



۱ دو رأس یک مستطیل روی خط $2y - x = 4$ و نقاط $(1, 4)$ و $(-1, 0)$ رأس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. طول مستطیل کدام است؟

(۲) $4\sqrt{3}$

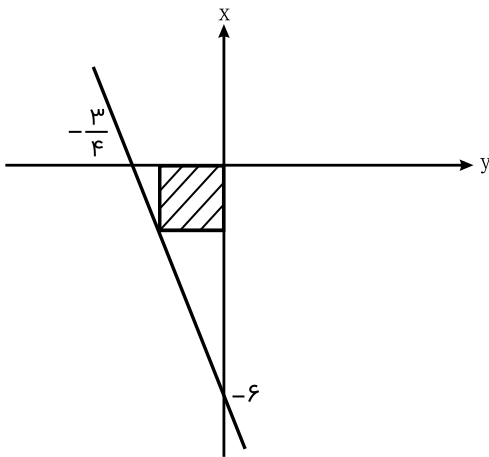
(۱) $5\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

۲ در شکل زیر، قطر مربع هاشورخورده، کدام است؟



(۱) $\frac{4}{2\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

(۳) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

۳ نقطه $A(4, 0)$ ، یک رأس مثلثی است که دو رأس دیگر آن، روی خط $x - 3y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع، برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(\frac{7}{3}, \frac{1}{3})$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه اول محورهای مختصات، کدام است؟

(۲) $0/9\sqrt{0/9}$

(۱) $0/6\sqrt{0/6}$

(۴) $1/35$

(۳) $1/65$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

۴ در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D ، روی خط $x - 3y = 3$ واقع‌اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

(۲) $3/5$

(۱) 3

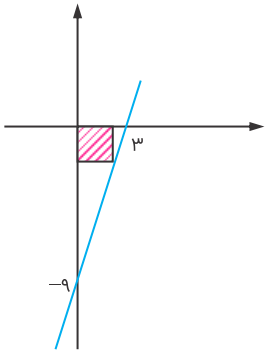
(۴) $1/5$

(۳) 1

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

در شکل زیر، قطر مربع هاشورخورده کدام است؟

۵



(۱) $2/5\sqrt{2}$

(۲) $3/5\sqrt{2}$

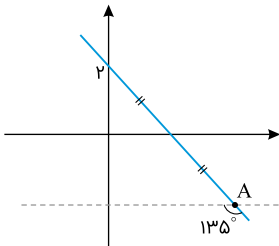
(۳) $\frac{9}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{9}{\sqrt{2}}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

در شکل زیر، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟

۶



(۱) $2\sqrt{5}$

(۲) $3\sqrt{6}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

نقطه $(-6, 3)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

۷

(۲) $\frac{19}{\sqrt{10}}$

(۴) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$

(۱) $\frac{19}{2\sqrt{10}}$

(۳) $\frac{\sqrt{65}}{2}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

نقاط $A(-1, 4)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(x, y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های D و C مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۸

(۲) ۱۴

(۱) ۱۳

(۴) ۱۶

(۳) ۱۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

نقطه $(a, 2a)$ مرکز دایره‌گذرنده بر دو نقطه $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ است. شعاع این دایره کدام می‌باشد؟

۹

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$, $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 3x = 6$ هستند. معادله ارتفاع AH از مثلث مفروض، کدام است؟

$$(1) \quad 6y - 4x = 15$$

$$(2) \quad 9y - 6x = 17$$

$$(3) \quad 3y - 2x = 7$$

$$(4) \quad 3y + 2x = 9$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند، مساحت این مربع کدام است؟

$$(1) \quad \frac{9}{8}$$

$$(2) \quad \frac{9}{4}$$

$$(3) \quad \frac{25}{8}$$

$$(4) \quad \frac{25}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

نقاط $A(x, y)$, $B(-1 - x, y - 3)$, $C(0, -3)$ و $D(-4, 0)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های A و B مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

$$(1) \quad 12$$

$$(2) \quad 15/5$$

$$(3) \quad 15$$

$$(4) \quad 12/5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

نقطه $(2, 4/5)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

$$(1) \quad \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{17}}{4}$$

$$(3) \quad 2\sqrt{17}$$

$$(4) \quad \sqrt{17}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ و یک رأس آن نقطه $A(8, 5)$ است. مساحت این مستطیل کدام می‌باشد؟

$$(1) \quad 7/2$$

$$(2) \quad 9/6$$

$$(3) \quad 11/4$$

$$(4) \quad 12/8$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

نقطه $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ می‌باشد. مساحت این مربع کدام است؟

$$(1) \quad 40$$

$$(2) \quad 45$$

$$(3) \quad 75$$

$$(4) \quad 80$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

نقطه $A(7, 6)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ می‌باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

- (۱) $(1, 5)$ (۲) $(3, 4)$
(۳) $(3, 5)$ (۴) $(4, 3)$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

نمودارهای دو تابع $y = |x + 2| + |x - 1|$ و $3y + x = 17$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB ، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $4\sqrt{5}$
(۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{3}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + 2x = 16$ ، $2y - x = 2$ و $y = 0$ هستند. اندازه میانه نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحه مختصات کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) 5
(۳) $3\sqrt{3}$ (۴) 6

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-3, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و 5 است. مقدار a چقدر است؟

- (۱) 2 (۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -2

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

شیب نیم‌خطی با نقطه شروع $A(2, 4)$ برابر 3 است. مستطیل $ABCD$ را چنان می‌سازیم، که نقطه B روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

- (۱) 24 (۲) 18
(۳) $6\sqrt{10}$ (۴) $3\sqrt{10}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ و $BC: 2y - 7x = -19$ هستند. طول ارتفاع BH کدام است؟

- (۱) $4/4$ (۲) 3
(۳) $2/5$ (۴) 1

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۲۲

طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 3)$ و $C(7, 11)$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{10}$

(۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۶

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۲۳

مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) $3\sqrt{2}$

(۳) ۵ (۴) $4\sqrt{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

۲۴

معادله سه ضلع یک مثلث $x + y = 1$ و $y = 2x$ و $x = 1$ است. معادله خطی که کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث بر آن قرار دارد، کدام است؟

(۱) $y = \frac{2}{3}$ (۲) $x = \frac{2}{3}$

(۳) $y + x = \frac{2}{3}$ (۴) $y + x = \frac{1}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

۲۵

سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه $(1, 0)$ و با عرض از مبدأ -1 را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر M وسط پاره خط AB باشد، فاصله رأس سهمی از نقطه M، کدام مضرب $\sqrt{26}$ است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۶

فاصله دو خط به معادلات $y = \sqrt{3}x + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ کدام است؟

(۱) $2 - \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3} - 1$

(۳) $\sqrt{3} + 1$ (۴) $2 + \sqrt{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

۲۷

مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{p}x + 2$ ، کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹

(۳) ۱۰ (۴) ۱۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

دایره‌ای از دو نقطه $(0, 1)$ و $(3, 0)$ گذشته و معادله یک قطر آن به صورت $x - y = 2$ است. شعاع این دایره کدام است؟

$$(1) \sqrt{2} \quad (2) 2$$

$$(3) \sqrt{5} \quad (4) 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$ ، $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$ ، کدام است؟

$$(1) 6 \quad (2) 6/5$$

$$(3) 7 \quad (4) 7/5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

یک خط از دسته خطوط به معادله $(k+1)y + 2kx - k + 1 = 0$ بر خط گذرنده از دو نقطه $A(2, -1)$ و $B(8, 3)$ عمود است، معادله آن خط کدام است؟

$$(1) 2y + 3x = 4 \quad (2) 2y + 3x = 1$$

$$(3) 2y - 3x = -5 \quad (4) 3y - 2x = -5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۰

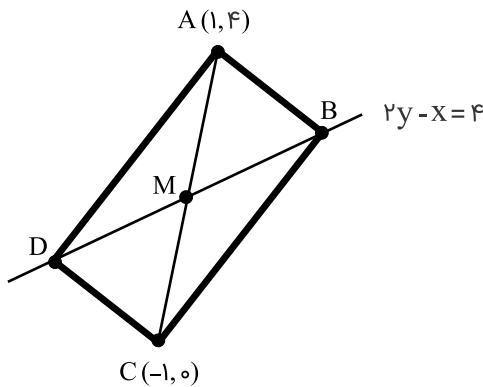
دو نقطه بر خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ ، برابر $\sqrt{13}$ است. طول این دو نقطه، کدام می‌باشد؟

$$(1) 9 \text{ و } -15 \quad (2) 11 \text{ و } -15$$

$$(3) 15 \text{ و } -11 \quad (4) -9 \text{ و } 11$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

نقطه M وسط AC و BD است. $M(0, 2)$ خواهد بود. نقاط B و D روی خط $x = 2y - 4$ قرار دارد، بنابراین مختصات آنها برای دو y به صورت $(2y - 4, y)$ در نظر می‌گیریم:



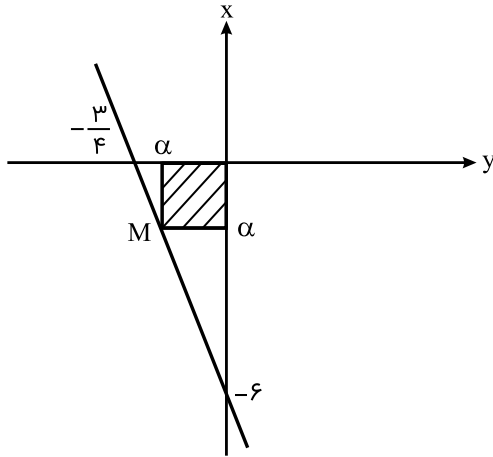
$$\begin{aligned}
 |MB| &= |MA| \Rightarrow |MB|^2 = |MA|^2 \\
 \Rightarrow (2y - 4)^2 + (y - 2)^2 &= (1 - 0)^2 + (4 - 2)^2 \\
 \Rightarrow 4y^2 - 16y + 16 + y^2 - 4y + 4 &= 5 \\
 \Rightarrow 5y^2 - 20y + 15 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

بنابراین: $B(2, 3)$ و $D(-2, 1)$

$$\begin{aligned}
 |AD| &= \sqrt{(1+2)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2} \text{ طول} \\
 |AB| &= \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ عرض}
 \end{aligned}$$

معادله خط را می نویسیم:

$$\frac{x}{\frac{3}{-4}} + \frac{y}{-6} = 1 \Rightarrow \frac{y}{-6} = \frac{-4x}{3} - 1 \xrightarrow{\times 6} y = -8x - 6$$

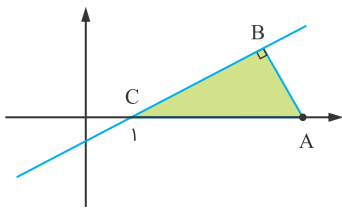


با فرض $\alpha < 90^\circ$ نقطه M را به صورت $M(\alpha, \alpha)$ فرض می کنیم و روی خط قرار می دهیم:

$$\alpha = -8\alpha - 6 \Rightarrow 9\alpha = -6 \Rightarrow \alpha = \frac{-6}{9} = \frac{-2}{3}$$

$$\text{قطر مربع} = \frac{2}{3}\sqrt{2} = \frac{2}{3}\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۳

اطلاعات مسئله، نشان می دهد که مثلث ABC ، قائم الزاویه است.

$$AB = \frac{|4 - 0 - 1|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

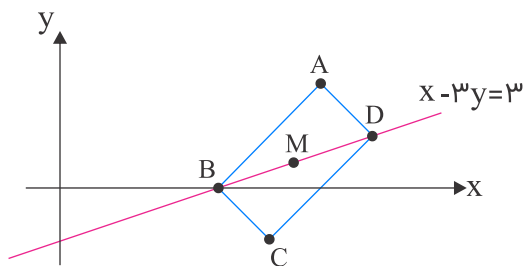
$$\tan \hat{C} = m_{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{13/5}{10} = 1/35$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

مختصات وسط قطر AC ، برابر $M(\frac{9}{4}, \frac{1}{4})$ خواهد بود. دو رأس B و D ، روی خط $x = 3y + 3$ قرار دارند و مختصات آن‌ها را به فرم $(3y + 3, y)$ در نظر می‌گیریم.



$$|MB| = |MA|$$

$$\Rightarrow (3y + 3 - \frac{9}{4})^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = (\frac{5}{4} - \frac{9}{4})^2 + (\frac{1}{4} - \frac{1}{4})^2$$

$$(3y - \frac{3}{4})^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4} + \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 10y^2 - 10y = 0 \Rightarrow y = 0, 1$$

بنابراین مختصات نقاط B و D ، برابر $(3, 0)$ و $(6, 1)$ خواهد بود که اختلاف طول‌های آن‌ها، برابر ۳ است.

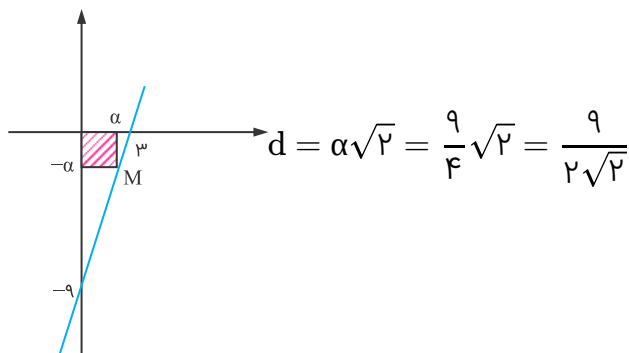
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳

معادله خط را می‌نویسیم.

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-9} = 1 \Rightarrow y = 3x - 9$$

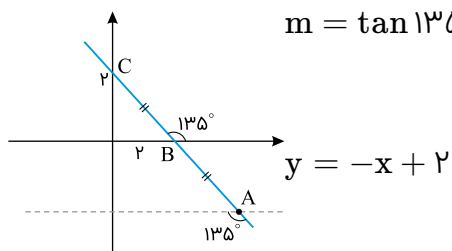
رأس مربع را به صورت $M(\alpha, -\alpha)$ فرض می‌کنیم: $(0 < \alpha < 3)$

$$-\alpha = 3\alpha - 9 \Rightarrow \alpha = \frac{9}{4}$$



قطر مربع را محاسبه می‌کنیم:

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۳



در شکل مشخص است که خط از نقطه $\begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}$ گذشته و شیب آن برابر است با $m = \tan 135^\circ = -1$ پس معادله خط عبارتست از:

نقطه B نقطه‌ای به مختصات زیر است:

$$y = 0 \Rightarrow -x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow B \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

چون B وسط A و C است پس:

$$x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 2 = \frac{x_A + 0}{2} \Rightarrow x_A = 4$$

$$y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow 0 = \frac{2 + y_A}{2} \Rightarrow y_A = -2$$

بنابراین طول OA عبارتند از:

$$OA = \sqrt{(4 - 0)^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

نقطه $B(-6, 3)$ روی هیچ کدام از خطوط قرار ندارد. محل تقاطع دو خط $\ell_1: x - 3y = 4$ و $\ell_2: x + 4y = -3$ را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned}\ell_1: x - 3y = 4 &\Rightarrow y_1 = \frac{x - 4}{3} \\ \ell_2: x + 4y = -3 &\Rightarrow y_2 = \frac{-x - 3}{4} \\ \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x - 4}{3} &= \frac{-x - 3}{4} \Rightarrow x = +1, y = -1\end{aligned}$$

پس $A(1, -1)$ رأس دیگر متوازی الاضلاع است. نقطه وسط AB که قطر متوازی الاضلاع است را به دست می آوریم:

$$AB \text{ وسط } O: O = \left(\frac{1-6}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}, +1\right)$$

فاصله O از دو خط را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned}OH_1 &= \frac{\left| -\frac{5}{2} - 3 - 4 \right|}{\sqrt{1+9}} = \frac{19}{2\sqrt{10}} \\ OH_2 &= \frac{\left| -\frac{5}{2} + 4 + 3 \right|}{\sqrt{1+16}} = \frac{9}{2\sqrt{17}}\end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۲

$$\begin{aligned}AB \parallel CD: \frac{4-1}{-1-3} &= \frac{y-y-3}{x+1+x} = \frac{-3}{2x+1} \Rightarrow -\frac{3}{4} = \frac{-3}{2x+1} \\ \Rightarrow 2x+1 &= 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$AB \perp BC: \frac{-3}{4} \times \frac{y-1}{\frac{3}{2}-3} = -1 \Rightarrow \frac{1}{2}(y-1) = -1 \Rightarrow y = -1$$

$$C\left(\frac{3}{2}, -1\right) \Rightarrow |AB| = 5, |BC| = \frac{5}{2} \Rightarrow \text{محیط} = 2(|AB| + |BC|) = 15$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

طبق تعریف دایره، فاصله هر نقطه روی دایره از مرکز دایره برابر با شعاع دایره است. شعاع دایره را R می‌نامیم. با محاسبه فاصله نقطه $(a, 2a)$ از هریک از نقاط $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ ، ابتدا مقدار a و سپس مقدار R را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{(a-2)^2 + (2a-1)^2} \\ R &= \sqrt{(a+1)^2 + (2a-4)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (2a-1)^2} = \sqrt{(a+1)^2 + (2a-4)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (a-2)^2 + (2a-1)^2 = (a+1)^2 + (2a-4)^2$$

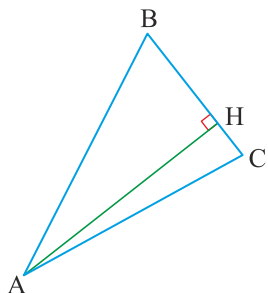
$$\Rightarrow a^2 - 4a + 4 + 4a^2 - 4a + 1 = a^2 + 2a + 1 + 4a^2 - 16a + 16$$

$$\Rightarrow -8a + 5 = -14a + 17 \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(2-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{3^2} = 3$$

پس دایره‌ای به مرکز $(2, 4)$ و شعاع ۳ داریم.

معادله ارتفاع AH، خطی است که از نقطه A می‌گذرد و بر خط BC عمود است.



پس ابتدا محل تلاقی دو خط AB و AC را به دست می‌آوریم تا مختصات نقطه A به دست آید.

$$\begin{cases} AB : 2y - x = 3 \\ AC : y - 2x = 5 \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{7}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$m_{AH} = \frac{-1}{m_{BC}} = \frac{-1}{-\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$AH : y - \frac{1}{3} = \frac{3}{2}\left(x + \frac{7}{3}\right) \Rightarrow 3y - 1 = 2x + \frac{14}{3}$$

$$3y - 2x = \frac{17}{3} \xrightarrow{\times(3)} 9y - 6x = 17$$

گام اول

فاصله دو خط موازی با معادلات $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c'' = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|c - c''|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

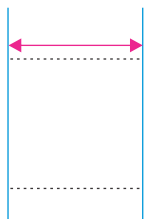
گام دوم

ابتدا شیب دو خط را به دست می‌آوریم:

$$2x - 2y = 3 \Rightarrow m_1 = -\frac{2}{-2} = +1$$

$$y = x + 1 \Rightarrow m_2 = +1$$

دو خط داده شده باهم موازی‌اند؛ بنابراین فاصله این دو خط از هم برابر با طول ضلع مربع خواهد بود. برای محاسبه فاصله میان دو خط موازی، لازم است معادلات دو خط را به فرم استاندارد بنویسیم. دقت کنید که ضریب x و y در دو خط موازی باهم برابر باشند.



$$2x - 2y = 3 \Rightarrow 2x - 2y - 3 = 0 \xrightarrow{\div (-2)} -x + y + \frac{3}{2} = 0$$

$$y = x + 1 \Rightarrow y - x - 1 = 0$$

$$d = \frac{\left| \frac{3}{2} - (-1) \right|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{\left| \frac{3}{2} + 1 \right|}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}$$

بنابراین مساحت مربع برابر است با:

$$S_{\text{مربع}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \times \frac{5}{2\sqrt{2}} = \frac{25}{4 \times 2} = \frac{25}{8}$$

$$AB \parallel CD : m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{y - y + 3}{x + 1 + x} = \frac{0 + 3}{-4 - 0}$$

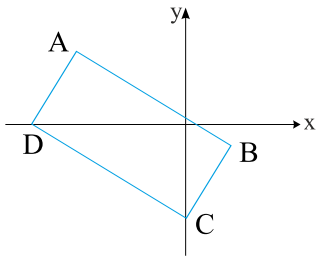
$$\Rightarrow 2x + 1 = -4 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$AD \perp DC : m_{AD} \times m_{DC} = -1 \Rightarrow \frac{y}{x + 4} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = -1 \Rightarrow y = 2$$

$$x = -\frac{5}{2}, y = 2 \Rightarrow A\left(-\frac{5}{2}, 2\right), B\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

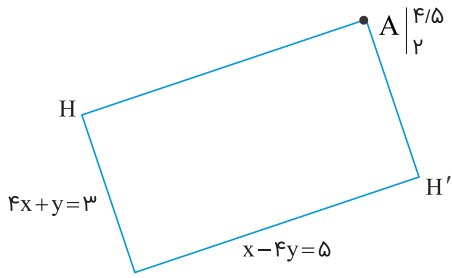
$$AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5, BC = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = (AB)(BC) = (5)\left(\frac{5}{2}\right) = 12\frac{1}{2}$$



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

خطوط داده شده بر هم عمودند و نقطه داده شده روی هیچ کدام از خطوط صدق نمی کند. فاصله نقطه A از دو خط را محاسبه می کنیم:



$$AH = \frac{|1 \cdot 4/5 + 2 - 3|}{\sqrt{16 + 1}} = \frac{1/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$AH' = \frac{|4/5 - 8 - 5|}{\sqrt{17}} = \frac{11/5}{\sqrt{17}} = \frac{11 \times \sqrt{17}}{5 \times 17} = \frac{11\sqrt{17}}{85}$$

فاصله وسط قطر از اضلاع مستطیل برابر نصف اضلاع آن می باشد، بنابراین فاصله ها برابر است با $\frac{\sqrt{17}}{4}$ و $\frac{\sqrt{17}}{2}$ در نتیجه بیشترین آن ها $\frac{\sqrt{17}}{2}$ می باشد.

گام اول

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خطی با معادله استاندارد $ax + by + c = 0$ برابر است با:

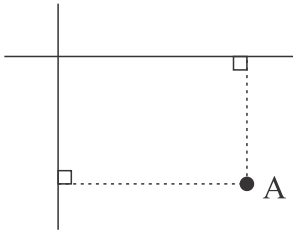
$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گام دوم

مختصات نقطه $A(8, 5)$ در ضابطه هیچیک از دو خط صدق نمی‌کند.

$$2(5) + 8 \neq 6, \quad 2(8) - 5 \neq 7$$

بنابراین نقطه A روی دو خط قرار ندارد و نقطه برخورد دو خط، رأس روبه‌رو به رأس A خواهد بود. اکنون با محاسبه فاصله نقطه A از هریک از خطوط، می‌توان طول و عرض مستطیل را به دست آورد.



$$2y + x = 6 \Rightarrow 2y + x - 6 = 0$$

$$d_1 = \frac{|2(5) + 8 - 6|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$2x - y = 7 \Rightarrow 2x - y - 7 = 0$$

$$d_2 = \frac{|2(8) - 5 - 7|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

بنابراین $d_1 = \frac{12}{\sqrt{5}}$ طول مستطیل و $d_2 = \frac{4}{\sqrt{5}}$ عرض مستطیل است و مساحت آن برابر خواهد بود با:

$$S_{\text{مستطیل}} = d_1 \times d_2 = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$$

فاصله نقطه A را از خط راست به دست می‌آوریم. فاصله به دست آمده نصف اندازه ضلع مربع است.

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow d = \frac{|-3 - 2 - 5|}{\sqrt{5}} = \frac{2 + 3 + 5}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$d = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2d = \frac{20}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = a^2 = \left(\frac{20}{\sqrt{5}}\right)^2 = 80$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

گام اول

اگر M ، نقطه وسط دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ باشد آنگاه داریم:

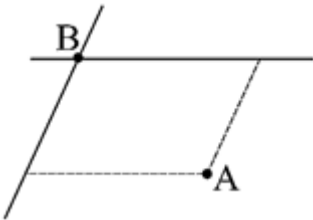
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

گام دوم

مختصات نقطه $A(7, 6)$ در ضابطه هیچ یک از دو خط صدق نمی کند:

$$2(6) - 3(7) \neq 11, \quad 3(6) + 4(7) \neq 8$$

بنابراین نقطه برخورد دو خط قطعاً رأس روبه‌رو به رأس A در متوازی‌الاضلاع است.



مختصات نقطه برخورد دو خط را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 2y - 3x = 11 \\ 3y + 4x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8y - 12x = 44 \\ 9y + 12x = 24 \end{cases} \xrightarrow{+} 17y = 68 \Rightarrow y = 4$$

$$2y - 3x = 11 \xrightarrow{y=4} 8 - 3x = 11 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow B(-1, 4)$$

اکنون باتوجه به گام اول، مختصات وسط قطر AB برابر است با:

$$\begin{aligned} x_M &= \frac{7 + (-1)}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ y_M &= \frac{6 + 4}{2} = \frac{10}{2} = 5 \end{aligned} \Rightarrow M(3, 5)$$

$$y = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 1 \\ 3 & ; -2 \leq x < 1 \\ -2x - 1 & ; x < -2 \end{cases}, \quad 3y + x = 17 \Rightarrow y = \frac{-x}{3} + \frac{17}{3}$$

$$2x + 1 = \frac{-x}{3} + \frac{17}{3} \Rightarrow \frac{7}{3}x = \frac{14}{3} \Rightarrow x = 2 \xrightarrow[\text{برخورد}]{\text{نقطه}} (2, 5)$$

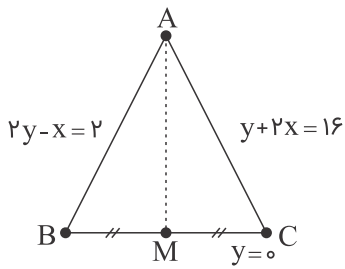
$$-2x - 1 = \frac{-x}{3} + \frac{17}{3} \Rightarrow \frac{5x}{3} = \frac{-20}{3} \Rightarrow x = -4 \xrightarrow[\text{برخورد}]{\text{نقطه}} (-4, 7)$$

فاصله این دو نقطه را می‌یابیم:

$$|AB| = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (5 - 7)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

مثلت را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:



باید فاصله نقطه A از نقطه M را به دست آوریم:
از تقاطع دو خط $y + 2x = 16$ و $2y - x = 2$ مختصات نقطه A به دست می‌آید.

$$2 \times \begin{cases} 2y - x = 2 \\ y + 2x = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y - 2x = 4 \\ y + 2x = 16 \end{cases} \Rightarrow y = 4, \quad x = 6 \Rightarrow A(6, 4)$$

برای به دست آوردن مختصات نقطه M، ابتدا مختصات نقاط B و C را محاسبه می‌کنیم.

$$2y - x = 2 \xrightarrow{y=0} x = -2 \Rightarrow B(-2, 0)$$

$$y + 2x = 16 \xrightarrow{y=0} x = 8 \Rightarrow C(8, 0)$$

سپس مختصات نقطه M را حساب می‌کنیم:

$$M\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right) \Rightarrow M(3, 0)$$

اکنون فاصله دو نقطه M و A را محاسبه می‌کنیم:

$$AM = \sqrt{(3 - 6)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

چون نقطه A روی خط $x + y = a$ قرار دارد پس مختصات آن به صورت $A(x, a - x)$ است:

$$AB = \sqrt{29} : AB = \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{29}$$

به توان دو می‌رسانیم $\rightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y = 16 \quad (1)$

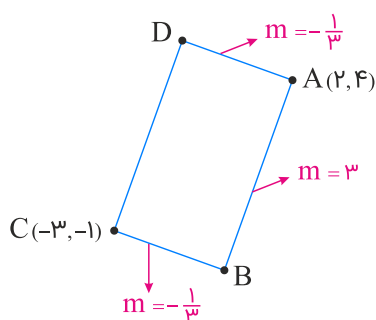
$$AC = 5 : AC = \sqrt{(x+1)^2 + (y-4)^2} = 5$$

به توان دو می‌رسانیم $\rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 8y = 16 \quad (2)$

معادلات (۱) و (۲) از هم کم می‌کنیم

$$4x + 4y = 16 \xrightarrow{y=a-x} x + y = 2 \xrightarrow{y=a-x} a = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱



نقطه B روی خط $y - 4 = 3(x - 2)$ قرار دارد: $B(a, 3a - 2)$
از طرفی شیب BC برابر $-\frac{1}{3}$ است:

$$\frac{3a - 2 + 1}{a + 3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 9a - 3 = -a - 3 \Rightarrow a = 0$$

$$B(0, -2)$$

$$AB = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40}$$

$$BC = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$محیط : 2\sqrt{40} + 2\sqrt{10} = 6\sqrt{10}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\begin{cases} AB : y + 2x = 7 \\ BC : 2y - 7x = -19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + 4x = 14 \\ 2y - 7x = -19 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(-)} x = 3, y = 1$$

$$\Rightarrow B(3, 1)$$

$$BH = AC \text{ از } B \text{ فاصله} = \frac{|4(1) - 3(3) - 17|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

خط گذرنده از C و B را می‌یابیم:

$$B(3, 3), C(7, 11)$$

$$m = \frac{11 - 3}{7 - 3} = 2$$

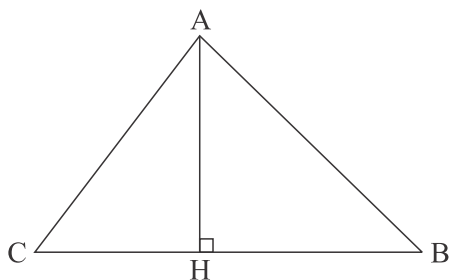
$$y = 2x - 3 \Rightarrow y - 2x + 3 = 0$$

فاصله A تا این خط را می‌یابیم:

$$AH = \frac{|9 - 2 + 3|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

برای به دست آوردن ارتفاع AH در مثلث ABC ، کافی است که فاصله رأس A از خط BC را محاسبه کنیم.



ابتدا معادله خط BC را به دست می‌آوریم:

$$B(7, 3), C(2, -2) \Rightarrow m = \frac{3 + 2}{7 - 2} = \frac{5}{5} = 1$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 2 = x - 2 \Rightarrow x - y - 4 = 0$$

بنابراین فاصله نقطه $A(1, 5)$ از خط BC برابر است با:

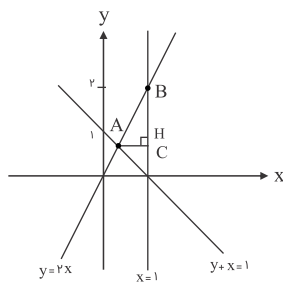
$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 - 5 - 4|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۱

علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۴۰۱

با رسم خطوط در یک دستگاه، مطابق شکل کوچک‌ترین ارتفاع مثلث ABC پاره‌خط AH است.



مختصات نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{از حل دستگاه}} \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

بنابراین کوچک‌ترین ارتفاع مثلث یعنی AH روی خط $y = \frac{2}{3}$ قرار دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۴

معادله خط موردنظر $y = x - 1$ است، این خط را با سهمی قطع می‌دهیم:

$$-x^2 + 2x + 1 = x - 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

پس نقاط برخورد $A(-1, -2)$ و $B(2, 1)$ است، وسط AB را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$$

راس سهمی هم $S(1, 2)$ است:

$$|SM| = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{26}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول

نکته: فاصله دو خط موازی با معادلات $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گام دوم

ابتدا شیب دو خط را به دست می‌آوریم:

$$y = \sqrt{3}x + 2 \Rightarrow m_1 = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \Rightarrow m_2 = -\frac{-3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

شیب دو خط برابر با $\sqrt{3}$ است؛ بنابراین دو خط موازی‌اند. اکنون باتوجه به گام اول، معادله دو خط را به فرم استاندارد می‌نویسیم. دقت کنید که ضریب x و y در دو خط موازی باهم برابر باشند.

$$y = \sqrt{3}x + 2 \Rightarrow y - \sqrt{3}x - 2 = 0$$

$$\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \xrightarrow{\div \sqrt{3}} y - \frac{3}{\sqrt{3}}x + \frac{6}{\sqrt{3}} = 0 \Rightarrow y - \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} = 0$$

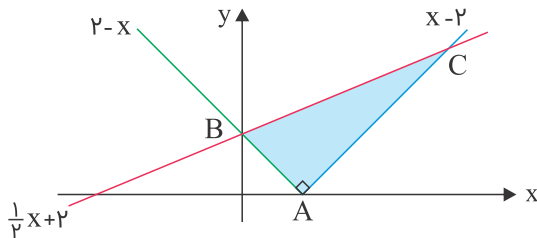
فاصله این دو خط موازی برابر است با:

$$d = \frac{|-2 - 2\sqrt{3}|}{\sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \frac{|-2(1 + \sqrt{3})|}{\sqrt{4}} = \frac{2(1 + \sqrt{3})}{2} = 1 + \sqrt{3}$$

$$y_1 = \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$$

$$y_2 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & ; x \geq 1 \\ -x+1 & ; x < 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} A = (1, 0) \\ x-1 = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow \frac{1}{2}x = 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow C = (4, 2) \\ 1-x = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow \frac{3}{2}x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow B = (0, 1) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(0-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{13}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

توجه کنید که قطر هر دایره از مرکز آن می‌گذرد، پس مرکز این دایره روی خط به معادله $x - y = 2$ قرار دارد، بنابراین می‌توانیم مختصات مرکز آن را به صورت $\omega(\beta + 2, \beta)$ در نظر بگیریم. فاصله مرکز دایره از هر نقطه دلخواه واقع بر آن، برابر با شعاع دایره است، چون دو نقطه $A(0, 1)$ و $B(3, 0)$ بر این دایره واقع‌اند، پس:

$$R = \omega A = \omega B$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(\beta + 2 - 0)^2 + (\beta - 1)^2} = \sqrt{(\beta + 2 - 3)^2 + (\beta - 0)^2}$$

$$\Rightarrow (\beta + 2)^2 + (\beta - 1)^2 = (\beta - 1)^2 + \beta^2 \Rightarrow (\beta + 2)^2 = \beta^2$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 4\beta + 4 = \beta^2 \Rightarrow 4\beta + 4 = 0 \Rightarrow \beta = -1$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(-1 + 2)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

سه رأس داده شده مربوط به مثلث قائم الزاویه است، زیرا:

$$\begin{cases} m_{AC} = \frac{3}{2} \\ m_{BC} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$S = \frac{(AC) \times (BC)}{2} \xrightarrow{AC=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}, BC=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}} S = \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{13}}{2} = 6/5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) دو خط با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمودند، هرگاه داشته باشیم:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

ب) شیب خط گذرنده از دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ج) شیب خطی با معادله استاندارد $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$m = -\frac{a}{b}$$

گام دوم

شیب خط گذرنده از دو نقطه $A(2, -1)$ و $B(8, 3)$ برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{3 - (-1)}{8 - 2} = \frac{3 + 1}{6} = \frac{2}{3}$$

شیب خط انتخاب‌شده از میان دسته خطوط با معادله $(k+1)y + 2kx - k + 1 = 0$ برابر است با:

$$m' = -\frac{2k}{k+1}$$

این دو خط بر هم عمود هستند، بنابراین طبق قسمت (الف) از گام اول، باید داشته باشیم:

$$m_{AB} \cdot m' = -1 \Rightarrow \frac{2}{3} \times \left(-\frac{2k}{k+1}\right) = -1 \Rightarrow \frac{-4k}{3k+3} = -1 \Rightarrow -4k = -3k - 3 \\ \Rightarrow k = 3$$

به ازای $k = 3$ ، معادله خط انتخاب‌شده به دست می‌آید.

$$(k+1)y + 2kx - k + 1 = 0 \xrightarrow{k=3} 4y + 6x - 3 + 1 = 0 \Rightarrow 4y + 6x - 2 = 0 \\ \Rightarrow 2(2y + 3x - 1) = 0 \Rightarrow 2y + 3x - 1 = 0 \Rightarrow 2y + 3x = 1$$

گام اول

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خطی با معادله استاندارد $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گام دوم

نقطه فرضی $A(\alpha, \alpha - 1)$ را روی خط $y = x - 1$ در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم فاصله نقطه A از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر با $\sqrt{13}$ باشد؛ بنابراین طبق گام اول داریم:

$$2x - 3y = 5 \Rightarrow 2x - 3y - 5 = 0$$

$$\sqrt{13} = \frac{|2\alpha - 3(\alpha - 1) - 5|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} \Rightarrow \sqrt{13} = \frac{|2\alpha - 3\alpha + 3 - 5|}{\sqrt{13}}$$

$$\Rightarrow 13 = |-\alpha - 2| \Rightarrow \begin{cases} -\alpha - 2 = -13 \Rightarrow \alpha = 11 \\ -\alpha - 2 = 13 \Rightarrow \alpha = -15 \end{cases}$$

بنابراین دو نقطه روی خط $y = x - 1$ که فاصله آنها از خط $2x - 3y = 5$ برابر با $\sqrt{13}$ باشد، دارای طول ۱۱ و -۱۵ است.