

منبع:

۱ اعداد ۱۴ و $17/2$ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگترین درجه جمله عمومی، برابر $\frac{1}{70}$ قرینه جمله پنجم باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

(۲) $2/4$

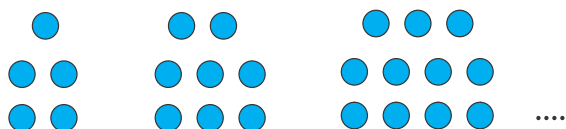
(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) $4/6$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۲ در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل دوازدهم کدام است؟



(۱) ۳۴

(۲) ۳۶

(۳) ۳۸

(۴) ۴۰

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۳ دنباله بازگشتی $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ با شرط $a_1 = -1$ را در نظر بگیرید، حاصل ضرب صد جمله اول دنباله، کدام است؟

(۲) -۱۹۹

(۱) -۲۰۱

(۴) ۱۹۷

(۳) -۱۹۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۴ اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی $\{1\}$ ، $\{3, 5\}$ ، $\{7, 9, 11\}$ ، ... در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل، کدام است؟

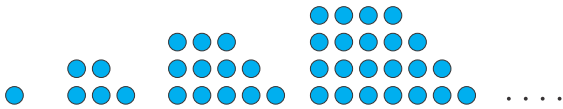
(۲) ۱۵۸۹

(۱) ۱۵۶۳

(۴) ۱۶۵۱

(۳) ۱۶۳۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹



(۱) ۱۱۷

(۲) ۱۲۰

(۳) ۱۲۳

(۴) ۱۲۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۶ اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

(۲) ۹/۶

(۱) ۱۱/۶

(۴) ۱/۴

(۳) ۲/۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۷ فرض کنید جمله صدم دنباله بازگشتی $1 + \frac{1}{a_n} = a_{n+1}$ با شرط $a_1 = 1$ ، برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله نود و هشتم دنباله، کدام است؟

(۲) $\frac{k-2m}{k-m}$ (۱) $\frac{k-m}{2m-k}$ (۴) $\frac{2m-k}{k-m}$ (۳) $\frac{k-m}{k-2m}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۸ مقادیر a ، $1+2a$ و $a-5$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

(۲) ۴/۲۵

(۱) ۲/۷۵

(۴) ۱۴/۷۵

(۳) ۱۲/۲۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

۹ اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو، $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین اعضای دسته پنجم، کدام است؟

(۲) ۲۴۰/۵

(۱) ۲۴۰

(۴) ۲۴۲/۵

(۳) ۲۴۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) ۲
(۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d ، تساوی $6a_7 = 5a_3a + 3a_4a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d ، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱
(۲) $1/5$
(۳) $3/5$
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

جمله‌های چهارم و هشتم یک دنباله حسابی به‌ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله پانزدهم الگو، چند برابر قدرنسبت دنباله حسابی است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$
(۲) $\frac{8}{5}$
(۳) ۳
(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، $\dots, (1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$ ؛ مجموع دو جمله اول و آخر دسته n ام، کدام است؟

- (۱) ۱۷۰۰
(۲) ۱۷۵۰
(۳) ۱۸۰۰
(۴) ۱۸۵۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

در دو دنباله حسابی به‌صورت‌های $\dots, 2, 7, 12, \dots$ و $\dots, 8, 11, 14, \dots$ ، چند عدد سه‌رقمی مشترک وجود دارد؟

- (۱) ۵۸
(۲) ۵۹
(۳) ۶۰
(۴) ۶۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

در دنباله‌های حسابی $\dots, 2, 9, 16, 23, \dots$ و $\dots, 12, 17, 22, 27, \dots$ چند عدد سه‌رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

۱۶

اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$. در دسته نهم واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر، کدام است؟

- (۱) ۷۱
(۲) ۷۲
(۳) ۷۳
(۴) ۷۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۷

باتوجه به دنباله حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

- (۱) ۰/۱۵
(۲) ۰/۱۸
(۳) ۰/۲۴
(۴) ۰/۲۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۸

اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد، $\dots, (1), (3, 5), (7, 9, 11)$. جمله آخر در دسته بیستم کدام است؟

- (۱) ۴۱۵
(۲) ۴۱۹
(۳) ۴۲۱
(۴) ۴۲۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

۱۹

در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و بیست‌وهشتم از جمله پنجم، ۶۱ واحد بیشتر است. جمله بیست‌وششم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۷۶
(۲) ۶۱
(۳) ۵۵
(۴) ۴۳

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

۲۰

اگر جمله اول و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب ۳ و ۱۱ باشد، جمله دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۱
(۲) ۲۲
(۳) ۲۳
(۴) ۲۴

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

۲۱

در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم، پنجم و سیزدهم برابر ۷۵ است. جمله هفتم، کدام است؟

- (۱) ۲۲
(۲) ۲۴
(۳) ۲۵
(۴) ۲۹

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۲

جملات چهارم و ششم یک دنباله هندسی، به ترتیب $\frac{1}{27}$ و $\frac{1}{81}$ هستند. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

$$\frac{1}{243} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{729} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{243} \quad (4)$$

$$\frac{1}{729} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

۲۳

جملات سوم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۷ و ۴۹ هستند. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

$$336 \quad (2)$$

$$343\sqrt{7} \quad (1)$$

$$343 \quad (4)$$

$$49\sqrt{7} \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

۲۴

اگر ریشه دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

۲۵

اگر $z, x+2, x, x-1, y$ ، جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار xyz کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$16 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۶

جمله پنجم یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک (قدر نسبت) ناصفر، واسطه هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر جمله پنجم دنباله ۷ باشد، جمله صدویکم دنباله، کدام است؟

$$175 \quad (2)$$

$$200 \quad (1)$$

$$125 \quad (4)$$

$$150 \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۷

اگر $4x, z, x, y, x - \frac{3}{4}$ ، جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $|x| + |y| + |z|$ ، کدام است؟

$$3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$7 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

۲۸

در دنباله هندسی ... $d, e, \frac{1}{3}, a, b, c, \frac{4}{3}$ ، مقدار e کدام است؟ ($d > 0$)

(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{12}$

(۳) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

۲۹

در یک دنباله هندسی، جمله هشتم، ۸۱ برابر جمله چهارم است. اگر جمله سوم برابر ۱۸- باشد، جمله پنجم چقدر از جمله هفتم بیشتر است؟

(۱) ۸۹۱

(۲) ۹۷۲

(۳) ۱۰۵۶

(۴) ۱۲۹۶

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

۳۰

در یک دنباله هندسی جمله اول مربع جمله دوم و جمله چهارم برابر ۵ است. جمله اول کدام است؟

(۱) $\frac{1}{25}$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۳) $\sqrt{5}$

(۴) $2\sqrt{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۳۱

در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله، چقدر از $\frac{1}{p}$ کمتر است؟

(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۳۲

جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. قدر نسبت (نسبت مشترک) دنباله هندسی کدام است؟ (جملات دنباله ثابت نیستند.)

(۱) $\frac{5}{3}$

(۲) $\frac{7}{4}$

(۳) $\frac{9}{4}$

(۴) $\frac{7}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۳۳

جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی، هستند. قدر نسبت (نسبت مشترک) دنباله هندسی، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{9}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۳۴

در یک دنباله هندسی با جملات متمایز، جمله دوم و دو برابر جمله پنجم و جمله هشتم می‌توانند به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند. بزرگ‌ترین این سه عدد چند برابر کوچک‌ترین آن‌هاست؟

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $5 + 2\sqrt{3}$
(۳) $5 + 4\sqrt{3}$ (۴) $7 + 4\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۳۵

یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت r است. مقدار $r + d$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$
(۳) ۱ (۴) صفر

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

۳۶

اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار $r + d$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱
(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۳۷

با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می‌آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{32}{7}$ (۲) $\frac{64}{7}$
(۳) $\frac{24}{5}$ (۴) $\frac{48}{5}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۳۸

دنباله‌های هندسی با قدرنسبت (نسبت مشترک) طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴
(۳) ۶ (۴) ۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۳۹

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول و دوم) برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\dots, \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \{13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22\}, \dots$. میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

- (۱) $2304/5$ (۲) $3072/5$
(۳) $4608/5$ (۴) $6144/5$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

یک دانش‌آموز مربع‌هایی رسم می‌کند که مساحت هر مربع، ۹ برابر مساحت مربع رسم‌شده قبلی است. محیط این مربع‌ها، تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. قدر نسبت این دنباله، کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) ۹

(۴) ۱۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱



منبع:

گزینه ۴

۱

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{1}{\gamma_0}(-a_0) = -\frac{1}{5}$$

$$a_5 = 14 \Rightarrow -\frac{1}{5}(25) + 5b + c = 14 \Rightarrow -5 + 5b + c = 14$$

$$a_7 = 17/2 \Rightarrow -\frac{1}{5}(49) + 7b + c = 17/2 \Rightarrow -\frac{49}{5} + 7b + c = 17/2$$

از حل دو معادله دو مجهول داریم:

$$b = 4, c = -1$$

$$a_n = \frac{-1}{5}n^2 + 4n - 1$$

$$a_{15} = -45 + 60 - 1 = 14$$

$$a_1 = -\frac{1}{5} + 4 - 1 = \frac{14}{5}$$

$$\frac{a_{15}}{a_1} = \frac{14}{\frac{14}{5}} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

راه حل اول:

شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد دایره ها	۵	۸	۱۱
		$+۳$	$+۳$

تعداد دایره ها تشکیل دنباله حسابی می دهند، بنابراین داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{12} = 5 + 11 \times 3 = 38$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 1 + 2 \times 2 \\ a_2 = 2 + 2 \times 3 \\ a_3 = 3 + 2 \times 4 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = n + 2 \times (n+1) = 3n + 2$$

بنابراین با یک الگوی خطی با جمله عمومی $a_n = 3n + 2$ مواجه هستیم. جمله دوازدهم الگو برابر است با:

$$a_{12} = 3(12) + 2 = 38$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$a_1 = -1, \quad a_2 = 2 + 1 = 3, \quad a_3 = 2 - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}, \quad a_4 = 2 - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}, \quad \dots$$

$$a_n = \begin{cases} -1 & ; n = 1 \\ \frac{2n-1}{2n-3} & ; n \geq 2 \end{cases} \quad \text{دنباله مورد نظر به صورت}$$

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{199} = -1 \times 3 \times \frac{5}{3} \times \frac{7}{5} \times \dots \times \frac{199}{197} = -199$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

از آنجا که تعداد جملات هر دسته، برابر با شماره آن دسته است، پس تعداد کل جملات ۴۰ دسته اول برابر است با:

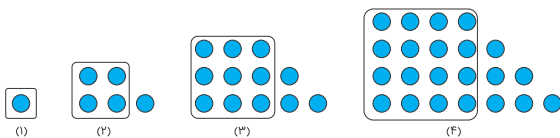
$$1 + 2 + \dots + 40 = \frac{40 \times 41}{2} = 820$$

همچنین جمله عمومی اعداد طبیعی فرد متوالی به صورت $a_n = 2n - 1$ است، پس:

$$a_{820} = 2(820) - 1 = 1639$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

الگوی داده شده را به صورت زیر تقسیم بندی می کنیم:



طبق شکل داریم:

$$a_1 = 1^2 + 0, \quad a_2 = 2^2 + (0 + 1), \quad a_3 = 3^2 + (0 + 1 + 2), \quad \dots$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + (0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1))$$

بنابراین در شکل نهم تعداد دایره ها برابر است با:

$$9^2 + (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 8) = 81 + \frac{8 \times 9}{2} = 81 + 36 = 117$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$t_n = an + b$$

$$\begin{cases} t_5 = 8 \\ t_{10} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + b = 8 \\ 10a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow 5a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{5} = -0.6$$

$$5a + b = 8 \xrightarrow{a=-0.6} -3 + b = 8 \Rightarrow b = 11$$

$$t_{16} = 16a + b = 16(-0.6) + 11 = 1.4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

اول جای n ها، ۹۹ قرار می‌دهیم تا $a_{۹۹}$ به دست آید:

$$a_{۱۰۰} = \frac{۱}{a_{۹۹}} + ۱ \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{۱}{a_{۹۹}} + ۱ \Rightarrow \frac{k-m}{m} = \frac{۱}{a_{۹۹}} \Rightarrow a_{۹۹} = \frac{m}{k-m}$$

الان به جای n ها، ۹۸ می‌گذاریم:

$$a_{۹۹} = \frac{۱}{a_{۹۸}} + ۱ \Rightarrow \frac{m}{k-m} = \frac{۱}{a_{۹۸}} + ۱ \Rightarrow \frac{m-(k-m)}{k-m} = \frac{۱}{a_{۹۸}} \Rightarrow a_{۹۸} = \frac{k-m}{۲m-k}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

اگر جملات فوق به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، پس:

$$۱ + ۲a = \frac{a + ۵ - a}{۲} \Rightarrow ۲ + ۴a = ۵ \Rightarrow ۴a = ۳$$

$$\Rightarrow a = \frac{۳}{۴}$$

بنابراین جملات عبارتند از:

$$\frac{۳}{۴}, ۱ + ۲ \times \frac{۳}{۴} = \frac{۵}{۲}, \dots$$

یعنی:

$$d = \frac{۵}{۲} - \frac{۳}{۴} = \frac{۷}{۴}$$

پس:

$$a_۹ = a + ۸d = \frac{۳}{۴} + ۸ \times \frac{۷}{۴} = \frac{۳}{۴} + ۱۴ = ۱۴\frac{۷}{۴}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

اعداد طبیعی، به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند.

$$\{۱, ۲, ۳\}, \{۴, ۵, \dots, ۱۲\}, \{۱۳, ۱۴, \dots, ۳۹\}, \{۴۰, ۴۱, \dots, ۱۲۰\}, \{۱۲۱, ۱۲۲, \dots, ۳۶۳\}$$

میانگین اعضای دسته پنجم برابر است با:

$$\frac{۱۲۱ + ۳۶۳}{۲} = ۲۴۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

به همه جملات ۴ واحد اضافه می‌شود، بنابراین اختلاف جملات برابر ۴ خواهد بود.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$a, a + d, a + 2d, \dots$$

$$6(a + d)^2 = 5(a + 2d)a + 3(a + d)a$$

$$\Rightarrow 6a^2 + 12ad + 6d^2 = 5a^2 + 10ad + 3a^2 + 3ad$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 6d^2 + ad = 0, \quad \frac{a}{d} = x \Rightarrow a = dx$$

$$\Rightarrow 2d^2x^2 - 6d^2 + d^2x = 0 \Rightarrow d^2(2x^2 + x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -2$$

$$\frac{a_6}{d} = \frac{a + 5d}{d} = \frac{a}{d} + 5 = x + 5 : \begin{cases} x = -2 : x + 5 = 3 \\ x = \frac{3}{2} : x + 5 = \frac{13}{2} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

دنباله حسابی را t_n با قدرنسبت d و الگوی خطی را a_n با قدرنسبت d' نمایش دهیم:

$$t_8 - t_6 = a_7 - a_7 \Rightarrow 2d = 5d' \Rightarrow \frac{d'}{d} = \frac{2}{5}$$

$$a_{10} = 0 \Rightarrow a_1 + 9d' = 0 \Rightarrow a_1 = -9d'$$

$$\frac{a_{15}}{d} = \frac{a_1 + 14d'}{d} = \frac{-9d' + 14d'}{d} = 5 \frac{d'}{d} = 5 \times \frac{2}{5} = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

دسته سوم دسته دوم دسته اول
 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 ۳ ۲ ۱ , ...

پس تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول برابر است با:

$$\begin{aligned} ۲۹ + ۳ + ۲ + ۱ &= \text{تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول} \\ &= \frac{۲۹(۲۹+۱)}{۲} = \frac{۲۹ \times ۳۰}{۲} = ۴۳۵ \end{aligned}$$

پس اولین جمله دسته سی‌ام، برابر با جمله ۴۳۶ام دنباله اعداد طبیعی فرد است. دنباله اعداد طبیعی فرد، یک دنباله خطی با جمله عمومی $a_n = ۲n - ۱$ است، بنابراین:

$$b_1 = a_{۴۳۶} = ۲ \times ۴۳۶ - ۱ = ۸۷۱ = b_1$$

دسته سی‌ام، ۳۰ جمله دارد، بنابراین جمله آخر این دسته برابر است با:

$$b_{۳۰} = b_1 + ۲۹d \xrightarrow[d=۲]{b_1=۸۷۱} ۸۷۱ + ۲۹ \times ۲ = ۹۲۹$$

(توجه کنید که جملات هر دسته، یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ هستند)، بنابراین:

$$b_1 + b_{۳۰} = ۸۷۱ + ۹۲۹ = ۱۸۰۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

$$\begin{cases} ۲, ۷, ۱۲, ۱۷, \dots & d_1 = ۵ \\ ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, \dots & d_2 = ۳ \end{cases}$$

اولین جمله مشترک دو دنباله ۱۷ است. همچنین قدر نسبت دنباله جملات مشترک ک.م.م d_1 و d_2 یعنی $۱۵ = ۳ \times ۵$ است؛ بنابراین جمله عمومی دنباله جملات مشترک عبارت است از:

$$a_n = ۱۷ + ۱۵(n-1) = ۱۵n + ۲$$

حال باید تعداد n هایی را بیابیم که به ازای آنها $۱۰۰ \leq a_n \leq ۹۹۹$:

$$\begin{aligned} ۱۰۰ \leq ۱۵n + ۲ \leq ۹۹۹ &\Rightarrow ۹۸ \leq ۱۵n \leq ۹۹۷ \\ &\Rightarrow ۶/... \leq n \leq ۶۶/... \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \in \{۷, ۸, \dots, ۶۶\} \end{aligned}$$

بنابراین تعداد جملات موردنظر برابر است با:

$$۶۶ - ۷ + ۱ = ۶۰$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

جمله‌های مشترک تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند که قدر نسبت آن ک.م.م قدر نسبت دو دنباله است.

$$۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰, ۳۷, \dots \Rightarrow d_1 = ۷$$

$$۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ۳۲, ۳۷, \dots \Rightarrow d_2 = ۵$$

اولین جمله مشترک بین دو دنباله، ۳۷ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{d=[۷,۵]=۳۵} a_n = ۳۷ + ۳۵(n-1) = ۳۵n + ۲$$

$$۱۰۰ \leq a_n < ۳۰۰ \Rightarrow ۱۰۰ \leq ۳۵n + ۲ < ۳۰۰$$

$$\Rightarrow ۹۸ \leq ۳۵n < ۲۹۸ \Rightarrow ۲/\dots \leq n < ۸/\dots$$

$$۳ \leq n \leq ۸ \Rightarrow n \in \{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$$

پس ۶ عدد با این شرایط داریم.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

{۱} : دسته اول

{ $\underbrace{۲}_{1+1}, ۳, \underbrace{۴}_{۲^۲}}$: دسته دوم

{ $\underbrace{۵}_{۲^۲+1}, ۶, ۷, ۸, \underbrace{۹}_{۳^۲}}$: دسته سوم

:

{ $\underbrace{۵۰}_{۷^۲+1}, \dots, \underbrace{۶۴}_{۸^۲}$: دسته هشتم

{ $\underbrace{۶۵}_{۸^۲+1}, \dots, \underbrace{۸۱}_{۹^۲}$: دسته نهم

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{۸۱ + ۶۵}{۲} = \frac{۱۴۶}{۲} = ۷۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

$$S = \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$$

$$3S = \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20}$$

$$3S = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{11}\right) + \dots + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{20}\right)$$

دقت کنید که دومین عدد هر پرانتز با اولین عدد پرانتز بعدی ساده می‌شوند:

$$3S = \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20} \Rightarrow S = \frac{3}{20} \Rightarrow S = \frac{3}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{100} = 0/15$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

در دسته اول ۱، دسته دوم ۲ و ... و در دسته بیستم، ۲۰ عدد داریم پس در کل به اندازه $\frac{20}{2}(1+20) = 210$ عدد فرد داریم؛ بنابراین جمله آخر در دسته بیستم، ۲۱۰ امین عدد فرد طبیعی $(2n-1)$ است.

$$2 \times 210 - 1 = 419$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

$$a_3 + a_{28} = a_5 + 61 \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 27d = a_1 + 4d + 61$$

$$\Rightarrow a_1 + 25d = 61 \Rightarrow a_{26} = 61$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

باتوجه به اطلاعات مسئله، داریم:

$$a_1 = 3$$

$$a_5 = 11 \Rightarrow a_1 + 4d = 11 \Rightarrow 3 + 4d = 11 \Rightarrow 4d = 8 \Rightarrow d = 2$$

برای محاسبه جمله دهم داریم:

$$a_{10} = a_1 + 9d \Rightarrow a_{10} = 3 + 9 \times 2 = 3 + 18 = 21$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

نکته: در دنباله حسابی جمله n ام دنباله از رابطه $a_n = a_1 + (n - 1)d$ محاسبه می‌شود.
باتوجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$a_3 + a_5 + a_{13} = 75$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 4d + a_1 + 12d = 75$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 18d = 75$$

$$\Rightarrow 3(\underbrace{a_1 + 6d}_{a_7}) = 75 \Rightarrow 3a_7 = 75$$

$$\Rightarrow a_7 = \frac{75}{3} = 25$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۳۹۹

جمله ششم، واسطه هندسی جمله چهارم و هشتم است:

$$a_4, a_6, a_8$$

$$a_6^2 = a_4 \times a_8 \Rightarrow \left(\frac{1}{81}\right)^2 = \frac{1}{27} \times a_8$$

$$\Rightarrow a_8 = \frac{27}{81 \times 81} = \frac{1}{243}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۳

جمله هفتم واسطه هندسی جمله سوم و یازدهم است:

$$a_3, a_7, a_{11}$$

$$a_7^2 = a_3 \times a_{11} \Rightarrow (49)^2 = 7a_{11} \Rightarrow a_{11} = \frac{49 \times 49}{7} = 343$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۳

$$\begin{aligned} \sqrt{a_2} \sqrt{a_9} \sqrt{a_{16}} &\Rightarrow (\sqrt{a_9})^2 = (\sqrt{a_2})(\sqrt{a_{16}}) \\ \Rightarrow a_9 &= \sqrt{a_2 a_{16}} \Rightarrow (a_1 + \lambda d = \sqrt{(a_1 + d)(a_1 + 15d)})^2 \\ \Rightarrow \cancel{a_1^2} + \cancel{16a_1d} + 16d^2 &= \cancel{a_1^2} + \cancel{16a_1d} + 15d^2 \Rightarrow 1d^2 = 0 \\ \Rightarrow d &= 0 \Rightarrow \text{دنباله ثابت} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{a_9}}{\sqrt{a_2}} = \sqrt{\frac{a_1 + \lambda d}{a_1 + d}} \xrightarrow{d=0} r = 1 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۲

جمله سوم واسطه هندسی جملات دوم و چهارم است.

$$\begin{aligned} y, \underbrace{x-1}_a, \underbrace{x}_b, \underbrace{x+2}_c, z \\ b^2 = ac \Rightarrow x^2 = (x-1)(x+2) \Rightarrow x^2 = x^2 + x - 2 \Rightarrow x = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y, 1, 2, 4, z \end{aligned}$$

باتوجه به جملات به دست آمده، نسبت مشترک (قدر نسبت) دنباله هندسی $r = 2$ است، پس:

$$y = \frac{1}{2}, z = 8 \Rightarrow xyz = 2 \times \frac{1}{2} \times 8 = 8$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

اگر b واسطه هندسی a و b باشد، آنگاه $b^2 = ac$ است. دنباله حسابی مسئله را a_n در نظر می گیریم. باتوجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$\begin{aligned} a_5^2 &= a_3 a_9 \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 8d) \\ \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 &= a^2 + 10ad + 16d^2 \\ \Rightarrow 2ad &= 0 \xrightarrow{d \neq 0} a = 0 \end{aligned}$$

با داشتن جمله پنجم و جمله اول، اختلاف مشترک (قدر نسبت) را حساب می کنیم:

$$\begin{aligned} a_5 = 7 \Rightarrow a + 4d = 7 \Rightarrow 0 + 4d = 7 \Rightarrow d = \frac{7}{4} \\ a_{101} = a + 100d = 0 + 100 \times \frac{7}{4} = 175 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۰

جمله سوم، واسطه هندسی بین جملات اول و پنجم است:

$$\underbrace{x - \frac{3}{2}}_a, y, \underbrace{\frac{x}{b}}_b, z, \underbrace{\frac{fx}{c}}_c, \quad b^2 = a \times c$$

$$x^2 = \left(x - \frac{3}{2}\right) \frac{fx}{b} \Rightarrow x^2 = \frac{fx^2}{b} - \frac{3fx}{2} \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0$$

$$\Rightarrow 3x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = 2$$

به ازای $x = 0$ دنباله هندسی ایجاد نخواهد شد. $x = 2$ را در دنباله جایگذاری می‌کنیم و بقیه جمله‌ها را نیز به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{2}, y, 2, z, \lambda \Rightarrow \begin{cases} y^2 = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \\ z^2 = 2 \times \lambda = 16 \Rightarrow z = \pm 4 \end{cases}$$

اکنون می‌توانیم مقدار عبارت موردنظر را به دست آوریم:

$$|x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = 7$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۰

$$a_1 = \frac{4}{3}$$

$$a_5 = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 r^4 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{4}{3} r^4 = \frac{1}{3} \Rightarrow r^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

اگر $r = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ باشد، آنگاه $d < 0$ می‌شود که در تضاد با شرایط مسئله است. (هرچند علامت r تأثیری در خواسته سؤال ندارد)

$$e = a_7 = a_1 r^6 = a_1 r^4 r^2 = a_5 r^2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

کنکور سراسری علوم انسانی خارج از کشور ۱۴۰۱

اطلاعات مسئله را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$\frac{a_{\lambda}}{a_f} = \lambda \Rightarrow \frac{a_1 r^{\gamma}}{a_1 r^{\beta}} = \lambda \Rightarrow r^{\beta} = \lambda \Rightarrow r = \pm \beta$$

جمله پنجم و هفتم را باتوجه به جمله سوم می‌یابیم:

$$\begin{aligned} a_{\omega} &= a_{\beta} \times r^{\gamma} \Rightarrow a_{\omega} = -1\lambda \times 9 \\ a_{\gamma} &= a_{\beta} \times r^{\beta} \Rightarrow a_{\gamma} = -1\lambda \times \lambda \end{aligned}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} a_{\omega} - a_{\gamma} &= -1\lambda \times 9 - (-1\lambda \times \lambda) = 1\lambda \times \lambda - 1\lambda \times 9 \\ &= 1\lambda(\lambda - 9) = 1\lambda \times 72 = 1296 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم انسانی داخل ۱۴۰۱

$$t_1 = t_{\gamma} \Rightarrow t_1 = t_1 q^{\gamma} \Rightarrow t_1 q^{\gamma} = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{q^{\gamma}}$$

$$t_f = \omega \Rightarrow t_1 q^{\beta} = \omega \Rightarrow \frac{1}{q^{\gamma}} \times q^{\beta} = \omega \Rightarrow q = \omega \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega^{\gamma}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$a_{\beta} = \sqrt{a_f} \Rightarrow a_{\beta}^{\gamma} = a_f \Rightarrow a_1^{\gamma} q^{\beta} = a_1 q^{\beta} \Rightarrow a_1 q = 1$$

$$a_{\omega} = 27 \Rightarrow a_1 q^{\beta} = 27 \xrightarrow{a_1 q = 1} 1 \times q^{\beta} = 27 \Rightarrow q = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\gamma} - a_1 = \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

جمله اول دنباله حسابی مفروض را a_1 و قدر نسبت آن را d در نظر می‌گیریم. در این صورت، باتوجه به اینکه $a_n = a_1 + (n - 1)d$ داریم $a_{12} = a_1 + 11d$ و $a_5 = a_1 + 4d$ ، $a_2 = a_1 + d$ ، از طرفی می‌دانیم که اگر x ، y و z به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $y^2 = x.z$ ؛ پس باتوجه به فرض سؤال داریم:

$$a_5^2 = a_2 \cdot a_{12} \Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = (a_1 + d) \times (a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 11d^2 \Rightarrow 5d^2 = 4a_1d \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = \frac{5}{4}d (*)$$

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d \\ a_5 = a_1 + 4d \end{cases} \xrightarrow{(*)} \begin{cases} a_2 = \frac{5}{4}d + d = \frac{9}{4}d \\ a_5 = \frac{5}{4}d + 4d = \frac{21}{4}d \end{cases}$$

قدر نسبت دنباله هندسی، از تقسیم دو جمله متوالی آن به دست می‌آید، یعنی اگر قدر نسبت دنباله هندسی موردنظر سؤال را q در نظر بگیریم، آنگاه:

$$q = \frac{a_5}{a_2} = \frac{\frac{21}{4}d}{\frac{9}{4}d} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

راه حل اول:

جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی با قدر نسبت (اختلاف مشترک) d و جمله اول a_1 برابر است با:

$$\underbrace{a_1 + 2d}_{t_1}, \underbrace{a_1 + 6d}_{t_2}, \underbrace{a_1 + 15d}_{t_3}$$

t_1 ، t_2 و t_3 سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند، پس داریم:

$$t_2^2 = t_1 t_3 \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 15d)$$

$$\Rightarrow \cancel{a_1^2} + 12a_1d + 36d^2 = \cancel{a_1^2} + 17a_1d + 30d^2$$

$$\Rightarrow 6d^2 - 5a_1d = 0 \Rightarrow d(6d - 5a_1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 \Rightarrow r = 1 \text{ (در گزینه ها نیست)} \\ 6d - 5a_1 = 0 \Rightarrow d = \frac{5}{6}a_1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$t_1 = a_1 + 2d = a_1 + 2\left(\frac{5}{6}a_1\right) = \frac{8}{3}a_1$$

$$t_2 = a_1 + 6d = a_1 + 6\left(\frac{5}{6}a_1\right) = 6a_1$$

در نتیجه قدر نسبت (نسبت مشترک) دنباله هندسی برابر است با:

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{6a_1}{\frac{8}{3}a_1} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

راه حل دوم:

نکته: اگر جملات a_m ، a_n و a_k از یک دنباله حسابی غیرثابت، به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت (نسبت

$$r = \frac{k-m}{m-n} \text{ مشترک) دنباله هندسی برابر است با:}$$

a_3 ، a_7 و a_{16} جملات یک دنباله هندسی هستند، پس طبق نکته داریم:

$$r = \frac{16-7}{7-3} = \frac{9}{4}$$

$a_8, 2a_5, a_2$ ، سه جمله متوالی دنباله حسابی‌اند، پس:

$$2a_5 = \frac{a_2 + a_8}{2}$$

$$\Rightarrow 2a_1 q^4 = \frac{a_1 q + a_1 q^7}{2} \xrightarrow{a_1 q \neq 0} 4q^3 = 1 + q^6$$

$$\Rightarrow q^6 - 4q^3 + 1 = 0 \xrightarrow{q^3 = t} t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = 2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow q^3 = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$q = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}, \quad q = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$$

با فرض صعودی بودن دنباله، جمله هشتم بزرگ‌ترین جمله است و در نتیجه $q = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ ، پس:

$$\frac{a_8}{a_2} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q} = q^6 = (2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

دنباله با جملات ناصفر که هم حسابی و هم هندسی باشد، دنباله اعداد ثابت به صورت $a, a, \dots$ است که $d = 0$ و $r = 1$ بوده و $r + d = 1$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

اگر جملات دنباله هندسی به صورت زیر باشند:

$$a_1, a_2, a_3, \dots$$

بنابراین جملات دنباله حسابی عبارتند از:

$$\frac{a_1}{2}, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{2}, \dots$$

پس:

$$\frac{a_2}{2} = \frac{\frac{a_1}{2} + \frac{a_3}{2}}{2} \Rightarrow 2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow 2a_1r = a_1 + a_1r^2$$

$$\xrightarrow{a_1 \neq 0} r^2 - 2r + 1 = 0 \Rightarrow r = 1$$

بنابراین دنباله هندسی ثابت است و $d = 0$ ، پس:

$$r + d = 1 + 0 = 1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

جملات دنباله هندسی : a, ar, ar^2 $\xrightarrow{\text{در دنباله حسابی}}$ $4a, 4ar, 4ar^2$

$\xrightarrow{\text{واسطه حسابی } 4ar}$ $4ar = 4a + 4ar^2$

$$4r = 1 + 4r^2 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

مجموع مربعات : $a^2 + a^2r^2 + a^2r^4 = 4a + 4ar + 4ar^2$

$$a^2(1 + r^2 + r^4) = 4a(1 + 2r + 4r^2) \Rightarrow a^2\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) = 4a(1 + 1 + 1)$$

$$\Rightarrow a \times \frac{16 + 4 + 1}{16} = 12 \Rightarrow a = \frac{12 \times 16}{21} \Rightarrow a = \frac{64}{7}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

دنباله خواسته شده به صورت زیر است:

$$a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, a_1q^4$$

باتوجه به سوال اولاً $a_1 \geq 1$ و ثانیاً $a_1q^4 \leq 100$. همچنین $q > 1$:

$$a_1q^4 \leq 100 \xrightarrow{q=2} 16a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$a_1q^4 \leq 100 \xrightarrow{q=3} 81a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 = 1$$

برای $q \geq 4$ هیچ دنباله‌ای یافت نمی‌شود؛ پس در مجموع ۷ دنباله با مشخصات داده شده وجود دارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \{13, 14, \dots, 24\}, \dots$$

آخرین و بزرگ‌ترین عضو دسته‌ها (به جز دسته اول) باهم تشکیل دنباله هندسی با جمله اول ۳ و قدرنسبت ۲ می‌دهند:

$$a_2 = 3$$

$$a_3 = 3 \times 2^1 = 6$$

$$a_4 = 3 \times 2^2 = 12$$

⋮

$$a_{12} = 3 \times 2^{10} = 3072$$

$$a_{13} = 3 \times 2^{11} = 6144$$

پس دسته سیزدهم به صورت زیر است:

$$\{3072, 3072, \dots, 6144\} \Rightarrow \bar{x} = \frac{3072 + 6144}{2} = 4608/5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

اگر مساحت هر مربع ۹ برابر قبلی باشد، یعنی طول ضلع آن ۳ برابر مربع درست شده قبلی است. پس محیط این مربع‌ها در هر مرحله سه برابر خواهد شد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱