

سؤالات آزمون شبه‌نهایی درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۱۹
نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	طراح: گروه ریاضی استان کرمانشاه

ردیف	سؤالات پاسخ‌برگ دارد- استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر $k < 0$ ، نمودار تابع $y = f(kx)$ از انبساط نمودار تابع $y = f(x)$ در راستای محور افقی به‌دست می‌آید. ب) مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $ x - 1 < 2$ ، یک همسایگی عدد ۳ است. پ) دو پیشامد A و B از هم مستقل هستند، هرگاه با هم رخ ندهند.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) تابع $y = x + x $ در بازه ثابت است. ب) باقیماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = 2x^3 - 3x + 5$ بر $x - 1$ ، برابر است. پ) شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه، حول یکی از اضلاع قائمهٔ آن یک است.	۰/۷۵
۳	ضابطهٔ وارون تابع $f(x) = \sqrt[3]{x + 3} + 1$ را بنویسید.	۱/۲۵
۴	توابع $f(x) = \frac{3x}{x - 1}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ داده شده‌اند، دامنهٔ $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به‌دست آورید.	۱/۲۵
۵	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطهٔ $f(x) = a \cos bx + c$ یا $f(x) = a \sin bx + c$ است. با دقت در شکل نمودار و محاسبهٔ مقادیر a و b و c ، ضابطهٔ مربوط به این تابع را به‌دست آورید.	۱/۵
۶	معادلهٔ مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x - 1)(x - 2)(4 - x)}{2x^3 + 1}$	۱/۵

۸	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{x-2}$ را در $x = 6$ بنویسید.	۱/۲۵
۹	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۷۵
۱۰	مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = \left(\frac{(x-4)^2}{\sqrt{x-1}}\right)(3x^2 - 2x)$	۲
۱۱	طول نقطهٔ ماکزیمم مطلق و مقدار نقطهٔ مینیمم مطلق تابع $f(x) = x + \frac{4}{x}$ را در بازه $[-3, -1]$ به دست آورید.	۱/۵
۱۲	مجموع طول و عرض نقطه‌ای روی خط $y = 2x + 3$ را بیابید که کمترین فاصله، از مبدأ مختصات را داشته باشد.	۱/۵
۱۳	نقاط $A(2, -2)$ و $A'(-4, 6)$ دو سر قطر بزرگ یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{3}{5}$ است. طول قطر کوچک بیضی را بیابید.	۱/۲۵
۱۴	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(1, -2)$ بوده و بر محور x ها مماس باشد.	۱
۱۵	کارخانه‌ای دارای دو خط تولید است. ۴۵ درصد تولیدات را خط تولید A و بقیه را خط تولید B ، تولید می‌کند. ۳۰ درصد تولیدات خط تولید A و ۴۰ درصد تولیدات خط تولید B ، نیاز به کنترل مجدد دارند. احتمال این که یکی از محصولات کارخانه که انتخاب کرده‌ایم، نیاز به کنترل مجدد داشته باشد، چقدر است؟	۱/۲۵
۲۰	جمع	موفق باشید

راهنمای نمره گذاری آزمون شبه نهایی درس:	پایه: دوازدهم	رشته: تجربی	تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۱۹
ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	طراح: گروه ریاضی استان کرمانشاه

ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست (هر قسمت ۰/۲۵)	۰/۷۵
۲	الف) $(-\infty, 0]$ ب) ۴ پ) مخروط (هر قسمت ۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	$f(x) = \sqrt[3]{x+3}+1 \Rightarrow x = \underbrace{\sqrt[3]{y+3}+1}_{0/25} \Rightarrow x = \underbrace{\sqrt[3]{y+3}+1}_{0/25} \Rightarrow x-1 = \underbrace{\sqrt[3]{y+3}}_{0/25}$ $\Rightarrow \underbrace{(x-1)^3 = y+3}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{(x-1)^3 - 3 = y}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{f^{-1}(x) = (x-1)^3 - 3}_{0/25}$	۱/۲۵
۴	$D_f = R - \{1\} \quad (0/25), \quad D_g = [0, +\infty) \quad (0/25)$ $D_{f \circ g} = \underbrace{\left\{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\right\}}_{(0/25)} = \left\{x \mid x \in [0, +\infty), \sqrt{x} \in R - \{1\}\right\} \quad (0/25)$ $\left(\sqrt{x} \neq 1 \Rightarrow \boxed{x \neq 1}\right)$ $= [0, +\infty) - \{1\} = [0, 1) \cup (1, +\infty) \quad (0/25)$	۱/۲۵
۵	$\max = a + c \Rightarrow \underbrace{3 = a + c}_{(0/25)}$ $\min = - a + c \Rightarrow \underbrace{-1 = - a + c}_{(0/25)}$ $\Rightarrow \underbrace{ a = 2}_{(0/25)}, \underbrace{c = 1}_{(0/25)}$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \pi \Rightarrow \underbrace{ b = \frac{1}{3}}_{(0/25)}$ $\underbrace{y = 2 \sin\left(\frac{x}{3}\right) + 1 \quad \text{یا} \quad y = -2 \sin\left(-\frac{x}{3}\right) + 1}_{(0/25)}$	۱/۵

۱/۵	$2 \sin x \cos x = \frac{2}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{6} \quad (0/25)$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \quad (0/25) \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \quad (0/25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \quad (0/25) \end{cases}$	۶
۱/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16} \times \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{x-4}}{\underbrace{(x-4)(x+4)(\sqrt{x}+2)}_{(0/25)}} = \frac{1}{\underbrace{8 \times 4}_{(0/25)}} = \frac{1}{32} \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^3+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3}{\underbrace{2x^3}_{(0/25)}} = \underbrace{-\frac{1}{2}}_{(0/25)}$	۷
۱/۲۵	$f(x) = \sqrt{x-2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \quad (0/25) \Rightarrow m = f'(6) = \frac{1}{2\sqrt{6-2}} = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ $f(6) = 2 \quad (0/25), y = \frac{1}{4}x + b \xrightarrow{(6,2)} b = \frac{1}{4} \quad (0/25) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \quad (0/25)$	۸
۱/۷۵	تابع در $x = 1$ پیوسته است. $(0/25)$ $\underbrace{f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - 1}{x - 1} = 0}_{(0/25)} \quad (0/25)$ $\underbrace{f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{x(x-1)}}_{(0/25)} = \underbrace{\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{x(x-1)}}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x} = -1 \quad (0/25)$ تابع در $x = 1$ مشتق پذیر نیست. $(0/25)$	۹
۲	$f'(x) = \underbrace{\left(\frac{\overbrace{3(x-4)^2(\sqrt{x}-1)}^{(0/25)} - \overbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x-4)^2}^{(0/25)}}^{(0/25)}}_{(\sqrt{x}-1)^2 \quad (0/25)} \right)}_{(0/25)} \left(\overbrace{3x^2 - 2x}^{(0/25)} + \underbrace{\overbrace{(6x-2)}^{(0/25)} \cdot \underbrace{\frac{(x-4)^2}{\sqrt{x}-1}}_{(0/25)}}_{(0/25)} \right)$	۱۰

راهنمای نمره‌گذاری آزمون شبه نهایی: درس : ریاضی ۳		پایه: دوازدهم		رشته: تجربی		تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۲/۱۹	
۱۱	$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} \quad (۰ / ۲۵) \quad f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \rightarrow \begin{matrix} -2 \in [-3, -1] \\ 2 \notin [-3, -1] \end{matrix}$ $f(-3) = -\frac{13}{3} \quad (۰ / ۲۵)$ $f(-2) = -4 \quad (۰ / ۲۵)$ $f(-1) = -5 \quad (۰ / ۲۵)$ طول ماکزیمم مطلق : $-2 \quad (۰ / ۲۵)$, مقدار مینیمم مطلق : $-5 \quad (۰ / ۲۵)$			۱/۵			
۱۲	$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (2x + 3)^2} \Rightarrow d'(x) = \frac{2x + 2(2)(2x + 3)}{2\sqrt{x^2 + (2x + 3)^2}} = \frac{10x + 12}{2\sqrt{x^2 + (2x + 3)^2}} = 0$ $\Rightarrow x = \frac{-12}{10} = -1/2 \quad (۰ / ۲۵) , y = 2(-1/2) + 3 = 1 \quad (۰ / ۲۵) \Rightarrow x + y = 1 \quad (۰ / ۲۵)$			۱/۵			
۱۳	$AA' = \sqrt{(-4-2)^2 + (6+2)^2} = 10 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \quad (۰ / ۲۵)$ $\frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow c = 3 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 5^2 = b^2 + 3^2 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow BB' = 2b = 8 \quad (۰ / ۲۵)$			۱/۲۵			
۱۴	$r = -2 = 2 \quad (۰ / ۲۵) \Rightarrow \underbrace{(x-1)^2 + (y+2)^2}_{(۰ / ۵)} = \underbrace{4}_{(۰ / ۲۵)}$			۱			
۱۵	$P(x) = P(A)P(x A) + P(B)P(x B)$ $P(x) = \underbrace{(0 / 45 \times 0 / 3)}_{(۰ / ۵)} + \underbrace{(0 / 55 \times 0 / 4)}_{(۰ / ۵)} = \underbrace{0 / 35}_{(۰ / ۲۵)}$ به روش نمودار درختی نیز به تناسب نمره تعلق گیرد.			۱/۲۵			
سپاس و خداقوت خدمت همکار گرامی							