

۱ در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{C} = 24^\circ$)، از رأس C خطی بر CA عمود کرده و بر روی آن، $CD = CB$ را طوری جدا می‌کنیم که BD ضلع AC را قطع کند. زاویه $\hat{DBC}$ چند درجه است؟

(۲) ۳۶

(۱) ۳۳

(۴) ۴۸

(۳) ۳۸

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۲ مثلثی به اضلاع ۵، ۴ و a با مثلثی به طول اضلاع ۹، ۷ و b متشابه است. بیشترین مقدار ممکن برای عدد a کدام است؟

(۲) $\frac{45}{7}$

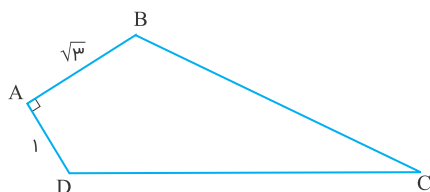
(۱) $\frac{36}{7}$

(۴) $\frac{35}{4}$

(۳) $\frac{36}{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۳ در شکل زیر، از نقاط B و D ، به ترتیب دو پاره‌خط موازی اضلاع AD و AB چنان رسم می‌کنیم که یکدیگر را در نقطه E ، درون چهارضلعی قطع کنند. اگر $\hat{CDE} = 30^\circ$ و فاصله نقطه E تا وسط ضلع BC برابر $\frac{1}{5}$ باشد، طول ضلع DC کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۴ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، فاصله پای ارتفاع وارد بر وتر تا رأس C ، برابر ۹ است. اگر طول وتر ۲۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه، کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۵

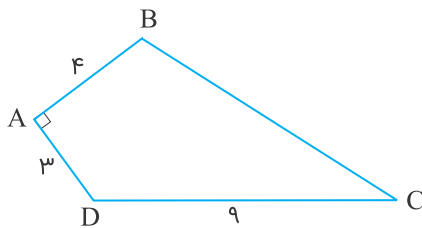
نقاط M و N ، به ترتیب روی اضلاع AC و BC مثلث ABC ، انتخاب شده‌اند. اگر $AM = 3CM$ و مساحت مثلث ABC ، ۲ برابر مساحت مثلث CMN باشد، مقدار $\frac{BN}{CN}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{75}$
(۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۶

در چهارضلعی $ABCD$ ، از نقاط B و D دو پاره‌خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDC} = 2\widehat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۲
(۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۷

نقاط M و N ، به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث ABC ، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{75}$ (۲) $\frac{1}{8}$
(۳) $\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{1}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۸

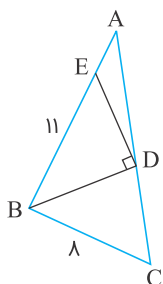
در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، نقطه H ، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر 20 و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش 4 باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

۹

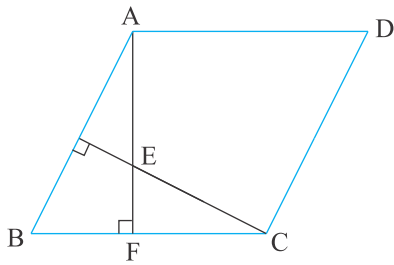
در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟



- (۱) $\frac{6}{6}$ (۲) $\frac{5}{4}$
(۳) $\frac{3}{6}$ (۴) $\frac{2}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD = ۱۴$ ، $BF = ۶$ و $AE = ۸$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟



(۱) ۱۶

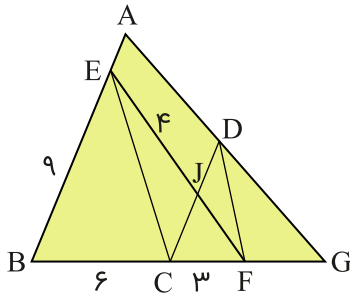
(۲) ۱۴

(۳) ۱۲

(۴) ۱۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

در شکل زیر، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟

(۱) $\frac{\sqrt{11}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{11}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{33}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{33}}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

در مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ ، ساق AB را به اندازه $BD = BC$ امتداد می‌دهیم. اگر CD برابر AC باشد، زاویه A چند درجه است؟

(۱) ۲۵

(۲) ۳۰

(۳) ۳۲

(۴) ۳۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

در مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ ، قاعده BC را به اندازه ساق تا نقطه D امتداد می‌دهیم. اگر زاویه خارجی رأس A از مثلث ABD برابر ۱۰۲ درجه باشد، کوچک‌ترین زاویه مثلث ABC ، چند درجه است؟

(۱) ۳۴

(۲) ۳۸

(۳) ۴۲

(۴) ۴۴

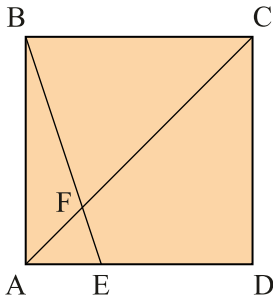
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

مساحت یک مثلث قائم‌الزاویه برابر با مساحت مربعی است که بر روی ضلع کوچک‌تر آن ساخته می‌شود. اندازه میانه وارد بر ضلع متوسط چند برابر ضلع متوسط این مثلث است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟



(۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

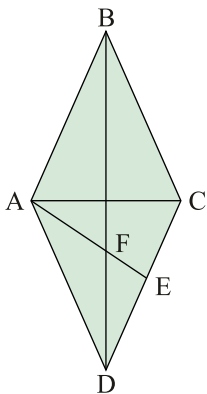
(۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

در لوزی شکل زیر، E وسط ضلع CD است. اگر قطر بزرگ لوزی ۳ برابر قطر کوچک باشد، طول EF چند برابر AB است؟



(۱) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

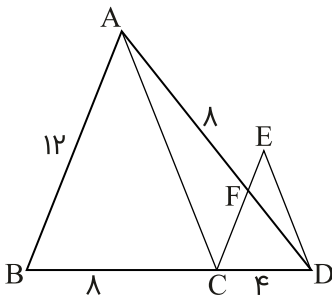
(۲) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۳) $\frac{\sqrt{10}}{5}$

(۴) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

در شکل زیر، $AB \parallel CE$ و $AC \parallel ED$ است. اندازه ED چقدر است؟



(۱) $\sqrt{29}$

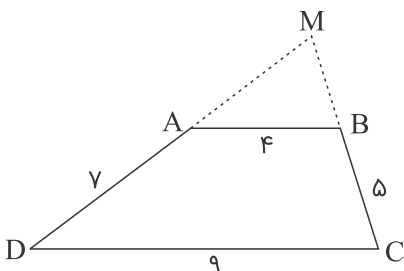
(۲) $\sqrt{33}$

(۳) $2\sqrt{7}$

(۴) $3\sqrt{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

اندازه اضلاع دوزنقه ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟



(۱) $13/2$

(۲) $13/6$

(۳) $14/4$

(۴) $14/8$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ ، $AB = AC = ۴$ و $BC = ۲\sqrt{۷}$ است. ضلع AC را به اندازه خود تا نقطه D امتداد می‌دهیم ($AD = AC$). اندازه BD کدام است؟

- (۱) $۲\sqrt{۱۰}$ (۲) $۴\sqrt{۲}$
(۳) ۶ (۴) ۷

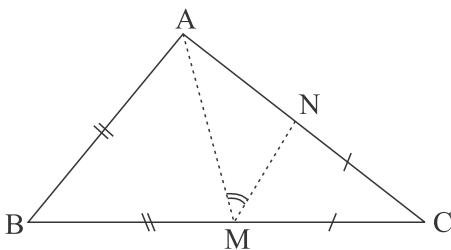
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

در یک مثلث قائم الزاویه، طول اضلاع قائم به نسبت ۱ و ۳ و مساحت آن ۶۰ واحد مربع است. ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) $۴\sqrt{۲}$
(۳) ۶ (۴) ۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

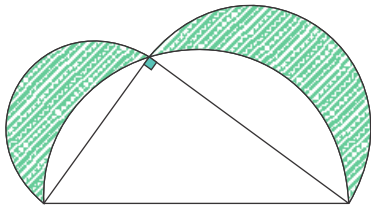
در شکل زیر، دو مثلث کناری متساوی الساقین اند و $\hat{M} = ۴۳^\circ$ ، اندازه زاویه $\hat{BAC}$ چند درجه است؟



- (۱) ۹۳
(۲) ۹۴
(۳) ۹۶
(۴) ۹۷

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

در مثلث قائم الزاویه زیر، طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیم دایره‌ها به قطر اضلاع رسم شده‌اند. مجموع مساحت دو ناحیه سایه‌زده، کدام است؟



- (۱) ۲π
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۳π

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

در مثلث متساوی الساقین ABC ، $\hat{A} = ۸۰^\circ$ و عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

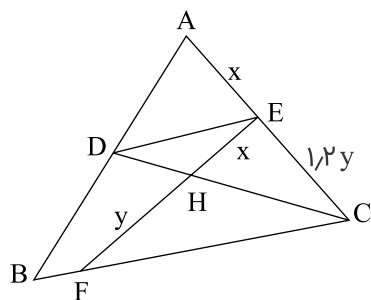
- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰
(۳) ۲۵ (۴) ۳۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۲۴

در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و $3y = 5x$ است. اگر $BF = 3$ باشد، اندازه BC کدام است؟



(۱) $6/75$

(۲) $6/25$

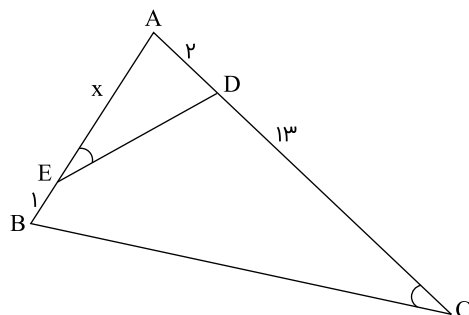
(۳) $5/75$

(۴) $5/25$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۲۵

در شکل زیر، $\hat{AED} = \hat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟



(۱) ۷

(۲) ۶

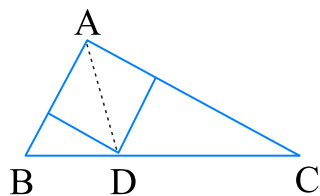
(۳) ۵

(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۲۶

در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه کدام است؟



(۱) $1/4\sqrt{2}$

(۲) $2/1$

(۳) $2/8$

(۴) $2/1\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲۷

در مثلث ABC ، ضلع AB بزرگ‌تر از ضلع AC است. هریک از میانه‌های BM و CN را از وسط اضلاع به‌اندازه خود تا D و E امتداد می‌دهیم. نسبت مساحت مثلث DBC به مساحت مثلث EBC کدام است؟

(۲) بیشتر از ۱

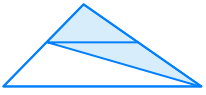
(۱) کمتر از ۱

(۴) بستگی به ضلع سوم دارد.

(۳) مساوی ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

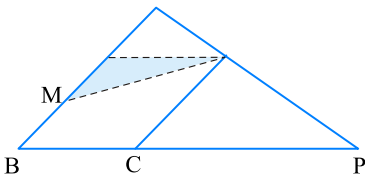
در شکل زیر، نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{۳}{۵}$ است. مساحت مثلث سایه‌زده، چند برابر مساحت دوزنقه است؟



- (۱) $\frac{۳}{۴}$
 (۲) $\frac{۷}{۸}$
 (۳) $\frac{۱۴}{۱۵}$
 (۴) $\frac{۱۵}{۱۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

در شکل زیر نقطه M وسط ضلع متوازی‌الاضلاع است. اگر $PC = \frac{۲}{۳}PB$ باشد، مساحت مثلث سایه‌زده چند برابر مساحت بزرگ‌ترین مثلث‌ها است؟



- (۱) $\frac{۱}{۱۲}$
 (۲) $\frac{۱}{۹}$
 (۳) $\frac{۱}{۸}$
 (۴) $\frac{۳}{۱۶}$

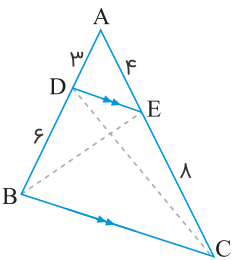
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع و میانه نظیر وتر باهم زاویه ۱۲° درجه ساخته‌اند. کوچک‌ترین زاویه این مثلث چند درجه است؟

- (۱) ۳۴
 (۲) ۳۸
 (۳) ۳۷
 (۴) ۳۹

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

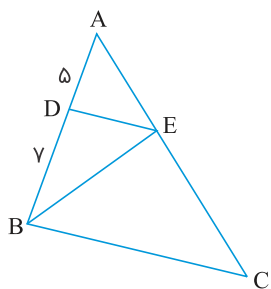
در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث CDE به مساحت مثلث BDE کدام است؟



- (۱) $\frac{۱}{۲}$
 (۲) $\frac{۲}{۳}$
 (۳) $\frac{۳}{۴}$
 (۴) ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

در مثلث ABC، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{1}{7}$

(۳) $\frac{2}{1}$

(۴) $\frac{2}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

در یک مستطیل با ابعاد ۱ و ۲ واحد، از انتهای یک قطر، خطی بر آن قطر عمود می‌کنیم تا امتداد ضلع کوچک‌تر مستطیل را در M قطع کند. فاصله نقطه M از سر دیگر این قطر چند واحد است؟

(۲) $\frac{4}{5}$

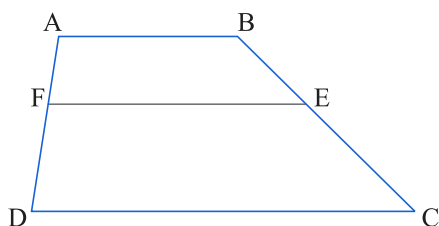
(۱) ۴

(۴) ۶

(۳) ۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

در دوزنقه ABCD، قاعده بزرگ $\frac{5}{3}$ قاعده کوچک است و $AF = \frac{1}{4}AD$ و EF موازی قاعده است. نسبت $\frac{EF}{CD}$ کدام است؟



(۱) $\frac{11}{20}$

(۲) $\frac{7}{15}$

(۳) $\frac{8}{15}$

(۴) $\frac{3}{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

در یک دوزنقه قائم‌الزاویه، اگر از نقطه O محل تلاقی قطرهای، خطی موازی قاعده‌ها رسم شود، ساق قائم را در A و ساق مایل را در B قطع می‌کند. نسبت $\frac{OA}{OB}$ چگونه است؟

(۲) مساوی ۱

(۱) کوچک‌تر از ۱

(۴) متغیر نسبت به اضلاع

(۳) بزرگ‌تر از ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ ، قاعده BC را از دو طرف به اندازه ساق‌ها تا نقاط D و E امتداد می‌دهیم. در مثلث ADE کوچک‌ترین زاویه خارجی، چند برابر کوچک‌ترین زاویه داخلی آن است؟

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) ۱

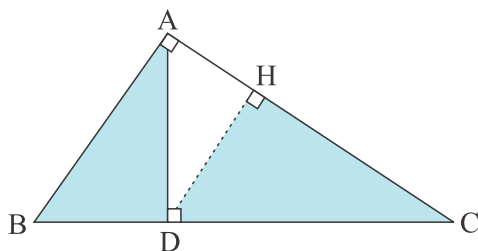
(۴) ۳

(۳) ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۳۷

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه HCD و ABD ، کدام است؟

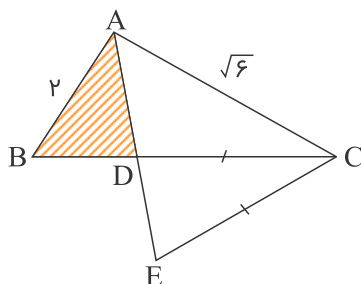


- (۱) $\frac{3}{7}$
- (۲) $\frac{4}{7}$
- (۳) $\frac{16}{21}$
- (۴) $\frac{8}{9}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۳۸

در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE ، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۳۹

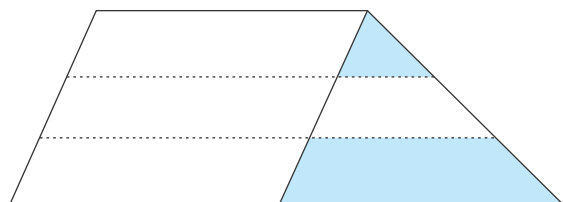
در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۹ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه M متقاطع‌اند. فاصله M از قاعده بزرگ‌تر، چقدر است؟

- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۴۰

یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه رنگی، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
- (۲) $\frac{1}{5}$
- (۳) $\frac{2}{9}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۴۱

در مثلث ABC ، اضلاع $AB = ۴$ و $AC = ۶$ و $BC = ۷$ است. از رأس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه D قطع کرده است. اندازه BD ، کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۷/۵

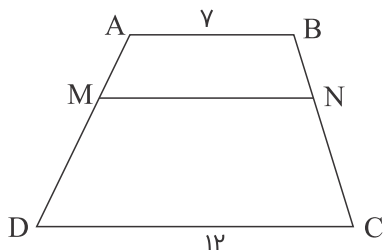
(۴) ۹

(۳) ۸/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۴۲

در دوزنقه $ABCD$ ، پاره خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{۲}{۳}$ است. اندازه MN ، کدام است؟



(۱) ۸

(۲) ۸/۷۵

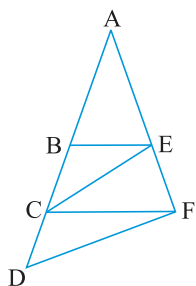
(۳) ۹

(۴) ۹/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۴۳

در شکل زیر $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$. اگر $AB = ۵$ و $BC = ۳$ ، آنگاه اندازه CD کدام است؟



(۱) ۴/۵

(۲) ۴/۸

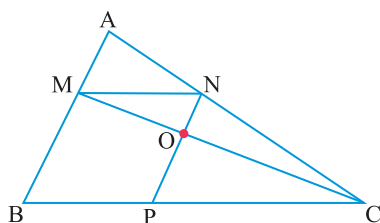
(۳) ۵/۴

(۴) ۵/۶

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

۴۴

در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{۳}{۷}$ و چهار ضلعی $MNPB$ متوازی‌الاضلاع می‌باشد. مساحت مثلث OMN چند درصد مساحت مثلث AMN است؟



(۱) ۶۳

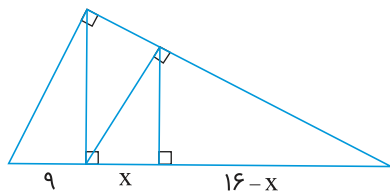
(۲) ۶۰

(۳) ۷۰

(۴) ۸۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

در شکل زیر، ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. x کدام است؟



(۱) $۴/۵۴$

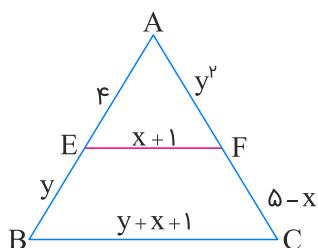
(۲) $۵/۳۶$

(۳) $۵/۷۶$

(۴) $۶/۷۵$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - ۲x$ کدام است؟



(۱) -۴

(۲) -۳

(۳) ۲

(۴) ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

در دوزنقه‌ای اندازه قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

(۲) $۱۱/۶$

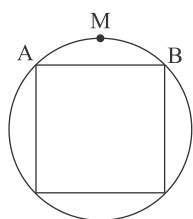
(۱) $۱۱/۴$

(۴) $۱۲/۸$

(۳) $۱۲/۲$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

در شکل زیر، ضلع مربع برابر ۲ واحد است. فاصله وسط کمان AB از نزدیک‌ترین رأس مربع چقدر است؟



(۱) $\sqrt{۲} - \sqrt{۲}$

(۲) $\sqrt{۴ - ۲\sqrt{۲}}$

(۳) $\sqrt{۲}$

(۴) $\sqrt{۱ + \sqrt{۲}}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

طول ضلع یک مربع برابر محیط مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین به ضلع قائم ۲ واحد است. با حذف گوشه‌های این مربع، بزرگ‌ترین هشت ضلعی منتظم ممکن داخل آن ساخته شده است. مساحت این هشت ضلعی، کدام است؟

(۲) $۲۴\sqrt{۲}$

(۱) ۳۲

(۴) $۱۶ + ۱۶\sqrt{۲}$

(۳) $۲۴ + ۸\sqrt{۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

در یک دوزنقه متساوی الساقین، اندازه دو قاعده برابر ۵ و ۹ و طول ساق آن ۶ واحد است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

(۲) $21\sqrt{2}$

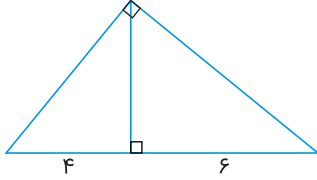
(۱) $14\sqrt{6}$

(۴) $28\sqrt{2}$

(۳) $21\sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

در مثلث قائم الزاویه زیر، اندازه بزرگترین میانه کدام است؟



(۱) $\sqrt{70}$

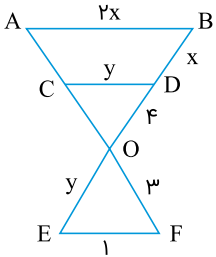
(۲) $\sqrt{50}$

(۳) $\sqrt{75}$

(۴) $\sqrt{65}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

در شکل زیر AB ، CD و EF موازی‌اند. طول پاره خط AC ، کدام است؟



(۱) $\frac{3}{4}$

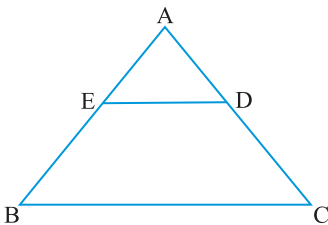
(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

در چهار ضلعی $BCDE$ زاویه‌های روبه‌رو مکمل یکدیگرند. اگر $BC = 20$ و $DE = 12$ باشد، آنگاه مساحت چهار ضلعی چندبرابر مساحت مثلث ABC است؟



(۱) 0.56

(۲) 0.64

(۳) 0.72

(۴) 0.80

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

۵۴

در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 2\hat{B}$ ، $BC = 6$ و $AC = 4$. اندازه ضلع AB کدام است؟

(۲) ۵

(۱) ۴/۵

(۴) ۶

(۳) ۵/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

۵۵

در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 70^\circ$ ، $\hat{B} = 50^\circ$ و ضلع $AB = 18$ و در مثلث MNP ، $\hat{M} = 70^\circ$ ، $\hat{N} = 60^\circ$ است. اگر مساحت مثلث ABC ، $\frac{9}{4}$ برابر مساحت مثلث MNP باشد، ضلع MP چقدر است؟

(۲) ۱۶

(۱) ۱۲

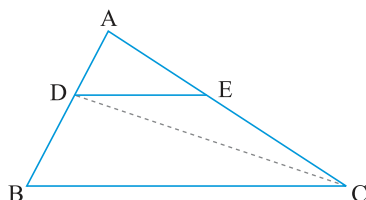
(۴) ۲۷

(۳) ۲۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۵۶

در شکل زیر $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{4}$ و $DE \parallel BC$ می‌باشد. مساحت مثلث ADE چند درصد مساحت مثلث DEC است؟



(۱) ۷۰

(۲) ۷۵

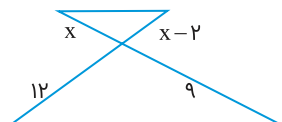
(۳) ۷۸

(۴) ۸۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

۵۷

در شکل زیر، دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است؟



(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

۵۸

نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{49}{128}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچک‌تر ۲۱ باشد، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

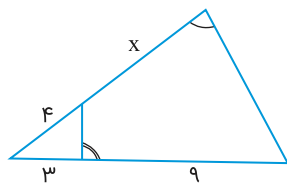
(۲) $21\sqrt{3}$

(۱) $21\sqrt{2}$

(۴) $24\sqrt{3}$

(۳) $24\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲



(۱) ۵

(۲) ۵/۵

(۳) ۶

(۴) ۷/۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

در مثلث ABC رابطهٔ $\hat{A} = 2\hat{B}$ برقرار است. کدام رابطه بین سه ضلع این مثلث برقرار است؟

(۲) $b^2 = ac$

(۱) $a^2 = b$

(۴) $a^2 - c^2 = bc$

(۳) $a^2 - b^2 = bc$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

در یک مثلث ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. مساحت مثلث اصلی $۶/۷۶$ برابر مساحت مثلث کوچک‌تر می‌باشد. نسبت فواصل H از دو ضلع قائم کدام است؟

(۲) $\frac{۵}{۱۲}$

(۱) $\frac{۲}{۸}$

(۴) $\frac{۳}{۸}$

(۳) $\frac{۷}{۱۲}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟

(۲) ۲۰

(۱) ۱۸

(۴) ۲۸

(۳) ۲۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

درون مثلثی به اضلاع ۹ و ۷ و ۵ واحد، مثلث دیگر طوری رسم می‌کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد، اگر بزرگ‌ترین ضلع این مثلث ۶ واحد باشد، مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

(۲) ۱

(۱) $۵/۷۵$

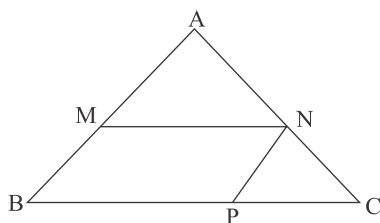
(۴) $۱/۵$

(۳) $۱/۲۵$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۶۴

در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$ است. مساحت متوازی‌الاضلاع MNPB چند درصد مساحت مثلث $\triangle ABC$ است؟



(۱) ۴۸

(۲) ۵۲

(۳) ۵۴

(۴) ۵۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۶۵

مثلثی به اضلاع b و a و ۳ با مثلثی به طول اضلاع ۵ و ۴ و ۳ متشابه است و دو مثلث قابل انطباق نیستند. بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

(۱) $7/2$

(۲) ۹

(۴) $13/5$

(۳) ۱۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۶۶

در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم مثلث مفروض کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۶۷

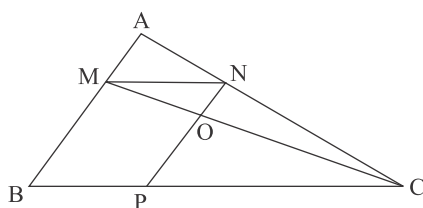
در شکل زیر $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$ و چهار ضلعی MNPB متوازی‌الاضلاع است. مساحت مثلث OMN چند درصد مساحت مثلث AMN است؟

(۱) ۶۳

(۲) ۶۰

(۳) ۷۰

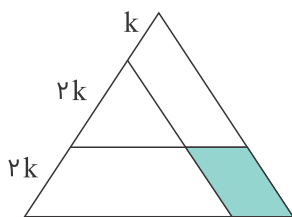
(۴) ۸۴



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۶۸

در شکل زیر، یک ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت‌های ۱، ۲ و ۲ تقسیم شده است. مساحت متوازی الاضلاع سایه‌زده، چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟



(۱) ۱۶

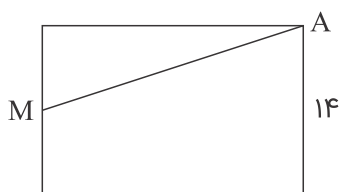
(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

در شکل زیر، پاره‌خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های $\frac{5}{9}$ تقسیم کرده است. اگر قطر مستطیل ۲۵ واحد باشد، پاره‌خط AM چند واحد است؟



(۱) ۲۱

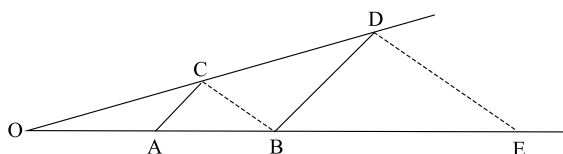
(۲) ۲۳

(۳) $9\sqrt{7}$

(۴) $10\sqrt{6}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

در شکل زیر، دو جفت پاره‌خط موازی اند. $OA = 3$ و $AB = 5$ ، اندازه BE، کدام است؟



(۱) $13\frac{1}{3}$

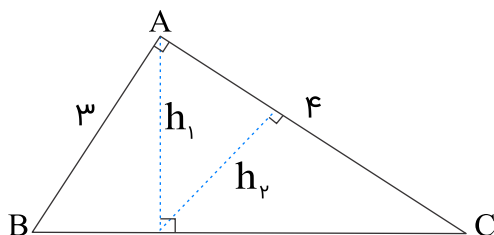
(۲) $12\frac{2}{3}$

(۳) $11\frac{1}{3}$

(۴) $10\frac{2}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام است؟



(۱) $3\frac{3}{5}$

(۲) $4\frac{4}{5}$

(۳) $2\frac{2}{3}$

(۴) $3\frac{3}{4}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷۲

در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷۳

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ، ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC ، چندبرابر مساحت مثلث AMH است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲
(۳) ۱۵ (۴) ۱۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷۴

در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = 17$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

- (۱) $\frac{4}{15}$ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{3}{5}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۷۵

در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند $\frac{2}{5}$ و $\frac{14}{4}$ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $\frac{4}{8}$ (۲) ۶
(۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۷۶

در مثلث ABC ، میانه AM و نیمساز داخلی AD رسم شده است. کدام نامساوی همواره درست است؟ ($AD \neq AM$)

- (۱) $AM < BC$ (۲) $AM < AB$
(۳) $AD < AB$ (۴) $AD < AM$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

(۲) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{2}{5}$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

اندازهٔ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای به صورت $x + 1$ ، $2x + 1$ و $2x + 3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟

(۲) ۵۶

(۱) ۶۰

(۴) ۳۹

(۳) ۴۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، قطر عمود بر ساق است. اگر اندازهٔ قاعدهٔ بزرگ‌تر و قطر آن به ترتیب ۱۰ و ۸ واحد باشند، اندازهٔ قاعدهٔ کوچک‌تر چند واحد است؟

(۲) $\frac{3}{2}$

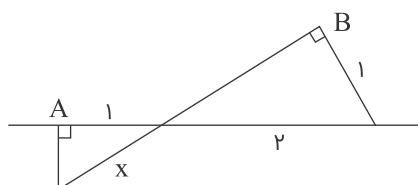
(۱) $\frac{2}{8}$

(۴) $\frac{4}{2}$

(۳) $\frac{3}{6}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

در شکل زیر دو زاویهٔ $\hat{A}$ و $\hat{B}$ قائمه‌اند، مقدار x چقدر است؟



(۱) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

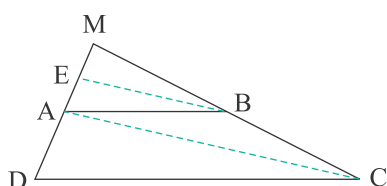
(۲) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

در دوزنقه $ABCD$ ، پاره‌خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ باشد، فاصلهٔ MD کدام است؟



(۱) ۱۲

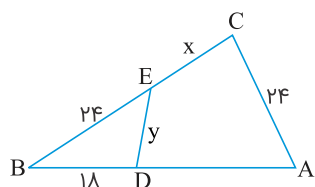
(۲) $\frac{12}{25}$

(۳) $\frac{12}{5}$

(۴) $\frac{12}{25}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

در شکل زیر، $\hat{E}CA = \hat{B}DE$ و $AB = ۴۸$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



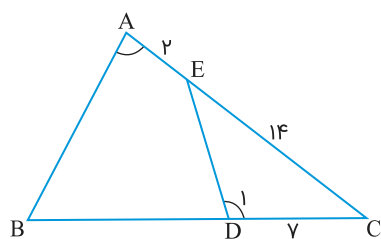
(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

در شکل زیر $\hat{A} = \hat{D}_1$. طول BD کدام است؟



(۱) ۲۲

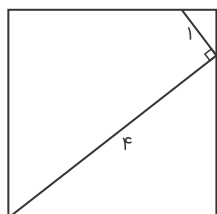
(۲) ۲۳

(۳) ۲۴

(۴) ۲۵

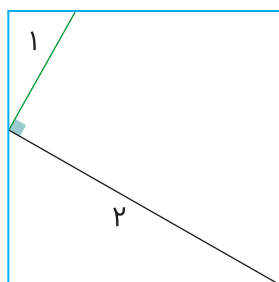
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟

(۱) $۱۳/۳۱$ (۲) $۷/۲۹$ (۳) $۸/۴۱$ (۴) $۱۰/۲۴$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟

(۱) $۴/۹$ (۲) $۴/۵$ (۳) $۳/۶$ (۴) $۳/۲$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

- (۱) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند.
- (۲) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث، کوچک‌تر است.
- (۳) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویهٔ روبه‌رو به آن‌ها نیز برابرند.
- (۴) در هر مثلث، اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویه، از ۴ برابر اندازهٔ کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

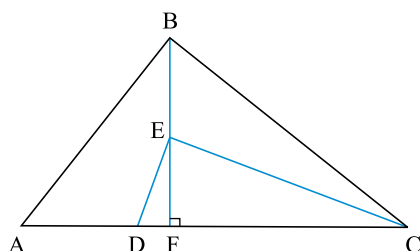
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC ، همواره یکسان است؟

- (۱) تلاقی سه ارتفاع
- (۲) تلاقی سه میانه
- (۳) تلاقی سه نیمساز
- (۴) تلاقی سه عمودمنصف

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

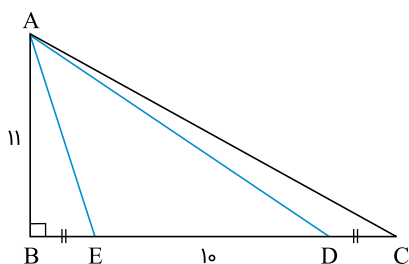
در شکل زیر، $\hat{ABC} = \hat{CED} = 90^\circ$ است. اگر $AD = 3$ ، $EF = 4$ و $DF = 1$ باشد، اندازه BC کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{6}$
- (۲) $10\sqrt{2}$
- (۳) $6\sqrt{3}$
- (۴) $8\sqrt{5}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

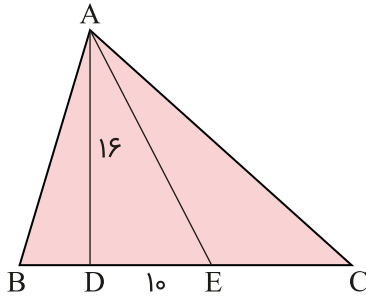
در شکل زیر، $\hat{DAE} = \hat{ACD}$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) ۸
- (۲) ۷
- (۳) ۶
- (۴) ۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

در شکل زیر، $\widehat{BAD} = \widehat{EAC}$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟



(۱) $8/7$

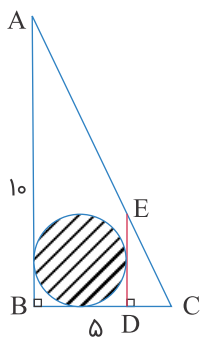
(۲) $12/4$

(۳) $9/3$

(۴) $15/6$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده، کدام است؟ (طول پاره خط DE برابر با قطر دایره است) (با تغییر)



(۱) $\frac{25}{9}\pi$

(۲) $\frac{16}{9}\pi$

(۳) $\frac{9}{4}\pi$

(۴) $\frac{5}{4}\pi$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

در مثلث متساوی الساقین ABC ، نقطه M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه $\widehat{MNB}$ چند درجه است؟

(۲) ۵۶

(۱) ۴۸

(۴) ۷۸

(۳) ۶۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

مثلث ABC یک مثلث حاده‌الزاویه است. عمودمنصف ضلع BC و نیمساز زاویه B در نقطه M در خارج مثلث متقاطع‌اند. کدام گزینه درست است؟ (با تغییر)

(۲) $\widehat{A} < \widehat{B}$

(۱) $\widehat{A} > \widehat{B}$

(۴) $\widehat{B} < 2\widehat{C}$

(۳) $\widehat{B} > 2\widehat{C}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد، به‌طوری‌که اضلاع آن بر یکدیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به مساحت مثلث کوچک‌تر، کدام است؟

(۲) $2\sqrt{3}$

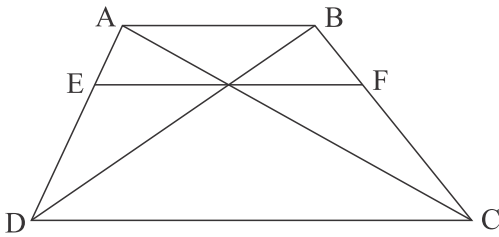
(۱) ۳

(۴) ۴

(۳) $3/5$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه پاره‌های AB و DC ، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه پاره خط EF ، کدام است؟



(۱) $\frac{45}{7}$

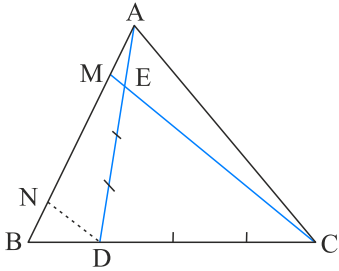
(۲) $\frac{45}{6}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۴) ۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

در شکل زیر، $BD = \frac{1}{4}BC$ و $AE = \frac{1}{4}AD$ و $DN \parallel CM$. اندازه AB چند برابر AM است؟



(۱) ۴

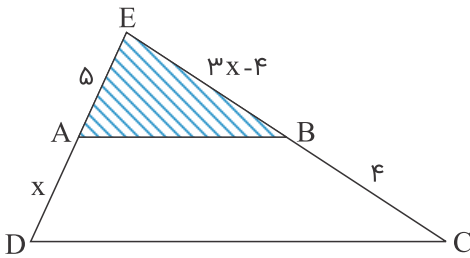
(۲) ۴/۵

(۳) ۵

(۴) ۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

در شکل زیر، مساحت دوزنقه $ABCD$ ، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟



(۱) $\frac{9}{4}$

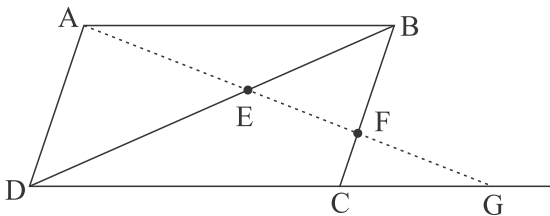
(۲) $\frac{16}{9}$

(۳) $\frac{25}{16}$

(۴) $\frac{36}{25}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

در شکل زیر، چهار ضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



(۱) EA^2

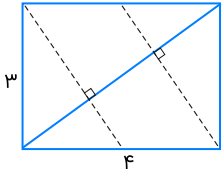
(۲) ED^2

(۳) $EB \times ED$

(۴) $FB \times FC$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل کدام است؟



(۱) ۵/۲۵

(۲) ۵/۷۵

(۳) ۶

(۴) ۷/۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

در مستطیلی به طول اضلاع $۲\sqrt{۷}$ و ۶ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. فاصله این دو خط عمود کدام است؟

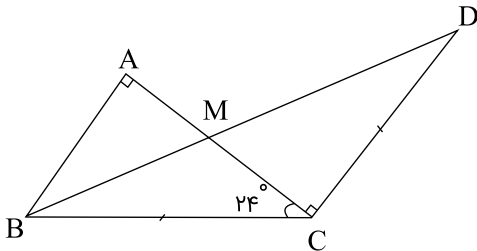
(۱) ۱

(۲) ۱/۵

(۳) ۱/۷۵

(۴) ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶



باتوجه به شکل مسئله، کاملاً مشخص است که $DC \parallel AB$ است. چون DB خط مورب و قاطع این دو خط موازی است، بنابراین:

$$\hat{D} = \hat{MBA} \quad (*)$$

ازطرفی چون $CD = BC$ ، پس در مثلث $\triangle BCD$ داریم:

$$\hat{D} = \hat{DBC} \xrightarrow{(*)} \hat{DBA} = \hat{DBC} = \frac{\hat{B}}{2}$$

پس باید زاویه B را بیابیم. در مثلث ABC ، زاویه B برابر است با:

$$\hat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ \Rightarrow \hat{DBC} = \frac{\hat{B}}{2} = 33^\circ$$

گام اول

در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناظر برابر است.

گام دوم

با توجه به اینکه دو مثلث متشابه‌اند و $\frac{4}{7} \neq \frac{5}{9}$ و $\frac{5}{9} \neq \frac{4}{7}$ است، دو ضلع به طول‌های a و b از دو مثلث نمی‌توانند متناظر باشند؛ بنابراین ضلع به طول a از مثلث اول یا با ضلع به طول ۷ از مثلث دوم متناظر است یا با ضلع به طول ۹. هریک از این دو حالت را بررسی و مقدار a را محاسبه می‌کنیم.

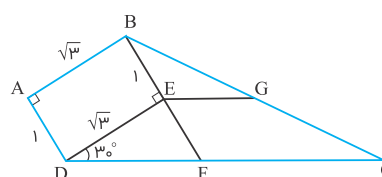
حالت اول: ضلع به طول a از مثلث اول با ضلع به طول ۹ از مثلث دوم متناظر باشد.

$$\frac{a}{9} = \frac{4}{7} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow a = \frac{45}{9} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{9} = \frac{4}{7} = \frac{5}{b} \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{4}{7} \Rightarrow a = \frac{36}{7}$$

حالت دوم: ضلع به طول a از مثلث اول با ضلع به طول ۷ از مثلث دوم متناظر باشد.

$$\frac{a}{7} = \frac{4}{9} = \frac{5}{b} \Rightarrow \frac{a}{7} = \frac{4}{9} \Rightarrow a = \frac{28}{9} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{7} = \frac{5}{9} = \frac{4}{b} \Rightarrow \frac{a}{7} = \frac{5}{9} \Rightarrow a = \frac{35}{9}$$

از بین مقادیر به‌دست‌آمده، بیشترین مقدار $a = \frac{45}{9}$ است.



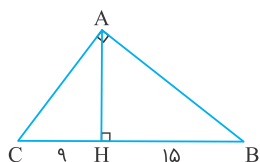
$$\triangle EFD : \tan 30^\circ = \frac{EF}{DE} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{EF}{\sqrt{3}} \Rightarrow EF = 1$$

در مثلث $BF C$ ، نقاط E و G ، به‌ترتیب وسط اضلاع BF و BC است. بنابراین:

$$FC = 2EG = 2 \times 1/2 = 1$$

$$\triangle DEF : DF^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2 = 4 \Rightarrow DF = 2$$

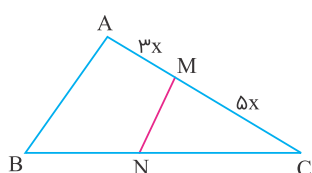
$$DC = DF + FC = 2 + 1 = 3$$



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \times BC}{CH \times BC} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{15 \times 24}{9 \times 24} = \frac{15}{9} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

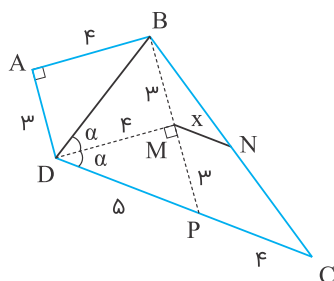
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳



$$\begin{aligned} \frac{S_{ABC}}{S_{MNC}} = 2 &\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times (BN + NC) \times \lambda x \times \sin \hat{C}}{\frac{1}{2} \times CN \times 5x \times \sin \hat{C}} = 2 \\ \Rightarrow \frac{BN + NC}{CN} = \frac{5 \times 2}{\lambda} = \frac{5}{4} &\Rightarrow \frac{BN}{CN} + 1 = \frac{5}{4} \\ \Rightarrow \frac{BN}{CN} = 1/4 & \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

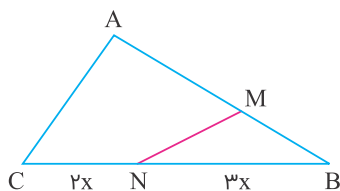
در مثلث BDP زاویه M قائمه است. ازطرفی DM نیمساز زاویه BDP می‌باشد. بنابراین دو مثلث BDM و DMP هم‌زهت هستند. در نتیجه $BD = DP = 5$ و $PC = 4$ است و M وسط BP قرار دارد.



حال باتوجه به اینکه N نیز وسط BC قرار دارد، $MN \parallel PC$ است. بنابراین در مثلث BPC، تعمیم قضیه تالس را اعمال می‌کنیم.

$$\frac{x}{4} = \frac{3}{6} \Rightarrow x = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳



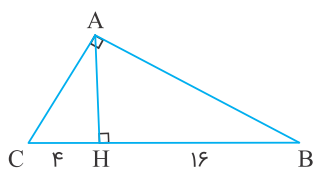
$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNB}} = 3 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} AB \times 5x \times \sin B}{\frac{1}{2} MB \times (3x) \times \sin B} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MB} = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{AM + MB}{MB} = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{AM}{MB} + 1 = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{MB}{AM} = 5/4$$

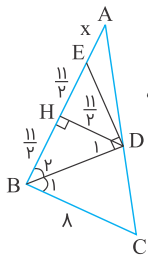
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳



طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \times BC}{CH \times BC} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{16 \times 20}{4 \times 20} = 4 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳



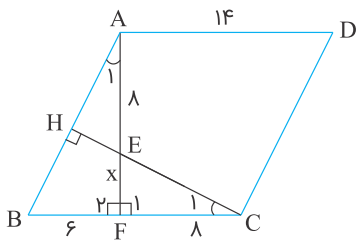
عمود DH را رسم می‌کنیم. چون $DH \parallel BC$ و همچنین BD نیمساز زاویه B است بنابراین $\hat{B} = 90^\circ$ و در نتیجه $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 45^\circ$ خواهد بود، پس DH ارتفاع و میانه وارد بر وتر است و در نتیجه $DH = BH = EH = \frac{11}{2}$ اکنون قضیه تالس را در مثلث ABC اعمال می‌کنیم.

$$\frac{\frac{11}{2}}{18} = \frac{x + \frac{11}{2}}{x + 11} \Rightarrow \frac{11}{18} = \frac{2x + 11}{x + 11} \Rightarrow 11x + 121 = 18x + 198$$

$$\Rightarrow 5x = 77 \Rightarrow x = 15.4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

دو زاویه C_1 و A_1 باهم برابرند. تشابه دو مثلث ABF و EFC را می‌نویسیم.



$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{A}_1 \\ \hat{F}_1 = \hat{F}_2 = 90^\circ \\ \hat{E} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle EFC \sim \triangle ABF$$

نسبت تشابه عبارتند از:

$$\frac{CF}{AF} = \frac{EF}{BF} \Rightarrow \frac{14}{x + 14} = \frac{x}{6} \Rightarrow x^2 + 14x = 84$$

$$\Rightarrow x^2 + 14x - 84 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 18) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$AF = x + 14 = 18$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

راه اول:

مثلث‌های FDC و CEB متشابه هستند:

$$\frac{x}{EC} = \frac{3}{6} \Rightarrow EC = 2x$$

مثلث‌های JDF و JEC متشابه هستند:

$$\frac{2x}{x} = \frac{4}{JF} \Rightarrow JF = 2$$

مثلث‌های CJF و BEF متشابه هستند:

$$\frac{CJ}{9} = \frac{3}{9} \Rightarrow CJ = 3$$

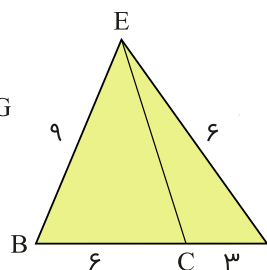
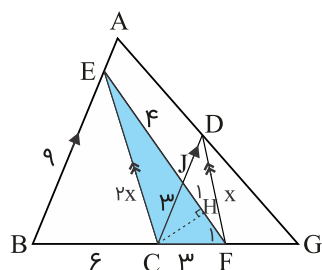
بنابراین مثلث CJF متساوی‌الساقین است و CH ارتفاع وارد بر IF می‌باشد. بنابراین $JH = 1$ و در نتیجه:

$$CH = \sqrt{9-1} = 2\sqrt{2}$$

اکنون در مثلث قائم‌الزاویه ECH داریم:

$$(2x)^2 = 25 + 1 \Rightarrow x^2 = \frac{33}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

راه دوم:



$$\triangle BCE \sim \triangle CFD, \quad k = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow DF = \frac{1}{2}CE$$

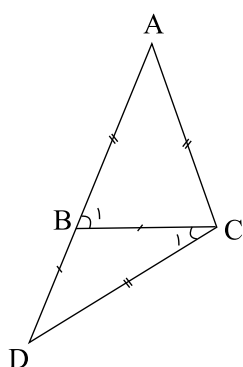
$$\frac{DF}{CE} = \frac{FJ}{JE} = \frac{1}{2} \Rightarrow FJ = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

به کمک قضیه استوارت: (ویژه دانش‌آموزان رشته ریاضی)

$$CE^2 = \frac{6 \times 36 + 3 \times 11}{9} - 3 \times 6 = 33 \Rightarrow CE = \sqrt{33}$$

$$\xrightarrow{DF = \frac{1}{2}CE} DF = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

باتوجه به داده‌های مسئله، شکل مسئله به صورت زیر خواهد بود.
سؤال، زاویه A را می‌خواهد پس:



$$ABC \text{ در مثلث متساوی‌الساقین } \hat{B}_1 = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} \quad (*)$$

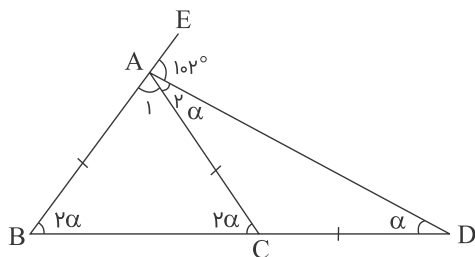
در مثلث متساوی‌الساقین BDC، زاویه‌های C_1 و D برابرند؛ ازطرفی B_1 زاویه خارجی است در نتیجه:

$$\hat{B}_1 = \hat{D} + \hat{C}_1 \xrightarrow{\hat{D}=\hat{C}_1} \hat{B}_1 = 2\hat{D} \Rightarrow \hat{D} = \frac{\hat{B}_1}{2} \stackrel{(*)}{=} \frac{180^\circ - \hat{A}}{4}$$

همچنین در مثلث متساوی‌الساقین ADC، زاویه‌های A و D برابرند، پس:

$$\hat{A} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{4} \Rightarrow 4\hat{A} = 180^\circ - \hat{A} \Rightarrow 5\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 36^\circ$$

با توجه به توضیحات داده شده در صورت سؤال، شکل زیر را رسم می‌کنیم.



است، بنابراین مثلث $\triangle ACD$ متساوی الساقین می‌شود. زاویه $\hat{D}$ را برابر α فرض کرده و داریم:

$$AC = CD \Rightarrow \hat{D} = \hat{A}_2 = \alpha$$

زاویه خارجی مثلث $\triangle ACD$ است بنابراین اندازه آن برابر مجموع اندازه دو زاویه داخلی غیرمجاورش می‌شود یعنی:

$$\hat{ACB} = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

مثلث $\triangle ABC$ متساوی الساقین است بنابراین:

$$\triangle ABC : AB = AC \Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} = 2\alpha$$

زاویه خارجی مثلث $\triangle ABD$ است بنابراین:

$$\hat{EAD} = 102^\circ = \hat{B} + \hat{D} = 2\alpha + \alpha = 3\alpha \Rightarrow 3\alpha = 102^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{102}{3} = 34^\circ$$

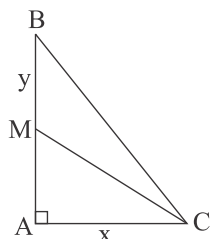
باتوجه به مقدار $\alpha = 34^\circ$ ، اندازه زوایای مثلث $\triangle ABC$ برابر است با:

$$\hat{ABC} = \hat{ACB} = 2\alpha = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 180^\circ - (\hat{ABC} + \hat{ACB}) = 180^\circ - (68^\circ + 68^\circ) = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$$

بنابراین زاویه $\hat{A}_1 = 44^\circ$ کوچکترین زاویه مثلث $\triangle ABC$ است.

مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ را با فرض اینکه طول اضلاع قائمه‌اش x و y ($x < y$) باشد، رسم می‌کنیم. AB ضلع متوسط این مثلث و CM میانۀ وارد بر آن است. هدف محاسبۀ نسبت $\frac{CM}{AB}$ است.



مساحت مثلث $\triangle ABC$ برابر مساحت مربعی به طول ضلع x است؛ بنابراین:

$$\frac{xy}{2} = x^2 \Rightarrow xy = 2x^2 \xrightarrow{x,y>0} y = 2x \Rightarrow AB = 2x$$

$$AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(2x) = x$$

اکنون با استفاده از قضیۀ فیثاغورس در مثلث $\triangle AMC$ ، اندازه CM را به دست می‌آوریم:

$$CM^2 = AM^2 + AC^2 \Rightarrow CM^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow CM = \sqrt{2}x$$

پس نسبت $\frac{CM}{AB}$ برابر است با:

$$\frac{CM}{AB} = \frac{\sqrt{2}x}{2x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow CM = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

$\frac{AE}{AD} = \frac{1}{3} = \frac{AF}{BC} = \frac{AF}{FC} = \frac{EF}{FB}$
 $\frac{EF}{AF} = \frac{x}{y} = \frac{BE}{AC} = \frac{3x}{4y}$
 $BE^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow BE = \sqrt{10}$
 $AC^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}$
 $\Rightarrow \frac{EF}{AF} = \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

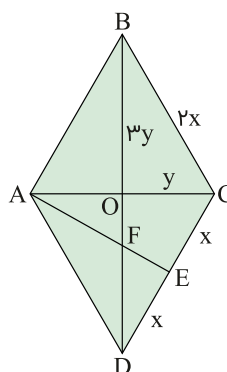
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$(BC)^2 = (2x)^2 = y^2 + 9y^2 = 10y^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}y$$

در هر مثلث برای طول میانه m_a با اضلاع a, b و c داریم: $2m_a^2 + \frac{a^2}{2} = b^2 + c^2$

میانه‌ها به نسبت ۱ به ۲ یکدیگر را قطع می‌کنند. در مثلث ACD ، AE و DO میانه هستند، پس یکدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند. بنابراین:

$$EF = \frac{1}{3}AE$$



$$2AE^2 + \frac{DC^2}{2} = AC^2 + AD^2 \Rightarrow 2AE^2 + \frac{4x^2}{2} = 4y^2 + 4x^2$$

$$\Rightarrow 2AE^2 = 4y^2 + 2x^2 \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{10}}{2}y} 2AE^2 = 4y^2 + 5y^2 = 9y^2$$

$$\Rightarrow AE = \frac{3}{\sqrt{2}}y \xrightarrow{EF=\frac{1}{3}AE} EF = \frac{1}{\sqrt{2}}y$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}y}{2x} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}y}{2 \times \frac{\sqrt{10}}{2}y} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$CF \parallel AB : \frac{CF}{12} = \frac{4}{12} = \frac{DF}{DF+8} \Rightarrow CF = 4, DF = 4$$

پس مثلث‌های ABD و FCD متساوی‌الاضلاع هستند.

$$AC^2 = AB^2 + CB^2 - 2AB \cdot CB \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow AC^2 = 12^2 + 8^2 - 2 \times 12 \times 8 \times \frac{1}{2} = 112 \Rightarrow AC = 4\sqrt{7}$$

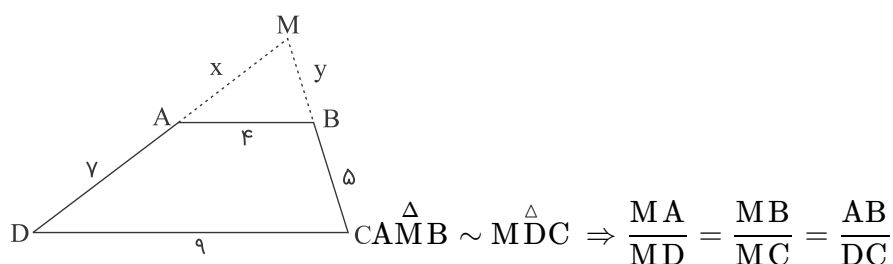
$$\triangle ACF \sim \triangle DFE \Rightarrow \frac{ED}{AC} = \frac{FD}{AF} \Rightarrow \frac{ED}{4\sqrt{7}} = \frac{4}{8} \Rightarrow ED = 2\sqrt{7}$$

نکته (قضیه کسینوس‌ها): در مثلث دلخواه ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

می‌دانیم در دوزنقه $ABCD$ ، دو قاعده AB و DC باهم موازی هستند، بنابراین طبق قضیهٔ اساسی تشابه مثلث‌ها، دو مثلث AMB و MDC متشابه هستند.



بنابراین داریم:

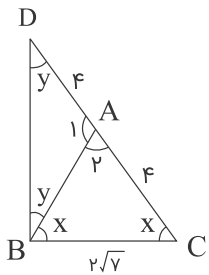
$$\Rightarrow \frac{x}{x+7} = \frac{y}{y+5} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+7} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4x + 28 \Rightarrow 5x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{5} \\ \frac{y}{y+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9y = 4y + 20 \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{5} = 4 \end{cases}$$

حال محیط را به دست می‌آوریم:

$$\triangle AMB \text{ محیط} = x + y + 4 = \frac{28}{5} + 4 + 4 = 8 + \frac{28}{5} = \frac{40 + 28}{5} = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5}$$

ابتدا بر اساس توضیحات صورت سؤال، یک شکل دقیق رسم می‌کنیم:



مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ABD$ متساوی‌الساقین هستند پس:

$$\hat{ABC} = \hat{ACB} = x, \quad \hat{ABD} = \hat{ADB} = y$$

زاویه $\hat{A}_1$ زاویه خارجی مثلث $\triangle ABC$ است و اندازه آن برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش می‌شود؛ یعنی:

$$\hat{A}_1 = x + x = 2x$$

باتوجه به اینکه مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180° است، داریم:

$$\hat{A}_1 + y + y = 180^\circ \Rightarrow 2x + 2y = 180^\circ \Rightarrow 2(x + y) = 180^\circ \Rightarrow x + y = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

بنابراین مثلث $\triangle DBC$ در رأس B قائمه است و می‌توان اندازه ضلع BD را با استفاده از قضیه فیثاغورس محاسبه کرد.

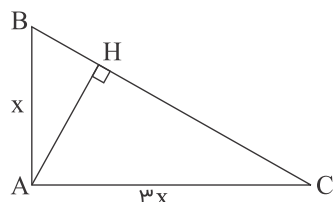
$$CD = AD + AC = 4 + 4 = 8, \quad BC = 2\sqrt{7}$$

$$CD^2 = BD^2 + BC^2 \Rightarrow 8^2 = BD^2 + (2\sqrt{7})^2 \Rightarrow 64 = BD^2 + 28$$

$$\Rightarrow BD^2 = 64 - 28 = 36 \Rightarrow BD = \sqrt{36} = 6$$

گام اول

الف) طول اضلاع قائمه مثلث $\triangle ABC$ را x و $3x$ در نظر می‌گیریم.
 ب) می‌دانیم: "ارتفاع $\times$ قاعده $\times \frac{1}{2}$ = مساحت مثلث"



گام دوم

با استفاده از قضیه فیثاغورس اندازه BC را محاسبه می‌کنیم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow x^2 + 9x^2 = BC^2 \Rightarrow BC^2 = 10x^2 \Rightarrow BC = \sqrt{10}x$$

باتوجه به اینکه مساحت مثلث $\triangle ABC$ برابر ۶۰ واحد مربع است، مقدار x را تعیین می‌کنیم.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} x(3x) = 60 \Rightarrow x^2 = 40 \Rightarrow x = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

می‌توان مساحت مثلث $\triangle ABC$ را با تعریف BC و AH به ترتیب به‌عنوان قاعده و ارتفاع آن چنین نوشت:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = 60$$

بنابراین:

$$\frac{1}{2} AH \times \sqrt{10}(2\sqrt{10}) = 60 \Rightarrow 10AH = 60 \Rightarrow AH = 6$$

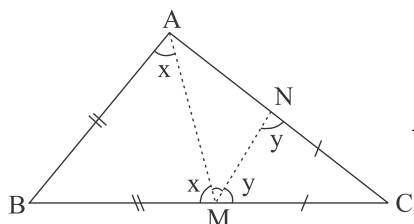
گام اول

الف) مثلث $\triangle MNC$ متساوی الساقین است، پس $\angle MNC = \angle MCN$.

ب) مثلث $\triangle ABM$ متساوی الساقین است، پس $\angle AMB = \angle BAM$.
ج) مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.

گام دوم

باتوجه به گام اول، شکل را تکمیل می‌کنیم:



می‌دانیم $\hat{M}$ یک زاویه نیم‌صفحه است، داریم:

$$\angle AMB + \angle AMN + \angle MNC = x + 43^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow x + y = 180^\circ - 43^\circ = 137^\circ \quad (I)$$

ازطرفی:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABM : \hat{B} + 2x = 180^\circ \\ \triangle CNM : \hat{C} + 2y = 180^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \hat{B} + 2x + \hat{C} + 2y = \hat{B} + \hat{C} + 2(x + y) = 360^\circ$$

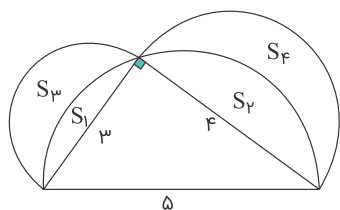
$$\xrightarrow{(I)} \hat{B} + \hat{C} + 274^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 360^\circ - 274^\circ = 86^\circ$$

همچنین در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

$$\hat{B} + \hat{C} + \hat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow 86^\circ + \hat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow \hat{BAC} = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

مساحت قسمت‌های مختلف شکل را به صورت زیر نام‌گذاری می‌کنیم. هدف ما محاسبه $S_3 + S_4$ است. با استفاده از قضیه فیثاغورس طول وتر مثلث برابر است با:

$$\text{وتر مثلث} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$



داریم:

مساحت مثلث قائم‌الزاویه - مساحت نیم‌دایره به قطر 5 $S_1 + S_2 = 5$

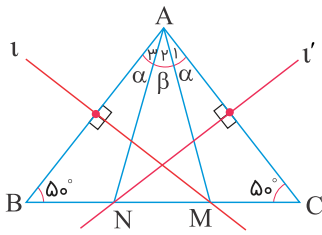
$$S_3 + S_4 = (S_1 + S_2) - (\text{مساحت نیم‌دایره به قطر 4} + \text{مساحت نیم‌دایره به قطر 3})$$

بنابراین:

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{25}{4}\right) - 6 = \frac{25\pi}{8} - 6$$

$$S_3 + S_4 = \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{25\pi}{8} - 6\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(\frac{9}{4}\right) + \frac{\pi}{2} (4) - \frac{25\pi}{8} + 6 = \frac{9\pi}{8} + 2\pi - \frac{25\pi}{8} + 6 = 6$$



طبق فرض، $AB = AC$ ، پس $\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = 50^\circ$ می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است، پس $MA = MB$ و $NA = NC$ یعنی مثلث‌های MAB و NAC متساوی‌الساقین‌اند. در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 50^\circ \\ \hat{A}_2 + \hat{A}_3 &= 50^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_3 = \alpha$$

حال با فرض $\hat{A}_2 = \beta$ داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 180^\circ \\ \alpha + \beta = 50^\circ \end{cases} \Rightarrow \beta = 20^\circ$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

$$3y = 5x \Rightarrow y = \frac{5}{3}x$$

$$EC = 1/2y = \frac{12}{10} \times \frac{5}{3}x = 2x$$

$$FH = y = \frac{5}{3}x$$

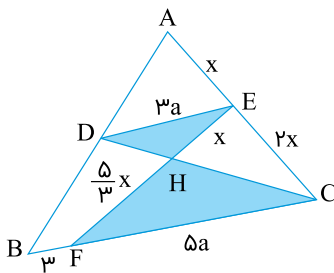
دو مثلث DHE و HFC با هم متشابه‌اند، پس:

$$\frac{FH}{HE} = \frac{FC}{DE} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{DE}{FC} \Rightarrow \frac{DE}{FC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} DE = 3a \\ FC = 5a \end{cases}$$

در مثلث ABC قضیه تالس را اعمال می‌کنیم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{3a}{3+5a} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 9a = 3 + 5a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$BC = 3 + 5a = 3 + 5 \times \frac{3}{4} = 3 + \frac{15}{4} = 3 + 3\frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

دو مثلث AED و ABC به حالت دو زاویه متشابه‌اند، زیرا: $\hat{A} = \hat{A}$, $\hat{C} = \hat{AED}$
حال نسبت تشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{2}{x+1} \Rightarrow x^2 + x = 30 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

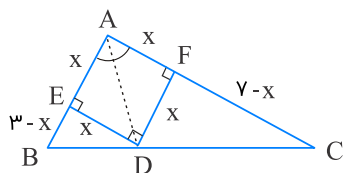
$$\Rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

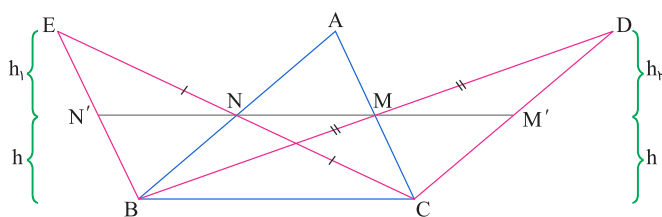
نقطه D روی نیمساز قرار دارد، بنابراین از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. پس: $DE = DF$
 $\hat{A} = 90^\circ$ و $DE = DF$ ، بنابراین چهار ضلعی AEDF مربع است. پس: $AE \parallel FD$
طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{FD}{AB} = \frac{FC}{AC} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y-x}{y} \Rightarrow yx = 31 - 3x \Rightarrow 10x = 31 \Rightarrow x = 3.1$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{2}x = 3.1\sqrt{2}$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

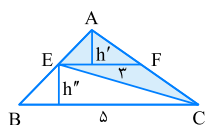


مثلث‌های EBC و DBC دارای قاعده‌های یکسان BC هستند. پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت ارتفاع‌ها است. پاره خط NM را از طرفین امتداد می‌دهیم تا ضلع‌های EB و DC را قطع کند.

$$\begin{aligned} \triangle EBC : \frac{EN}{EC} = \frac{NN'}{BC} &\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_1}{h + h_1} \Rightarrow 2h_1 = h + h_1 \Rightarrow h_1 = h \\ \triangle DBC : \frac{DM}{DB} = \frac{MM'}{BC} &\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_2}{h + h_2} \Rightarrow 2h_2 = h + h_2 \Rightarrow h_2 = h \\ &\Rightarrow h_1 = h_2 \end{aligned}$$

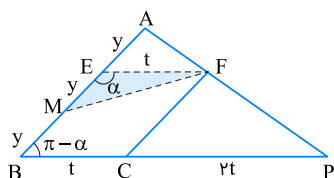
پس این دو مثلث ارتفاع‌های برابری دارند و مساحت آن‌ها باهم برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷



$$\begin{aligned} \frac{EF}{BC} &= \frac{3}{5} \\ \frac{S_{\triangle BEC}}{S_{BCFE}} &= \frac{\frac{1}{2} \times 5 \times h''}{\frac{1}{2} \times (3 + 5) \times h''} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{BCFE}} = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \\ \text{نسبت تشابه : } \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} &= \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{BCFE}} = \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF}} \\ &= \frac{S_{\triangle AEF}}{\frac{25}{9}S_{\triangle AEF} - S_{\triangle AEF}} = \frac{1}{\frac{25}{9} - 1} = \frac{1}{\frac{16}{9}} = \frac{9}{16} \\ \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEC}}{S_{BCFE}} &= \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{BCFE}} + \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{BCFE}} = \frac{3}{8} + \frac{9}{16} = \frac{15}{16} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶



$$PC = \frac{2}{3}PB \Rightarrow \frac{PC}{PB} = \frac{2}{3} = \frac{2t}{3t} \Rightarrow \begin{cases} PC = 2t \\ BC = t \end{cases}$$

$$EF \parallel BP \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BP} = \frac{t}{3t} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{y}{3y} = \frac{1}{3}$$

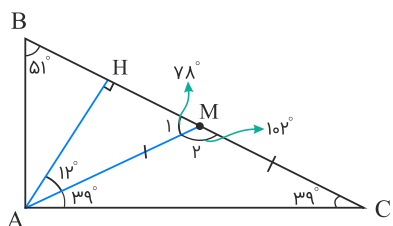
$$\Rightarrow \begin{cases} AE = y \\ AB = 3y \end{cases} \Rightarrow EB = 2y \Rightarrow EM = MB = y$$

نسبت مساحت دو مثلث را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{S_{EFM}}{S_{ABP}} = \frac{\frac{1}{2} \times EF \times EM \times \sin \alpha}{\frac{1}{2} \times AB \times BP \times \sin(\pi - \alpha)} = \frac{EF \times EM}{AB \times BP} = \frac{t \times y}{3t \times 3y} = \frac{1}{9}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.



بنابراین باتوجه به نکته مثلث AMC متساوی الساقین است.

$$\triangle AHM : \hat{M}_1 = 180 - (90 + 12) = 78^\circ$$

$$\triangle AMC : \hat{M}_2 = 180 - 78 = 102, \hat{MAC} = \hat{C} = \frac{180 - 102}{2} = 39^\circ$$

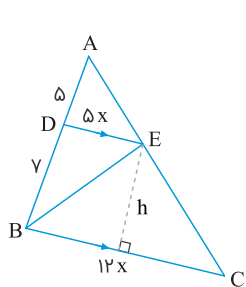
$$\triangle ABC : \hat{A} = 90 \Rightarrow \hat{B} = 90 - 39 = 51^\circ$$

پس کوچک‌ترین زاویه مثلث ABC برابر با ۳۹ درجه است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

قاعده هر دو مثلث DE است و ارتفاع هر دو یکسان است، پس مساحت‌های برابر دارند.

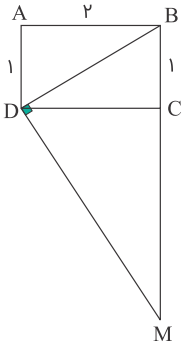
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱



$$\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times BC}{\frac{1}{2} \times h \times DE} = \frac{BC}{DE} = \frac{12x}{5x} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

راه حل اول: باتوجه به توضیحات صورت سؤال، شکلی ساده و دقیق رسم می کنیم:



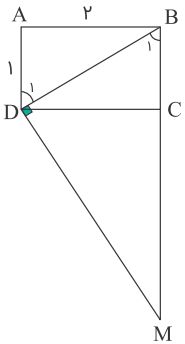
هدف محاسبه MB است. BD قطر مستطیل است، با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow BD = \sqrt{5}$$

با استفاده از رابطه طولی در مثلث BDM داریم:

$$BD^2 = MB \cdot BC \Rightarrow (\sqrt{5})^2 = MB \times 1 \Rightarrow MB = 5$$

راه حل دوم:



هدف محاسبه MB است. BD قطر مستطیل است، با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow BD = \sqrt{5}$$

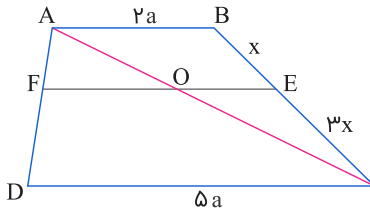
دو مثلث قائم الزاویه $\triangle BAD$ و $\triangle BDM$ متشابه هستند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{BDM} = 90^\circ \\ AD \parallel BC \\ \text{مورب BD} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow \triangle BAD \sim \triangle BDM$$

در دو مثلث متشابه، نسبت اضلاع متناظر برابر است بنابراین:

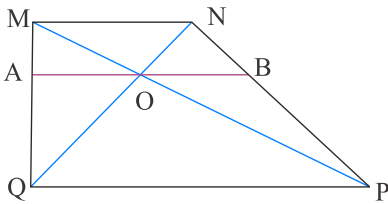
$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{MB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{MB} \Rightarrow MB = (\sqrt{5})^2 = 5$$

رأس A را به C وصل می‌کنیم:



$$\begin{aligned} \triangle ADC : \frac{AF}{AD} &= \frac{OF}{CD} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{OF}{5a} \Rightarrow OF = \frac{1}{5}a \\ \triangle ABC : \frac{CE}{CB} &= \frac{OE}{AB} \Rightarrow \frac{3x}{4x} = \frac{OE}{2a} \Rightarrow OE = \frac{3}{2}a \\ EF &= OF + OE = \frac{1}{5}a + \frac{3}{2}a = \frac{11}{10}a \\ \Rightarrow \frac{EF}{CD} &= \frac{\frac{11}{10}a}{5a} = \frac{11}{50} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷



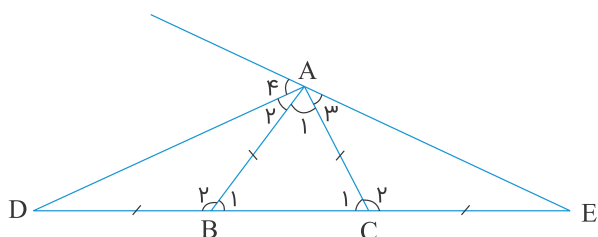
نکته: طبق قضیه تالس در دوزنقه داریم $\frac{AQ}{QM} = \frac{BP}{PN}$ ، سپس با ترکیب نسبت در مخرج نتیجه می‌گیریم: $\frac{AQ}{QM} = \frac{BP}{PN}$ باتوجه به تعمیم قضیه تالس در دو مثلث QMN و PMN داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{OA}{MN} &= \frac{AQ}{QM} \\ \frac{OB}{MN} &= \frac{BP}{PN} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\div} \frac{OA}{OB} = \underbrace{\frac{AQ}{QM} \times \frac{PN}{BP}}_1 \Rightarrow \frac{OA}{OB} = 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

گام اول

الف) مثلث $\triangle ADE$ را بر اساس توضیحات صورت سؤال رسم می‌کنیم:



ب) $AB = AC = CE = BD$

ج) کوچک‌ترین زاویه خارجی در هر مثلث، مکمل بزرگ‌ترین زاویه داخلی است.

گام دوم

مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است؛ بنابراین $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$ ، در نتیجه مکمل آن‌ها نیز برابر است؛ یعنی $\hat{B}_2 = \hat{C}_2$ است. از طرفی طبق قسمت (ب) از گام اول، $AB = AC$ و $CE = BD$ است؛ بنابراین دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle ACE$ به حالت (ض‌ض‌ض) هم‌نهشت هستند.

$$\left. \begin{array}{l} CE = BD \\ \hat{B}_2 = \hat{C}_2 \\ AB = AC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض‌ض‌ض}} \triangle ABD \cong \triangle ACE$$

در نتیجه زوایای $\hat{D}$ و $\hat{E}$ باهم برابر و هردو زوایای کوچک داخلی مثلث $\triangle ADE$ محسوب می‌شوند.

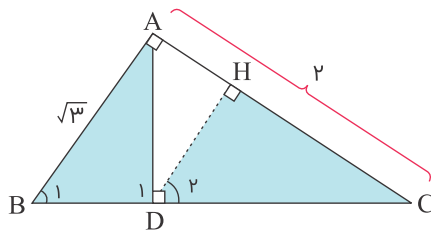
$$\triangle ABD \text{ متساوی‌الساقین} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{D} = \alpha \xrightarrow{\hat{D}=\hat{E}} \hat{D} = \hat{E} = \alpha$$

$\hat{A}_4$ کوچک‌ترین زاویه خارجی مثلث $\triangle ADE$ است پس اندازه آن با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش برابر می‌شود:

$$\hat{A}_4 = \hat{D} + \hat{E} = \alpha + \alpha = 2\alpha$$

بنابراین کوچک‌ترین زاویه خارجی مثلث، ۲ برابر کوچک‌ترین زاویه داخلی آن است.

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $\triangle ABC$ داریم:



$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow 3 + 4 = BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DH, \text{ مورب } BC \Rightarrow \widehat{D}_2 = \widehat{B}_1 \\ \widehat{D}_1 = \widehat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle HCD$$

طبق روابط طولی در مثلث $\triangle ABC$ نتیجه می‌گیریم:

$$AC^2 = BC \times CD$$

$$\Rightarrow 4 = \sqrt{7} \times CD \Rightarrow CD = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

بنابراین نسبت تشابه دو مثلث ABD و HCD برابر است با:

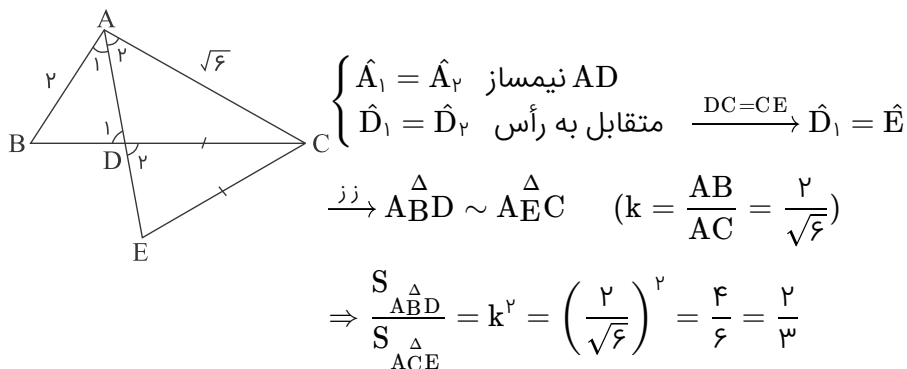
$$K = \frac{\frac{4}{\sqrt{7}}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{21}}$$

می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر است با مجذور نسبت تشابه، پس داریم:

$$\frac{S_{\triangle HCD}}{S_{\triangle ABD}} = K^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{21}} \right)^2 = \frac{16}{21}$$

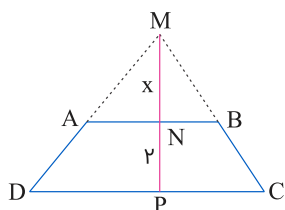
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

طبق شکل داریم:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

مطابق شکل، چون در مثلث MDC پاره خط AB موازی ضلع CD از این مثلث است، پس $\triangle MAB \sim \triangle MDC$.

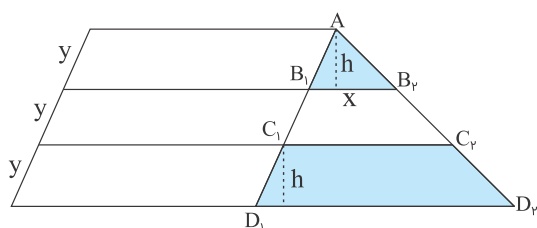


بنابراین نسبت دو ضلع نظیر و موازی AB و CD از این دو مثلث، برابر نسبت ارتفاع نظیر این دو ضلع است، پس:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{MP} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow MP = 4 + 2 = 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

فرض کنید $B_1B_2 = x$ باشد. در این صورت داریم:

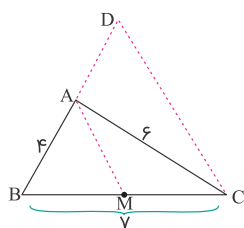


$$\triangle AC_1C_2 : \frac{AB_1}{AC_1} = \frac{x}{C_1C_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{C_1C_2} \Rightarrow C_1C_2 = 2x$$

$$\triangle AD_1D_2 : \frac{AB_1}{AD_1} = \frac{x}{D_1D_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{D_1D_2} \Rightarrow D_1D_2 = 3x$$

$$\frac{S_{AB_1B_2}}{S_{C_1C_2D_1D_2}} = \frac{\frac{1}{2} \times x \times h}{\frac{1}{2} (2x + 3x)h} = \frac{1}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

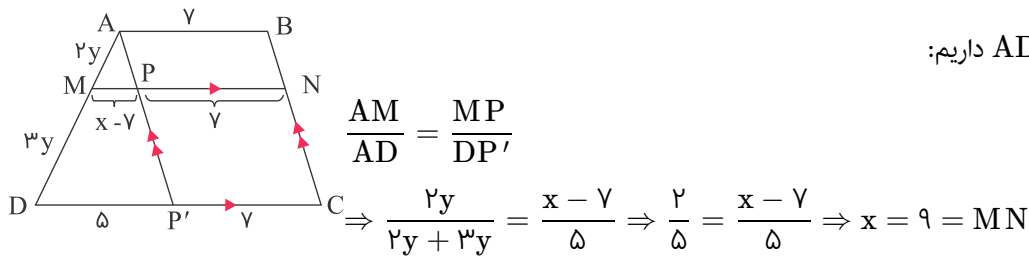


در مثلث BDC می‌دانیم $AM \parallel CD$ است. به کمک رابطه تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{BA}{BD} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{4}{BD} = \frac{1}{2} \Rightarrow BD = 8$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

در دوزنقه ABCD از نقطه A خطی موازی با خط BC رسم می‌کنیم و محل برخورد آن را با MN و DC به ترتیب P و P' می‌نامیم.



با استفاده از تعمیم تالس در مثلث ADP' داریم:

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

با دو بار نوشتن تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\begin{cases} \triangle ACF : BE \parallel CF \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \\ \triangle ADF : CE \parallel DF \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AF} \end{cases}$$

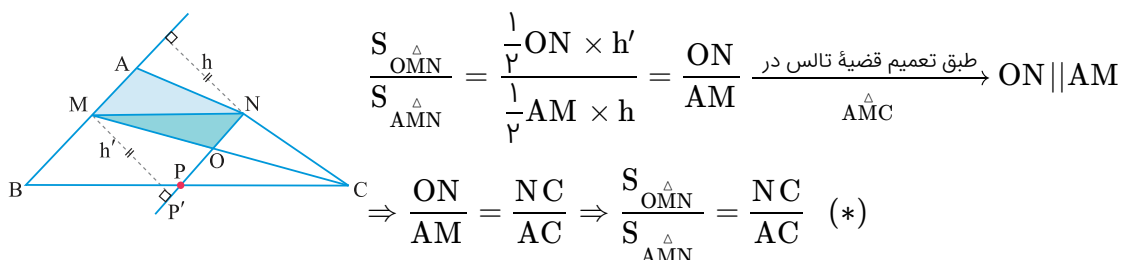
$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AB \times AD = AC^2$$

$$\Rightarrow (5 + 3)^2 = 5AD \Rightarrow AD = 12/5$$

$$\Rightarrow CD = 12/5 - (5 + 3) = 4/5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

چون MNPB متوازی الاضلاع است، پس دو ضلع MB و PN موازی بوده و فاصله‌شان از هم ثابت است، یعنی $h = h'$.



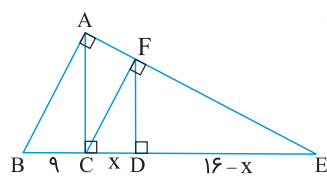
همچنین از $MN \parallel BC$ داریم $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{3}{5}$ و از $\frac{AN}{NC} = \frac{3}{5}$ داریم:

$$\frac{NC}{AN} = \frac{5}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{NC}{AN + NC} = \frac{5}{3 + 5} = \frac{5}{8} = \frac{NC}{AC}$$

پس طبق (*) نسبت مساحت خواسته شده $\frac{5}{8}$ یا همان ۶۲.۵٪ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

مطابق شکل، از اینکه $AB \perp AE$ و $CF \perp AE$ نتیجه می‌شود $AB \parallel CF$. همچنین روی ضلع BE در بزرگ‌ترین مثلث، چهار نقطه وجود دارد. پس با دو بار نوشتن تعمیم قضیه تالس داریم:



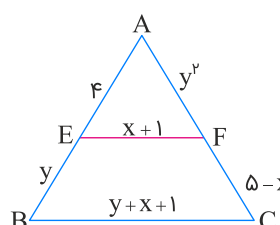
$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ACE : FD \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EF}{EA} = \frac{ED}{EC} \\ \triangle ABE : CF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EF}{EA} = \frac{EC}{EB} \end{array} \Rightarrow \frac{ED}{EC} = \frac{EC}{EB} \right.$$

$$\Rightarrow EC^2 = ED \times EB \Rightarrow (16 - x + x)^2 = (16 - x)(16 - x + x + 9)$$

$$\Rightarrow 256 = (16 - x) \times 25 \Rightarrow x = 5/76$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

چون $EF \parallel BC$ ، طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

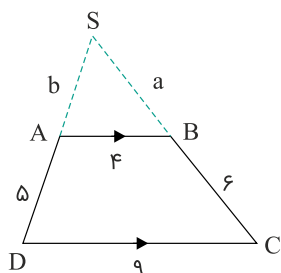


$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{4}{y+x+1} = \frac{4}{y+4} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{x+1}{y} = \frac{4}{y} \Rightarrow x+1=4 \Rightarrow x=3 \quad (*)$$

$$\text{تالس } \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \xrightarrow{(*)} \frac{4}{y} = \frac{y^2}{2} \Rightarrow y^3 = 8 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow y - 2x = 2 - 6 = -4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

مطابق شکل، ساق‌های دوزنقه ABCD به طول اضلاع $AB = ۴$ ، $CD = ۹$ ، $AD = ۵$ و $BC = ۶$ را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در S قطع کنند.



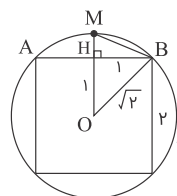
$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9b = 4b + 20 \Rightarrow b = 4 \\ \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9a = 4a + 24 \Rightarrow a = 4/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث SAB} = 4 + 4/5 + 4 = 12/5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴



$$HB = 1, \quad MH = OM - OH$$

هدف محاسبه اندازه MB است. در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle MHB$ داریم:

برای محاسبه MH، ابتدا لازم است با استفاده از قضیه فیثاغورس شعاع دایره را به دست آوریم:

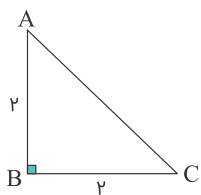
$$OB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow OM = OB = \sqrt{2} \Rightarrow MH = \sqrt{2} - 1$$

اکنون با استفاده از قضیه فیثاغورس اندازه MB را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} MB^2 &= MH^2 + HB^2 \Rightarrow MB^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 + 1^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 1 = 4 - 2\sqrt{2} \\ \Rightarrow MB &= \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

ابتدا مثلث قائم الزاویه و متساوی الساقین $\triangle ABC$ به ضلع قائم ۲ واحد را رسم می‌کنیم.



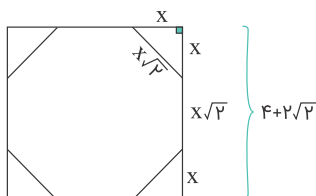
محیط این مثلث برابر طول ضلع یک مربع است. با استفاده از قضیه فیثاغورس اندازه ضلع AC و سپس محیط مثلث $\triangle ABC$ را محاسبه می‌کنیم.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط مثلث} = 2 + 2 + 2\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2}$$

پس طول ضلع مربع موردنظر برابر $4 + 2\sqrt{2}$ است.

می‌خواهیم با حذف گوشه‌های این مربع، یک هشت ضلعی منتظم را درون آن محاط کنیم. اگر اندازه اضلاع قائمه چهار مثلث گوشه‌ای را x در نظر بگیریم، طول ضلع هشت ضلعی منتظم با استفاده از قضیه فیثاغورس برابر $x\sqrt{2}$ می‌شود.



باتوجه به اینکه طول ضلع مربع برابر $4 + 2\sqrt{2}$ است، مقدار x را حساب می‌کنیم:

$$x + x + x\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2} \Rightarrow 2x + x\sqrt{2} = 4 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 2$$

برای محاسبه مساحت هشت ضلعی منتظم، کافی است مساحت چهار مثلث گوشه‌ای را از مساحت مربع کم کنیم:

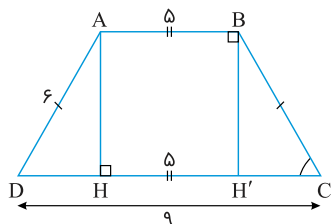
$$S_{\text{مربع}} = (4 + 2\sqrt{2})^2$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

پس مساحت هشت ضلعی برابر است با:

$$S_{\text{هشت ضلعی}} = S_{\text{مربع}} - (4 \times S_{\text{مثلث}}) = (4 + 2\sqrt{2})^2 - 8 = 16 + 16\sqrt{2} + 8 - 8 = 16 + 16\sqrt{2}$$

مطابق شکل نصف تفاضل دو قاعده در دوزنقه متساوی الساقین عبارت است از دو مثلث قائم الزاویه.

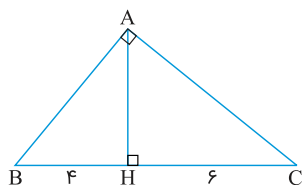


$$DH = \frac{9 - 5}{2} = 2 \Rightarrow \triangle ADH : AH = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

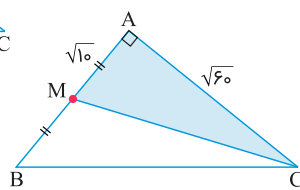
$$\Rightarrow S = \frac{AB + CD}{2} \times AH = \frac{5 + 9}{2} \times 4\sqrt{2} = 28\sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

می‌دانیم در هر مثلث بزرگ‌ترین میانه نظیر کوچک‌ترین ضلع است یعنی از رأس روبروی آن ضلع به وسط آن ضلع می‌رسد.



در شکل فوق AB کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC است:



$$AB^2 = BH \times BC = 4(10) \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow AM = BM = \frac{AB}{2} = \sqrt{10}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 6(10) \Rightarrow AC = \sqrt{60}$$

$$\triangle AMC : MC^2 = AC^2 + AM^2 = 60 + 10 \Rightarrow MC = \sqrt{70}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

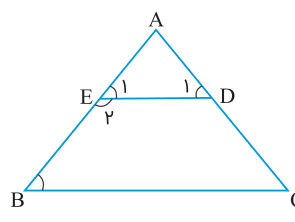
$$\triangle OCD \sim \triangle OEF \Rightarrow \frac{3}{OC} = \frac{y}{6} = \frac{1}{y} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ OC = 6 \end{cases}$$

$$\triangle OAB : \frac{y}{2x} = \frac{6}{x+6} \xrightarrow{y=2} \frac{2}{2x} = \frac{6}{x+6} \Rightarrow 2x = x+6 \Rightarrow x = \frac{6}{3}$$

$$\triangle OAB : \frac{y}{2x} = \frac{OC}{OC+AC} \Rightarrow \frac{2}{\frac{6}{3}} = \frac{6}{6+AC} \Rightarrow 6+AC = 12 \Rightarrow AC = 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

مطابق شکل و طبق فرض $\hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ$ و چون $\hat{E}_1 = \hat{C}$ پس $\hat{E}_2 + \hat{C} = 180^\circ$ و چون زاویه A در هر دو مثلث ABC و AED مشترک است، پس $\hat{D}_1 = \hat{B}$ و دو مثلث مذکور متشابه‌اند؛ و لذا داریم:



$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{20}{12} \Rightarrow k = \frac{5}{3}$$

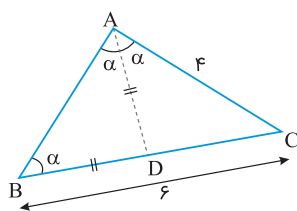
$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE}} = \frac{25}{25-9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\text{چهار ضلعی}}} = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{S_{\text{چهار ضلعی}}}{S_{\triangle ABC}} = 0.64$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

مطابق شکل با فرض $\hat{B} = \alpha$ داریم $\hat{A} = 2\hat{B} = 2\alpha$. پس با رسم نیمساز زاویه A ، این زاویه به دو قسمت مساوی تقسیم می‌شود که هرکدام α است و داریم $AD = BD$. حال در دو مثلث ABC و ADC داریم:



$$\begin{cases} \hat{DAC} = \hat{B} = \alpha \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \hat{ADC} = \hat{A} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADC$$

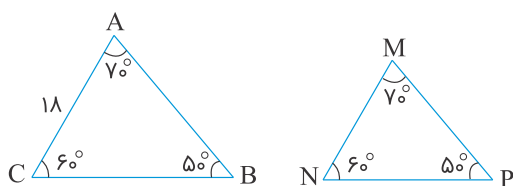
$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC} \xrightarrow{AD=BD} \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{6}{DC} \Rightarrow DC = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \Rightarrow BD = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

حال طبق $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$ داریم $\frac{4}{\frac{10}{3}} = \frac{6}{\frac{8}{3}}$ پس $AB = 5$.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

در مثلث ABC داریم $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 60^\circ$ و در مثلث MNP داریم $\hat{P} = 180^\circ - (\hat{M} + \hat{N}) = 50^\circ$. پس دو مثلث ABC و MNP با داشتن زاویه‌های مساوی متشابه‌اند. با کمی دقت متوجه می‌شویم که در مثلث ABC ضلع AB روبه‌روی زاویه $\hat{C} = 60^\circ$ است و در مثلث MNP ضلع MP روبه‌روی زاویه $\hat{N} = 60^\circ$ است. پس این دو ضلع نظیر هم هستند. بنابراین:



$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = \left(\frac{AB}{MP}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{18}{MP}\right)^2$$

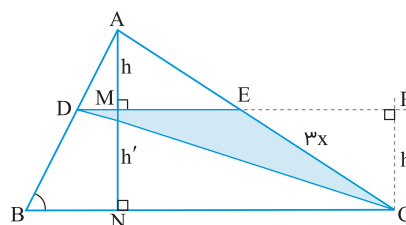
$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{18}{MP} \Rightarrow MP = 12$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

$$\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{AD}{AB - AD} = \frac{3}{7 - 3}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{3}{4} \xrightarrow[\text{تالس}]{DE \parallel BC} \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{4}$$

از طرفی نتیجه می‌گیریم $\frac{AE}{EC} = \frac{h}{h'}$ ، یعنی $\frac{h}{h'} = \frac{3}{4}$ چون مثلث‌های AME و ECP متشابه‌اند. پس:



$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{\frac{1}{2}DE \times h}{\frac{1}{2}DE \times h'} = \frac{h}{h'} = \frac{3}{4} = 75\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

در شکل داده‌شده دو زاویه متقابل به رأس و در نتیجه مساوی داریم، پس اگر دو مثلث متشابه باشند، باید اضلاع این زاویه‌های مساوی هم متناسب باشند. حال چون $9 < 12$ و $x - 2 < x$ ، پس اضلاع کوچک‌تر بر هم و اضلاع بزرگ‌تر نیز بر یکدیگر تقسیم می‌شوند.

$$\frac{9}{x-2} = \frac{12}{x} \Rightarrow 9x = 12x - 24 \Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow \text{نسبت مساحت‌ها} = k^2 = \left(\frac{x-2}{9}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$\downarrow$
 $x=8$

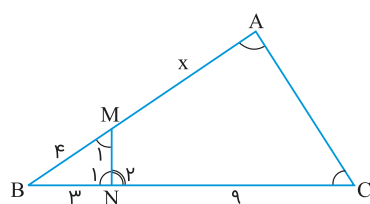
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

$$\text{نسبت مساحت‌ها کوچک به بزرگ} = k^2 = \frac{49}{128} \Rightarrow k = \frac{7}{8\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ضلع مثلث کوچک‌تر}}{\text{ضلع مثلث بزرگ‌تر}} = \frac{7}{8\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{21}{x} = \frac{7}{8\sqrt{2}} \Rightarrow x = 24\sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

ابتدا ثابت می‌کنیم دو مثلث کوچک و بزرگ متشابه‌اند:



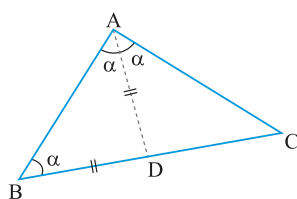
$$\begin{cases} \text{MNCA} : \hat{N}_2 + \hat{A} = 180^\circ \\ \hat{N}_1 + \hat{N}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{N}_1$$

بنابراین می‌توان گفت دو مثلث ABC و BMN متشابه‌اند (زیرا $\hat{A} = \hat{N}_1$ و $\hat{B} = \hat{B}$ و در نتیجه $\hat{C} = \hat{M}_1$) پس:

$$\frac{AB}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{BC}{BM} \Rightarrow \frac{x+4}{3} = \frac{3+9}{4} \Rightarrow x = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

مطابق شکل فرض می‌کنیم $\hat{B} = \alpha$ باشد، در این صورت $\hat{A} = 2\alpha$ ، پس با رسم نیمساز زاویه $\hat{A}$ ، این زاویه به دو قسمت تبدیل می‌شود که هرکدام با α برابر است. پس دو مثلث ABC و ADC به حالت تساوی دو زاویه ($\hat{DAC} = \hat{B} = \alpha$, $\hat{C} = \hat{C}$) باهم متشابه‌اند. با نوشتن نسبت تشابه داریم: (چون مثلث ABD متساوی‌الساقین است، پس $AD = BD$)

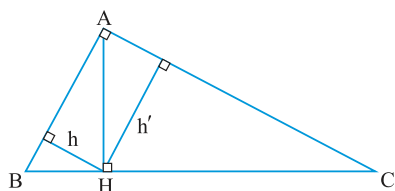


$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC} \xrightarrow{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}} \frac{BC}{AD=BD} \rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{AB+AC}{BD+DC}$$

$$\xrightarrow{BD+DC=BC} \frac{a}{b} = \frac{c+b}{a} \Rightarrow a^2 = bc + b^2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = bc$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸



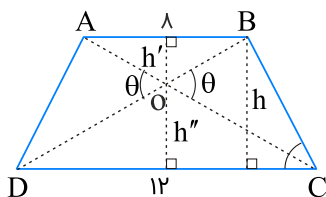
$$S_{\triangle ABC} = \frac{6}{\sqrt{6}} S_{\triangle ABH} \Rightarrow S_{\triangle ABH} + S_{\triangle ACH} = \frac{6}{\sqrt{6}} S_{\triangle ABH}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACH} = \frac{5}{\sqrt{6}} S_{\triangle ABH} \xrightarrow{\triangle ACH \sim \triangle ABH} \text{نسبت مساحت‌ها} = k^2 = \frac{5}{\sqrt{6}} \Rightarrow k = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{2}{4} = \frac{12}{5} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{5}{12}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

دو مثلث $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ باهم متشابه‌اند.



$$\frac{h'}{h''} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{h'}{h''} = \frac{\lambda}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow h'' = \frac{3}{2} h'$$

$$h' + h'' = 10 \Rightarrow h' + \frac{3}{2} h' = 10 \Rightarrow h' = 4 \Rightarrow h'' = 6$$

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow OB \times OC = OA \times OD (*)$$

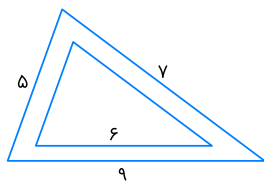
مساحت دو مثلث $\triangle OBC$ و $\triangle OAD$ باهم برابرند زیرا:

$$\begin{cases} S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OB \times OC \times \sin \theta \\ S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} OA \times OD \times \sin \theta \end{cases} \xrightarrow{(*)} S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAD}$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABCD} &= S_{\triangle ODC} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAD} \\ &\Rightarrow \frac{(\lambda + 12) \times 10}{2} = \frac{6 \times 12}{2} + \frac{4 \times \lambda}{2} + 2 S_{\triangle OBC} \\ &\Rightarrow 100 = 36 + 16 + 2 S_{\triangle OBC} \Rightarrow S_{\triangle OBC} = \frac{48}{2} = 24 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

طبق توضیحات صورت سؤال، شکلی به صورت زیر رسم می‌کنیم:



چون اضلاع دو مثلث موازی یکدیگرند، پس دو مثلث متشابه هستند. می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه آن‌ها است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{مساحت مثلث بزرگ تر}}{\text{مساحت مثلث کوچک تر}} = \frac{S}{S'} = \left(\frac{9}{6}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

نسبت مساحت محدود به این دو مثلث به مساحت مثلث کوچک‌تر برابر است با:

$$\frac{S - S'}{S'} = \frac{S}{S'} - \frac{S'}{S'} = \frac{S}{S'} - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} = 1/25$$

گام اول

الف) چهار ضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است پس داریم:

$$MN \parallel BP \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

$$NP \parallel MB \Rightarrow NP \parallel AB \Rightarrow \triangle NPC \sim \triangle ABC$$

ب) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر مجذور نسبت تشابه اضلاع است.

گام دوم

طبق گام اول، $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ است. با توجه به اینکه $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$ ، نسبت تشابه دو مثلث و سپس نسبت مساحت آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{MA}{AB} = \frac{MA}{MA + MB} = \frac{1}{\frac{MA + MB}{MA}} = \frac{1}{1 + \frac{MA}{MB}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{4}{25} S_{\triangle ABC}$$

چون $MN \parallel BC$ است، با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{NC}{AN} = \frac{2}{3}$$

$$\triangle NPC \sim \triangle ABC$$

است پس نسبت تشابه آن‌ها برابر است با:

$$\frac{NC}{AC} = \frac{NC}{AN + NC} = \frac{1}{\frac{AN + NC}{NC}} = \frac{1}{\frac{NC}{AN} + 1} = \frac{1}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

حال نسبت مساحت‌های این دو مثلث را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{\triangle NPC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{\triangle NPC} = \frac{9}{25} S_{\triangle ABC}$$

با توجه به نسبت‌های بالا، مساحت متوازی الاضلاع $MNPB$ را برحسب مساحت مثلث $\triangle ABC$ می‌نویسیم. داریم:

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle AMN} + S_{\triangle NPC} + S_{MNPB} \\ \Rightarrow S_{\triangle ABC} &= \frac{4}{25} S_{\triangle ABC} + \frac{9}{25} S_{\triangle ABC} + S_{MNPB} \\ \Rightarrow S_{MNPB} &= \frac{12}{25} S_{\triangle ABC} = \frac{48}{100} S_{\triangle ABC} \end{aligned}$$

پس مساحت متوازی الاضلاع ۴۸ درصد مساحت مثلث $\triangle ABC$ است.

گام اول

الف) دو مثلث قابل انطباق نیستند یعنی دو مثلث باهم برابر یا همنهشت نیستند؛ بنابراین حق نداریم کوچکترین ضلع مثلث با اضلاع a و b و ۳ را برابر ۳ در نظر بگیریم (اگر کوچکترین ضلع مثلث اول را ۳ در نظر بگیریم، با توجه به اینکه دو مثلث متشابه‌اند، نسبت تشابه آنها برابر $\frac{۳}{۳} = ۱$ می‌شود و باید مقدار a و b برابر ۴ و ۵ باشد که در این صورت دو مثلث برهم منطبق می‌شوند) پس کوچکترین ضلع این مثلث a یا b است. (ب) می‌دانیم نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه است.

گام دوم

محیط مثلث دوم برابر است با:

$$۳ + ۴ + ۵ = ۱۲$$

نسبت تشابه دو مثلث می‌تواند $\frac{۳}{۴}$ یا $\frac{۳}{۵}$ باشد. اگر نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۴}$ باشد، محیط مثلث اول برابر است با:

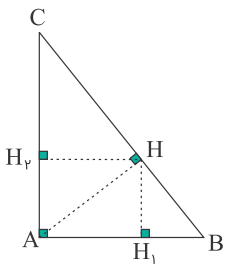
$$\text{محیط مثلث اول} = ۱۲ \times \frac{۳}{۴} = ۳ \times ۳ = ۹$$

و اگر نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۵}$ باشد، داریم:

$$\text{محیط مثلث اول} = ۱۲ \times \frac{۳}{۵} = ۷/۲$$

بنابراین بیشترین محیط مثلث اول برابر ۹ است.

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث را به دو مثلث متشابه تقسیم می‌کند؛ یعنی مثلث‌های ABH و ACH باهم متشابه‌اند.



$$\frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC) - S(\triangle ABH)} = \frac{1}{5-1} \Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ACH)} = \frac{1}{4}$$

بنابراین نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{1}{۴}$ و نسبت تشابه دو مثلث $\frac{1}{۲}$ است. در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها همان نسبت تشابه است. در نتیجه

$$\frac{HH_1}{HH_2} = \frac{1}{۲} \quad \text{داریم:}$$

چهار ضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است؛ بنابراین $MN \parallel PB$ است. با استفاده از قضیه تالس می‌توان نوشت:

$$MN \parallel BP \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{7}{10}$$

همچنین $NO \parallel AM$ است پس دو مثلث $\triangle NOC$ و $\triangle AMC$ نیز متشابه می‌شود. می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است؛ بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle NOC}}{S_{\triangle AMC}} = \frac{49}{100} \Rightarrow S_{\triangle NOC} = \frac{49}{100} S_{\triangle AMC} \quad (I)$$

مساحت دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle AMC$ را می‌توان چنین نوشت:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A}$$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} AM \cdot AC \cdot \sin \hat{A}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle AMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{10} \Rightarrow S_{\triangle AMC} = \frac{3}{10} S_{\triangle ABC} \quad (II)$$

با استفاده از دو رابطه (I) و (II) داریم:

$$S_{\triangle NOC} = \frac{49}{100} \times \frac{3}{10} S_{\triangle ABC} = \frac{147}{1000} S_{\triangle ABC} \quad (III)$$

از طرفی چون $MN \parallel BP$ است پس دو مثلث $\triangle AMN$ و $\triangle ABC$ متشابه می‌شود و نسبت مساحت آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است؛ بنابراین:

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB} \right)^2 = \frac{9}{100} \Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{9}{100} S_{\triangle ABC} \quad (IV)$$

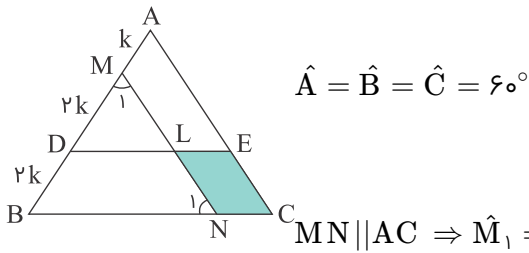
اکنون با استفاده از روابط (II) و (III) و (IV) داریم:

$$\frac{S_{\triangle OMN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{S_{\triangle AMC} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle NOC}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{\left(\frac{3}{10} - \frac{9}{100} - \frac{147}{1000} \right) S_{\triangle ABC}}{\frac{9}{100} S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{63}{1000}}{\frac{9}{100}} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10}$$

پس مساحت مثلث $\triangle OMN$ ، ۷۰ درصد مساحت مثلث $\triangle AMN$ است.

شکل را به صورت زیر نام گذاری می کنیم:

مثلث $\triangle ABC$ متساوی الاضلاع است؛ بنابراین:



$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$$

چون NLEC متوازی الاضلاع است، داریم:

$$MN \parallel AC \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A} = 60^\circ, \hat{N}_1 = \hat{C} = 60^\circ \Rightarrow \triangle MBN \text{ متساوی الاضلاع است} \Rightarrow BN = 4k$$

هر دو مثلث $\triangle MBN$ و $\triangle ABC$ متساوی الاضلاع هستند در نتیجه با هم متشابه اند. می دانیم نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه آن دو مثلث است؛ بنابراین:

$$\triangle MBN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle MBN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{4k}{4k}\right)^2 = \left(\frac{4}{4}\right)^2 = \frac{16}{16} \Rightarrow S_{\triangle MBN} = \frac{16}{16} S_{\triangle ABC}$$

همچنین

$$DL \parallel BN \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} = 60^\circ, \hat{L} = \hat{N}_1 = 60^\circ \Rightarrow \triangle MDL \text{ متساوی الاضلاع است} \Rightarrow ML = 2k$$

به طریق مشابه ثابت می شود که $\triangle ADE$ نیز متساوی الاضلاع و $AE = 3k$ است؛ بنابراین دو مثلث $\triangle MDL$ و $\triangle MBN$ و دو مثلث $\triangle MDL$ و $\triangle ADE$ با هم متشابه اند و داریم:

$$\triangle MDL \sim \triangle MBN \Rightarrow \frac{S_{\triangle MDL}}{S_{\triangle MBN}} = \left(\frac{2k}{4k}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle MDL} = \frac{1}{4} S_{\triangle MBN} = \frac{4}{16} S_{\triangle ABC}$$

$$\triangle MDL \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{S_{\triangle MDL}}{S_{\triangle ADE}} = \left(\frac{2k}{3k}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{\triangle ADE} = \frac{9}{4} S_{\triangle MDL} = \frac{9}{16} S_{\triangle ABC}$$

با استفاده از نسبت های بالا، نسبت خواسته شده را محاسبه می کنیم:

$$S_{AMLE} = S_{\triangle ADE} - S_{\triangle MDL} = \frac{9}{16} S_{\triangle ABC} - \frac{4}{16} S_{\triangle ABC} = \frac{5}{16} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{LECN} = S_{\triangle ABC} - (S_{\triangle BMN} + S_{AMLE}) = S_{\triangle ABC} - \left(\frac{16}{16} S_{\triangle ABC} + \frac{5}{16} S_{\triangle ABC}\right) = \frac{4}{16} S_{\triangle ABC} = 16\% S_{\triangle ABC}$$

بنابراین مساحت متوازی الاضلاع هاشورزده ۱۶ درصد مساحت مثلث $\triangle ABC$ است.

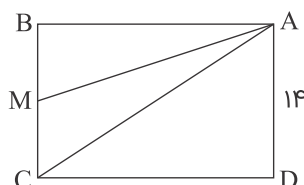
گام اول

الف) عرض مستطیل ۱۴ واحد و قطر آن ۲۵ واحد است.

$$\frac{S_{ABM}}{S_{AMCD}} = \frac{5}{9} \quad \text{ب)}$$

ج) $AM = ?$

گام دوم



با استفاده از رابطه فیثاغورس، طول مستطیل را به دست می‌آوریم.

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 \xrightarrow{\substack{AC=25 \\ AD=14}} 25^2 = 14^2 + CD^2 \\ \Rightarrow 625 = 196 + CD^2 \Rightarrow CD^2 = 625 - 196 = 429 \Rightarrow AB^2 = 429$$

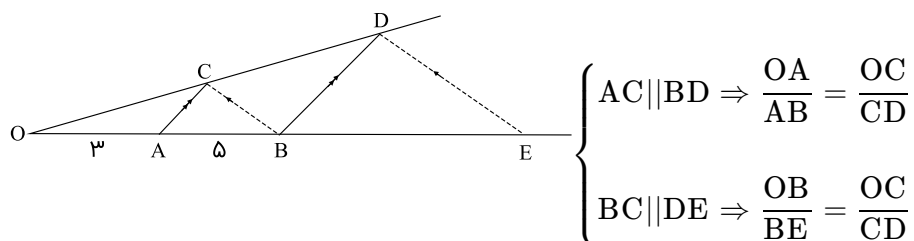
$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABM} + S_{AMCD}} = \frac{5}{5+9} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times AB \times BM}{AB \times AD} = \frac{BM}{2AD} = \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{BM}{28} = \frac{5}{14} \Rightarrow BM = 10$$

رابطه فیثاغورس را برای مثلث $\triangle ABM$ نوشته و اندازه AM را تعیین می‌کنیم:

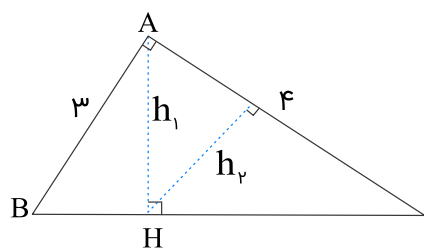
$$AB^2 + BM^2 = AM^2 \Rightarrow 429 + 100 = AM^2 \Rightarrow AM^2 = 529 \Rightarrow AM = \sqrt{529} = 23$$

باتوجه به شکل و با کمک قضیه تالس داریم:



طرف راست تساوی‌ها باهم برابر است پس طرف چپ آن نیز باهم برابر است.

$$\Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE} \Rightarrow BE = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$



$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

راه حل اول:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} \text{ مشترک} \\ \hat{AHC} = \hat{A} = 90^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \triangle AHC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$

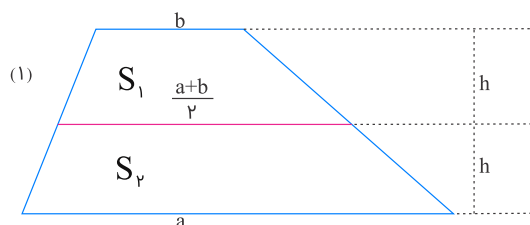
راه حل دوم:

$$\triangle ABC : \begin{cases} h_1 \times BC = AB \times AC \Rightarrow 5h_1 = 3 \times 4 \Rightarrow h_1 = \frac{12}{5} \\ AC^2 = HC \times BC \Rightarrow 16 = 5HC \Rightarrow HC = \frac{16}{5} \end{cases}$$

$$\triangle AHC : h_2 \times AC = h_1 \times HC \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{HC}{AC} = \frac{\frac{16}{5}}{4} = \frac{4}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

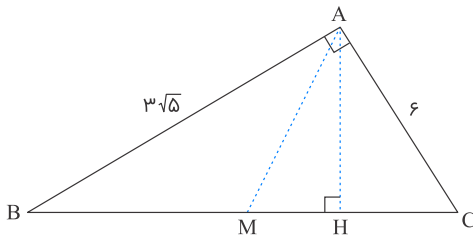
پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند، برابر است با میانگین طول دو قاعده. بنابراین طول پاره‌خط وسط برابر $\frac{a+b}{2}$ است.



$$S_2 = 2S_1 \Rightarrow \frac{1}{2}h\left(a + \frac{a+b}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2}h\left(b + \frac{a+b}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{3a+b}{2} = 3b+a \Rightarrow 3a+b = 6b+2a \Rightarrow a = 5b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸



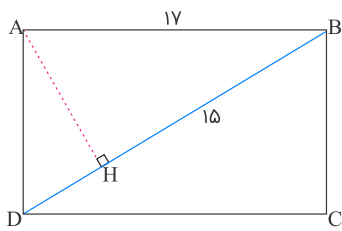
$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow BC = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{5})^2} = 9 \Rightarrow MC = MB = 4/5$$

$$\triangle ABC : AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 45 = BH \times 9$$

$$\Rightarrow BH = 5 \Rightarrow HM = BH - MB = 5 - 4/5 = 9/5$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AHM}} = \frac{\frac{AH \times BC}{2}}{\frac{AH \times HM}{2}} = \frac{AH \times 9}{AH \times \frac{9}{2}} = 18$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸



$$AB^2 = BH \times BD$$

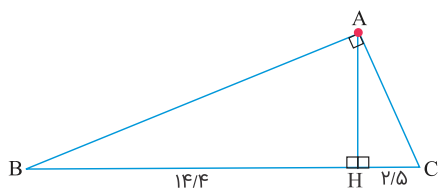
$$17^2 = 15 \times BD \Rightarrow BD = \frac{17^2}{15}$$

میزان اختلاف طول قطر از عدد ۱۹ را می‌خواهیم:

$$\frac{17^2}{15} - 19 = \frac{17^2 - 15 \times 19}{15} = \frac{289 - 285}{15} = \frac{4}{15}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، داریم:



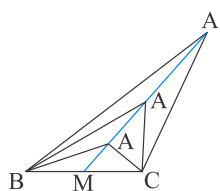
$$AH^2 = BH \cdot HC$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{BH \cdot HC} = \sqrt{(14/4)(2/5)} = \sqrt{\frac{144}{10} \times \frac{25}{10}} = \frac{12 \times 5}{10} = 6$$

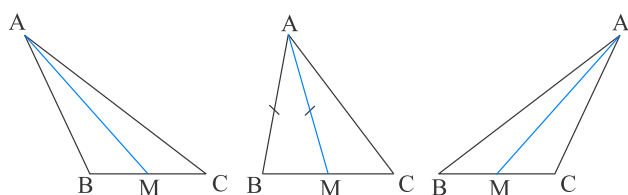
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

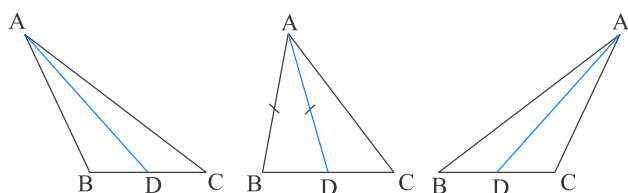
(۱) مطابق شکل میانه AM می‌تواند کوچک‌تر، بزرگ‌تر و یا برابر با ضلع مقابل به زاویه A (BC) باشد. (رد گزینه ۱)



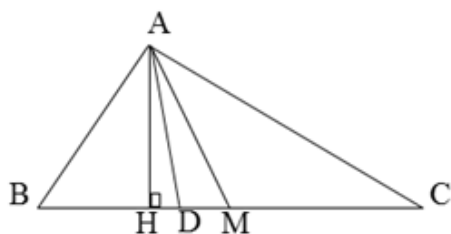
(۲) مطابق شکل میانه AM می‌تواند کوچک‌تر، بزرگ‌تر و یا برابر با ضلع مجاورش (AB) باشد. (رد گزینه ۲)



(۳) مطابق شکل نیمساز AD می‌تواند کوچک‌تر، بزرگ‌تر و یا برابر با ضلع مجاورش (AB) باشد. (رد گزینه ۳)



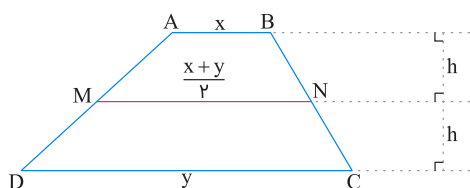
مثلاً ABC با اضلاع نابرابر را با میانه AM و نیمساز داخلی AD رسم می‌کنیم:



دو مثلث قائم الزاویه $\triangle AHD$ و $\triangle AHM$ را در نظر می‌گیریم. AD وتر مثلث اول و AM وتر مثلث دوم است. باتوجه به ابعاد اضلاع قائمه این دو مثلث، راجع به اندازه وتر آنها قضاوت می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} HD < HM \text{ در هر دو ثابت و } AH \\ AM^2 = AH^2 + HM^2 \\ AD^2 = AH^2 + HD^2 \end{array} \right\} \Rightarrow AM^2 > AD^2 \Rightarrow AM > AD$$

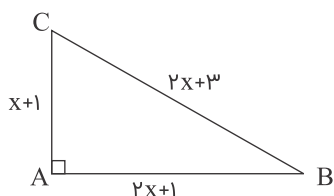
می‌دانیم در دوزنقه طول خط واصل وسط‌های دو ساق، میانگین دو قاعده است.
باتوجه به شکل و فرض سؤال، داریم:



$$\begin{aligned} \frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} &= \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \left(x + \frac{x+y}{2} \right) (h)}{\frac{1}{2} \left(\frac{x+y}{2} + y \right) (h)} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\frac{3x+y}{2}}{\frac{x+3y}{2}} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow \frac{3x+y}{x+3y} &= \frac{3}{5} \Rightarrow 15x + 5y = 3x + 9y \Rightarrow 12x = 4y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

علوی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱
علوی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۸ ۱۴۰۱
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

چون ضلع به طول $2x + 3$ بزرگ‌ترین ضلع مثلث است، وتر مثلث می‌باشد؛ بنابراین طبق قضیه فیثاغورس، داریم:



$$\begin{aligned} (2x+3)^2 &= (x+1)^2 + (2x+1)^2 \\ \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 &= x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{ق.ق. غ} \\ x = 7 & \text{ق.ق. یا} \end{cases} &\Rightarrow x = 7 \Rightarrow AB = 15, AC = 8 \\ \Rightarrow S &= \frac{1}{2}(15)(8) = 60 \end{aligned}$$

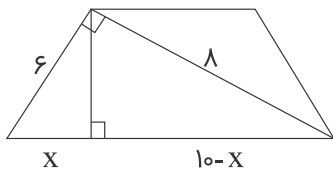
تذکر: $x = -1$ غیرقابل قبول است؛ زیرا به ازای آن طول ضلع AC برابر با صفر می‌شود.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

در هر مثلث قائم‌الزاویه هر ضلع زاویه قائمه واسطه هندسی بین وتر و تصویر آن ضلع روی وتر است.

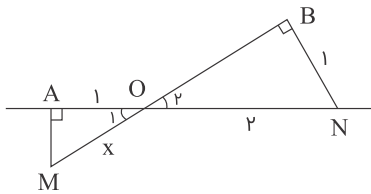
$$۶^۲ = ۱۰x \Rightarrow x = ۳/۶$$

$$\text{طول قاعده کوچک} = ۱۰ - ۲x = ۱۰ - ۷/۲ = ۲/۸$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OBN داریم:



$$OB = \sqrt{ON^2 - BN^2} = \sqrt{۴ - ۱} = \sqrt{۳}$$

دو مثلث OAM و OBN به حالت تساوی دو زاویه، متشابه‌اند ($\hat{O}_1 = \hat{O}_2, \hat{A} = \hat{B} = ۹۰^\circ$). داریم:

$$\frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{x}{۲} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \Rightarrow x = \frac{۲}{\sqrt{۳}} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

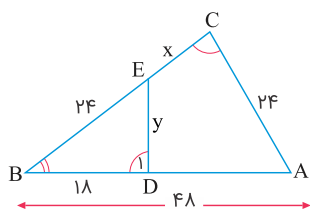
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

طبق قضیه تالس می‌توان نوشت ($ME = x$):

$$\left. \begin{array}{l} BE \parallel AC \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD} \Rightarrow \frac{x}{۳} = \frac{x+۳}{۷} \Rightarrow x = ۲/۲۵$$

$$\Rightarrow MD = ME + AE + AD = ۲/۲۵ + ۳ + ۷ = ۱۲/۲۵$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳



مطابق شکل، داریم:

$$\hat{B} = \hat{B}, \hat{D}_1 = \hat{C} \Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle BCA \Rightarrow \frac{DE}{CA} = \frac{DB}{BC} = \frac{BE}{BA}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{18}{24+x} = \frac{24}{36} \Rightarrow \frac{y}{24} = \frac{18}{24+x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2y = 24, 24+x = 36 \Rightarrow y = 12, x = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

مطابق شکل داده شده در صورت مسئله، ثابت می کنیم دو مثلث EDC و ABC متشابه اند:

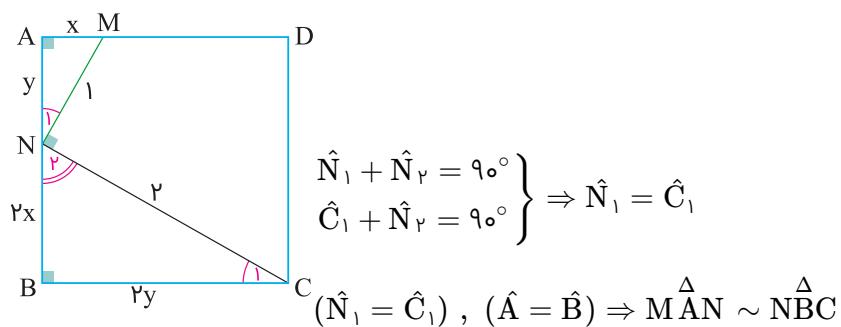
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D}_1 \\ \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{D}_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{ED} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{14+2}{7} = \frac{BD+7}{14} \Rightarrow BD = 25$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

مطابق شکل، داریم:



$$\Rightarrow \frac{AM}{BN} = \frac{AN}{BC} = \frac{MN}{CN} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AM = x, BN = 2x, AN = y, BC = 2y$$

$$\text{ABCD مربع است} \Rightarrow AB = BC \Rightarrow 2x + y = 2y$$

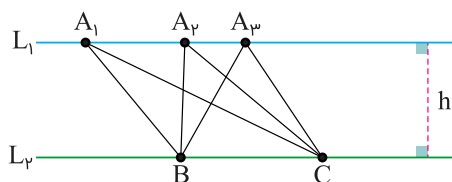
$$\Rightarrow 2x = y \quad (1)$$

$$\triangle NBC : \text{فیثاغورس} \Rightarrow (2x)^2 + (2y)^2 = 2^2 \xrightarrow{(1)} y^2 + 4y^2 = 4$$

$$\Rightarrow 5y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = \frac{4}{5} \quad (2)$$

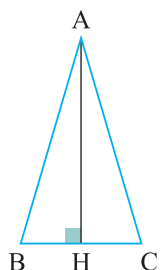
$$S_{ABCD} = BC^2 = 4y^2 \xrightarrow{(2)} S_{ABCD} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

می‌دانیم یک گزاره درست است، اگر و تنها اگر نتوان مثال نقضی برای آن یافت. بنابراین باید گزاره درست را بیابیم. حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
گزینه (۱): این گزاره، نادرست است. به‌عنوان مثال نقض، در شکل زیر که $l_1 \parallel l_2$ ، مثلث‌های A_1BC ، A_2BC و A_3BC هم‌مساحت‌اند، اما هم‌نهشت نیستند.

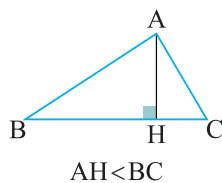
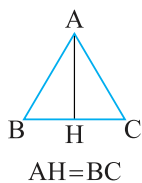
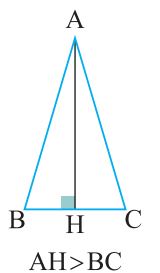


$$S_{\triangle A_1BC} = S_{\triangle A_2BC} = S_{\triangle A_3BC} = \frac{1}{2}BC \times h$$

گزینه (۲): این گزاره، نادرست است. به‌عنوان مثال نقض، در مثلث ABC (شکل زیر)، ارتفاع AH از ضلع BC بزرگ‌تر است.

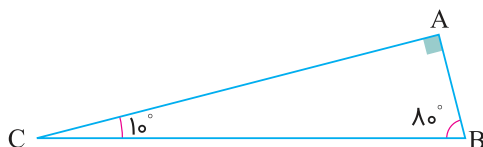


تذکر: در حالت کلی، هر ارتفاع مثلث، کوچک‌تر یا مساوی هر یک از دو ضلع مجاور آن است، اما می‌تواند کوچک‌تر، بزرگ‌تر یا هم‌اندازه ضلع سوم باشد.



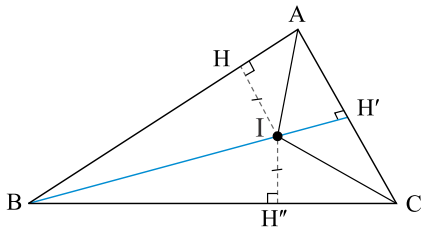
گزینه (۳): می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، زاویه‌های روبه‌رو به ساق‌ها، برابرند؛ پس این گزاره درست است.

گزینه (۴): این گزاره، نادرست است. به‌عنوان مثال نقض در مثلث زیر، زاویه A بزرگ‌ترین و زاویه C کوچک‌ترین زاویه است، اما $\hat{A} \not< \hat{C}$.



فرض کنیم نقطه I محل هم‌رسمی نیم‌سازهای داخلی مثلث ABC است؛ پس I از هر دو ضلع مثلث به یک فاصله است. در نتیجه I از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

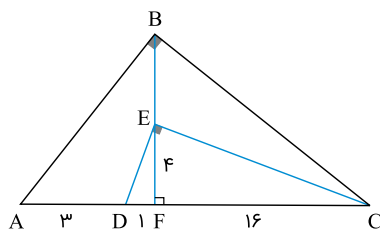
$$\left. \begin{array}{l} IH = IH' \\ IH' = IH'' \end{array} \right\} \Rightarrow IH = IH' = IH''$$



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

ابتدا با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه CED، داریم:

$$EF^2 = DF \cdot FC \Rightarrow ۱۶ = FC$$

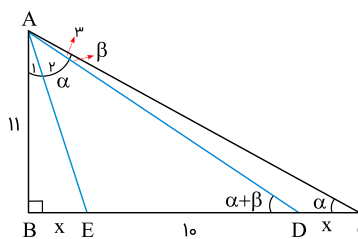


کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

حال طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC، داریم:

$$CB^2 = CA \cdot CF \Rightarrow CB^2 = ۲۰ \times ۱۶ \Rightarrow CB = ۸\sqrt{۵}$$

با فرض $\hat{A}_3 = \beta$ ، داریم:



$\triangle ADC$ است $\hat{ADE} \Rightarrow \hat{ADE} = \alpha + \beta$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{ADE} = \hat{EAC} = \alpha + \beta \\ \hat{A}_2 = \hat{C} = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle DAE \stackrel{(ج)}{\sim} \triangle ACE$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{10+x} = \frac{10}{AE} \Rightarrow AE^2 = 100 + 10x \quad (1)$$

$$\triangle ABE : \text{فیتاغورس} \Rightarrow AE^2 = 121 + x^2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 121 + x^2 = 100 + 10x \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 7$$

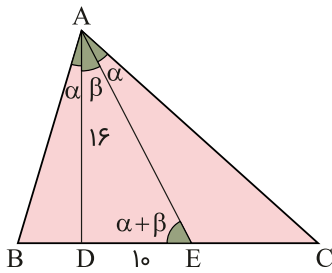
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

باتوجه به فرض سؤال $\hat{B}AD = \hat{E}AC = \alpha$ است، داریم:

باتوجه به فرض که $BA = BE$ است، بنابراین $\hat{A}EB = \alpha + \beta$ است. همچنین زاویه $\hat{A}ED$ برای مثلث AEC یک زاویه خارجی است و داریم:

$$\begin{cases} \hat{A}ED = \alpha + \hat{C} \\ \hat{A}ED = \alpha + \beta \text{ : از آنجایی که} \end{cases} \Rightarrow \hat{C} = \hat{\beta}$$

پس دو مثلث ADC و ADE باتوجه به زوایای برابر متشابه هستند، زیرا:



$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{\beta} \\ \hat{D}AC = \alpha + \beta = \hat{A}ED \end{cases} \Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle ADE$$

پس داریم (نسبت اضلاع متشابه):

$$\frac{AD}{DE} = \frac{DC}{DA} \Rightarrow \frac{16}{10} = \frac{10 + EC}{16} \Rightarrow EC = 15/6$$

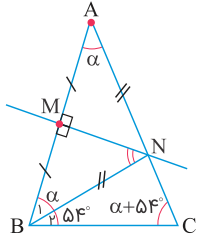
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

طول شعاع دایره را r می‌نامیم. پس $DE = 2r$ و داریم:

$$\begin{aligned} BD = 2r \xrightarrow{BC=5} DC &= 5 - 2r \\ \triangle ABC : DE \parallel BA &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DE}{BA} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow \frac{2r}{10} = \frac{5 - 2r}{5} \\ \Rightarrow \frac{r}{5} &= \frac{5 - 2r}{5} \Rightarrow r = 5 - 2r \Rightarrow 3r = 5 \Rightarrow r = \frac{5}{3} \\ S_{\text{دایره}} &= \pi r^2 = \pi \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}\pi \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر پاره‌خط، به یک فاصله است.



پس $NA = NB$ و مثلث NAB متساوی‌الساقین است. در نتیجه $\hat{B}_1 = \hat{A} = \alpha$ ، از طرف دیگر، مثلث ABC هم متساوی‌الساقین است ($AC = AB$)، در نتیجه $\hat{C} = \hat{B} = \alpha + 54^\circ$ و داریم:

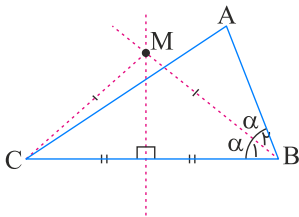
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + (\alpha + 54^\circ) + (\alpha + 54^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3\alpha = 72^\circ \Rightarrow \alpha = 24^\circ$$

$$\Delta MNB : \hat{M} = 90^\circ \Rightarrow \hat{N}_1 = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط، از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است، پس مثلث MBC متساوی‌الساقین است و داریم:



$$\hat{MCB} = \hat{MBC} = \frac{1}{2}\hat{B} \xrightarrow{\hat{MCB} > \hat{ACB}} \frac{1}{2}\hat{B} > \hat{ACB} \Rightarrow \hat{B} > 2\hat{ACB}$$

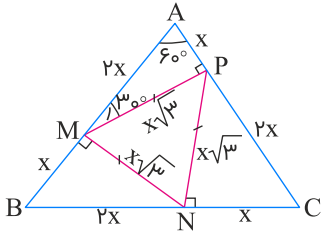
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

مطابق شکل، در مثلث قائم الزاویه AMP داریم:

$$\hat{M}_1 = 30^\circ \Rightarrow AP = \frac{1}{2}AM \Rightarrow AP = x, AM = 2x$$

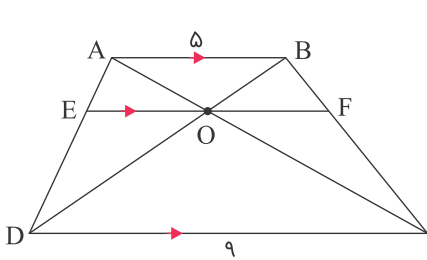
$$\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow MP = \frac{\sqrt{3}}{2}AM = x\sqrt{3}$$

باتوجه به اینکه سه مثلث کناری، همنشأت‌اند، این روابط برای دو مثلث دیگر هم برقرار است.



حال چون دو مثلث ABC و MNP با نسبت $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ متشابه‌اند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با $(\sqrt{3})^2 = 3$.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰



$$\begin{cases} \triangle ADC : EO \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EO}{DC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{EO}{9} = \frac{AE}{AD} \\ \triangle ADB : EO \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{EO}{AB} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{EO}{5} = \frac{DE}{AD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{EO}{9} + \frac{EO}{5} = \frac{AE + DE}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1 \xrightarrow{\times 45} 5EO + 9EO = 45$$

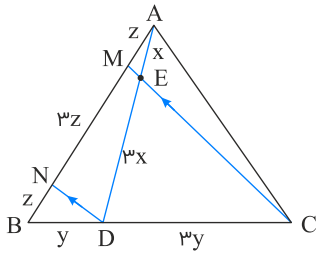
$$\Rightarrow 14EO = 45 \Rightarrow EO = \frac{45}{14}$$

$$\Rightarrow \text{به روش مشابه} \Rightarrow OF = \frac{45}{14} \Rightarrow EF = \frac{45}{14} + \frac{45}{14} = \frac{45}{7}$$

تذکر: در حالت کلی، O وسط EF است و $EF = \frac{2}{\frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}}$. (طول EF واسطه توافقی طول قاعده‌ها است)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

فرض کنیم $AE = x$, $ED = 3x$, $BD = y$ و $DC = 3y$ داریم:



$$\triangle AND : ME \parallel DN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MN} = \frac{AE}{ED} = \frac{1}{3}$$

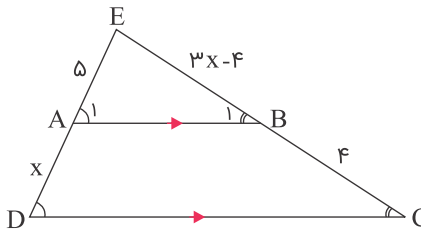
$$\Rightarrow AM = z \text{ و } MN = 3z$$

$$\triangle BCM : DN \parallel CM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BN}{NM} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BN}{3z} = \frac{1}{3} \Rightarrow BN = z$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{z + 3z + z}{z} = \frac{5z}{z} = 5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

طبق فرض، داریم:



$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{3x - 4}{4}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 20 = 0 \xrightarrow{x > 0} x = \frac{10}{3} (*)$$

$$AB \parallel DC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}, \hat{B}_1 = \hat{C} \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle EDC$$

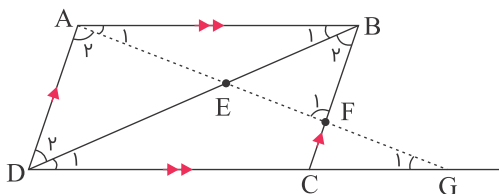
$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle EAB}}{S_{\triangle EDC}} = \left(\frac{EA}{ED} \right)^2 = \left(\frac{5}{\frac{10}{3}} \right)^2 = \left(\frac{15}{20} \right)^2 = \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle EAB} = 9S, S_{\triangle EDC} = 25S \Rightarrow S_{ABCD} = 25S - 9S = 16S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle EAB}} = \frac{16S}{9S} = \frac{16}{9}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

چون $AB \parallel DG$ و $BC \parallel AD$ است، داریم:

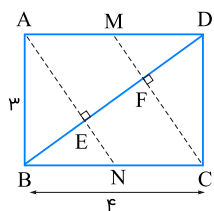


$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{G}_1, \hat{B}_1 = \hat{D}_1 &\Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle EGD \Rightarrow \frac{EA}{EG} = \frac{EB}{ED} \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2, \hat{F}_1 = \hat{A}_2 &\Rightarrow \triangle EBF \sim \triangle EAD \Rightarrow \frac{EF}{EA} = \frac{EB}{ED} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{EA}{EG} = \frac{EF}{EA}$$

$$\Rightarrow EF \cdot EG = EA^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:



$$\begin{aligned} \Delta ABD : BD^2 &= AB^2 + AD^2 \\ \Rightarrow BD^2 &= 9 + 16 = 25 \Rightarrow BD = 5 \end{aligned}$$

کاملاً واضح است که مثلث‌های ABN و CDM همنهشت‌اند، لذا $DF = EB$. همچنین قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$\begin{aligned} AB^2 &= BE \times BD \Rightarrow 9 = BE \times 5 \Rightarrow BE = DF = \frac{9}{5} \\ \Rightarrow EF &= 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5} \end{aligned}$$

همچنین در مثلث BFC داریم:

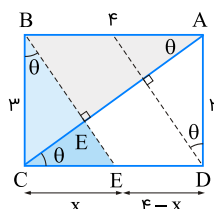
$$EN \parallel CF \xrightarrow{\text{قضیه تعمیم تالس}} \frac{BE}{BF} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{\frac{9}{5}}{\frac{9}{5} + \frac{7}{5}} = \frac{BN}{4} \Rightarrow BN = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow NC = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$$

$$S_{ANCM} = AB \times NC = 3 \times \frac{7}{4} = \frac{21}{4} = 5/25$$

راه‌حل دوم:

در شکل زیر تمام زوایای مشخص شده با یکدیگر برابرند که آن‌ها را θ می‌نامیم.

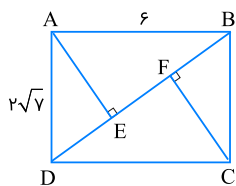


در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم $\tan \theta = \frac{3}{4}$ و همچنین در مثلث قائم‌الزاویه BCE داریم $\tan \theta = \frac{x}{3}$ ، در نتیجه:

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4} = 2/25$$

$$\begin{aligned} S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} &= \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = (4 - x) \times 3 = (4 - 2/25) \times 3 \\ &= 1/25 \times 3 = 5/25 \end{aligned}$$

از دو رأس A و C، دو عمود AE و CF را بر قطر BD رسم می‌کنیم.



$$\triangle ABD : BD^2 = AB^2 + AD^2 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow BD = 4\sqrt{3}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$\triangle ABD : AD^2 = DE \cdot BD \Rightarrow 12 = DE \times 4\sqrt{3} \Rightarrow DE = \frac{12}{4\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

به طور مشابه $BF = \sqrt{3}$ است و داریم:

$$EF = BD - (DE + BF) = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶