را به طور دقیق مشخص می‌کنیم:

$$|u| < a \Rightarrow -a < u < a$$

سپس مشخص می‌کنیم در محدوده به دست آمده، تابع $f(x)$ چه وضعیتی دارد.

$$|x-1| < 2 \Rightarrow -2 < x-1 < 2 \xrightarrow{+1} -1 < x < 3 \Rightarrow D_f = (-1, 3)$$

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x + 1 - 4 = (x-1)^2 - 4$$

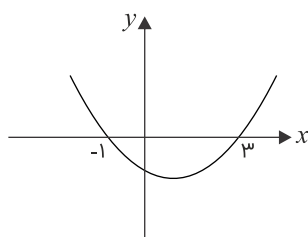
در محدوده $(-1, 3)$ ، وضعیت $f(x)$ را مشخص می‌کنیم:

$$-1 < x < 3 \Rightarrow -2 < x-1 < 2 \Rightarrow (x-1)^2 < 4 \Rightarrow (x-1)^2 - 4 < 0 \Rightarrow f(x) < 0$$

پس در دامنه مشخص شده تابع $f(x)$ همواره منفی است.

روش دوم:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$$

با رسم نمودار تابع $f(x)$ وضعیت آن را در بازه داده شده بررسی می‌کنیم.در بازه $(-1, 3)$ نمودار $f(x)$ همواره زیر محور x ها قرار دارد پس مقدار آن همواره منفی است.

روش سوم:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$$

$$|x-1| < 2 \Rightarrow -2 < x-1 < 2 \xrightarrow{+1} -1 < x < 3 \Rightarrow D_f = (-1, 3)$$

تابع $f(x)$ را تعیین علامت کرده و وضعیت آن را روی دامنه تعریف شده یعنی بازه $(-1, 3)$ مشخص می‌کنیم:تابع $f(x)$ روی دامنه تعریف شده در صورت تست همواره منفی است.

x		-1		3	
$f(x)$	+	○	-	○	+

$$-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3 \Rightarrow \begin{cases} 1) -1 < \frac{2x-1}{x+1} \\ 2) \frac{2x-1}{x+1} < 3 \end{cases}$$

هر دو معادله را جداگانه حل می‌کنیم:

$$1) \frac{2x-1}{x+1} > -1 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-1+x+1}{x+1} > 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{3x}{x+1}}_{p(x)} > 0$$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
p(x)	$\frac{+}{-}$	$\frac{+}{-}$	$\frac{-}{+}$	$\frac{+}{-}$

$$\Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 \quad (I)$$

$$2) \frac{2x-1}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-1-3x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{-x-4}{x+1}}_{q(x)} < 0$$

x	$-\infty$	-4	-1	$+\infty$
q(x)	$\frac{-}{+}$	$\frac{-}{+}$	$\frac{+}{-}$	$\frac{-}{+}$

$$\Rightarrow x < -4 \text{ یا } x > -1 \quad (II)$$

حال اشتراک دو جواب (I) و (II) را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(I) \cap (II)} x < -4 \text{ یا } x > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - [-4, 0]$$

راه حل تستی: (عددگذاری)

حذف گزینه "۴":

$$x = 0 \Rightarrow -1 < \frac{-1}{1} < 3 \quad \times$$

حذف گزینه‌های "۱" و "۲" (عدد ۵- در این دو گزینه وجود ندارد):

$$x = -5 \Rightarrow -1 < \frac{-11}{-4} < 3 \Rightarrow -1 < \frac{11}{4} < 3 \quad \checkmark$$

با فرض $x \neq -\frac{1}{2}$ طرفین نامعادله را در $|2x + 1|$ ضرب کرده و آن را از حالت کسری خارج می‌کنیم. وقتی دو طرف نامعادله مثبت باشند، می‌توان با خیال راحت دو طرف را به توان دو رساند تا از شرط مطلق راحت شده و مجموعه جواب نامعادله را به راحتی تعیین کنیم.

$$\frac{|x - 2|}{|2x + 1|} > 1 \xrightarrow{x \neq -\frac{1}{2}} |x - 2| > |2x + 1| \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} (x - 2)^2 > (2x + 1)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 > 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 + 8x - 3 < 0 \Rightarrow (x + 3)(3x - 1) < 0 \Rightarrow -3 < x < \frac{1}{3}$$

با توجه به شرط $x = -\frac{1}{2}$ در ابتدای حل تست، باید این مقدار x را از مجموعه جواب به دست آمده خارج کنیم:

$$\text{مجموعه جواب نامعادله} = (-3, \frac{1}{3}) - \left\{-\frac{1}{2}\right\} = (-3, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$$

دقت کنید که گزینه‌های ۳ و ۴ نیز شامل بخشی از جواب هستند، اما کامل‌ترین گزینه، گزینه ۱ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

راه حل تستی:

$$x = 3 \xrightarrow{\text{جایگذاری در نامعادله}} \frac{13}{4} > 3 \quad \checkmark$$

$x = 3$ در نامعادله صدق می‌کند، پس گزینه‌های ۱ و ۴ حذف می‌شوند.

$$x = 0 \xrightarrow{\text{جایگذاری در نامعادله}} 4 > 0 \Rightarrow \text{گزینه ۲ هم حذف می‌شود}$$

راه حل تشریحی:

$$\frac{7x - 8}{(x - 2)(x + 1)} - \frac{x}{x - 2} > 0 \Rightarrow \frac{(7x - 8) - x(x + 1)}{(x - 2)(x + 1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + 6x - 8}{(x - 2)(x + 1)} = \frac{-(x - 2)(x - 4)}{(x - 2)(x + 1)} = -\frac{x - 4}{x + 1} > 0$$

x	-1	2	4
$-\frac{x-4}{x+1}$	-	+	-

$$\Rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$-x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 2x + |x| \xrightarrow{\times 2} -2x^2 - x + 9 > 4x + 2|x|$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 5x + 2|x| - 9 < 0$$

$$۱) x \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + 7x - 9 < 0 \Rightarrow (2x + 9)(x - 1) < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{2} < x < 1 \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq x < 1$$

$$۲) x < 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 9 < 0 \Rightarrow (2x - 3)(x + 3) < 0$$

$$\Rightarrow -3 < x < \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -3 < x < 0$$

$$\text{اجتماع جواب‌ها: } -3 < x < 1 \xrightarrow{\text{وسط بازه}} \frac{-3+1}{2} = -1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

در حل تست به نکات زیر توجه کنید:

الف) با توجه به مجموعه A_n ، ابتدا مجموعه‌های A_1 ، A_4 و A_6 را با اعضای آن مشخص می‌کنیم.

ب) نامعادله قدر مطلق $|x| \leq a$ ، به صورت $-a \leq x \leq a$ در نظر گرفته می‌شود.

ج) در تعیین اعضا حواستان باشد که هر دو نامعادله $2^m \leq 2n$ و $|m| \leq n$ باید هم‌زمان برقرار باشد.

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 1, 2^m \leq 2\}$$

$$|m| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq m \leq 1 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-1, 0, 1\}$$

$$2^m \leq 2 \Rightarrow m \leq 1 \Rightarrow A_1 = \{-1, 0, 1\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 4, 2^m \leq 8\}$$

$$|m| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq m \leq 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-4, -3, \dots, 3, 4\}$$

$$2^m \leq 8 \Rightarrow 2^m \leq 2^3 \Rightarrow m \leq 3 \Rightarrow A_4 = \{-4, -3, \dots, 2, 3\}$$

$$A_6 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 6, 2^m \leq 12\}$$

$$|m| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq m \leq 6 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-6, -5, \dots, 5, 6\}$$

$$2^m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3 \Rightarrow A_6 = \{-6, -5, \dots, 1, 2, 3\}$$

تعیین اعضای مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$:

$$A_6 - A_4 = \{-6, -5, \dots, 1, 2, 3\} - \{-4, -3, \dots, 1, 2, 3\} = \{-6, -5\}$$

$$(A_6 - A_4) \cup A_1 = \{-6, -5\} \cup \{-1, 0, 1\} = \{-6, -5, -1, 0, 1\}$$

بنابراین مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$ دارای ۵ عضو است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

نکته: برای اینکه نمودار تابع درجه دو همواره بالای محور x ها قرار گیرد باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$\Delta < 0 \quad (1)$$

(۲) ضریب x^2 بیشتر از صفر باشد.

بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x^2 \text{ ضریب} > 0 \Rightarrow 1 - a > 0 \Rightarrow a < 1 & (1) \\ \Delta < 0 \Rightarrow (2\sqrt{6})^2 + 4a(1-a) < 0 \Rightarrow 24 + 4a - 4a^2 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 6 > 0 \Rightarrow (a+2)(a-3) > 0 \Rightarrow a < -2 \text{ یا } a > 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} a < -2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

مسئله را با این شرط که ضریب x^2 مخالف صفر است، حل می‌کنیم. ($2m - 1 \neq 0$)
شرط اینکه معادله درجه دوم دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد این است که $\Delta > 0$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(2m-1)(m-2) > 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} 9 - (2m^2 - 4m - m + 2) > 0 \Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 < 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{(2m-7)(m+1)}_{P(m)} < 0 \Rightarrow m = -1, \frac{7}{2}$$

m					
		-1		$\frac{7}{2}$	
P(m)	+	•	-	•	+

$$P(m) < 0 \Rightarrow -1 < m < \frac{7}{2}$$

از طرفی $\frac{1}{p} \neq m$ ، پس: $\{-1 < m < 7/2\} - \{\frac{1}{p}\}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

راه حل اول: نامعادله فقط برای $x > 0$ جواب دارد. بنابراین:

$$|x^2 - 2x| < x \Rightarrow |x(x - 2)| < x \xrightarrow{x > 0} |x - 2| < 1$$

$$\Rightarrow -1 < x - 2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$$

راه حل دوم: داریم:

$$|a| < k \Rightarrow -k < a < k$$

نامعادله را در دو مرحله ($a < k$ و $-k < a$) حل کرده و بین مجموعه جواب‌های به دست آمده اشتراک می‌گیریم.

$$|x^2 - 2x| < x \Rightarrow -x < x^2 - 2x < x$$

$$1) \quad x^2 - 2x > -x \Rightarrow x^2 - x > 0 \Rightarrow x(x - 1) > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < 0 \quad (I)$$

$$2) \quad x^2 - 2x < x \Rightarrow x^2 - 3x < 0 \Rightarrow x(x - 3) < 0 \Rightarrow 0 < x < 3 \quad (II)$$

نامعادله‌های ۱ و ۲ باید هم‌زمان برقرار باشند، پس بین دو مجموعه جواب به دست آمده اشتراک می‌گیریم:

$$(I) \cap (II) : 1 < x < 3 \Rightarrow x \in (1, 3)$$

نمودار $y = (x-1)^2$ بالاتر از نمودار $y = 4x^2$ قرار دارد، پس:

$$(x-1)^2 > 4x^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} |x-1| > 2x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1) x-1 > 2x^2 \\ \text{یا} \\ 2) x-1 < -2x^2 \end{cases}$$

دو نامعادله فوق را حل می‌کنیم:

$$1) x-1 > 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \xrightarrow{a>0, \Delta < 0} \text{غقق}$$

$$2) x-1 < -2x^2 \Rightarrow \underbrace{2x^2 + x - 1}_{p(x)} < 0 \Rightarrow \Delta = 9 \Rightarrow x = -1, \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
p(x)	+	0	0	+

$$\Rightarrow x \in (-1, \frac{1}{2})$$

برای اینکه $b-a$ بیشترین مقدار باشد باید $(a, b) = (-1, \frac{1}{2})$ در نتیجه:

$$b-a = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

اگر سهمی پایین محور x ها باشد، باید $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد. پس:

$$y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4(m-3)^2 + 4(1-m) = 4(m^2 - 6m + 9) + 4 - 4m < 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} m^2 - 6m + 9 + 1 - m < 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m-5) < 0 \Rightarrow 2 < m < 5 \quad (1)$$

$$a = 1-m < 0 \Rightarrow m > 1 \quad (2)$$

اشتراک (۱) و (۲) برابر بازه $(2, 5)$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول

مجموعه جواب نامعادله $f(x) > \frac{7}{4}$ را به دست می‌آوریم.

گام دوم

$$f(x) > \frac{7}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 6 > \frac{7}{4} \xrightarrow{\times 4} -x^2 + 8x + 24 > 7$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 17 < 0 \Rightarrow (x - 9)(x + 1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 9 \Rightarrow x \in (-1, 9)$$

بنابراین بازه (a, b) به صورت $(-1, 9)$ درآمده و بیشترین مقدار $b - a$ برابر است با:

$$b - a = 9 - (-1) = 9 + 1 = 10$$

با ایجاد تغییراتی در نامعادله سعی می‌کنیم به نامعادله‌ای به صورت $Q(x) > 0$ برسیم. سپس نامعادله را حل کنیم.

$$\frac{x-1}{x+1} > 2x \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - 2x > 0 \Rightarrow \frac{x-1-2x(x+1)}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-1-2x^2-2x}{x+1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2-x-1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{-(2x^2+x+1)}{x+1} > 0 \xrightarrow{\times(-1)} \frac{2x^2+x+1}{x+1} < 0$$

عبارت $2x^2 + x + 1$ همواره مثبت است. چون در این عبارت درجه دو، مقدار $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت است، پس مخرج باید منفی باشد. داریم:

$$x+1 < 0 \Rightarrow x < -1 \Rightarrow \{x : x < -1\}$$

ابتدا معادله خط را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$2y + x = 5 \Rightarrow 2y = -x + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

نمودار تابع $y = 4 - |x|$ بالای خط $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ قرار دارد، پس باید نامعادله $4 - |x| > -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ برقرار باشد. جواب نامعادله را در دو حالت $x \geq 0$ و $x < 0$ تعیین می کنیم.

$$x \geq 0 : |x| = x \Rightarrow 4 - x > -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x < 4 - \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x < \frac{3}{2} \Rightarrow x < 3 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x < 3 \quad (I)$$

$$x < 0 : |x| = -x \Rightarrow 4 + x > -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}x > -\frac{3}{2} \xrightarrow{\div \frac{3}{2}} x > -1 \xrightarrow{x < 0} -1 < x < 0 \quad (II)$$

مجموعه جواب کل، اجتماع دو بازه (I) و (II) بوده که برابر $(-1, 3)$ می شود. $b - a$ برابر است با:

$$b - a = 3 - (-1) = 3 + 1 = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۳

گام اول

می خواهیم نامعادله $x^2 - ax + a - 2 > 0$ به ازای جميع مقادیر x برقرار باشد. ضریب x^2 که مثبت است، تنها این نکته باقی می ماند که عبارت درجه دو مورد نظر ریشه نداشته و $\Delta < 0$ باشد.

گام دوم

$$\begin{aligned} y = x^2 - ax + a - 2 > 0 &\Rightarrow \Delta < 0 \\ \Rightarrow (-a)^2 - 4(1)(a - 2) < 0 &\Rightarrow a^2 - 4a + 8 < 0 \\ \Rightarrow a^2 - 4a + 4 + 4 < 0 &\Rightarrow (a - 2)^2 + 4 < 0 \end{aligned}$$

به یک عبارت همواره نادرست رسیدیم، زیرا $(a - 2)^2$ عبارتی نامنفی است، اگر با ۴ هم جمع شود نمی تواند منفی باشد. پس هیچ مقداری برای a وجود نداشته و مجموعه جواب برابر $\emptyset$ می شود.

اگر قرار باشد عبارت درجه دو به فرم $y = ax^2 + bx + c$ همواره بالای محور x قرار داشته باشد باید دو شرط زیر همزمان برقرار باشد:

$$۱) a > ۰$$

$$۲) \Delta < ۰$$

مجموعه جواب هر دو نامعادله را تعیین کرده و بین آنها اشتراک می‌گیریم:

$$f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$$

$$۱) a-1 > ۰ \Rightarrow a > 1 \quad (I)$$

$$۲) \Delta < ۰ \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 - 4(a-1)(a) < ۰ \Rightarrow 8 - 4a^2 + 4a < ۰$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 4a - 8 > ۰ \xrightarrow{\div 4} a^2 - a - 2 > ۰$$

$$\Rightarrow (a-2)(a+1) > ۰ \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2 \quad (II)$$

اشتراک مجموعه جواب‌های (I) و (II) برابر است با:

$$(I) \cap (II) : a > 2$$

نمودار $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ قرار دارد، بنابراین:

$$|2x^2 - 4| < 2x$$

$$\Rightarrow -2x < 2x^2 - 4 < 2x \xrightarrow{\div 2} -x < x^2 - 2 < x$$

سپس هرکدام از نامعادلات $x^2 - 2 < x$ و $-x < x^2 - 2$ را جداگانه حل می‌کنیم:

$$x^2 - 2 > -x \Rightarrow \underbrace{x^2 + x - 2}_{p(x)} > 0$$

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
p(x)		$\begin{array}{c} + \\ \text{ع} \end{array}$	$\begin{array}{c} - \\ \text{ع} \end{array}$	$\begin{array}{c} + \\ \text{ع} \end{array}$

$$\Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 1 \quad (1)$$

$$x^2 - 2 < x \Rightarrow \underbrace{x^2 - x - 2}_{q(x)} < 0$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
q(x)		$\begin{array}{c} + \\ \text{ع} \end{array}$	$\begin{array}{c} - \\ \text{ع} \end{array}$	$\begin{array}{c} + \\ \text{ع} \end{array}$

$$\Rightarrow -1 < x < 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 1 < x < 2 \Rightarrow (a, b) = (1, 2)$$

بیشترین مقدار $b - a$ برابر است با:

$$2 - 1 = 1$$

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3 \Rightarrow \begin{cases} 1) \frac{x+1}{2x-1} > 1 \\ 2) \frac{x+1}{2x-1} < 3 \end{cases}$$

ابتدا هردو نامساوی را جداگانه حل می‌کنیم:

$$1) \frac{x+1}{2x-1} > 1 \Rightarrow \frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x+1-2x+1}{2x-1} = \underbrace{\frac{-x+2}{2x-1}}_{p(x)} > 0$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
p(x)	-	$\begin{array}{c} \\ \text{ن.ت.} \end{array}$	$\begin{array}{c} \\ \text{ع} \end{array}$	-

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < x < 2 \quad (\text{I})$$

$$2) \frac{x+1}{2x-1} < 3 \Rightarrow \frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{x+1-6x+3}{2x-1} = \underbrace{\frac{-5x+4}{2x-1}}_{q(x)} < 0$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$
q(x)	-	$\begin{array}{c} \\ \text{ن.ت.} \end{array}$	$\begin{array}{c} \\ \text{ع} \end{array}$	-

$$\Rightarrow x < \frac{1}{2} \text{ یا } x > \frac{4}{5} \quad (\text{II})$$

حال اشتراک دو مجموعه جواب (I) و (II) را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(I) \cap (II)} \frac{4}{5} < x < 2 \Rightarrow x \in (0.8, 2)$$

راه تستی (عددگذاری):

حذف گزینه "۳":

$$x = 1 \Rightarrow 1 < \frac{2}{1} < 3$$

حذف گزینه "۱" و "۲":

$$x = 1/5 \Rightarrow 1 < \frac{2/5}{2} < 3$$

برای به دست آوردن محدوده x ، موانعی که در اطراف آن وجود دارد را مرحله به مرحله حذف می‌کنیم تا جواب نامعادله به دست آید:

$$-1 \leq 3x - 2 \leq 1 \xrightarrow{+2} 1 \leq 3x \leq 3 \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{3} \leq x \leq 1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۸

گام اول

الف) نمودار تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$ در صورتی پایین خط $y = 2$ قرار می‌گیرد که نامعادله $\frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} < 2$ برقرار باشد.
ب) با تعیین علامت، محدوده جواب نامعادله را تعیین کرده، آن را با بازه (a, b) مطابقت داده و مقدار $b - a$ را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} < 2 &\Rightarrow \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x - 2x^2 - 8}{x^2 + 4} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 4} < 0 \\ \xrightarrow{x^2 + 4 > 0} x^2 - 2x - 8 < 0 &\Rightarrow (x - 4)(x + 2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 4 \Rightarrow x \in (-2, 4) \end{aligned}$$

بنابراین بازه (a, b) به صورت $(-2, 4)$ در آمده و حاصل $b - a$ برابر است با:

$$b - a = 4 - (-2) = 4 + 2 = 6$$

عبارت درجه دو در صورتی به ازای هر مقدار x منفی است که اولاً ضریب x^2 منفی باشد، ثانیاً معادله ریشه نداشته و $\Delta < 0$ باشد. مجموعه جواب نامعادله‌های گفته شده را به دست آورده و بین آن‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$f(x) = (a - 1)x^2 + (a - 1)x + 1$$

$$1) \quad a - 1 < 0 \Rightarrow a < 1 \quad (I)$$

$$2) \quad \Delta < 0 \Rightarrow (a - 1)^2 - 4(a - 1)(1) < 0$$

$$\Rightarrow (a - 1)(a - 1 - 4) < 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 5) < 0 \Rightarrow 1 < a < 5 \quad (II)$$

بین دو مجموعه جواب (I) و (II) هیچ اشتراکی وجود ندارد، بنابراین مجموعه جواب قابل قبول برای a مجموعه $\emptyset$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) باتوجه به ریشه‌های قدر مطلق $|2x|$ و $|x-1|$ ، عبارت درون قدرمطلق‌ها را در سه محدوده $x < 0$ ، $0 \leq x \leq 1$ و $x > 1$ تعیین علامت می‌کنیم.

ب) جواب سؤال بازه‌ای است که روی آن $f(x) > g(x)$ باشد که در هریک از سه محدوده مشخص شده به صورت جداگانه تعیین می‌شود.

ج) اجتماع بازه‌های به دست آمده جواب سؤال خواهد بود.

گام دوم

$$۱) \quad x < 0 \Rightarrow |2x| = -2x \text{ و } |x-1| = -(x-1) = 1-x$$

$$f(x) > g(x) \Rightarrow 5 - |x-1| > |2x| \Rightarrow 5 - (1-x) > -2x \Rightarrow x+4 > -2x \Rightarrow 3x > -4 \\ \Rightarrow x > -\frac{4}{3} \xrightarrow{x < 0} x \in \left(-\frac{4}{3}, 0\right)$$

$$۲) \quad 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow |2x| = 2x \text{ و } |x-1| = -(x-1) = 1-x$$

$$f(x) > g(x) \Rightarrow 5 - |x-1| > |2x| \Rightarrow 5 - (1-x) > 2x \Rightarrow x+4 > 2x \Rightarrow x < 4 \xrightarrow{0 \leq x \leq 1} x \in [0, 1]$$

$$۳) \quad x > 1 \Rightarrow |2x| = 2x \text{ و } |x-1| = x-1$$

$$f(x) > g(x) \Rightarrow 5 - |x-1| > 2x \Rightarrow 5 - (x-1) > 2x \Rightarrow 5 - x + 1 > 2x \Rightarrow 3x < 6 \\ \Rightarrow x < 2 \xrightarrow{x > 1} x \in (1, 2)$$

بنابراین مجموعه جواب این نامعادله به صورت $\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$ درمی‌آید.

دو طرف نامساوی را جداگانه حل می‌کنیم:

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{-x-6}{x+1}}_{p(x)} < 0$$

X	$-\infty$	-6	-1	$+\infty$
p(x)		-	۰	+
		-	ت.	ن.

$$p(x) < 0 \Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (۱)$$

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \underbrace{\frac{x-4}{x+1}}_{q(x)} > 0$$

X	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
q(x)		+	ت.	ن.
		+	-	۰

$$q(x) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4 \quad (۲)$$

اشتراک (۱) و (۲) جواب مسئله است که اجتماع دو بازه $(-\infty, -6)$ و $(4, +\infty)$ می‌باشد که به صورت $\mathbb{R} - [-6, 4]$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گام اول

هر تابع شامل قدر مطلق را می‌توان به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نوشت. می‌دانیم: $|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$

گام دوم

عبارت $x^2 + 1$ همواره مثبت است؛ بنابراین:

$$|x^2 + 1| = x^2 + 1$$

نامعادله داده شده به صورت زیر می‌شود:

$$2x + 1 - |x - 2| > x^2 + 1$$

نامعادله را در دو حالت $x \geq 2$ و $x < 2$ حل می‌کنیم:

$$(I) \quad x \geq 2 \Rightarrow x - 2 \geq 0 \Rightarrow |x - 2| = x - 2$$

$$2x + 1 - (x - 2) > x^2 + 1 \Rightarrow 2x + 1 - x + 2 > x^2 + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 2 \xrightarrow{x \geq 2} \text{هیچ مقداری نمی‌تواند داشته باشد}$$

$$(II) \quad x < 2 \Rightarrow x - 2 < 0 \Rightarrow |x - 2| = -(x - 2)$$

$$2x + 1 + x - 2 > x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 2 \xrightarrow{x < 2} 1 < x < 2$$

اجتماع دو مجموعه جواب به دست آمده؛ یعنی بازه $(1, 2)$ ، مجموعه جواب نامعادله $|x^2 + 1| > 2x + 1 - |x - 2|$ می‌شود.

عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ در صورتی به ازای هر مقدار دلخواه x مثبت است که دو شرط $a > 0$ و $\Delta < 0$ همزمان برقرار باشد. مجموعه جواب این دو شرط را به دست آورده و بین آن‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$۱) a > 0 \Rightarrow m - 1 > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (I)$$

$$f(x) = (m - 1)x^2 + 6x + 2m + 1$$

$$۲) \Delta < 0 \Rightarrow 6^2 - 4(m - 1)(2m + 1) < 0$$

$$\Rightarrow 36 - 4(m - 1)(2m + 1) < 0 \xrightarrow{\div 4} 9 - (m - 1)(2m + 1) < 0$$

$$\Rightarrow 9 - 2m^2 + m + 1 < 0 \Rightarrow -2m^2 + m + 10 < 0$$

$$\Rightarrow 2m^2 - m - 10 > 0 \Rightarrow (2m - 5)(m + 2) > 0$$

$$\Rightarrow m > \frac{5}{2} \text{ یا } m < -2 \quad (II)$$

بین دو مجموعه جواب (I) و (II) اشتراک می‌گیریم:

$$(I) \cap (II) : m > \frac{5}{2} \Rightarrow m > 2/5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

$$x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow \frac{-6}{2(a)} = 1 \Rightarrow -6 = 2a$$

$$\Rightarrow a = \frac{-6}{2} = -3$$

چون a منفی است، سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار می‌باشد.

$$\text{معادله سهمی} : y = -3x^2 + 6x - 4$$

$$\xrightarrow{x=1} y = -3(1)^2 + 6(1) - 4 = -3 + 6 - 4 = -1$$

نقطه ماکزیمم: $(1, -1)$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

عبارت درجه دوم وقتی مربع کامل می‌شود که دلتای آن مساوی صفر باشد، پس:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4m)^2 - 4(1)(16) = 16m^2 - 64 = 0$$

$$m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۶

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۱ ۶

جعبه ابزار: $\Delta < 0$ و $k < 0$

چون سهمی محور x ها را قطع نمی‌کند، پس معادله $kx^2 + kx - \frac{1}{p} = 0$ جواب ندارد یعنی $\Delta < 0$ و ازطرفی باید دهانه سهمی رو به پایین باشد؛ یعنی $k < 0$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ k < 0 \end{cases} \Rightarrow k^2 + 2k < 0 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} k \in (-2, 0)$$

چالش سؤال: سهمی زیر محور x ها یعنی سهمی محور x ها را قطع نمی‌کند پس معادله $kx^2 + kx - \frac{1}{p} = 0$ جواب ندارد؛ یعنی $\Delta < 0$ و $k < 0$.

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: حل نامعادلات قدرمطلق

نکته: اگر a یک عدد حقیقی نامنفی باشد و $|u| \leq a$ آن‌گاه داریم: $-a \leq u \leq +a$
در این سؤال خواهیم داشت:

$$|3x - a| \leq b$$

$$-b \leq 3x - a \leq b \Rightarrow -b + a \leq 3x \leq b + a$$

پس:

$$x \in \left[\frac{a-b}{3}, \frac{a+b}{3} \right]$$

ازطرفی مجموعه جواب به صورت $[1, 5]$ داده شده است.

$$\begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 15 \end{cases} \Rightarrow 2a = 18 \Rightarrow a = 9, \quad b = 6$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 9^2 - 6^2 = 45$$

چالش سؤال: حل نامعادله قدرمطلق با پارامترهای a و b و تطابق آن با مجموعه جواب داده شده

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: حل معادلات درجه دوم با تجزیه

$$x^2 - m(m+1)x + m^3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (m^2 + m)x + m^3 = 0$$

$$\Rightarrow (x - m^2)(x - m) = 0 \Rightarrow x = m \quad \text{یا} \quad x = m^2$$

پس $m = 3 - 2\sqrt{2}$ یا $m^2 = 3 - 2\sqrt{2} = (\pm(\sqrt{2} - 1))^2$ که داریم: $m = \sqrt{2} - 1$ یا $m = -\sqrt{2} + 1$ که چون فقط $m = \sqrt{2} - 1$ مثبت است، پس مجموع مقادیر مثبت m برابر است با:

$$\sqrt{2} - 1 + 3 - 2\sqrt{2} = 2 - \sqrt{2}$$

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

$$f(2) = 3 \Rightarrow f(2) = 2^2 + 2a + 1 \Rightarrow 3 = 4 + 2a + 1 \Rightarrow 2a = 3 - 5 \Rightarrow a = -1$$

$$a = -1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1$$

$$f(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

مدارس علوم انسانی البرز

جعبه ابزار:

(۱) عبارتی که توان زوج داشته باشد همواره نامنفی است.

(۲) قدرمطلق همواره نامنفی است.

$$p = (x^2 - x)(x - 1)^2 |x - 2|$$

$$\Rightarrow p = x(x - 1)^2 |x - 2|$$

ریشه‌ها = ۰, ۱, ۲

x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$
x	-	○	+	+	+
$(x-1)^2$	+	+	○	+	+
$ x-2 $	+	+	+	○	+
p	-	○	+	○	+

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: تبدیل به یک نامعادله کسری

$$x - 5 - \frac{1}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 6x + 4}{x-1} > 0$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{5} \\ \text{یا} \\ x = 3 + \sqrt{5} \end{cases}$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	$3 - \sqrt{5}$	1	$3 + \sqrt{5}$	$+\infty$
p	-	○	+	○	+
		ج	ت	ج	

$$\Rightarrow \underset{\substack{\downarrow \\ (a,1)}}{(3 - \sqrt{5}, 1)} \cup \underset{\substack{\downarrow \\ (b,+\infty)}}{(3 + \sqrt{5}, +\infty)$$

$$\begin{cases} a = 3 - \sqrt{5} \\ b = 3 + \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow ab = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$$

چالش سؤال: برای حل نامعادله احتیاج به تعیین علامت است.

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

ابتدا معادله سهمی را می‌نویسیم. چون نقطه $(۲, ۸)$ رأس سهمی است پس: $y = a(x - ۲)^۲ + ۸$
از طرفی چون سهمی از نقطه $(۰, ۶)$ گذشته، پس:

$$۶ = a(۰ - ۲)^۲ + ۸ \Rightarrow ۴a + ۸ = ۶ \Rightarrow a = -\frac{1}{۲}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{۲}(x - ۲)^۲ + ۸ \Rightarrow y = -\frac{1}{۲}x^۲ + ۲x + ۶$$

حال محل تقاطع سهمی را با محور x پیدا می‌کنیم:

$$y = ۰ \Rightarrow -\frac{1}{۲}x^۲ + ۲x + ۶ = ۰$$

$$\Delta' = (۱)^۲ - (-\frac{1}{۲})(۶) = ۱ + ۳ = ۴$$

$$x = \frac{-۱ \pm ۲}{-\frac{1}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ \\ \text{یا} \\ x = ۶ \end{cases} \Rightarrow \alpha = -۲, \beta = ۶$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| = ۳$$

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

چون طول رأس سهمی $-\frac{۳}{۲}$ است پس داریم:

$$-\frac{۳}{۲} = \frac{-b}{۲a} \Rightarrow -\frac{۳}{۲} = \frac{-b}{۲(-۱)} \Rightarrow -\frac{۳}{۲} = \frac{a}{۲} \Rightarrow a = -۳$$

پس معادله به صورت $y = -x^۲ - ۳x - ۲$ در می‌آید که دارای دو ریشه -۱ و -۲ است. پس:

$$۲abc = ۲ \times (-۳) \times (-۲) \times (-۱) = -۱۲$$

چالش سؤال: یافتن ریشه

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: اگر $A(a, c)$ و $B(b, c)$ دو نقطه یک سهمی باشند، آنگاه $x = \frac{a+b}{2}$ خط تقارن سهمی است. چون نقاط $(5, 3)$ و $(-3, 3)$ دارای عرض‌های یکسان هستند پس نسبت به خط تقارن قرینه یکدیگرند. پس خط تقارن سهمی، خط تقارن این دو نقطه می‌باشد.

$$x = \frac{-3 + 5}{2} = 1$$

چالش سؤال: نقاط با عرض‌های برابر

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: نوشتن معادله یک سهمی

$$y = a(x - \alpha)^2 + \beta \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 18$$

$$\text{روی سهمی } M(1, 16) \Rightarrow 16 = a(1 - 2)^2 + 18$$

پس: $a = -2$

$$\Rightarrow \text{معادله سهمی: } y = -2(x - 2)^2 + 18$$

$$\Rightarrow y = -2(x^2 - 4x + 4) + 18 \Rightarrow y = -2x^2 + 8x + 10$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 8, c = 10 \Rightarrow a + b + c = 16$$

چالش سؤال: هر نقطه از سهمی در معادله آن صدق می‌کند.

مدارس علوم تجربی البرز
مدارس ریاضی و فیزیک البرز

$$6x^2 + 5x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 121$$

$$x = \frac{-5 \pm 11}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ \text{یا} \\ x = -\frac{4}{3} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{25}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{5} \\ \text{یا} \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

چون α در ربع دوم است، پس $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ قابل قبول است.

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: معادله درجه دوم و رابطه به صورت نامتقارن

$$3x^2 - (3 - 2\sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow a + b + c = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = x_2 = 1 \\ \alpha = x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \alpha < \beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3\alpha + \beta = 3\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right) + 1 = 1 - \sqrt{2}$$

چالش سؤال: مجموع ضرایب معادله درجه دوم برابر صفر است.

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

جعبه ابزار: سهمی

واضح است که $\Delta = 0$ ، پس:

$$36 - 4(3)c = 0 \Rightarrow 36 - 12c = 0 \Rightarrow c = 3$$

چالش سؤال: نداشتن عدد روی محور

مدارس علوم تجربی البرز

مدارس ریاضی و فیزیک البرز

برای به دست آوردن مختصات برخورد دو سهمی، معادلات آن‌ها را باهم برابر قرار می‌دهیم تا طول نقطه برخورد به دست آید، سپس این مقدار به دست آمده را در یکی از سهمی‌ها جایگذاری می‌کنیم تا عرض نقطه برخورد به دست آید:

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 4 \\ y = -x^2 + 5x - 4 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x + 4 = -x^2 + 5x - 4 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 8 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\xrightarrow[\text{دوجمله‌ای}]{\text{اتحاد مربع}} (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$y = -x^2 + 5x - 4 \xrightarrow{x=2} y = -(2)^2 + 5(2) - 4 = -4 + 10 - 4 = 2$$

$$\Rightarrow (2, 2) : \text{مختصات برخورد}$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

$$4x^5 - 4x = 0 \Rightarrow 4x(x^4 - 1) = 0 \Rightarrow 4x(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$4x(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

$$\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3} \Rightarrow \frac{2x}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x}{3} + \frac{1}{3} \Rightarrow x + \frac{3}{4} > \frac{4x}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x - \frac{4}{3}x > \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{x}{3} > \frac{-5}{12} \xrightarrow{\times(-3)} x < \frac{5}{4}$$

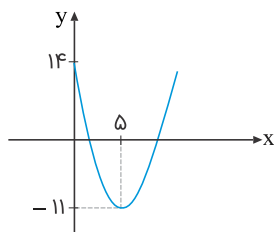
علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۰۶

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۰۶

$$y = x^2 - 10x + 14 \xrightarrow{y=ax^2+bx+c} \begin{cases} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{رأس سهمی} \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-10)}{2 \times 1} = 5 \\ \xrightarrow{x=5} y = -11 \end{cases} \Rightarrow S(5, -11)$$

باتوجه به اینکه $a > 0$ ، دهانه سهمی روبه بالا است، سهمی را رسم می‌کنیم. باتوجه به اینکه $c = 14$ (عرض از مبدأ) سهمی از ناحیه سوم عبور نمی‌کند.



$$۳ - \frac{۲}{x} \geq ۰ \Rightarrow \frac{۳x - ۲}{x} \geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۳x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۲}{۳} \\ x = ۰ \end{cases}$$

		۰		$\frac{۲}{۳}$	
$۳x - ۲$	-		-	○	+
x	-	○	+		+
$\frac{۳x - ۲}{x}$	+		-	○	+

∪

$$\Rightarrow x \in (-\infty, ۰) \cup \left[\frac{۲}{۳}, +\infty\right)$$

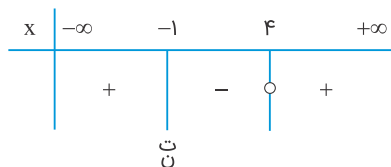
علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم:

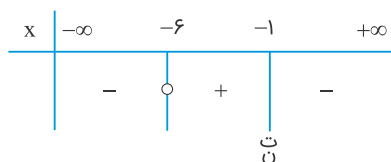
$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0$$

$$\Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4 \quad (\text{I})$$



$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0$$

$$\Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \quad (\text{II})$$



از (I) و (II) به جواب $x > 4$ یا $x < -6$ می‌رسیم که همان $\mathbb{R} - [-6, 4]$ است.

تعیین علامت می‌کنیم:

X	$-\infty$	-۲	-۱	۱	۲	$+\infty$
$(X+1)^2$	+	+	+	+	+	+
$(X-1)^3$	-	-	-	+	+	+
$X+2$	-	+	+	+	+	+
$(X-2)^4$	-	-	-	-	+	+
Y	-	+	+	+	-	+

در سه نقطه $x = -2$ و $x = 1$ و $x = 2$ تغییر علامت می‌دهد.

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۹
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۹

وقتی $\Delta < 0$ باشد، آنگاه معادله جواب حقیقی ندارد، پس:

$$(-m)^2 - 4(2)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 8m < 0 \Rightarrow m(m+8) < 0$$

	$-\infty$	-۸	۰	$+\infty$
$m^2 + 8m$	+	+	-	+

$$\Rightarrow -8 < m < 0$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰

برای اینکه عبارت درجه دوم همواره منفی باشد، باید ضریب x^2 منفی و Δ نیز منفی باشد، پس:

$$6m < 0 \Rightarrow m < 0$$

$$\Delta = 4 + 24m < 0 \Rightarrow 24m < -4 \Rightarrow m < -\frac{1}{6}$$

بنابراین به ازای $m < -\frac{1}{6}$ عبارت موردنظر همواره منفی است.

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۱

وقتی نمودار بالای محور x ها و بر آن مماس است؛ یعنی ریشه مضاعف دارد، بنابراین:

$$y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2 \geq 0$$

$$\begin{cases} \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 9 - 4(m - 2)(m + 2) = 0 \\ a \geq 0 \Rightarrow m - 2 \geq 0 \Rightarrow m \geq 2 \end{cases}$$

$$9 - 4(m - 2)(m + 2) = 0 \Rightarrow 9 - 4(m^2 - 4) = 0 \Rightarrow 9 - 4m^2 + 16 = 0$$

$$\Rightarrow -4m^2 + 25 = 0$$

$$\Rightarrow -4m^2 = -25 \Rightarrow m^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases} \xrightarrow{m \geq 2} m = \frac{5}{2}$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

اگر در معادله سهمی $a > 0$ باشد، سهمی در نقطه رأس خود دارای کمترین مقدار است.

$$\text{طول رأس سهمی: } x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{-b}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{در معادله جاگذاری}} 2 = 5\left(\frac{b}{10}\right)^2 - b\left(\frac{b}{10}\right) + 7 \Rightarrow 2 = \frac{b^2}{20} - \frac{b^2}{10} + 7$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{20} - \frac{b^2}{10} = -5 \Rightarrow \frac{b^2(1 - 2)}{20} = -5 \Rightarrow \frac{-b^2}{20} = -5 \Rightarrow b^2 = 100 \Rightarrow b = \pm 10$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

برای داشتن ریشه مضاعف باید $\Delta = 0$ باشد.

$$\Delta = m^2 + 4m = 0 \Rightarrow m(m + 4) = 0 \Rightarrow m = 0, -4$$

دقت کنید که به ازای $m = 0$ معادله درجه ۲ نمی‌شود، پس فقط -4 قابل قبول است.

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۳۹۹۶

عبارت‌های "آ" و "پ" نادرست‌اند.

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۳۹۹۶

اگر ریشه‌های معادله قرینه باشد، حاصل جمع‌شان صفر می‌شود. پس:

$$\Delta = (m - 2)^2 - 4(m - 3)(m - 1) \\ \Rightarrow \Delta = m^2 - 4m + 4 - 4m^2 + 12 + 16m$$

$$\Rightarrow \Delta = -3m^2 + 12m - 8$$

$$x = \frac{-(m - 2) \pm \sqrt{-3m^2 + 12m - 8}}{2(m - 3)} \\ \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-m + 2}{(m - 3)} = 0 \Rightarrow m = 2$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۹

معادله سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد. چون محل تقاطع سهمی با محور y ها برابر -3 می‌باشد، بنابراین $c = -3$ است، از طرفی نقطه رأس سهمی برابر $(1, 2)$ می‌باشد که در معادله صدق می‌کند:

$$1 = 4a + 2b - 3 \Rightarrow 4a + 2b = 4 \quad (1)$$

$$\text{طول رأس سهمی} : x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری می‌کنیم (2) را در (1)}} 4a + 2(-4a) = 4 \Rightarrow a = -1$$

بنابراین داریم:

$$b = -4a = -4(-1) = 4 \Rightarrow y = -x^2 + 4x - 3$$

می‌دانیم سهمی متقارن است و طول رأس سهمی در وسط ریشه‌ها قرار دارد و محور تقارن نیز از رأس می‌گذرد:

$$s(x, y) \Rightarrow x = \frac{-7 + 3}{2} = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow x = -2$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۱

معادله سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد. چون محل تقاطع سهمی با محور y ها برابر -۶ می‌باشد، بنابراین $c = -۶$ است، از طرفی مختصات رأس سهمی به صورت $(۳, -۱)$ می‌باشد.

$$\text{طول رأس سهمی} : x = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow b = -6a$$

نقطه $(۳, -۱)$ را در معادله سهمی جایگذاری می‌کنیم:

$$-1 = a(3)^2 + b(3) - 6 \Rightarrow -1 = 9a - 18a - 6 \Rightarrow a = -\frac{5}{9}$$

$$b = -6a = -6\left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{10}{3} \Rightarrow y = -\frac{5}{9}x^2 + \frac{10}{3}x - 6$$

علوی علوم انسانی دوازدهم آزمون شماره ۹۱۴۰۱

$$\begin{aligned} \frac{7x-1}{x^2-x-2} &> \frac{x}{x-2} \Rightarrow \frac{7x-1}{(x-2)(x+1)} - \frac{x}{x-2} > 0 \\ \Rightarrow \frac{7x-1-x^2-x}{(x-2)(x+1)} &> 0 \Rightarrow \frac{-x^2+6x-1}{(x-2)(x+1)} > 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-6x+1}{(x-2)(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x+1)} < 0$$

-1	2	4
+	-	+

$$\Rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۷۱۴۰۱

وقتی $\Delta < 0$ ، آن گاه معادله جواب حقیقی ندارد، پس:

$$(-m)^2 - 4(2)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 8m < 0 \Rightarrow m(m + 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m + 8 = 0 \Rightarrow m = -8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|ccc} & -8 & 0 & \\ \hline m^2+8m & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$$\Rightarrow -8 < m < 0$$

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

با قرار دادن $x = 2$ در معادله داریم:

$$4m - 6 - 2m = 0 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(3)(-6) = 9 + 72 = 81$$

$$x_1, x_2 = \frac{3 \pm 9}{6} \Rightarrow \begin{cases} \frac{12}{6} = 2 \\ \frac{-6}{6} = -1 \end{cases}$$

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۶

با استفاده از روش کلی حل معادله درجه دوم (روش Δ) داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(-6)(-1) = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2(-6)} = \frac{6}{-12} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2(-6)} = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3} \Rightarrow |x_1 - x_2| = \left| -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right) \right| = \frac{1}{6}$$

روش تستی: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{1}{6}$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۲

$$x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 5$$

مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{9}{4} &= 5 + \frac{9}{4} \Rightarrow \left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) = \frac{29}{4} \\ \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{29}{4} \Rightarrow n = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۲

با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$\left(\frac{x^2}{4} - 9\right)(2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1) = 0 \Rightarrow \left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{2} + 3\right)(\sqrt{2}x + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} - 3 = 0 \Rightarrow x = 6 \\ \frac{x}{2} + 3 = 0 \Rightarrow x = -6 \\ \sqrt{2}x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

مجموعه جواب: $\{6, -6, -\frac{\sqrt{2}}{2}\}$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۱۴۰۱۲

باید دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ برای x های مشترک هم‌علامت باشند که در هیچ بازه‌ای چنین اتفاقی نیفتاده است. پس جواب $\emptyset$ می‌باشد.

علوی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۴۰۰۱

مختصات رأس سهمی $(-\frac{b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ است، فاصله این نقطه از خط $y = 1$ برابر $|1 + \frac{\Delta}{4a}|$ است.

$$|1 + \frac{\Delta}{4a}| = |1 + \frac{36 - 4(1)(k+1)}{4 \times 1}| = |1 + 9 - (k+1)| = 10 \Rightarrow |10 - (k+1)| = 10$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 - (k+1) = 10 \Rightarrow k+1 = 0 \\ 10 - (k+1) = -10 \Rightarrow k+1 = 20 \end{cases}$$

۲۰ یا $c = k+1 = 0$

علوی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۰

می‌دانیم عرض رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $\frac{-\Delta}{4a}$ می‌باشد:

$$y = x^2 + ax + 4$$

$$\text{عرض رأس سهمی} : \frac{4 \times 1 \times 4 - a^2}{4 \times 1} = \frac{16 - a^2}{4}$$

$$y_{\min} = 3 \Rightarrow \frac{16 - a^2}{4} = 3 \Rightarrow 16 - a^2 = 12 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۹ ۱۴۰۰

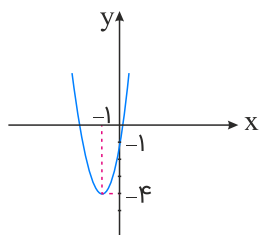
چون ضریب x^2 مثبت می‌باشد پس دهانه سهمی رو به بالا است. مختصات رأس سهمی نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(3)} = -\frac{6}{6} = -1$$

نقطه رأس سهمی:

$$x = -1 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow (-1, -4)$$

محل تقاطع سهمی با محور y ها، c نیز برابر -1 می‌باشد، در نتیجه نمودار به شکل زیر می‌باشد که مشخص است از هر چهار ناحیه عبور می‌کند، بنابراین گزینه ۲ صحیح است.



علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۶ ۱۴۰۰

مناسبت‌ترین روش برای حل این معادله، استفاده از روش دلتا می‌باشد. بنابراین ابتدا دلتا را به دست می‌آوریم:

$$3x^2 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(-5) = 64$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+2 + \sqrt{64}}{2(3)} = \frac{2+8}{6} = \frac{10}{6} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+2 - \sqrt{64}}{2(3)} = \frac{2-8}{6} = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{ریشه کوچک‌تر} = -1$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۵ ۱۴۰۰

$$x + (x + 1) + (x + 2) = \frac{4}{3}x^2 \Rightarrow 3x + 3 = \frac{4}{3}x^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4\left(\frac{4}{3}\right)(-3) = 25$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ ق.ق} \\ x = -\frac{3}{4} \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

از آنجایی که عدد وسط $(x + 1)$ است و مقدار x برابر ۳ می‌باشد، پس:

$$(4)^2 = 16 : \text{مربع عدد وسط}$$

علوی علوم انسانی دهم آزمون شماره ۲ ۱۴۰۰

$$a_n = ar^{n-1}$$

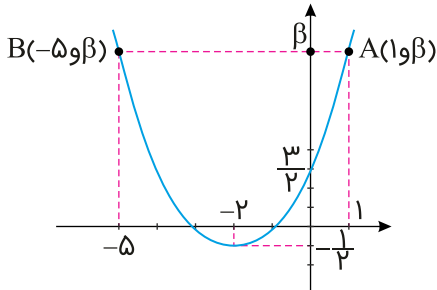
$$\frac{a_6}{a_3} + \frac{a_2}{a_1} = 2 \Rightarrow \frac{ar^5}{ar^2} + \frac{ar}{a} = 2 \Rightarrow \left(\frac{r}{a}\right)^2 + \frac{r}{a} - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{r}{a} = 1 \\ \frac{r}{a} = -2 \end{cases}$$

$$\frac{a^2}{a_3} = \frac{a^2}{ar} = \frac{a}{r} \Rightarrow \frac{a}{r} = 1 \text{ یا } \frac{a}{r} = -\frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

نکته: معادله کلی سهمی به صورت $y = a(x - x_S)^2 + y_S$ است که در آن (x_S, y_S) رأس سهمی است. با توجه به اطلاعات صورت تست، شکل سهمی به صورت زیر است:

$$\text{طول رأس : } x_S = \frac{-5 + 1}{2} = -2 \Rightarrow f(x) = a(x + 2)^2 - \frac{1}{2}$$



$$\left(0, \frac{3}{2}\right) \in f(x) \Rightarrow \frac{3}{2} = a(0 + 2)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$(1, \beta) \in f(x) \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}(1 + 2)^2 - \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow \beta = 4$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

$$-mx^2 + mx + 1 = -m - x \Rightarrow mx^2 - (1 + m)x - m - 1 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (1 + m)^2 + 4m(m + 1) < 0 \Rightarrow (1 + m)(1 + 5m) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < m < -\frac{1}{5} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} \text{هیچ مقدار}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{cases} a_F = x + 1 \\ a_\Delta = x - 1 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\begin{cases} a_V = 2x + 1 \\ a_\Lambda = x \end{cases} \Rightarrow q = \frac{x}{2x+1}$$

$$\frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{2x+1} \Rightarrow 2x^2 + x - 2x - 1 = x^2 + x$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

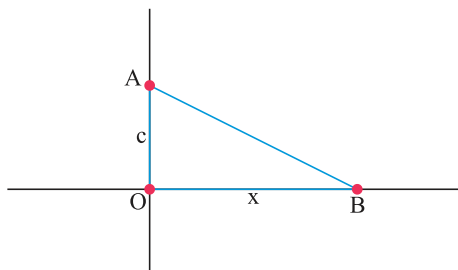
$$x = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow q_1 = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$$

$$x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow q_2 = \frac{-\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

اما q های به دست آمده قابل قبول نیستند؛ زیرا $\frac{a_\Lambda}{a_\Delta} \neq q^3$ و $\frac{a_V}{a_\Delta} \neq q^2$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

مثلث OAB به اضلاع c و x روی محورهای مختصات نشان داده شده است. پس:



$$S_{OAB} = c^2 \Rightarrow \frac{1}{2}c \times x = c^2 \Rightarrow x = 2c$$

مقدار x ریشه معادله است و در آن صدق می‌کند، یعنی:

$$-x^2 + 2x + c = 0 \xrightarrow{x=2c} -4c^2 + 4c + c = 0 \Rightarrow -4c^2 + 5c = 0$$

$$c(-4c + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ -4c + 5 = 0 \Rightarrow c = \frac{5}{4} = 1/25 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲