

منبع:

۱ اگر $12^B \times 3^A = \frac{3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 9^{\frac{1}{32}} \times 9^{\frac{1}{64}}}{3^{\frac{1}{8}} \times 4^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{3}{8}} \times 4^{\frac{3}{8}}}$ باشد، مقدار $A + B$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{13}{32}$ (۲) $\frac{13}{32}$
(۳) $\frac{13}{16}$ (۴) $-\frac{13}{16}$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

۲ در تساوی $7^3 = \frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2}$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) 3
(۳) $4/5$ (۴) 5

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

۳ اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt{8}}(18)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(10 + A^{-1})^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) $0/75$
(۳) $0/5$ (۴) $0/25$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲

۴ اگر $A = \sqrt[5]{27\sqrt[3]{243}}(\frac{1}{3})^{-\frac{5}{3}}$ باشد، حاصل $(5 + A)^{-\frac{1}{5}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) 2 (۴) 3

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

۵ حاصل عبارت $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$
(۳) $\sqrt{18}$ (۴) $\sqrt{6}$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

۶ حاصل $۸^{-\frac{1}{3}} \times ۴^{۰/۱۲} \times ۲^{۰/۷۶}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{۴}$ (۲) $\frac{1}{۲}$
(۳) ۱ (۴) ۲

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

۷ حاصل $۲^{-\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{16}) (\frac{1}{۴})^{-۰/۵}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{۲}$
(۳) ۲ (۴) ۴

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

۸ مقدار عبارت $۳^{\frac{1}{۴}} \times ۳^{\frac{1}{۸}} \times ۳^{\frac{1}{۱۶}} \times \dots \times ۳^{\frac{1}{۲۵۶}}$ کدام است؟

- (۱) $۳^{\frac{۱۲۷}{۲۵۶}}$ (۲) $۳^{\frac{۱۲۷}{۵۱۲}}$
(۳) $۳^{\frac{۶۳}{۲۵۶}}$ (۴) $۳^{\frac{۲۵۵}{۵۱۲}}$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

۹ در بسط عبارت $(x^۲ + ۲x)^۳$ ، ضریب $x^۴$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶
(۳) ۸ (۴) ۱۲

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۰ در بسط عبارت $(a^۲ + ۴b)^۳$ ، ضریب $a^۴b$ ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶
(۳) ۸ (۴) ۱۲

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

۱۱ اگر $۴ = (\omega x - \frac{۳}{۲x})$ باشد، حاصل $(۲۵x^۲ + \frac{۹}{۴x^۲})$ ، کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۹
(۳) ۳۱ (۴) ۳۲

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۵

۱۲ اگر $۴ = \sqrt{x-a} + \sqrt{x-۴}$ باشد، حاصل عبارت $۱ - \sqrt{x-a} + \sqrt{x-۴}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{۲}$ (۲) $\frac{a}{۴}$
(۳) $\frac{1}{۲}$ (۴) $\frac{1}{۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۱۳

حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{3}\sqrt{27} \times 3^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{3}} \times 81^{-\frac{1}{4}}}$ کدام است؟

- (۱) ۲۷
(۲) ۸۱
(۳) $27\sqrt[3]{3}$
(۴) $81\sqrt[3]{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۱۴

اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) $\frac{a}{4}$
(۴) $\frac{a}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۱۵

حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2}\sqrt{8}}{\sqrt[3]{2}\sqrt{2} \times 16^{-\frac{1}{4}}}$ کدام است؟

- (۱) $16\sqrt{2}$
(۲) $16\sqrt[3]{2}$
(۳) $8\sqrt{2}$
(۴) $8\sqrt[3]{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۱۶

اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B + 1$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\sqrt{7}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $2\sqrt{7}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۱۷

ریشه هفتم عدد مثبت a مساوی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{7}$ است. $(\frac{1}{a} - 3)$ چند برابر $(1 + \sqrt{3})$ است؟

- (۱) $6 - 3\sqrt{3}$
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) $6 + 3\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۱۸

حاصل عبارت $(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2})(\sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}})$ کدام است؟

- (۱) -۱
(۲) $-\sqrt{2}$
(۳) ۱
(۴) $\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

بزرگ‌ترین عضو مجموعه $\left\{ \frac{1}{128} \right\}$ $\lambda^{-\frac{2}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times \lambda^{-\frac{2}{3}n} > \frac{1}{128}$ ، $A = \{m^3 + n^2 | m, n \in \mathbb{N}\}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹
(۳) ۵ (۴) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

حاصل عبارت $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[6]{12}$ ، کدام است؟

- (۱) $6\sqrt[6]{2}$ (۲) $3\sqrt[6]{32}$
(۳) $2\sqrt[3]{9}$ (۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1 + \sqrt{7}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt[4]{2}$
(۳) ۲ (۴) $2\sqrt[4]{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}}(12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴
(۳) ۵ (۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

اگر $A = \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{5}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/5$
(۳) $0/75$ (۴) ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

اگر $\frac{1}{a^3+1} + \frac{1}{a^3-1} = 2$ باشد، حاصل $\left(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3+1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3+1}}\right)^{1401}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲
(۳) ۱ (۴) -۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۲۵

حاصل عبارت $\frac{\sqrt{18} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $1 + \sqrt{3}$ (۲) $-1 + \sqrt{2}$
(۳) $1 - \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۲۶

اگر حاصل عبارت $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times (\sqrt{3} + 2)^{\frac{2}{3}} (\sqrt{3} - 2)^{\frac{2}{3}}$ به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، A کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $\sqrt{3}$
(۳) ۲ (۴) $\sqrt{3} + 1$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

۲۷

اگر $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2} - 4}$ و $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2} + 4}$ باشند، حاصل عبارت $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ ، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸
(۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $7\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۲۸

فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6} - 2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6} + 2}$. مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ ، کدام است؟

- (۱) $4(2 + \sqrt{3})$ (۲) $4(2 - \sqrt{3})$
(۳) $16(2 + \sqrt{3})$ (۴) $16(2 - \sqrt{3})$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۲۹

فرض کنید $a = \sqrt[4]{7 - 4\sqrt{3}}$. مقدار $\left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۶
(۳) ۲۵ (۴) ۴۹

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۳۰

حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}} + (2 - \sqrt{3})^{-1}$ ، کدام است؟

- (۱) $1 + 2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

حاصل عبارت $\sqrt[3]{2}\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ، کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$

(۳) $1+\sqrt{3}$

(۲) ۲

(۴) $2\sqrt{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳



منبع:

گزینه ۱

۱

$$\frac{3^{\frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times (3^2)^{\frac{1}{36}} \times (3^2)^{\frac{1}{54}}}{(3 \times 4)^{\frac{1}{6}} \times (3 \times 4)^{\frac{1}{8}}} = 3^A \times 12^B$$

$$\Rightarrow \frac{3^{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{18} + \frac{1}{27}}}{12^{\frac{1}{6} + \frac{1}{8}}} = 3^A \times 12^B \Rightarrow 3^{\frac{15}{36}} \times 12^{\frac{-7}{36}} = 3^A \times 12^B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \frac{15}{36} \\ B = \frac{-7}{36} \end{cases} \Rightarrow A + B = \frac{15}{36} - \frac{7}{36} = \frac{15 - 7}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

گزینه ۱

۲

$$\frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2} = 7^3 \Rightarrow \frac{(2x)^5 \times 3^3 \times 7^3}{3^3 \times 5^3 \times 5^2} = 7^3$$

$$\Rightarrow \frac{(2x)^5}{5^5} = 1 \Rightarrow (2x)^5 = 5^5$$

$$\Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2.5$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

گزینه ۴

۳

ابتدا مقدار A را ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt[5]{2^2 \times \sqrt{2^3}} \times (18)^{-\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^2 \times 2^{\frac{3}{2}}} \times (3^2 \times 2)^{-\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^{\frac{7}{2}}} \times 3^{-3} \times 2^{-\frac{3}{5}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{-3} \times 2^{-\frac{3}{5}}$$

$$A = 2^{-1} \times 3^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{27} = \frac{1}{54}$$

حال در عبارت خواسته‌شده قرار می‌دهیم:

$$(10 + A^{-1})^{-\frac{1}{3}} = (10 + 54)^{-\frac{1}{3}} = (64)^{-\frac{1}{3}} = 4^{-1} = \frac{1}{4} = 0.25$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۲

ابتدا A را ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt[5]{3^3 \times 3^{\frac{4}{5}} \times 3^{\frac{2}{5}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{14}{5}}} \times 3^{\frac{2}{5}} = 3^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{2}{5}} = 3^{\frac{4}{5}} = 27$$

در عبارت داده‌شده جاگذاری می‌کنیم:

$$(\omega + A)^{-\frac{1}{5}} = (\omega + 27)^{-\frac{1}{5}} = (3^3)^{-\frac{1}{5}} = (3^{\frac{3}{5}})^{-1} = 3^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{3^{\frac{3}{5}}}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

تک تک رادیکال‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{8 \times 9} = 2\sqrt[3]{9}$$

$$\sqrt{96} = \sqrt{16 \times 6} = 4\sqrt{6}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} = 9\sqrt{2}$$

حال عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162} \\ &= \sqrt[3]{3} \times 2\sqrt[3]{9} + \sqrt{3}(4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) - 9\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt[3]{27} + 4\sqrt{18} - 6 - 9\sqrt{2} \\ &= (2 \times 3) + 12\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

$$\begin{aligned} 2^{\frac{76}{100}} \times (2^2)^{\frac{12}{100}} \times (2^3)^{-\frac{1}{10}} &= 2^{\frac{76}{100}} \times 2^{\frac{24}{100}} \times 2^{-1} \\ &= 2^{(\frac{76}{100} + \frac{24}{100} - 1)} = 2^0 = 1 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

عبارت داده شده را ساده می‌کنیم و به شکل توان‌هایی از ۲ می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} 2^{-\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{16}) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{6}} &= 2^{-\frac{1}{3}} \times (\sqrt[3]{2^4}) \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{-\frac{5}{6}} \\ &= 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^1 \\ &= 2^{-\frac{1}{3} + \frac{4}{3} + 1} = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

راه حل اول: از مخرج مشترک‌گیری استفاده می‌کنیم.

$$3\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256}\right) = 3\frac{127}{256}$$

راه حل دوم: دنباله حاصل از توان‌های عبارت موردنظر، یک دنباله هندسی با نسبت مشترک $r = \frac{1}{2}$ و $n = 7$ می‌باشد که مجموع جملات آن را می‌توان از طریق فرمول $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ به دست آورد.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

$$\begin{aligned} (x^2 + 2x)^3 &= (x^2 + 2x)(x^2 + 2x)^2 = (x^2 + 2x)(x^4 + 4x^3 + 4x^2) \\ &= x^6 + 4x^5 + 4x^4 + 2x^5 + 8x^4 + 8x^3 = x^6 + 6x^5 + 12x^4 + 8x^3 \end{aligned}$$

روش دوم:

نکته: اتحاد مکعب دوجمله‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

باتوجه به نکته بالا می‌توانیم عبارت صورت سؤال را نوشته و ضریب x^4 را مشخص می‌کنیم:

$$(x^2 + 2x)^3 = (x^2)^3 + 3(x^2)^2(2x) + 3(x^2)(2x)^2 + (2x)^3$$

داریم:

$$3(x^2)(2x)^2 = 3x^2 \times 4x^2 = 12x^4$$

بنابراین ضریب x^4 برابر با ۱۲ است.

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$(a^2 + 4b)^3 = (a^2 + 4b)(a^2 + 4b)^2 = (a^2 + 4b)(a^4 + 8a^2b + 16b^2) \\ = a^6 + 8a^4b + 16a^2b^2 + 4a^4b + 32a^2b^2 + 64b^3 = a^6 + 12a^4b + 48a^2b^2 + 64b^3$$

بنابراین ضریب جمله a^4b برابر با ۱۲ است.

روش دوم:

نکته: اتحاد مکعب دوجمله‌ای به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

با استفاده از نکته بالا بسط عبارت داده شده را می‌نویسیم و ضریب a^4b را به دست می‌آوریم.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

راه حل اول:

با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای ابتدا طرفین تساوی $4 = \omega x - \frac{3}{2x}$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\left(\omega x - \frac{3}{2x}\right)^2 = 4^2 \Rightarrow (\omega x)^2 - 2 \times (\omega x) \times \left(\frac{3}{2x}\right) + \left(\frac{3}{2x}\right)^2 = 16 \\ \Rightarrow 2\omega x^2 - 15 + \frac{9}{4x^2} = 16 \Rightarrow 2\omega x^2 + \frac{9}{4x^2} = 16 + 15 \\ \Rightarrow 2\omega x^2 + \frac{9}{4x^2} = 31$$

راه حل دوم:

$$2\omega x^2 + \frac{9}{4x^2} = (\omega x)^2 + \left(\frac{3}{2x}\right)^2 = \left(\omega x - \frac{3}{2x}\right)^2 + 2 \times (\omega x) \times \left(\frac{3}{2x}\right) \\ = \left(\omega x - \frac{3}{2x}\right)^2 + 15 \xrightarrow{\omega x - \frac{3}{2x} = 4} \left(\omega x - \frac{3}{2x}\right)^2 + 15 = 4^2 + 15 = 16 + 15 = 31$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۵

$$(\sqrt{x-4} + \sqrt{x-a})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a}) = a - 4 \\ \Rightarrow 4(\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a}) = a - 4 \\ \Rightarrow \sqrt{x-4} - \sqrt{x-a} = \frac{a}{4} - 1 \\ \Rightarrow 1 - \sqrt{x-a} + \sqrt{x-4} = \frac{a}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\frac{\sqrt[3]{3\sqrt{27}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{3}} \times 81^{-\frac{3}{4}}} = \frac{(3 \times 3^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{6}} \times 3^{-3}} = \frac{3^{\frac{4}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{6} - 3}} = \frac{3^{\frac{5}{6}}}{3^{-\frac{17}{6}}} = 3^{\frac{5}{6} + \frac{17}{6}} = 3^{\frac{22}{6}} = 3^{\frac{11}{3}} = 3^{\frac{11}{3}} = 81$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} \sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} &= 2 \\ \Rightarrow (\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}) &= 2(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}) \\ \Rightarrow a+4 &= 2(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}) \\ \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 &= \frac{a+4}{2} - 2 = \frac{a}{2} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\frac{\sqrt[3]{2 \times 2^{\frac{3}{2}}}}{\sqrt[3]{2 \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{-3}}} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{2^{-\frac{5}{2}}} = 2^{\frac{5}{2} + \frac{5}{2}} = 2^5 = 2^{3+1} = 8\sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{14}}{4\sqrt{2} + \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{7})}{\sqrt{2}(4 + \sqrt{7})} = \frac{1 + \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}} \\ B &= \frac{(1 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})}{(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})} = \frac{-3 + 3\sqrt{7}}{16 - 7} = \frac{3(\sqrt{7} - 1)}{9} \\ \Rightarrow 3B + 1 &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\sqrt[3]{a} = 27 \times a^{\frac{10}{27}} \Rightarrow a^{\frac{10}{27} - \frac{1}{27}} = \frac{1}{27} \Rightarrow a^{\frac{9}{27}} = \frac{1}{27} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = 3\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{a} - 3 = 3(\sqrt{3} - 1)$$

$$\frac{\frac{1}{a} - 3}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3(3 - 2\sqrt{3})}{2} = 3(2 - \sqrt{3}) = 6 - 3\sqrt{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

قرار می‌دهیم:

$$A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}$$

$$\xrightarrow{\text{توان دو}} A^2 = 3 - \sqrt{5} + 3 + \sqrt{5} - 2\sqrt{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} = 2$$

$$\xrightarrow{A < 0} A = -\sqrt{2}$$

خواسته سوال برابر است با:

$$\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2}\right) \times (-\sqrt{2}) = -\frac{2 + \sqrt{10}}{\sqrt{10} + 2} = -1$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$8^{-\frac{2}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{2}{3}n} > \frac{1}{128}$$

$$2^{-2m} \times 2^{-2n} + 2^{-2m} \times 2^{-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2 \times 2^{-2(m+n)} > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{m+n} < 2^7 \Rightarrow m + n < 7$$

چون m و n اعداد طبیعی‌اند، پس بیشترین مقدار $m^3 + n^2$ زمانی رخ می‌دهد که $m = 2$ و $n = 1$ باشد.

$$\max(m^3 + n^2) = 2^3 + 1^2 = 9$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

تمامی عبارت‌ها را بر اساس توان‌هایی از ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{2^2 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 3^3} \times \sqrt[3]{2 \times \sqrt[4]{2 \times 3}} \\ &= ((2)^{\frac{2}{6}} \times (3)^{\frac{1}{6}}) \times (2^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{3}{4}}) \times (2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{1}{12}} \times 3^{\frac{1}{12}}) \\ &= 2^{(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12})} \times 3^{(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} + \frac{1}{12})} = 2^1 \times 3^1 = 6 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{2^2 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 3^3} \times \sqrt[3]{2 \times \sqrt[4]{2 \times 3}} \\ &= \sqrt[12]{2^4 \times 3^2} \times \sqrt[12]{2^3 \times 3^9} \times \sqrt[12]{2^2 \times 2 \times 3} \\ &= \sqrt[12]{2^{12} \times 3^{12}} = \sqrt[12]{6^{12}} = 6 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \sqrt{(1 + \sqrt{7})} = \sqrt[4]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}}} \sqrt[4]{(1 + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt[4]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}}} \sqrt[4]{8 + 2\sqrt{7}} = \sqrt[4]{\frac{8 + 2\sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}}} = \sqrt[4]{2} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[5]{9\sqrt{3}} (12)^{-1/5} = \sqrt[5]{3^2\sqrt{3}} (12)^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{\sqrt{3^5}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{12^3}} \\ A &= \sqrt[5]{3^5} \times \frac{1}{12\sqrt[5]{12}} = \sqrt{3} \times \frac{1}{24\sqrt{3}} = \frac{1}{24} \\ \Rightarrow A^{-1} &= 24 \Rightarrow (1 + A^{-1})^{\frac{1}{5}} = (1 + 24)^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{25} = 5 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt[5]{2^2 \times (2^4)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{5}}} = \sqrt[5]{2^2 \times 2^{\frac{4}{5}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{5}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{10}{5}}} \times 2^{\frac{4}{5}} \\
 &= (2^{\frac{10}{5}})^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{6}{5}} = 2^2 = 4 \\
 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{5}} &= (2 \times 4)^{-\frac{1}{5}} = 8^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} = 0.5
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$$\begin{aligned}
 a^3 &= t : \frac{1}{a^3+1} + \frac{1}{a^3-1} = 2 \xrightarrow{a^3=t} \frac{1}{t+1} + \frac{1}{t-1} = 2 \\
 \Rightarrow \frac{2t}{t^2-1} &= 2 \Rightarrow t = t^2 - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3+1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3+1}} \right)^{1401} &= \left(\frac{1}{t - \sqrt{t+1}} + \frac{1}{t + \sqrt{t+1}} \right)^{1401} \\
 &= \left(\frac{2t+2}{\underbrace{(t+1-\sqrt{t})(t+1+\sqrt{t})}_{\text{اتحاد مزدوج}}} \right)^{1401} = \left(\frac{2t+2}{t^2+t+1} \right)^{1401} \xrightarrow{t=t^2-1} \left(\frac{2t^2}{2t^2} \right)^{1401} = 1
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا هر عبارت را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} &= \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}} \\
 &= \frac{10\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 15\sqrt{3} + 9\sqrt{2}}{25 - 6} = \frac{19(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{19} = \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (1) \\
 2\left(\sqrt[4]{9} - 1\right)^{-1} &= \frac{2}{\sqrt[4]{9} - 1} = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} \\
 &= \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2} = \sqrt{3} + 1 \quad (2)
 \end{aligned}$$

بنابراین طبق (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2\left(\sqrt[4]{9} - 1\right)^{-1} = \sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

باتوجه به اینکه حاصل عبارت داده شده برابر $\sqrt[3]{A}$ است، ابتدا طرفین را به توان ۳ می‌رسانیم. دو عبارت $۲ + \sqrt{۳}$ و $۲ - \sqrt{۳}$ مزدوج یکدیگر هستند. دو عبارت هم‌توان از آن‌ها جدا کرده و با استفاده از اتحاد مزدوج، حاصل عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم و در نهایت مقدار A را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{A} &= (۲ - \sqrt{۳})^{\frac{۳}{۲}} (۲ + \sqrt{۳})^{\frac{۳}{۲}} \times \sqrt[3]{\sqrt{۲}} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} A = (۲ - \sqrt{۳})^{\frac{۹}{۲}} \times (۲ + \sqrt{۳})^{\frac{۹}{۲}} \times \sqrt{۲} \\ &= (۲ - \sqrt{۳})^{\frac{۹}{۲}} (۲ + \sqrt{۳})^{\frac{۹}{۲}} (۲ - \sqrt{۳})^{\frac{۱}{۲}} \sqrt{۲} = \left[(۲ - \sqrt{۳})(۲ + \sqrt{۳}) \right]^{\frac{۹}{۲}} \sqrt{۲ - \sqrt{۳}} \sqrt{۲} \\ &= (۴ - ۳)^{\frac{۹}{۲}} \sqrt{۲(۲ - \sqrt{۳})} = \sqrt{۴ - ۲\sqrt{۳}} = \sqrt{(\sqrt{۳} - ۱)^2} = |\sqrt{۳} - ۱| = \sqrt{۳} - ۱ \Rightarrow A = \sqrt{۳} - ۱\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

گام اول

طبق اتحاد مزدوج داریم:

$$(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$$

گام دوم

با استفاده از اتحاد مزدوج و با در نظر گرفتن $A = \alpha^2 + \beta^2$ و $B = \alpha\beta$ عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - \alpha^2\beta^2 = \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2$$

مقادیر α و β را در عبارت به دست آمده جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned}&\left(\sqrt[4]{۳\sqrt{۲} - ۴}\right)^4 + \left(\sqrt[4]{۳\sqrt{۲} + ۴}\right)^4 + \left(\sqrt[4]{(۳\sqrt{۲} - ۴)}\right)^2 \left(\sqrt[4]{(۳\sqrt{۲} + ۴)}\right)^2 \\ &= \left(\sqrt[4]{۳\sqrt{۲} - ۴}\right)^4 + \left(\sqrt[4]{۳\sqrt{۲} + ۴}\right)^4 + \left(\sqrt{(۳\sqrt{۲} - ۴)(۳\sqrt{۲} + ۴)}\right)^2 \\ &= ۳\sqrt{۲} - ۴ + ۳\sqrt{۲} + ۴ + \sqrt{۲} = ۷\sqrt{۲}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2 \\
 &= (a - b)^4 (a + b)^4 = (a^2 - b^2)^4 = (a^4 + b^4 - 2a^2b^2)^2 \\
 &= (\sqrt{6} - 2 + \sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6 - 4})^2 = (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^2 \\
 &= (2\sqrt{2})^2 (\sqrt{3} - 1)^2 = 8(3 + 1 - 2\sqrt{3}) = 16(2 - \sqrt{3})
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\begin{aligned}
 & \left(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2}\right)^2 \left(a + \frac{1}{a} - \sqrt{2}\right)^2 = \left(\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2\right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 \\
 &= a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} + 2 = 7 - 4\sqrt{3} + 7 + 4\sqrt{3} + 2 = 16
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا هر عبارت را جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}} &= \frac{3\sqrt{3} - 1}{4 + \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - 1}{4 + \sqrt{3}} \times \frac{4 - \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3} - 9 - 4 + \sqrt{3}}{16 - 3} \\
 &= \frac{13\sqrt{3} - 13}{13} = \sqrt{3} - 1 \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$(2 - \sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3} \quad (2)$$

باتوجه به (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\sqrt{27} - 1}{4 + \sqrt{3}} + (2 - \sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3} - 1 + 2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

برای اینکه حاصل عبارت را به دست آوریم ابتدا فرض می‌کنیم $A = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ که عبارتی مثبت است، باشد. باتوجه به عبارت‌های زیر رادیکال‌ها اگر A^2 را به دست آوریم، به راحتی عبارت‌ها ساده می‌شوند. پس ابتدا A^2 سپس A را حساب می‌کنیم. پس از تعیین A ، حاصل عبارت $A \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ را مشخص می‌کنیم.

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \xrightarrow{\text{به توان } 2} A^2 = (2 - \sqrt{3}) + 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} + (2 + \sqrt{3})$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{4 - 3} + 2 + \sqrt{3} = 2 + 2 + 2 = 6 \Rightarrow A^2 = 6 \Rightarrow A = \sqrt{6}$$

با معلوم شدن مقدار A ، حاصل عبارت اصلی را به دست می‌آوریم:

$$(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt{6} \times \sqrt[3]{(\sqrt{2})^3} = \sqrt{6} \times \sqrt{2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$