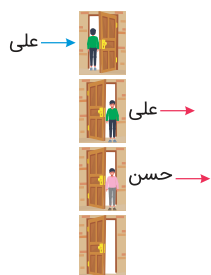
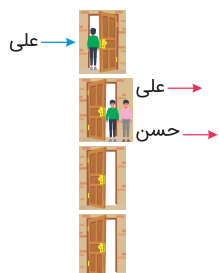


حالت اول:



$$\frac{4}{\text{ورود علی}} \times \frac{3}{\text{خروج علی}} \times \frac{2}{\text{ورود حسن از جای غیر از در خروجی علی}} \times \frac{2}{\text{خروج حسن}} = 48$$

حالت دوم:



$$\frac{4}{\text{ورود علی}} \times \frac{3}{\text{خروج علی}} \times \frac{1}{\text{ورود حسن از خروجی علی}} \times \frac{3}{\text{خروج حسن}} = 36$$

پس:

$$36 + 48 = 84$$

A:

--	--	--

B:

--	--

$$= 24 \quad \underbrace{3!}_{\text{جایگشت سه نفر دیگر}} \times 2! \times \underbrace{\frac{\text{حسن}}{\text{علی}}}_{2!} : \text{علی و حسن در A باشند} \Rightarrow \text{حالت اول}$$

$$= 12 \quad 3! \times \underbrace{\frac{\text{حسن}}{\text{علی}}}_{2!} : \text{علی و حسن در B باشند} \Rightarrow \text{حالت دوم}$$

$$\Rightarrow 24 + 12 = 36$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

اگر شرطی در کار نباشد، ۴ انتخاب از میان ۷ شیء داریم. اما ۸ باید باشد، پس یک انتخاب از ۴ انتخاب ما حذف می‌شود. ۸ را که برداشتیم و ۴ هم نباید برداریم می‌ماند: $\{0, 1, 2, 6, 9\}$
سه انتخاب از ۵ شیء داریم:

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = 10$$

تذکر: می‌دانیم $\binom{5}{3}$ برابر با $\binom{5}{2}$ می‌باشد و راحت‌تر است که $\binom{5}{2}$ را حساب کنیم.

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

اعداد زوج: ۲, ۴, ۶, ۸

اعداد فرد: ۱, ۳, ۵, ۷, ۹

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دو فرد و سه زوج: } \binom{4}{3} \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40 \\ \text{یک فرد و چهار زوج: } \binom{4}{4} \binom{5}{1} = 1 \times 5 = 5 \end{array} \right. \xrightarrow{+} 45$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{cases} \text{حالت ۱: } 5 \times 4 \times 3 \times \underbrace{1}_{\text{فقط ۰}} \Rightarrow \text{جواب} = 60 \\ \text{حالت ۲: } 4 \times 4 \times 3 \times \underbrace{1}_{\text{فقط ۵}} \Rightarrow \text{جواب} = 48 \end{cases} \xrightarrow{+} \text{جواب نهایی} = 108$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۸

برای آنکه عدد فرد باشد، رقم یکان باید یکی از ارقام ۱ یا ۷ باشد، چون تکرار ارقام مجاز نیست. پس:

$$\frac{5}{\text{از ۶ رقم یکی در یکان استفاده شد}} \times \frac{4}{-} \times \frac{3}{-} \times \frac{2}{-} \times \frac{2}{\{1, 7\}} = 240$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۸

n نفر به $(n-1)!$ می‌توانند دور یک میز بنشینند. حال چون می‌خواهیم دو نفر همواره کنار یکدیگر باشند، بنابراین جایگاه این دو نفر را به عنوان یک جایگاه در نظر می‌گیریم که می‌توانند کنار هم به $2!$ جابه‌جا شوند. پس ۶ نفر به $(5-1)! \times 2!$ حالت می‌توانند دور یک میز بنشینند به‌طوری‌که دو نفر همواره کنار هم باشند:

$$(5-1)! \times 2 = 4! \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

باتوجه به توضیحات صورت تست، ۵ نفر قرار است در یک اتومبیل بنشینند به‌طوری‌که ۳ نفر آن‌ها مجاز به رانندگی هستند. بنابراین برای انتخاب راننده ۳ حالت وجود دارد. اگر از بین ۳ نفر یک نفر به عنوان راننده انتخاب شود، ۴ نفر دیگر باقی می‌مانند که به $4!$ حالت می‌توانند بنشینند، بنابراین داریم:

$$\underbrace{3}_{\text{۴ نفر باقی‌مانده راننده}} \underbrace{4 \ 3 \ 2 \ 1}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = 3 \times 4! = 72$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۳۹۹

برای چیدن، مکعب مستطیل‌ها را می‌توان به ۲ روش مختلف روی هم چید (یعنی وجه مربع و وجه مستطیل) که در این صورت خواهیم داشت:

$$3 \times 2 + 3 \times 2 \times 2^2 + 3 \times 2 \times 1 \times 2^3 = 78$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

تابع موردنظر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$f = \{(a, b), (c, b), (d, b), (e, b), (g, b)\}$$

طول نقاط اعداد طبیعی یک‌رقمی و عرض آن‌ها ثابت و اعداد زوج نامنفی کمتر از ۱۰ است.

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$R_f = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

بنابراین تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{9}{5} \times 5 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 5 = 630$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

در صورتی که کاپیتان به عنوان نفر اول، دوم یا سوم وارد زمین شود، تعداد بازیکنانی که بعد از او وارد می‌شوند، بیشتر خواهد بود.

$$\begin{array}{ccc} \text{ک} & \bigcirc & \bigcirc \\ \bigcirc & \text{ک} & \bigcirc \\ \bigcirc & \bigcirc & \text{ک} \\ \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \end{array} \Rightarrow 3 \times 5! = 3 \times 120 = 360$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

رضا در کل ۶ کتاب دارد و می‌تواند به ۶! حالت، آن‌ها را روی هم قرار دهد.

اگر کتاب ریاضی، اول قرار گیرد، ۵ کتاب روی آن خواهند بود.

اگر کتاب ریاضی، دوم قرار گیرد، ۴ کتاب روی آن خواهند بود.

اگر کتاب ریاضی، سوم قرار گیرد، ۳ کتاب روی آن خواهند بود.

پس در سه حالت از شش حالت قرارگیری کتاب ریاضی، به مطلوب مسئله می‌رسیم؛ یعنی نصف حالات. بنابراین پاسخ برابر است با:

$$\frac{6!}{2} = \frac{720}{2} = 360$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

تابع f را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$f = \{(a_1, k), (a_2, k), (a_3, k), (a_4, k)\}$$

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$R_f = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

برای مؤلفه اول، انتخاب ۴ عدد از ۹ عدد یک‌رقمی طبیعی خواهیم داشت و برای مؤلفه دوم، ۵ انتخاب داریم. پس کل حالات برابر است با:

$$\binom{9}{4} \times 5 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 630$$

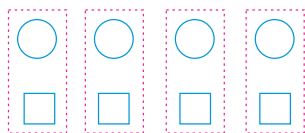
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

حروف گ، ن، ه را یک دسته در نظر می‌گیریم.

ی ر آ گ ن ه

پس تعداد کلمات $4! \times 3!$ یعنی ۱۴۴ تا است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳



وزیر اول روی هشت صندلی می‌تواند بنشیند، پس ۸ انتخاب دارد. زمانی که وزیر اول ردیفی را انتخاب کرد، سه وزیر دیگر در همان ردیف و در ۳ صندلی خالی می‌توانند بنشینند، بنابراین ۳! حالت دارد. در نتیجه تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$8 \times 3! = 48$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

گام اول

الف) در این کلمه دو حرف یکسان A و دو حرف یکسان G مشاهده می‌شود. این حروف یکسان باید کنار هم باشند.
 ب) با قرار دادن حروف یکسان در کنار هم ۶ حرف متمایز داریم. تعداد حالت‌های قرارگیری این ۶ حرف را در کنار هم حساب می‌کنیم.
 ج) دقت کنید دو حرف یکسان در کنار هم فقط به یک حالت می‌توانند قرار بگیرند و دیگر بین آن‌ها جایجایی نخواهیم داشت.

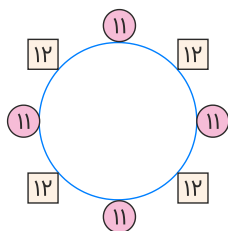
گام دوم

حروف ما به این صورت در می‌آیند :

L A A G G R N E

$720 = 6! =$ تعداد حالت ها

دانش‌آموزان پایه یازدهم اول به $6 = (4 - 1)!$ طریق دور میز می‌نشینند.
 حالا ۴ دانش‌آموز دوازدهم به $4!$ طریق در ۴ جایگاه بین آن‌ها قرار می‌گیرند.



$144 = 4! \times 6 =$ جواب

حالت‌های انتخاب ۴ کتاب از ۷ کتاب به‌صورت زیر است:

تعداد حالت‌ها	زیست	فیزیک	ریاضی
$\binom{4}{2} \binom{1}{1} \binom{1}{1} = 6$	✓	×	✓
$\binom{4}{3} \binom{1}{1} = 4$	×	✓	×
$\binom{4}{3} \binom{1}{1} = 4$	✓	×	×
$\binom{4}{4} = 1$	×	×	×

$$15 = 6 + 4 + 4 + 1 = \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\underline{ABCDE} \Rightarrow 2! \times 4! = 48$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) بازی بین مدارس مختلف انجام می‌شود پس برای یک بازی ۲ نفر در مقابل ۲ نفر، باید از بین ۸ مدرسه دو مدرسه، انتخاب شود.

ب) هر مدرسه ۶ دانش‌آموز برای بازی تنیس دارد. از بین این ۶ نفر باید ۲ نفر برای بازی انتخاب شود، یعنی برای هریک از مدارس $\binom{6}{2}$ انتخاب داریم.

گام دوم

انتخاب ۲ دانش‌آموز از مدرسه اول

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \underbrace{\binom{8}{2}}_{\text{انتخاب ۲ مدرسه از ۸ مدرسه}} \times \underbrace{\binom{6}{2}}_{\text{انتخاب ۲ دانش‌آموز از مدرسه دوم}} \times \underbrace{\binom{6}{2}}_{\text{انتخاب ۲ دانش‌آموز از مدرسه اول}} = 28 \times 15 \times 15 = 6300$$

گام اول

سه رقم ۲ و سه رقم غیر ۲ داریم (۶ و ۷ و ۵). اگر قرار باشد این ارقام به صورت یک‌درمیان کنار هم قرار بگیرند، دو حالت وجود دارد: حالت اول این است که عدد شش رقمی ما با رقم ۲ شروع شود و حالت دوم این که عدد شش رقمی ما با رقم ۲ تمام شود. در هر کدام از حالت‌ها سه رقم باقی‌مانده یعنی ۶ و ۷ و ۵ می‌توانند به ۳! حالت در جاهای خالی قرار گیرند.

گام دوم

حالت اول : $2 \circ 2 \circ 2 \circ$

$6 = 3 \times 2 \times 1 =$ تعداد حالت‌ها : ۵ و ۶ و ۷ در سه دایره باقی مانده

حالت دوم : $\circ 2 \circ 2 \circ 2$

$6 = 3 \times 2 \times 1 =$ تعداد حالت‌ها : ۵ و ۶ و ۷ در سه دایره باقی مانده

پس در مجموع ۱۲ عدد داریم که در آن ارقام ۲ به صورت یک‌درمیان قرار گرفته باشند.

از اصل متمم بهره می‌گیریم:

$$2520 = \underline{3} \underline{4} \underline{5} \underline{6} \underline{7} : \text{کل حالات}$$

حال باید حالت‌هایی که دو نفر خاص در بین این ۵ نفر بوده و کنار هم می‌نشینند را از تعداد کل حالت‌ها کم کنیم، در صورتی که دو نفر خاص انتخاب شده باشند، باید از ۵ نفر دیگر ۳ نفر انتخاب کرد، این دو نفر را یک بسته در نظر می‌گیریم:

$$\underbrace{4}_{2!} \underline{3} \underline{2} \underline{1} = 2! \times 4! = 48$$

بنابراین تعداد جایگشت‌ها برابر $2! \times 4!$ است، پس تعداد حالت‌هایی که این دو نفر خاص کنار هم می‌نشینند، برابر است با:

$$\binom{5}{3} \times 2! \times 4! = 10 \times 2 \times 24 = 480$$

حالا برای محاسبه حالت مطلوب داریم:

$$2040 = 2520 - 480 = \text{نامطلوب} - \text{کل} : \text{مطلوب}$$

از آنجایی که ۲ کتاب آمار داریم، این دو کتاب نمی‌توانند در ابتدا و انتها قرار گیرند، پس تنها حالت زیر اتفاق می‌افتد (R کتاب ریاضی - A کتاب آمار):

$$R R A A R R \Rightarrow \text{تعداد حالت‌ها} = 4! \times 2! = 48$$

توجه: دقت کنید که در صورت سؤال عنوان شده ۲ کتاب مجاور هر کتاب، این حالت با حالتی که دو کتاب مجاور متفاوت باشند، تفاوت دارد.

دو حالت داریم: (می‌دانیم ۵ رقم زوج به همراه صفر داریم و ۵ رقم فرد)

$$= 1200 = \frac{5}{3} \times \frac{4}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{3}{1} : \text{با فرد شروع کنیم}$$

$$= 960 = \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{4}{4} \times \frac{3}{1} : \text{با زوج شروع کنیم}$$

$$\Rightarrow 1200 + 960 = 2160$$

توجه کنید که صفر ابتدای عدد نمی‌تواند ظاهر شود!

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

گام اول

الف) عدد ما پنج‌رقمی است پس به پنج رقم از بین نه رقم موجود نیاز داریم.

ب) در صورت تست گفته شده درست دو رقم زوج باشد یعنی برای تشکیل این عدد پنج‌رقمی، باید دو رقم از بین چهار رقم زوج و سه رقم از بین پنج رقم فرد انتخاب کنیم.

گام دوم

$$= \text{تعداد اعداد پنج‌رقمی با دو رقم زوج} = \underbrace{\binom{4}{2}}_{\text{دو رقم از بین ارقام } ۲, ۴, ۶, ۸} \times \underbrace{\binom{5}{3}}_{\text{سه رقم از بین ارقام } ۱, ۳, ۵, ۷, ۹} \times \underbrace{5!}_{\text{حالت‌های مختلف قرار گرفتن ارقام}}$$

$$= 6 \times 10 \times 120 = 7200$$

انتخاب سه رقم از بین ۱, ۳, ۵, ۷, ۹

$$= 4 \times 10 \times 24 = 960 = \binom{4}{1} \times \binom{5}{3} \times 4!$$

↓
انتخاب یک رقم از بین ۲, ۴, ۶, ۸

↑
جایگشت ۴ رقم در کنار هم

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

تعداد انتخاب‌ها به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} &= \frac{8!}{4!4!} + \frac{8!}{5!3!} + \frac{8!}{6!2!} \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7 \times 6}{6} + \frac{8 \times 7}{2} = 70 + 56 + 28 = 154 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

اول ۳ تا از مدرسه‌ها را به $\binom{5}{3}$ طریق انتخاب می‌کنیم. بعد از هر مدرسه ۱ نفر برمی‌داریم.

$$\binom{5}{3} \binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{4}{1} = 10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

برای اینکه دو نفر مشخص باهم در مهمانی نباشند دو حالت زیر را داریم:

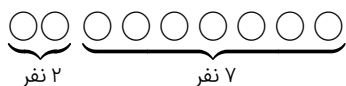
(۱) از آن دو نفر فقط یکی در مهمانی باشد.

(۲) هیچ‌کدام از آن دو نفر در مهمانی نباشند.

بنابراین داریم:

$$\underbrace{\binom{2}{1} \binom{7}{4}}_{\text{حالت اول}} + \underbrace{\binom{2}{0} \binom{7}{5}}_{\text{حالت دوم}} = 2 \times \frac{7!}{4!3!} + 1 \times \frac{7!}{5!2!}$$

$$2 \times \frac{7 \times \cancel{6} \times 5}{\cancel{6}} + \frac{7 \times \cancel{6}^3}{\cancel{6}} = 70 + 21 = 91$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

برای توزیع کتاب دو حالت زیر را داریم:

(۱) یک نفر فقط یک کتاب دریافت کند و دو نفر دیگر هرکدام دو کتاب داشته باشند:

ابتدا دو نفر از سه نفر را انتخاب می‌کنیم و به هرکدام دو کتاب می‌دهیم. سپس یک کتاب باقی‌مانده را به نفر سوم می‌دهیم.

یک کتاب دو کتاب دو کتاب

$$\binom{3}{2} \binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1} = 3 \times \frac{5!}{2!3!} \times 3 \times 1 = 90$$

(۲) یک نفر سه کتاب دریافت کند و دو نفر دیگر هرکدام یک کتاب داشته باشند:

ابتدا دو نفر را انتخاب می‌کنیم و به هرکدام یک کتاب می‌دهیم. سپس سه کتاب باقی‌مانده را به نفر سوم می‌دهیم.

یک کتاب یک کتاب سه کتاب

$$\binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{3} = 3 \times 5 \times 4 \times 1 = 60$$

در انتها تعداد حالت‌های به‌دست‌آمده را باهم جمع می‌کنیم:

$$90 + 60 = 150$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در حل تست به دو نکته زیر توجه کنید.

الف) $P(n, r)$ یعنی تبدیل r شی از میان n شی که از رابطه $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ محاسبه می‌شود.

ب) $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ یعنی ترکیب r شی از بین n شی که از رابطه $C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.
 $P(n, 4)$ و $C(n-1, 4)$ را جایگذاری کرده و مقدار n را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} &= \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-4)! \times 4!}} = \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-5)! \times 4!}{(n-1)!}} \\ &= \frac{n! \times (n-5)! \times 4!}{(n-4)! \times (n-1)!} = \frac{n \times (n-1)! \times (n-5)! \times 24}{(n-4) \times (n-5)! \times (n-1)!} = 24 \\ &\Rightarrow \frac{24n}{n-4} = 24 \Rightarrow 24n = 24n - 104 \Rightarrow 2n = 104 \Rightarrow n = 52 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

روش اول:

نکته: $n \binom{n-1}{k-1} = k \binom{n}{k}$
 طبق نکته :

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = \sum_{k=1}^n n \binom{n-1}{k-1} = n \sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1} = n \times 2^{n-1}$$

روش دوم: با در نظر گرفتن $n = 3$ داریم:

$$\sum_{k=1}^3 k \binom{3}{k} = 1 \binom{3}{1} + 2 \binom{3}{2} + 3 \binom{3}{3} = 3 + 6 + 3 = 12$$

حال در گزینه‌ها به ازای $n = 3$ باید به ۱۲ برسیم:

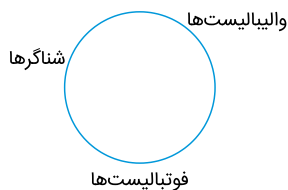
$$3 \times 2^2 = 12 \quad (1)$$

$$3 \times 2^3 = 24 \quad (2)$$

$$2 \times 2^2 = 8 \quad (3)$$

$$2 \times 2^3 = 16 \quad (4)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰



تعداد حالت‌های قرارگرفتن برابر است با:

$$(۲!)(۳!)(۲!)(۳!) = ۱۴۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

رقم ۵ می‌تواند در جایگاه‌های هزارگان، صدگان، دهگان یا یکان باشد.
اگر رقم ۵ در جایگاه هزارگان باشد:

$$\begin{array}{ccccccc} ۱ & ۹ & ۸ & ۷ & : & ۹ \times ۸ \times ۷ = ۵۰۴ \\ \downarrow & & & & & \\ ۵ \text{ باشد} & & & & & \end{array}$$

اگر رقم ۵ در یکی از جایگاه‌های صدگان، دهگان یا یکان باشد:

$$\begin{array}{ccccccc} ۸ & \overbrace{1 \times ۸ \times ۷} & : & ۸ \times ۱ \times ۸ \times ۷ \times ۳ = ۱۳۴۴ \\ \downarrow & \downarrow & & & & \\ \text{صفر نباید} & \text{یک ۵} & & & & \\ \text{باشد} & \text{داشته باشد} & & & & \end{array}$$

پس تعداد حالات ممکن برابر است با:

$$۱۳۴۴ + ۵۰۴ = ۱۸۴۸$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

برای اینکه عددی بر ۵ بخش پذیر باشد، رقم یکان آن باید ۰ یا ۵ باشد؛ پس مسئله را در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:
حالت اول: اگر رقم یکان صفر باشد:

$$\frac{9}{\downarrow \text{صفر نباید باشد}} \quad \frac{8}{\downarrow \text{صفر باشد}} \quad \frac{7}{\downarrow \text{صفر نباید باشد}} \quad \frac{1}{\downarrow \text{صفر باشد}} : 9 \times 8 \times 7 = 72 \times 7 = 504$$

حالت دوم: اگر رقم یکان ۵ باشد:

$$\frac{8}{\downarrow \text{صفر نباید باشد}} \quad \frac{8}{\downarrow \text{صفر نباید باشد}} \quad \frac{7}{\downarrow \text{صفر نباید باشد}} \quad \frac{1}{\downarrow \text{صفر نباید باشد}} : 8 \times 8 \times 7 = 64 \times 7 = 448$$

پس تعداد کل حالات $504 + 448 = 952$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۷

گام اول

الف) ۵ نفر برای سخنرانی ثبت نام کرده‌اند. دو نفر a و b را جدا کرده ایم. اگر قرار باشد بین دو نفر a و b فقط یک نفر سخنرانی کند، باید از ۳ نفر باقی مانده یک نفر انتخاب شود و بین این دو نفر قرار گیرد، یعنی انتخاب یک نفر از ۳ نفر باقی مانده.
ب) در صورت تست اشاره نشده است که ابتدا شخص a سخنرانی می‌کند یا شخص b، پس در محاسبه تعداد حالت‌های ممکن باید جابه‌جایی این دو نفر را هم در نظر بگیریم (پس ۲! حالت برای جابه‌جایی a و b).
ج) حالا a و b و فردی که بین آن‌ها قرار می‌گیرد را یک نفر فرض می‌کنیم که با دو نفر باقی مانده می‌توانند جابه‌جا شوند (۳! حالت داریم).

گام دوم

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{انتخاب یک نفر بین a, b}} \times \underbrace{2!}_{\text{جابجایی a, b}} \times \underbrace{3!}_{\text{جابجایی ترکیب ۳ نفر با ۲ نفر دیگر}} = 3 \times 2 \times 6 = 36$$

گام اول

به کلمه "حداقل" در صورت تست خیلی توجه کنید. چون گفته شده حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول پاسخ داده شود، یعنی ۴ تا یا بیشتر. پس دو حالت می‌تواند رخ دهد:

یک حالت این است که از ۵ پرسش اول به ۴ پرسش و از ۵ پرسش دوم هم به ۴ پرسش پاسخ داده شود. حالت دوم این است که از ۵ پرسش اول، به هر ۵ پرسش و از ۵ پرسش دوم به ۳ پرسش پاسخ داده شود.

گام دوم

$$\begin{aligned} \text{تعداد حالت های پاسخگویی} &= \underbrace{\binom{5}{4} \times \binom{5}{4}}_{\text{از ۵ پرسش اول ۴ پرسش و از ۵ پرسش دوم ۴ پرسش}} + \underbrace{\binom{5}{5} \times \binom{5}{3}}_{\text{هر ۵ پرسش اول و از ۵ پرسش دوم ۳ پرسش}} \\ &= (5 \times 5) + (1 \times 10) = 25 + 10 = 35 \end{aligned}$$

گام اول

رقم صدگان باید از ارقام یکان و دهگان بزرگ تر باشد. پس ما نمی‌توانیم دو رقم ۱ و ۳ را در جایگاه صدگان به کار ببریم. برای هریک از ارقام ۵ و ۷ و ۹ که در جایگاه صدگان قرار می‌گیرند، حالت‌های موردنظر را به‌دست می‌آوریم.

گام دوم

- یک حالت $\Rightarrow 531$: رقم صدگان ۵
 سه حالت $\Rightarrow 753, 751, 731$: رقم صدگان ۷
 شش حالت $\Rightarrow 975, 973, 971, 953, 951, 931$: رقم صدگان ۹
 $10 = 1 + 3 + 6$: تعداد کل حالت‌ها

راه حل دوم: ابتدا سه رقم متمایز از بین این ۵ رقم انتخاب می‌کنیم که به $\binom{5}{3} = 10$ حالت امکان‌پذیر است. واضح است که با هر سه رقم متمایز، فقط یک عدد سه‌رقمی با شرط داده‌شده می‌توان نوشت، پس تعداد اعداد موردنظر ۱۰ تا است.

گام اول

الف) دانش‌آموزان باید دو به دو غیر هم‌منطقه‌ای باشند. بنابراین برای داشتن ۳ دانش‌آموز باید ۳ منطقه از بین ۶ منطقه کشوری انتخاب شود تا مطمئن باشیم دو دانش‌آموز هم‌منطقه‌ای نداریم.
 ب) هر منطقه ۱۵ دانش‌آموز دارد که هرکدام از این ۱۵ دانش‌آموز می‌توانند انتخاب شوند.

گام دوم

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \binom{6}{3} \times \underbrace{\binom{15}{1} \times \binom{15}{1} \times \binom{15}{1}}_{\text{هرکدام از ۱۵ دانش‌آموز این ۳ منطقه می‌توانند دعوت شوند}} = 20 \times 15 \times 15 \times 15 = 67500$$

انتخاب ۳ منطقه از بین ۶ منطقه

گام اول

الف) عدد موردنظر ما چهار رقم دارد.
 ب) ارقام به‌کار رفته در عدد باید متمایز باشند یعنی رقم تکراری نداشته باشیم.
 ج) فقط باید از ارقام فرد ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ استفاده کنیم.
 د) این عدد چهاررقمی باید بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ باشد یعنی در جایگاه هزارگان نمی‌شود از رقم ۱ استفاده کرد.

گام دوم

پس تعداد ارقام چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ برابر است با:

$$\begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \end{array} \times \begin{array}{c} 4 \\ \downarrow \end{array} \times 3 \times 2 = 96$$

رقم ۱ به ارقام موجود اضافه می‌شود یک رقم از بین ۳ و ۵، ۷، ۹

ابتدا از میان پنج مدرسه A، B، C، D و E سه تا را انتخاب می‌کنیم، این کار به $\binom{5}{3}$ حالت امکان‌پذیر است. حال از هرکدام از این سه مدرسه انتخابی، باید فقط یک نفر را انتخاب کنیم. چون از هر مدرسه چهار نفر به اردوگاه دعوت شده‌اند؛ پس برای انتخاب یک نفر از هرکدام از سه مدرسه، چهار حالت امکان‌پذیر است. یعنی با مشخص بودن مدارس، $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ حالت برای انتخاب دانش‌آموزان وجود دارد.

$$\binom{5}{3} \times 4^3 = 10 \times 64 = 640$$

گام اول

دقت کنید که گفته شده حداقل ۲ نفر از بین ۳ نفر انتخاب شده، باید از رشته تجربی باشند. دو حالت ممکن است رخ دهد: حالت اول این که ۲ نفر تجربی و یک نفر ریاضی باشند و حالت دوم این که هر سه نفر تجربی باشند.

گام دوم

تعداد حالت‌های انتخاب دانش‌آموزها با شرط انتخاب حداقل ۲ دانش‌آموز تجربی برابر است با:

$$\underbrace{\binom{5}{2} \times \binom{3}{1}}_{\text{دو دانش آموز تجربی و یک دانش آموز ریاضی}} + \underbrace{\binom{5}{3}}_{\text{هر سه تجربی}} = (10 \times 3) + 10 = 30 + 10 = 40$$